Préambule :

Pour toute limite ***N ≥ 4*** *fixée, on peut considérer la conjecture de Goldbach comme un algorithme de décomposition d'un entier naturel positif* ***pair = 2N ≥ 8*** *en somme de deux nombres premiers* ***p' + q****.*

(« *Plus généralement , on peut dire que pour toute Limite N criblée, ayant dénombré le nombre de décompositions de 2N , alors on peut utiliser le résultat du criblage ≤ à cette limite N, pour dénombrer le nombre de décompositions de* ***2n + 2 = p'+q****, cela est* ***dû à la propriété récurrente de l'algorithme*** *de Goldbach,(«décalage d'un rang des congruences lorsque N augmente de 1.») qui crée un système dynamique et va s'étendre sur plusieurs limites* ***N*** *successives lorsque N → ∞ . ie:) ⇒ les entiers* ***2N*** *successifs, d'où l'impossibilité de supposer que 2N +2 ≠ (p'+ q).*
Mais surtout cet algorithme ***est incompatible avec celui d'Ératosthène****, les indexes de départ des nombres premiers* ***P ≤ √2N*** *qui criblent, sont différents. Ce qui rend impossible une conjecture fausse, le contraire indiquerait, que le reste* ***R*** *de* ***2N*** *par* ***P****, correspond à l'indexe de* ***p'****, pour tout* ***p'≤ N****, d'où il en résulterait que tous les :* ***p'≡2N [P]*** *ce qui est clairement faux !*
On peut réitérer indéfiniment cette limite N, qui augmentera ***le champ des congruences*** *< N permettant de repousser de plus en plus loin ces limites* ***N*** *successives, donc la décomposition des 2N successifs, où il est impossible de supposer que* ***2N+2...+2 ≠ p' + q*** *.****»)***

[« *En résumé pour tous les entiers naturels positifs contenant l'ensemble des nombres premiers > 5, de la forme* ***30k + i*** *(****avec i ∈ [1,7,11,13,17,19,23,29]****):*
Il est clairement évident que tout nombre premiers ***p'≤ N*** *congru à* ***2N*** *modulo* ***P_1, P_2, P_3 ...P_n*** *lors d'une limite* ***N=15k , k ≥1*** *précédente criblée et vérifiée, ne peut plus être congrus modulo* ***P_1, P_2, P_3 ...P_n*** *, pour la limite suivante* ***N=15(k+1)+ i*** *, car les nombres* ***p' qui étaient congrus modulo P ,*** *se trouvent ainsi libérés de leur congruence, du simple fait que les restes* ***R*** *vont changer et que le nombre de nombre premiers* ***q*** *entre ces deux intervalles successifs* ***[n+1 ; 2n+2]*** *serra le même à une exception près , ainsi que les nombres premiers* ***P_n*** *qui criblent.*
Ce qui nous garanti toujours une densité minimum ***> 0*** *, de solutions qui vérifient* ***2n+2 = p'+ q****.*

Mais: Si on suppose fausse la conjecture, il faut que pour la limite suivante ***N=15(k+1)+i*** *les nombres* ***p'*** *qui étaient congrus* ***P_1, P_2, P_3 ...P_n*** *le soient à nouveau par ces mêmes nombres premiers* ***P_n*** *qui criblent («avec* ***P_n*** *≤ racine de 2N») .*
Mais alors, ceux qui n'étaient pas congrus modulo ***P_n*** *ne peuvent pas l'être non plus, car le nombre de premiers* ***q*** *entre ces deux intervalles successifs* ***[n+1 ; 2n+2]*** *est déjà définis ... on aura la même quantité .*
Ce qui ne serait plus le cas si tous les nombres ***p'*** *qui étaient non congrus ou pas modulo* ***P_n*** *, deviennent congrus modulo* ***P_n*** *par miracle …*
Ce qui est clairement impossible, le nombre de premiers ***P_n*** *qui criblent serra le même à une exception près.. !* ***»]***

Explication *:*

Pour cela on utilise deux algorithmes ***«avec des indexes de départ incompatibles»****, qui vont cribler les entiers naturels* ***A*** *positifs de* ***1 à N*** *avec :*

1_) *Celui d'Ératosthène en criblant les entiers A premiers* ***p',*** *de* ***1 à N*** *avec* ***P ≤ √N, P premier.*** *Où* ***P crible*** *à partir de ses indexes définis par l'algorithme, où cet algorithme est incompatible avec les indexes de départ de Goldbach ci-dessous. Puis avec :*

2_) *Celui de Goldbach qui va* ***recribler*** *mais avec* ***P ≤ √2N*** *à partir* ***de ses indexes, différents*** *de ceux d'Ératosthène; les entiers naturels A ≢ 2N [P],* ***de 1 à N,*** *ce qui* ***crée un champ de congruences ⇒ q ∈ [N;2N] .***
Par conséquent si ***A = p'****, tel que A ≢ 2N [P] ⇒* ***q*** *premier, on obtient obligatoirement la décomposition de* ***2N = p'+q.***

****

3_) Pour l'ensemble des entiers naturels **A⩽ N**, positifs impairs, (« *représenté dans l'algorithme par des ,1, »)* , avec **A** de raison **2 de 1 à N**, fixons la limite **N = 9** qui va vérifier la conjecture , prenons un nombre premier **P ⩽ √2N**, que l'on va utiliser avec le reste **R** de la division Euclidienne de **2N par P** pour calculer les *A ≢ 2N [P]* .
L'algorithme de Goldbach, va donc utiliser les congruences, pour construire un axe des ordonnées dans le sens ↓: de l'amont vers l'avale.
(« Indiquer aussi le nombre de nombres premiers A ≢ **2N[P] ⇔ q ∈ [N ; 2N]** pour toute limite N fixée, ce qui indique le nombre de décompositions de 2N = (p+q). Il est clair que tout nombre premier **q** a pour antécédent A ≢ **2N[P] et** si : **A = p'** tel que **A≢ 2N[P]** il est évident que **q** premier dépendra par conséquent de **p' ,** il en résultera **p'+ q = 2N .** »)

On va donc pour tout entier **A⩽ N** calculer le reste de **2N** par **P** afin de vérifier si **A** représenté par **[,1,]** est congru ou pas à **2N** modulo **P**. si A≡**2N[P] = 0, sinon 1 .**
Chaque entier **[,1,]** tel que **1 ≡ 2N[P]**, initialisera un (rayon ou diagonale) d'entiers **A** congrus à 2N modulo P, *[que l'on peut nommer un champ de congruences]*, sur **l'axe des ordonnées** dans ce sens ↓, qui seront marquées **[,0,]** ; voir illustration ci-dessous .

Il vient par obligation que : si **1 ≡ 2N[P]** par conséquent lorsque N augmente de 1, 2N augmente de 2 , donc **(1+2) ≡ 2N+2 [P],** avec **P = 3.** (« *Exemple : 1≡ 28 [P] d'où (1+2) ≡ 30 [P], 28 – 1 ⇔ 30 – 3 ≠ q premier, le contraire contredirait le TFA et le TNP.* »)

Inversement : si **[,1,]** tel que **1 ≢ 2N[P]**, il initialisera une diagonale d'entiers **A** non congrus à 2N modulo P, qui seront marquées **1**. Donc : (« *Exemple : 1≢ 30 [P] d'où (1+2) ≢ 32 [P] , 30 – 1 ⇔ 32 – 3 = q premier.* ») .
Conséquence directe de l'égalité qui s'ensuit, on obtient le décalage d'un rang des congruences, lorsque N augmente de 1, donc 2n + 2, :

(2N – A) ⇔ (2N +2) – (A + 2) , équivalent à ***(A+2) ≢(2N+2) [P]*** *ou l'inverse* ***(A+2) ≡ (2N+2) [P].***

Chaque diagonale parcourt l'ensemble des entiers **A** impairs de **1 à N**, pour toutes limites **N** fixée , ***qui viendront croiser*** l'axe des abscisses d'Ératosthène criblé de **1 à N** .
Quelque soit l'entier **2N** > 4 qui vérifie la conjecture, tel que **2N=p′+q** ; alors la conjecture est aussi vérifiée pour **2N+2** .

