

TABLE DES MATIÈRES

■ | NOTIONS GÉNÉRALES

1. LE RAISONNEMENT LOGIQUE

Notions premières. Axiomes.....	7
Théories. Raisonnement logique.....	8
Opérations logiques élémentaires.....	10
Théorèmes de logique.....	11
Méthodes de démonstration.....	12
Applications.....	14
Exercices	15

2. NOTIONS SUR LES ENSEMBLES

Les ensembles	20
Sous-ensembles. Inclusion. Implication logique.....	22
Egalité de deux ensembles et équivalence logique.....	24
Complémentaire d'un sous-ensemble et négation logique	25
Ensemble vide	26
Les quantificateurs	27
Ensemble des parties d'un ensemble.....	29
Partition d'un ensemble	29
Intersection de deux ensembles et conjonction logique.....	30
Réunion de deux ensembles et disjonction logique.....	32
Différences de deux ensembles.....	35
Différence symétrique de deux ensembles et disjonction exclusive.....	35
Exercices	37

3. RELATIONS BINAIRES

Couple	43
Produit cartésien de deux ensembles.....	44
Graphes	45
Relations binaires	47
Composition des relations binaires.....	49
Exercices	50

4. RELATIONS BINAIRES DANS UN ENSEMBLE

Relations binaires réflexives	53
Relations binaires symétriques.....	54
Relations binaires transitives	55
Relations binaires antisymétriques	55
Relations d'équivalence	56
Classes d'équivalence	57
Relations d'ordre	59
Exercices	60

5. FONCTIONS

Section (ou coupe) d'un graphe.....	65
Fonctions (ou applications).....	66
Représentation graphique des fonctions ; des applications.....	68
Composition de deux applications.....	69
Qualités d'une application.....	71
Application réciproque d'une bijection.....	73
Equations.....	74
Exercices.....	75

6. LOIS DE COMPOSITION INTERNE

Lois de composition interne dans un ensemble.....	81
Associativité.....	83
Commutativité.....	84
Distributivité d'une opération sur une autre.....	86
Élément neutre.....	87
Éléments symétriques.....	88
Éléments réguliers.....	89
Exercices.....	90

7. STRUCTURES : GROUPES, ANNEAUX, CORPS

Structure de groupe : définition, propriétés.....	96
Structure d'anneau : définition, propriétés.....	99
Structure de corps : définition, propriétés.....	101
Exercices.....	102

8. STRUCTURES D'ORDRE

Ensembles ordonnés : parties remarquables, éléments remarquables..	106
Structures remarquables : chaînes, treillis, simplexes.....	108
L'ensemble \mathbb{R} ordonné par la relation \leq . Relation d'ordre \leq dans \mathbb{R} ..	109
Relation d'ordre et opérations dans \mathbb{R}	110
Exercices.....	112

9. NOMBRES CARDINAUX

Ensembles équipotents.....	115
Cardinal d'un ensemble.....	116
Relation d'ordre entre nombres cardinaux.....	117
Cardinal de $A \cup B$	117
Cardinal de $A \times B$	120
Exercices.....	120

10. DIAGRAMMES SÉQUENTIELS

Diagrammes séquentiels.....	124
Arbre des exponentielles.....	125
Arbre des factorielles.....	126
Exercices.....	128

11. ANALYSE COMBINATOIRE

Permutations	130
Arrangements	131
Combinaisons	132
Simplexes	135
Exemples de problèmes de dénombrement	136
Exercices	137

12. LE CORPS DES NOMBRES COMPLEXES

Axiomes de la théorie	141
Recherche des conditions nécessaires	142
L'ensemble des nombres complexes	143
Le groupe commutatif $(\mathbb{C}, +)$	143
Le groupe commutatif (\mathbb{C}^*, \times)	146
Le corps $(\mathbb{C}, +, \cdot)$	148
Retour sur le problème posé	149
Exercices	150