Conséquence du décalage récurrent des congruences, il existe pour la suite **N** qui a été criblée et donné le nombre de décompositions **p′+ q = 2N,** des entiers **A ≢2N[P]** qui ***précèdent* A+2 *premier p′*** et de part le fait, de ce décalage d'un rang des congruences qui s'ensuit, on obtient le nombre de solutions pour la limite **N+1** suivante , **c'est à dire** le nombre de décompositions **p′+ q = 2N + 2** , à une unité près.

Ce nombre de décompositions d'un entier **2N,** est par conséquent, toujours vérifié lors de la limite précédente **N–1** criblée, dû à cette propriété récurrente : décalage d'un rang des congruences correspondant à l'égalité suivante :

(2N – A) ⇔ (2N +2) – (A + 2).

De la même manière, que l'on connaît le nombre de ***(A≢ 2n[P]) ⇔ q ∈ [N,2N],*** *qui a été vérifié et ne peut varier au maximum que de* ***1*** pour la limite suivante **N + 1** ; ce qui implique le même nombre de premiers ***q ∈ [(N+1) , (2N+2)]*** à une unité près. ***Ce qui serait donc impossible***, si la conjecture était fausse, **car :**
1:) elle est une conséquence directe du TNP et de la répartition des nombres premiers et en :
2:) il ne pourrait y avoir qu'un seul nombre premiers ***q ∈ [N,2N]*** *dans le pire des cas,* ***c'est à dire :***

(« U*ne aberration telle: qu'il faudrait que tout reste* ***R de 2N par P = p' ≤ N ,*** *d'où* ***p' ≡ 2N[P] et que la répartition des nombres premiers p' , se fassent modulo P comme les produits (P*p) et le*** *principe du crible Ératosthène, on marquerait tous les nombres premiers* ***p' congrus à 2N (mod P)****; ce qui est clairement faux .!*
Ou que le postulat de Bertrand se réalise; c'est à dire qu'il existe une limite ***n > 14*** *où entre* ***n et 2n*** *il existe effectivement un seul ou deux nombres premiers* ***q, ie;*** *un ou deux entiers* ***(A≢ 2n[P]) ≤ n*** .
Ce qui est clairement faux, car pour la limite ***n – 1*** *on connaît déjà le résultat de ce nombre de* ***A≢ 2n[P]*** ⇔ *aux nombres premiers* ***q*** *qui a été vérifiés.****»)***
Ou encore, aucun* A ≢2N[P]** qui ***précèdent* A+2 *premier p′ , donnant obligatoirement un couple **p'+ q = 2N+2** lors du décalage d'un rang des congruences **.**
(«On peut itérer ce processus indéfiniment pour toute limite **N** fixé, illustration page 10. ..
En définitive, lorsque **N** ⇾ ∞, le rapport du nombre de nombres premiers **p'≤ N** , tel que **p' ≢2N[P]** vaut environ **1/5** dans cet exemple**.** »)

Propriété des congruences petit rappel, ***2n – A = B*** *:*

Il existe y et y' tel que : ***2n = P*y + R et A = P*y' + R => 2n – A = P*(y – y'); donc P divise 2n – A = B.*** *Inversement si* ***y*** *n'existe pas , alors* ***P*** *ne divise pas la différence* ***2n – A = B => q*** *qui est donc un nombre premier* ***∈ [n;2n]*** *ayant pour antécédent* ***A≢ 2n[P].***
Chaque entier A, est donc congru à 2n (modulo P) de façon unique, à l'ordre près de ses facteurs (TFA) *, avec* ***P ⩽ √2n.***

1.) le programmes Goldbach : sert à initialiser les diagonales d'entiers **A**, congrues ou non à 2N modulo P sur l'axe des ordonnées ↓ de Goldbach , dans le sens inverse du plan ci-dessous .

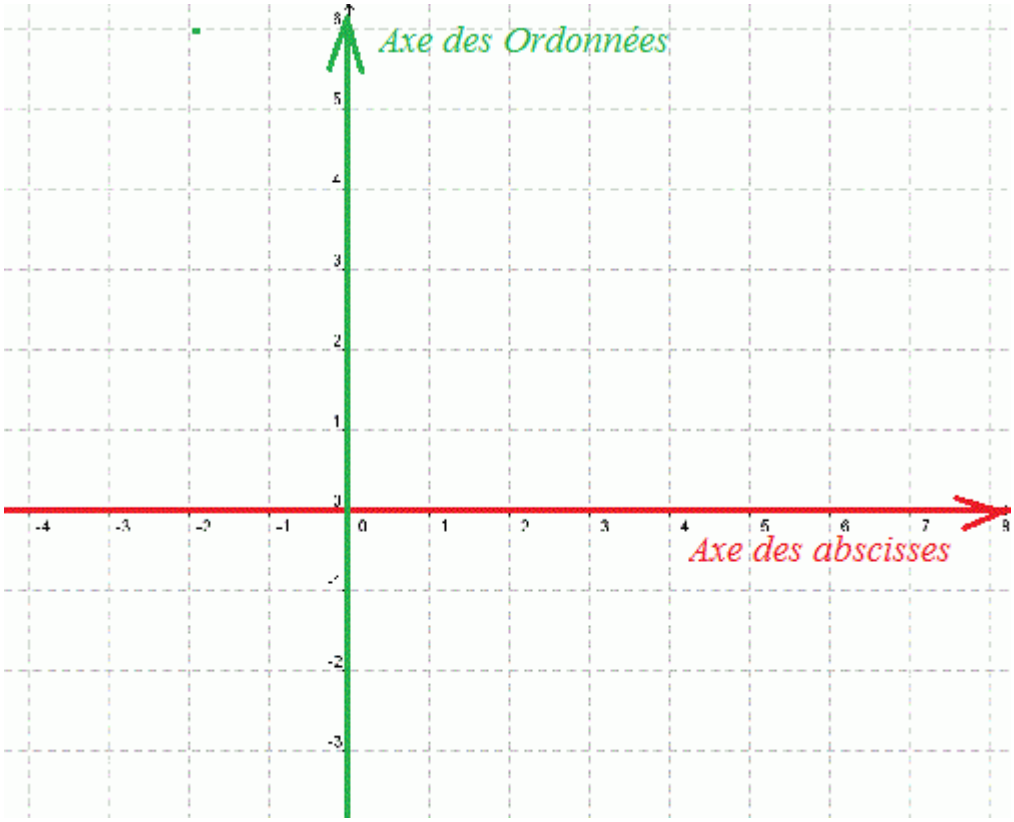
2.) Cet axe vient par conséquent croiser l'axe des abscisses → *représentant* les nombres premiers **p'** d'Ératosthène de 1 à N qui ont été criblés. Chaque rang des ordonnées correspond à chaque rang des abscisses :

Par exemple : le point 4 d'ordonnée vient croiser le point d'abscisse 4 lorsque 2N = 32, 3= 0[3] et 32 = 2 [3] ce qui donne une diagonale initialisée par **3 non congru à 32 [P]**

D'où l'axes des ordonnées de Goldbach initialisé par A = 3, représentera une diagonale non congrue à 2N [P], qui viendra croiser l'axe des abscisses Ératosthène afin de correspondre à l'égalité lorsque **2N** augmente de 2: ***« 32 – 3 = 29 et 34 – 5 = 29 » Cette égalité est donc récurrente, lorsque 2N augmente de 2 ; [2N – A = (2N+2) – (A+2)]***

3.) Autrement dit lorsque 2N augmente de 2, l'axe des ordonnées « *va descendre d'un rang* » sur l'axe des abscisses , ce qui décale d'un rang la diagonale des congruences sur cet axe d'abscisses, initialisée par 3 qui est non congrus à 2N+2 ; qui en venant se décaler d'un rang, croisera 5 sur l'axe des abscisses d'Ératosthène ; où A+2 = 5 est le successeur de 3 lorsque 2N augmente de 2, ce qui donnera comme complémentaire de 5 par rapport à 2N + 2 , **la même différence d**, le contraire est donc impossible suivant l'égalité évidente ci-dessus : ***[2N – A = (2N+2) – (A+2)]*** .

L'axe des ordonnées, représente les diagonales de congruences des entiers A impairs de : **[1.3.5.7.9.11....etc.. N]**



4.) Il n'est pas réaliste de supposer la conjecture fausse inférieur à une limite K, qui serait le point où, le nombre de solutions 2N = p' + q commenceraient à décroître si cette supposition serait réalisable au point, 2N + 2, + 4 + 6…..+**X**. Conséquence immédiate : le nombre de nombres premiers **q** par rapport à 1, appartenant à **[N , 2N]** chuterait pour tendre vers **1** au point **X ,** si les entiers **A sont congrus à 2N+X [P],** dans l'hypothèse d'une conjecture fausse, ce qui serait contraire aux fonctions du **TNP** qui en donnent une estimation, ainsi que les fonctions ayant été calculées à ce jour**.**

Ce que l'on va voir avec cet algorithme : les congruences criblées par Goldbach , sont des diagonales de congruences, qui sont initialisées à la base par le chiffre [1], ce nombre de diagonales congrues ou pas à 2N[P], tend vers l'infini,

Si le reste de 2N par P = 1, on aura une diagonale d'entiers ***A* ≡ 2*N*[*P*]** qui sont marqués **[,0,]** ;

dans le cas contraire, si dans la division Euclidienne de 2N par P , le reste R≠1, on initialise une diagonale de $A \not\equiv 2N[P]$ qui sont marqués **[,1,]**. Illustré ci-dessous.

5.) L'algorithme de Goldbach représente toutes ces diagonales de congruences, lorsque l'on crible les entiers de **1 à N** les congruences, permettent de donner le nombre de solutions qui vérifient **2N = p'+ q**

6.) Il existera par conséquent une infinité de diagonales , soit congrues , soit non congrues, à **2N[P]** lorsque 2N tend vers l'infini , qui viendront se décaler d'un rang sur l'axe des abscisses Ératosthène pour chaque limite N + 1 ⇒ 2N+2.
Ce décalage récurrent d'un rang des congruences, permet de donner le nombre de solutions qui décomposera 2N + 2 = p' + q, pour toute limite N criblée et de vérifier par là même plusieurs entiers pairs consécutifs 2N+2 ,+4 ,+6...etc 2N +X , avec X < au nombre de rang de la limite N criblée.

7.) Par conséquent même si ***A n'est pas*** *un nombre premier ,* ***mais si*** *il précède* ***A+2*** *premier* ***p'*** *et qu'il est d'ordonnée* ***non congru à 2N [P] :***
Lorsque 2N augmente de 2 , soit 2N+2, on crée une nouvelle diagonale, l'axe d'ordonnées descend d'un rang , avec l'axe d'abscisses ce qui provoque le décalage d'un rang de la diagonale d'ordonnée sur cet axe d'abscisse et qui a pour antécédant $(A) \not\equiv (2N)\ [P]$.
D'où cette diagonale non congrue à 2N (mod P) et avec $(A+2) \not\equiv (2N+2)\ [P] \Rightarrow ((2N+2) - (A+2) = q)$ *vérifiera donc la conjecture pour* ***2N+2*** *...!*

8.) *Donc, p*our supposer la conjecture fausse , il faut qu'aucune diagonale de $A \not\equiv 2N[P]$ avec ***A*** un nombre premier **p'≤ N** , ne vienne croiser ***p'*** un nombre premier sur l'axe des abscisses .
Ce qui est impossible pour une raison simple : il faudrait que P qui crible dans les deux algorithmes Ératosthène et Goldbach partent du même index ; ce qui est clairement impossible ; l'index de départ du nombre P qui crible dans Ératosthène part de l'index calculé par le produit de P*p ou de P² , conformément à l'algorithme et son programme que le lecteur connaît. Alors que dans Goldbach le départ de P, part de l'index calculé par le reste R de 2N par P qui est différent par obligation, qui donne une égalité récurrente.

Autrement , dit il ne faut plus à partir d'une limite N = K de [,1,] non congrus à 2N modulo P.
(« Pour ce faire, il faudrait utiliser les restes R des limites précédente 2N ***– 2, – 4 ..etc,*** *ce qui est impossible.* »)

Lorsque 2N augmente de 2, *il faut aussi qu'aucune diagonale de A ≢ 2N[P] avec* ***A*** *premier ou pas , du point* ***7.)*** *ci-dessus relatif à 2N,* ***ne précède*** *une diagonale avec* ***A+2 = p'*** *un nombre premier* ***, qui viendrait valider la conjecture pour 2N+2, du fait de ce décalage récurrent d'un rang qui s'ensuit.!***
Il en serait ainsi de toutes les limites N – 1 , – 2 ,– 3 … etc.. précédentes, où aucune diagonale ne doit être non congrue à 2N (mod P) ; d'où, la fonction du TNP serait fausse , voir ci-après.

Ou encore que les restes de 2N par P soit toujours = 1 , qui donnerait que des 0 sur l'axe des ordonnées de Goldbach (" *mais c'est impossible, car cela entraîne la disparition des nombres premiers* ***q ∈ [N,2N]***") !

9.) Ces deux axes , *« ne peuvent dans l'immédiat prouver » la conjecture de façon rigoureuse,* ***mais affirme que pour toute limite N criblée on connaît le nombre de solutions pour la limite N+1, donc le nombre de décompositions pour l'entier*** **2N +2** , ce qui invalide la supposition **que 2N+2 ≠ p' + q .**
Mais : *Il est absolument formel de prévoir, à partir d'une limite N criblée et du nombre de solutions qui décomposent un entier pair* ***2N = p'+ q ;*** *le nombre* ***de solutions*** *qui vérifient les entiers suivants :* ***2N +2, + 4, + 6….+ X*** *, avec X inférieur au nombre de rangs de la limite* ***N qui vient d'être criblée.***
(« Illustré fin de page 4 à 5 pour N = 300 , 390 , 1140. »)

10.) **Ce que l'on sait** : l'axe des ordonnées qui initialise chaque ("diagonale") représentées par les entiers $A \not\equiv 2N[P]$ vaut ***N / Ln 2N*** *équivalent au nombre de nombres premiers* ***q ∈ [N;2N] où N = n, qui est comme la conjecture de Goldbach, une conséquence directe du TNP.***

****

La fonction 2 du théorème de Goldbach est une conséquence directe du TNP: (log = *logarithme naturel)*
G(n): la fonction de compte du nombre de nombres $A \not\equiv 2n[P] \Leftrightarrow q \in [n;2n]$

Corollaire du TNP : **G(n)** vaut $\lim_{n \to +\infty} \frac{n}{(\log 2n)}$

Le TNP dit que $\pi(n) = \frac{n}{(\log n)} + o(\frac{n}{\log n})$, donc le nombre de nombres premiers dans]n,$2n$] vaut

$$\pi(2n) - \pi(n) = \left(\frac{2n}{\log(2n)} - \frac{n}{\log n}\right) + o(\frac{n}{\log n})$$

$$= n \times \left(\frac{2}{\log 2n} - \frac{1}{\log n}\right) + o(\frac{n}{\log n})$$

$$= n \text{ x } \frac{2\log n - \log(2n)}{\log(2n)\log n} + o(\frac{n}{\log n})$$

$$= \frac{n}{(\log 2n)} + o(\frac{n}{\log n})$$

Alors que celui des abscisses Ératosthène, relatif aux nombres premiers ***p'*** vaut vaut $\frac{n}{\log n}$