■ | DÉRIVÉES DES FONCTIONS NUMÉRIQUES

13. GÉNÉRALITÉS SUR LES FONCTIONS NUMÉRIQUES

Fonctions numériques	153
L'ensemble des nombres réels	156
Parité. Périodicité	160
Opérations dans l'ensemble des fonctions numériques	161
Représentation graphique d'une fonction numérique	163
Variation des fonctions numériques	164
Extrémums relatifs	166
Limites	168
Continuité	171
Fonction réciproque	173
Exercices	178

14. DÉRIVABILITÉ DES FONCTIONS NUMÉRIQUES

Dérivabilité en un point	185
Nombre dérivé d'une fonction en un point	187
Propriété des fonctions dérivables en un point	190
Interprétation géométrique des nombres dérivés	190
Interprétation géométrique des différentielles	192
Fonction dérivée première	193
Retour sur la notation différentielle	195
Exercices	196

15. DERIVÉES DES FONCTIONS USUELLES

Méthode générale	199
Dérivée première des fonctions : constante, identique, carrée, cube, inverse, racine carrée, sinus, cosinus, tangente	200
Tableau résumé	212
Exercices	213

16. OPÉRATIONS SUR LES FONCTIONS DÉRIVABLES

Dérivabilité (rappel)	217
Dérivée d'une somme - de kf - d'un produit - d'une puissance - d'un quotient - d'une racine carrée	218
Tableau résumé	230
Exercices	230

17. APPLICATION DES DÉRIVÉES A L'ÉTUDE DES VARIATIONS D'UNE FONCTION

Signe des nombres dérivés d'une fonction monotone	233
Extrémum d'une fonction en un point	235
Signe des nombres dérivés et sens de variation d'une fonction	237
Plan d'étude d'une fonction numérique	237
Fonctions trinômes du second degré	239
Fonctions homographiques	242
Fonctions polynômes du 3 ^e degré	245
Fonctions bicarrées	248
Fonctions f telles que $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{a'x^2 + b'x + c'}$	251
Fonctions trigonométriques	253
Exercices	255

PRIMITIVES DES FONCTIONS NUMÉRIQUES

18. PRIMITIVES D'UNE FONCTION NUMÉRIQUE

Définition d'une fonction primitive	263
Primitives d'une fonction	264
Primitive prenant une valeur donnée pour x_0	265
Recherche de quelques primitives	265
Exercices	268

19. AIRES DE DOMAINES PLANS

Exemples	272
Théorème fondamental	273
Extension du théorème fondamental	275
Calcul d'aires de domaines plans	278
Exercices	279

■ | FONCTIONS LOGARITHMES FONCTIONS EXPONENTIELLES

20. FONCTION LOGARITHME NÉPÉRIEN

Définition	282
Interprétation géométrique	283
Propriété fondamentale de la fonction Log	283
Conséquences de la propriété fondamentale	285
Etude de la fonction logarithme népérien	287
Un encadrement au nombre e	289
Exercices	290

21. FONCTION EXPONENTIELLE DE BASE e

Définition	293
Propriété fondamentale de la fonction exponentielle	294
Conséquences de la propriété fondamentale	295
Notation définitive	295
Etude de la fonction exponentielle de base e	296
Tableau de variation et représentation graphique	297
Exercices	298

■ | PROBABILITÉS

22. L'ALGÈBRE DES ÉVÉNEMENTS

Événements	300
Classification des univers	302
Algèbre des événements	303
Simplexes et événements	306
Exercices	308

23. AXIOMES DES PROBABILITÉS

Premier axiome des probabilités	313
Probabilité et mesure	314
Propriétés fondamentales des probabilités	315
Probabilité sur un univers fini	317
Etude d'un exemple	319
Second axiome des probabilités. Probabilités conditionnelles	321
Indépendance en probabilité	323
Schémas de tirages probabilistes	324
Exercices résolus	326
Exercices	329

INDEX	336
--------------------	------------