*L*a probabilité d'avoir une diagonale de **A** non congrue à ***2n (mod P)*** qui vérifie la conjecture est donc :

de $\frac{1}{(\log(2n) * \log n)}$ *Autrement dit : On peut admettre que le nombre de couples p+q qui décomposent*

l'entier ***2n*** *«avec l'entier* ***n*** *qui sert donc de limite pour l'algorithme», vaut* ≈ $\frac{n}{((\log 2n)(\log n))}$

Par exemple : Si on fixe la limite N = 91 , 2N = 182 , on aurait au minimum

$\frac{91}{(\log 182 * \log 91)}$ **= 3, 87653….** *couples p+q = 182 au lieu d'un réel de* ***6*** *couples.*

Si la conjecture était fausse *, on aurait* ***12*** *nombres premiers* ***q*** *entre* ***N*** *et* ***2N*** *au lieu de* ***18*** *et donc inférieur à la fonction du TNP qui en donne un équivalent de* ***17,4865****…. pour cette limite 2N.*
Alors que l'on sait, que pour la limite précédente (2N – 2) ce nombre de premiers ***q*** *était identique à une unité près, ce qui serait donc absurde, si la conjecture était supposée fausse.*

(« Voila ..! Ce qu'il en est pour mon algorithme de Goldbach à l'heure actuelle. »)

La seule certitude, c'est que l'on peut montrer à partir d'une décomposition de Goldbach et des diagonales qui re-coupent l'axe des abscisses, jusque où la conjecture est vérifiée sans avoir besoins de tester ou de cribler pour la limite suivante N+1, le nombre de solutions qui vérifie **2N + 2** .
Tout en sachant que cette limite se repousse systématiquement pour tendre vers l'infini , ainsi que le nombre de nombres premiers vérifiés lors de la limite précédente [N – 1 , 2N – 2] et où ce nombre de premiers ***q ∈ [N,2N] ne peut varier que de 1 entre ces deux intervalles : q ∈ [N+1 , 2N+2] ;***
On peut en conclure que cette conjecture ne peut être fausse, sans contredire sa propriété récurrente et le TNP ; ce qui serait impossible dans le cas contraire et on arrive à une estimation ~ 1/5 du nombre de nombres premiers p' criblés , tel que **p'≠ 2N[P] ⇒ p'+ q = 2N**.

Note relative à ces deux fonctions du TNP caractérisées par ces deux algorithmes :

On sait que l'estimation asymptotique du nombre de nombres premiers **p'≤ N** vaut environ ***N sur ln de N.***
On sait que le nombre d'entiers naturels des 8 familles de la forme **30k + i** pour une limite **N** fixée, vaut **N / 3,75.**

On connaît aussi que l'estimation asymptotique du nombre de nombres premiers **q ≤ N** vaut environ ***N sur ln de 2N ;*** identique aux entiers naturels **A≠ 2N[P] ≤ N.**

Il est clair que sans perte de généralité, on peut arranger ces fonctions du TNP de la manière suivante :

$\frac{n}{\log n}$ est identique à ($\frac{n/3{,}75}{(\log n)/3{,}75}$) en ne travaillant que dans l'ensemble des entiers la forme **(30k + i)**

Exemple : pour **N=100**, l'estimation vaut ~ $\frac{100}{\log 100}$ **= 21,71..** ⇔ $\frac{100/3{,}75}{(\log 100)/3{,}75}$ **= 21,71…**

D'où : On peut utiliser la deuxième fonction du TNP $\frac{n}{(\log 2n)}$ pour avoir estimation asymptotique du nombre de couples **p'+ q = 2N .**

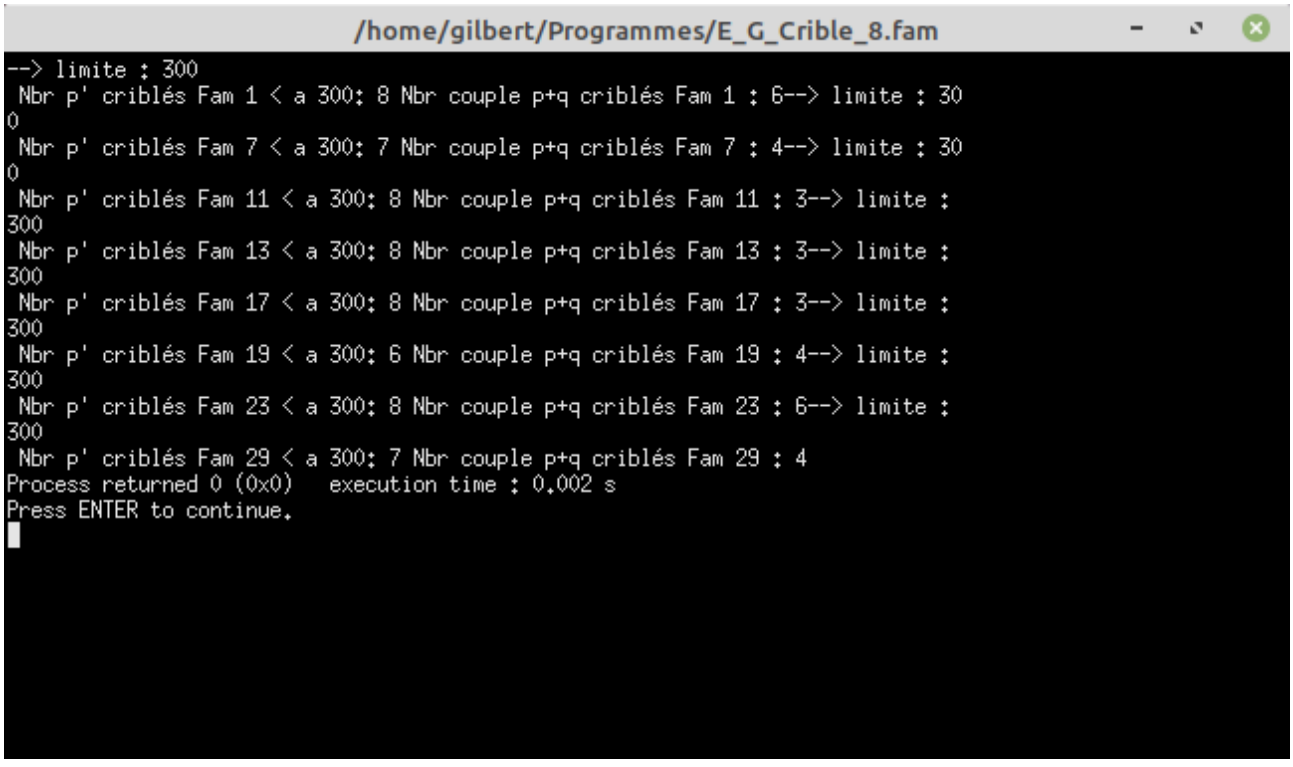
***Relatif à l'algorithme de Goldbach** , qui va re-cribler les nombres **p'** du crible d'Ératosthène pour cette même limite **N** fixée, sans perte de généralité*

De la façon suivante et Pour une limite N = 300 fixée : Il suffit de prendre le résultat asimptotique :

$\frac{300/3{,}75}{(\log 300)/3{,}75}$ **= 52,59… que l'on divise** par le **Log naturel de 2n .**

*Ce qui donne pour cet exemple et pour un réel de **60 p'≤ 300** :* $\frac{52{,}59}{(\log 600)/3{,}75}$ **= 30,83..** couples **(p'+q=2N)** pour un réel de **33 .**

Ci joint pour ces 8 Fam, illustration du résultat du crible Goldbach / Ératosthène limite fixée ≤ N.



Autre exemple et pour une limite N = 12 001 , où il n'y a que trois familles de couples de nombres premiers qui seront cribler La Fan 1, la Fam 13 et La fam 19 : Ce qui donne **12001/3,75 = 3200** entiers **A** de la forme **30k+i.**

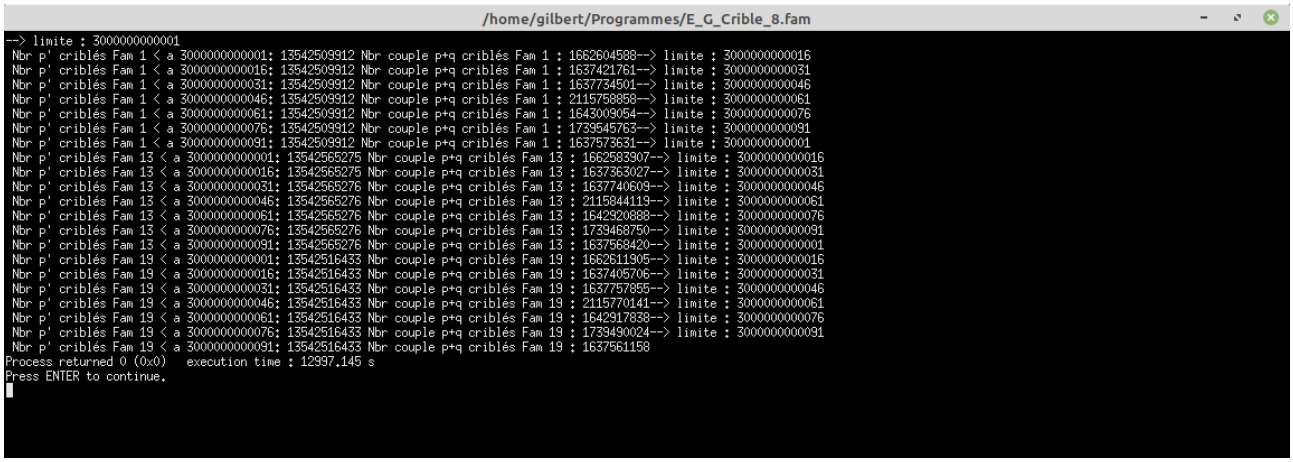
Puis ***3200 / ((ln 12001)/3,75)*** , donne **1277** nombre **p'≤ N**.

En criblant avec l'algorithme de Goldbach, on obtient aux réel pour ces **3** familles ***216 couples p'+ q = 24 002 .*** *Pour une estimation asymptotique de **178** couples ; **car :1)** on a **(1277 /** (ln 24002 / 3,75)) = 474,79..*

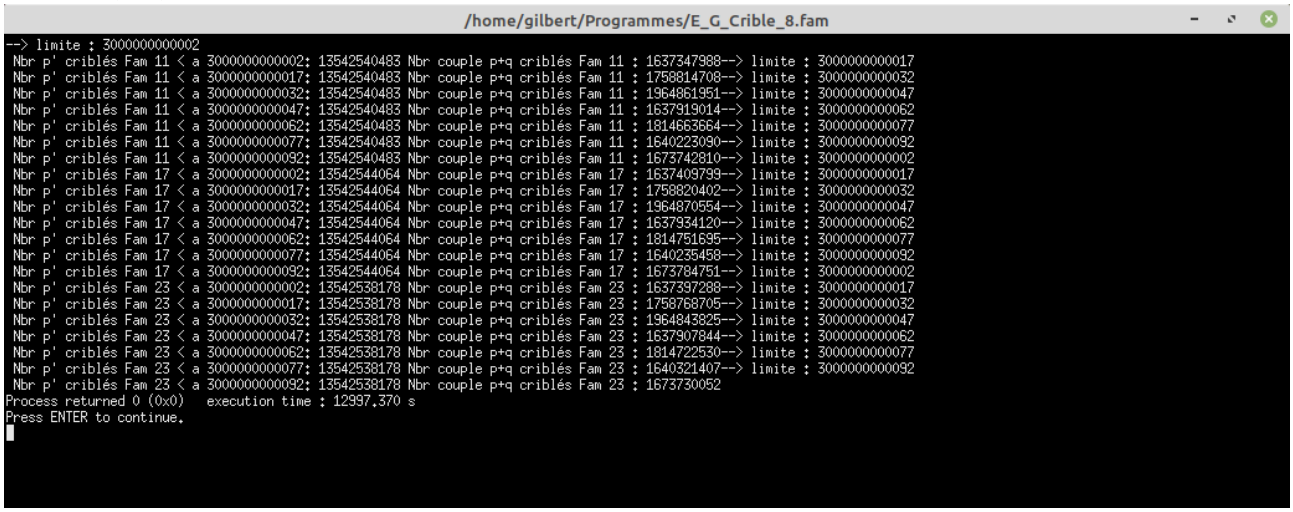
soit :2) *pour ces trois Fam : (**474,79** / 8) * **3** =178,04…*

«Ceci dit: c'est une fonction qui reste à affiner, car si l'écart entre le nombre réel de couples (p'+q) est supérieur à l'estimation asymptotique pour de petite limite N, on risque d'avoir le contraire pour de Grande limite N … Car la différence entre le nombre de P' criblés et le nombre de couple (p+q) est oscillatoire lorsque N→∞, comme on peut le vérifier sur l'illustration ci-dessous .»

Limite du criblage ≤ **N** de raison 15, de *3000 000 000 001* à *3000 000 000 106* et les **3 Fam** de nombres premiers **p'** concernés ; **Fam 1, Fam 13 et Fam 19.** Résultat du nombre de décompositions **p'+ q = 2N** pour les 7 entiers 2N consécutifs de raison 30 = 6000 000 000 002 ; 60….032 ; 60….062 ; 60….092 ; 60….122 ; 60….152 et 60….182 ;



ou encore avec 2N+2 de raison 30 , limite N = 3000 000 000 002 de raison 15 et les trois autres Familles qui correspondent à ces entiers 2N+2 ...
Fam: 11 , 23, et 17.



Voir Simulation page 5 .! *𝒢𝒢* .

Exemple : on utilisera, **n** ou **N**

Secteur des diagonales d'entiers impairs, initialisée sur l'axe des ordonnées de **Goldbach** : par les congruence =[1,] ou [0,]
où à chaque augmentation de 1, de la limite **n** criblée , les diagonales de congruences se décalent d'un rang sur l'axe des abscisses qui descend d'un rang.

[0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0
[1, 3, 5, 7 ,9 , 11, 13, 15, 17, 19 ,

illustration : *on va juste décaler la diagonale des congruences d'un rang lorsque N augmente de 1, donc N+2*

Donnez N: 20
*[3, 5] <….***nombre P ≤ √2n**
1 *<…..reste r de 2n par P*
0
*crible: [0, **1**, 0, 0, **1**, **1**, 0, 0, **1**, 0] de 1 à 19 diagonales de Goldbach initialisée sur l'axe des ordonnées ?*
*[1, **3**, 5, 7 ,9 , **11**, 13, 15, **17**, 19] , axe d'abscisses d'Ératosthène*

Nombres non congru 2n[P] 1 à 20 premiers q de 20 à 40: 4 , 3 couples (p+q) = 40

Donnez N: 21
[3, 5] P
0
2
*crible: [**1**,[0, **1**, 0, 0, **1**, **1**, 0, 0, **1** , 0]*
[1, 3, **5**, **7** , 9 , **11**, **13**, 15, 17, **19** ,21]
Nombres non congru 2n[P] 1 à 21 premiers q de 21 à 42: 5 ; 4 couples (p+q) = 42

*Donnez **N: 22***
[3, 5] P
2
4
crible:
*[**1**, **1**,[0, **1**, 0, 0, **1**, **1**, 0, 0, **1**]*
[1, 3, **5**, **7** , 9 , **11**, 13, 15, **17**, **19** ,21]
Nombres non congru 2n[P] 1 à 22 premiers q de 22 à 44: 6 ;
***3 couples p+q** = 44 sont encore vérifiés , sans compter les deux nouveaux couples avec 5 et 7, ; le but est de montrer la décalage de l'axe des ordonnées sur l'axe des abscisses,à chaque fois que 2n augmente de 2.*

Donnez N: 23
[3, 5]
1
1
crible
*[0, 1, 1, [0, **1**, 0, 0, 1, **1**, 0, 0 , **1**]*
[1, 3, **5**, [**7** , 9 , [11, **13**, 15, **17**, **19** ,21, **23**]

Donnez N: 24
[3, 5]
0
3
crible:
*[1, 0, 1, 1, [0, **1**, 0, 0, **1**, **1**, 0 , 0 , 1]*
[1, 3, **5**, **7** ,[9 , **11**, 13, 15, **17**, **19** , 21 , **23**]

Congruences de Goldbach , entiers A impairs modulo 2:

Nombre premiers **p'** ≤ N où 1 n'est pas un nombre premier, Axe des abscisses d'Ératosthène,
Entiers A impairs:
[1, **3**, **5, 7**, 9, **11, 13**, 15, **17, 19**, 21, **23**, 25, 27, **29, 31**, 35, **37**, 39, **41 43**, 45, **47**, 49, 51**,]** *53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97**]***

[ce qui se traduit par l'axe d'abscisses des nombres premiers suivant] **: n ≤ 30**
[1**, 1, 1, 1,** 0**, 1, 1,** 0**, 1, 1,** 0**, 1,** 0**,** 0**, 1] 15** ***p' = 1,*** *ou multiples de P = 0*

N point k, de 15 à X conjecture fausse par supposition,

A : impairs, **congrus** = 0 , **non congrus** =1

[entiers impairs de **1 à n**] et ils sont ***indicé de 0 à n.*** On calcule le reste **R** de 2n = 30 par **P ≤ √2n**
P = 3 , 5 ; **R** = 0 , 0 :
*Si **R**%2= 0 on fait (**R+P**) // 2 et **on part de l'indice(index)** en le marquant 0 , ainsi que tous ses suivants modulo P , si **R**%2 != 0 , **R**//2 on part de l'indice que l'on marque 0 , ainsi que tous ses suivants modulo P.*
*On aura marqué **[,0,]** tous les entiers **congrus à 2n [P]**, à la fin on relève les **[,1,]** qui sont les entiers **non congrus à 2n[P]. «** Il est clair que ces indexes de départ sont différents, pour Ératosthène.»*

Illustration :

ordonnées
↓
↓
[1, 3, 5, 7, 9,11,13] → → abscisses
[*secteur des diagonales de congruences qui montre le décalage pour 2n +2:*
*représentés par les A impairs **congru** =* 0 **sinon = 1**] en partant de l'axe d'ordonnées initialisé par la cellule du chiffre **[1,** et ce , pour tout 2n +2 , qui initialise donc une diagonale de congruences , ***par l'algorithme de Goldbach***

Ordonnées, de l'algorithme de Goldbach, chaque diagonale représente les A impairs en progression arithmétique de raison 2.
Crible G
↓
↓
↓
[1], 0, 0, 1, 0, 1, 1,] **15**]n =15 // 2 = 7 +1 entiers impairs de 1 à 15
[**1**], **1**, **0**, **0**, 1, 0, 1, 1,] 16 … P = 3 et 5 , R = 2 et 2 ; indice (2+3)//2 = **2** et (2+5)//2 = **3 ;** *ensuite par pas de 3 et de 5*
[**0**], 1, **1**, 0, **0**, 1, 0, 1,] **17**] … P = 3 et 5 , R = 1 et 4 ; indice (1)//2 = **0** et (4+5)//2 = **4**
[**0**], **0**, 1, **1**, 0, 0, 1, 0, 1,] 18 … P = 3 et 5 , R = 0 et 1 ; indice (0+3)//2 = **1** et (1)//2 = **0**
[1], 0, 0, 1, **1**, 0, 0, 1, 0,] **19**] s,
[0], 1, 0, 0, 1, **1**, 0, 0, 1, 0,] 20
[**1**], 0, 1, 0, 0, 1, **1**, 0, 0, 1,] **21**]
[**1**], 1, 0, 1, 0, 0, 1, **1**, 0, 0, 1,] 22
[**0**], 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, **1**, 0, 0,] **23**]
[1], 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, **1**, 0, 0,] 24
[0], 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, **1**, 0,] **25**]
[0], 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, **1**, 0,] 26
[1], 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, **1**,] **27**]
[0], 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, **1**,] **28 P.**
[0], 0, **1**, 0, 0, **1**, 0, **1**, **1**, 0, 1, 0, 0, 1, **1**] **29**] … 7 nombres premiers ***q*** ***∈ [N,2N].****(« Si la conjecture était fausse il faudrait supprimer 4 nombres premiers q, ainsi que pour les limites précédentes N =28 , 27 , 26… etc. Ce qui est impossible car déjà vérifiées lors de ces limites précédentes .!*

[1], 1**, 1,** 1, 0, **1,** 1**, 0, 1,** 1**, 0,** 1, 0**, 0, 1,]31] → → → abscisses < N des nombres premiers p' Ératosthène**

crible **É** et **G** : [0, 0, **1**, 0, 0, **1,** 0, 0, **1**, 0, 0, 0, 0, 0]
Nombres p' non congru 2n[P] ou couple P'+q = 2N, de (i) à 29 : **3**

4_) Simulation et illustration des diagonales de congruences dans les 8 Familles de nombres premiers > 5, de la forme **30k + i .**
Goldbach modulo → 30, en progression arithmétique de raison 30 de premier terme 7 ou l'égalité récurrente de Goldbach, devient :

(2N – A) ⇔ (2N +30) – (A + 30) par famille i.

À partir d'une limite n = 300 , qui a vérifié tous les entiers pairs < 600 ,

Simulation et vérification en utilisant simplement la famille **30k + 7** et les nombres **P ≤ √2n**
les entiers pairs 2N, seront vérifiés par les diagonales de congruence → 2N = y = 780 ,
on **repousse la limite de 6**

Secteur gradué de : **1** = entier **non congrus** à **2n[P]** ; 0 = entier **congru à 2n[P]**

Donnez **N: 300** , 600 →; [630; 660; 690; 720; 750; 780] y = 780

secteur des congruences représentant les entiers **non congru** =**1**,ou congrus à 2n[P] = 0

[**1, 1, 1, 1, 1, 1,** 0, 0, 0, **1**] diagonales des congruences initialisées par Goldbach
[**7,37,67,97,127,157**,187, 217, 247, **277]** → *Abscisses* → ∞

on décale d'un rang, les congruences pour tout 2N+2 :

crible G: [**1**, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0] stop *fin du décalage des diagonales vérifiant la conjecture jusqu'à 2n = 780* ,
crible E: [**1, 1, 1, 1, 1, 1**, 0,] 0, 0, **1**] ⇒ entiers d'Ératosthène = [**7,37,67,97127,157**,187, 217, 247,**277]**

En vérifiant pour **N = 390** , les entiers pairs < 2N = 780 , entiers pairs vérifiée → y = 1140 on **repousse la limite de 12**

On réitère à partir de N = 390 dernière limite N vérifiée.

Donnez **N: 390**, **2N = 780** → 810, 840, 870, 900, 930, 960, 990 , 1020 , 1050 ...1080 ,1110 , 1140 , y = 1140
crible G: [[**1**, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0]
crible E: [1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, **1**]

Donnez **N: 1140**, 2N = 1140 → entiers pairs vérifiés jusqu'à y = (1140 +1110) **on repousse la limites de 37** , quasiment le double , C'est à dire : que lorsque l'on vérifie les entiers pairs inférieur à une limite 2n fixée , on vérifie par la même tous les entiers pairs qui seront vérifié **<** à (2n/30)*2 par la propriété récurrente du crible de Goldbach *le décalage d'un rang des diagonales de congruences* .

Crible G, [Champ des congruences] qui se sont décalées pour tout 2n + ...2 :
,, [**1**, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1]

crible E: [1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, **1**].

n=2250 , 2250/30 = 37*2 = 74 et **74*2** → donne la prochaine limite N= 3840 et tous les entiers pairs < 7680 sont vérifiés
G :[[1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1]

É :[1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0]

Famille 7 modulo 30 :
Diagonales des congruences en progression arithmétique de raison 30

on peut vérifier avec Ératosthène à quel moment la conjecture deviendrait fausse le cas échéant ; c'est à dire lorsque l'axe des ordonnées des congruences [0] ne croise plus un nombre premier d'Ératosthène sur l'axe des abscisses à la ligne Ln+1 = point X

crible: des diagonales, non congru = 1, sinon 0

↓ axe des ordonnées

↓

(7 ,37 ,67 ,97 127 ,157 ,187] →→ *axe des abscisses, avec A modulo 30.*

↓

1[0, 1, 1, 0, 1, 1, 1] → n=210 ; **2n = 420** [« *l'algorithme progresse donc modulo 15(k), diagonale initialisée par 7,*

2[**1**, 0, 1, 1, 0, 1, 1] n=225 [« *pour tout 2n + 2*, on réinitialise une diagonale de congruences

3[0, **1**, 0, 1, 1, 0, 1, 1]

4[**1**, 0, **1**, 0, 1, 1, 0, 1]

[0, **1**, 0, **1**, 0, 1, 1, 0, 1]

: [**1**, 0, **1**, 0, **1**, 0, 1, 1, 0]

: [**1**, **1**, 0, **1**, 0, **1**, 0, 1, 1, 0] n=300

: [0, 1, **1**, 0, **1**, 0, **1**, 0, 1, 1]

: [**1**, 0, 1, **1**, 0, **1**, 0, **1**, 0, 1, 1]

: [**1**, 1, 0, 1, **1**, 0, **1**, 0, **1**, 0, 1]

: [0, 1, 1, 0, 1, **1**, 0, **1**, 0, **1**, 0, 1]

: [**1**, 0, 1, 1, 0, 1, **1**, 0, **1**, 0, **1**, 0] 375

: [**1**, 1, 0, 1, 1, 0, 1, **1**, 0, **1**, 0, **1**, 0] 390

: [0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, **1**, 0, **1**]

: [0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, **1**, 0, **1**]420

: [1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, **1**, 0]435

: [0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, **1**, 0] 450

: [0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, **1**] 465

: [1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, **1**]

: [1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0]

: [1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0]510

: [0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1]525

: [**0, 0, 1, 1, 1, 0**, 0, 1, 0, **0, 1, 1, 0, 1**, 1, **0, 1**, 1] **X = 540 conjecture vraie ,** (avec A = 7, il suffit de décaler d'un rang ces congruences sur l'axe d'abscisse d'Ératosthène ci-dessous , pour vérifier jusqu'où la conjecture est vraie ...

[**0, 0, 1, 1, 1,** 0, 0, 1**, 0, 0, 1, 1, 0,** 1, **1, 0, 1,** 1] **X+15 = 555** (*avec A = 37 et qui augmente de 30 pour tout X=15(k+1)*

:[1[1, 1**, 1, 1, 1**, 0, 0**, 0**, 1, 1**, 1, 1, 1**, 0, 1**, 1**, 0]** Ératosthène ; p' < 15k = 540 , Fam 30k + 7**

On comprend pourquoi cet effet boule de neige, augmente le nombre de solutions **p'+ q = 2N** qui tend vers l'infini : lorsque **N** → ∞ **.**
Car on augment [*le champ des congruences]* qui se décalera d'un rang pour toute limite N+1 successives.
Mais aussi pourquoi si elle était fausse, le nombre de nombre premiers ***q*** ∈ ***[N,2N]*** *serait faux* **,** *alors qu'il a été vérifié lors des limites N précédentes .!*

****

Autre exemple : Crible G, entiers ***A = impairs de 1 à N modulo 2,*** *N = 600 ; 1,3,5,7,...N*

[0, 0, 0, **1**, 0, 0, **1**, 0, 0, **1**, 0, 0, 0, 0, **1**, 0, 0, 0, **1**, 0, 0, 0, 0, **1, 1**, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, **1**, 0, 0, **1**, 0, 0, **1**, 0, 0, 0, 1, 0, 0,
[1, **1, 1, 1**, 0, **1, 1**, 0, **1, 1**, 0, **1**, 0, 0, **1, 1**, 0, 0, **1**, 0, **1, 1**, 0, **1,** 0, 0, **1**, 0, 0, **1, 1**, 0, 0, **1**, 0, **1, 1**, 0, 0, **1**, 0, **1**, 0, 0, **1**, 0, 0, 0,

1, 0, 0, **1**, 0, **1, 1**, 0, **1**, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, **1**, 0, 0, **1, 1**, 0, 0, 0, 0, **1, 1**, 0, 0, 0, 0, **1**, 0, 0, **1, 1,** 0, 0, 0, 0, **1, 1**, 0, 0, **1**, 0, **1**,
1, 0, **1, 1**, 0, **1, 1**, 0, **1**, 0, 0, 0, 0, 0, 0, **1**, 0, **1,** 0, 0, **1, 1,** 0, 0, 0, 0, **1, 1**, 0, 0, **1,** 0, 0, **1**, 0, **1**, 0, 0, **1**, 0, 0, **1, 1**, 0, 0, 0, 0, 0, **1**,

0, 0, 0, 0, 0, **1**, 0, 0, **1**, 0, 0, 0, **1**, 0, 0, **1**, 0, 0, **1**, 0, **1**, 0, 0, 0, 0, 0, 0, **1**, 0, 0, **1**, 0, 0, **1**, 0, **1**, 0, 0, 0, **1**, 0, 0, 0, 0, **1**, 0, 0, 0,
1, 0, **1, 1**, 0, 0, 0, 0, 0, **1**, 0, 0, 0, 0, 0, 0, **1**, 0, **1, 1**, 0, **1,** 0, 0, **1, 1**, 0, 0, 0, 0, **1,** 0, 0, **1**, 0, 0, **1**, 0, 0, **1, 1**, 0, 0, **1**, 0, **1, 1**, 0, 0,

1, 0, **1,** 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, **1,** 0, **1, 1**, 0, **1**, 0, 0, 0, 0, 0, 0, **1**, 0, **1, 1**, 0, **1**, 0, 0, 0, 0, 0, 0, **1**, 0, 0, 0, 0, **1, 1**, 0, **1, 1**, 0, 0,
0, 0, **1**, 0, 0, 0, 0, 0, 0, **1**, 0, **1, 1**, 0, **1,** 0, 0, 0, 0, 0, 0, **1,** 0, 0, **1**, 0, 0, 0, 0, **1, 1**, 0, **1**, 0, 0, **1**, 0, 0, 0, **1**, 0, 0, **1**, 0, 0, **1**, 0, **1**,

0, 0, **1, 1**, 0, 0, 0, 0, 0, **1,** 0, 0, 0, 0, 0, **1**, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, **1**, 0, **1**, 0, 0, 0, **1**, 0, **1**, 0, 0, **1**, 0, 0, 0, **1**, 0, **1,** 0, 0, **1**, 0, 0, **1,** 0, 0, 0,
0, 0, **1**, 0, 0, 0, **1**, 0, **1,** 0, 0, 0, **1**, 0, 0, 0, 0, 0, **1, 1**, 0, 0, 0, 0, 0, **1, 1**, 0, 0, **1,** 0, **1,** 0, 0, **1,** 0, 0, 0, **1**, 0, **1, 1**, 0, **1**, 0, 0, 0, 0, 0, 0, **1,**

1, 0, 0, 0, 0, **1**, 0, 0, 0, **1**, 0, 0, 0, 0, **1**, 0, 0, 0, 0, **1**, 0, 0, **1**, 0, **1**, 0, 0, 0, 0, 0, **1, 1**, 0, 0, **1**, 0, 0, **1**, 0, **1, 1**, 0, 0, 0, 0, **1**, 0, 0, 0,
0, 0, 0, **1,** 0, **1**, 0, 0, 0, **1**, 0, **1**, 0, 0, **1,** 0, 0, 0, 0, 0, 0, **1, 1**, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, **1**, 0, 0, **1**, 0, 0, 0, 0, **1**, 0, 0, **1**, 0, 0, **1, 1,** 0, 0,

0, 0, **1, 1**, 0, **1,** 0, 0, **1**, 0, 0, **1, 1**]
1, 0, 0, 0, 0, **1,** 0, 0, **1,** 0, 0, **1**]

Crible E entiers A impairs (1,3,5,7,,,,,N

[1, **1, 1, 1**, 0, **1, 1**, 0, **1, 1**, 0, **1**, 0, 0, **1, 1**, 0, 0, **1**, 0, **1, 1**, 0, **1,** 0, 0, **1**, 0, 0, **1, 1**, 0, 0, **1**, 0, **1, 1**, 0, 0, **1**, 0, **1**, 0, 0, **1**, 0, 0, 0,
1, 0, **1, 1**, 0, **1, 1**, 0, **1**, 0, 0, 0, 0, 0, 0, **1**, 0, **1,** 0, 0, **1, 1,** 0, 0, 0, 0, **1, 1**, 0, 0, **1,** 0, 0, **1**, 0, **1**, 0, 0, **1**, 0, 0, **1, 1**, 0, 0, 0, 0, **1**,
1, 0, **1, 1,** 0, 0, 0, 0, 0, **1**, 0, 0, 0, 0, 0, **1**, 0, **1, 1**, 0, **1,** 0, 0, **1, 1**, 0, 0, 0, 0, **1,** 0, 0, **1**, 0, 0, **1**, 0, 0, **1, 1,** 0, 0, **1**, 0, **1, 1**, 0, 0,
0, 0, **1**, 0, 0, 0, 0, 0, 0, **1**, 0, **1, 1**, 0, **1,** 0, 0, 0, 0, 0, 0, **1,** 0, 0, **1**, 0, 0, 0, 0, **1, 1**, 0, **1**, 0, 0, **1**, 0, 0, 0, **1**, 0, 0, **1**, 0, 0, **1**, 0, **1**,
0, 0, **1**, 0, 0, 0, **1**, 0, **1,** 0, 0, 0, **1**, 0, 0, 0, 0, **1, 1**, 0, 0, 0, 0, **1, 1**, 0, 0, **1,** 0, **1,** 0, 0, **1,** 0, 0, 0, **1**, 0, **1, 1**, 0, **1**, 0, 0, 0, 0, 0, **1,**
0, 0, 0, **1,** 0, **1**, 0, 0, 0, **1**, 0, **1**, 0, 0, **1,** 0, 0, 0, 0, 0, **1, 1**, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, **1**, 0, 0, **1**, 0, 0, 0, 0, **1**, 0, 0, **1**, 0, 0, **1, 1,** 0, 0,
1, 0, 0, 0, 0, **1,** 0, 0, **1,** 0, 0, **1**]

crible G N = 620
[0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1,[**0, 0, 0**, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0,
0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1,
1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0,
1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1,
1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0,
1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0,
0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1]

Crible E
[1[, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0,**[1, 1, 0**, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0,
1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0,
1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0,
1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0,
1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0,
1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0,
0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, **[**_1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1_]

****

Crible E et G fusionné , N = 620 , **2N = 1240**
[0, **1**, 0, 0, 0, **1**, 0, 0, **1**, 0, 0, **1**, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, **1**, 0, 0, **1**, 0, 0, **1**, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, **1**,
0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1,
0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1,
0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1,
0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0,
0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0,
0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]
Nombres p' non congru 2n[P] ou couples **p'+ q = 2N**, de (i = 1) à 620 pour les entiers A impairs **1 modulo 2** :
33 ----- 0.0

La vérification de la conjecture pour une limite N ⇒ N+1; « plus généralement pour N ≥ 10^9, entraîne la vérification de la conjecture pour des limites N ⇒ N+1+2+3+..x; successives avec un effet boule de neige . »

Le Décalage d'un rang des congruences sur les **,1,** ou les **,0,** non congrus à 2N[P], relatif à la propriété de l'algorithme, vérifiera la conjecture pour les nombres pairs 30(k+1) + 2i , soit la vérification des entiers **A ≢ 2N[P]**, pour la limite
N = 15k + 1 = 3001 , ⇒ le nombre de décompositions de 2N = 6002; Ce qui rend aussi impossible, l'infirmation de cette conjecture , même par famille 30k + i , exemple avec l'algorithme modulo 30 :

Famille 30k + i
Donnez N = 15k = 3000 : on fixe la famille Fam(i) les **1** sont les **p'** non congruent à P
fam1 crible G : et : Fam 1 Ératosthène **EG**Crible pour N=3000 : conjecture vérifiée **pour tout n** ≤ 3000.

[0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0,0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0,0, 0, 0, 0, 1] **19** ∓ 1 couples **P'+ q** = 6000.

On suppose maintenant , que pour **2N + 2** = 6002 il n'y a pas de solution : On peut reprendre cette même Fam i =1 pour la limite =15k+ 1 = 3001 qui a été vérifiée pour la limite précédente N=3000 (ie : *on a criblé les A ≠2N[P] , ≤ N)* , relative à sa Fam (**i = 1**) pour affirmer que la conjecture serra vérifiée pour la limite suivante 15k + 1 , tel que 30k + 2 = 6002 est somme de deux premiers **p'+ q** ! Ce n'est que le résultat des indexes départ des deux cribles Goledbach et Ératosthène, qui sont incompatibles et en utilisant le même principe.

Le décalage d'un rang des congruences sur leur successeur **A+30**, contredit une supposition fausse !

ECrible les 1 sont premiers P' ≠ 2n[P] les 0 ≠ 2n[P] sont les multiple de P fam 30k+ i = 1;
[1, 1, 1, 0, 0, **1, 1, 1**, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 0, **1**, 0, 0, 0, 0, 1, **1**, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, **1**, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0]
Gcrible les 1 sont les entiers A ≠ 2n[P]
[0, 0, 0, 0, 1, **1, 1, 1**, 0, 0, 1, 0, 1, 0, **1**, 0, 1, 0, 0, **1**, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, **1**, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1] **réel** :18 couples p+q = 2N. On peut montrer suivant cette propriété de l'algorithme de Goldbach, qu'il en sera de même sur les 14 limites successives suivantes. Ce ne sont que les antécédents décalés d'un rang, relatif à la famille i concernée !

Autre EX : avec 2N+2 = 6004 on vérifie avec la famille i = 11 et la fam complémentaire serra i = 23, pour la limite N = 3001 + 1:

N = 3002; fam i = 11 ; **E**crible P' = 1 ou 0 ⇔ ≠ 2n [P] et en dessous **G**crible Entier A = 1 ⇔ ≠ 2n [P] et P ≤ √2n avec **le décalage des congruences de 1 rangs**, des **A** non congrus **1** ou **0** qui vont se reporter sur les A+30 = **P'= 1 ou :** 1 est congrus ou pas, à 2N modulo P de la limite précédente , qui vérifiera au minimum cette limite N+1 suivante, tel que 2N = 6004 = p'+ q ; relatif à (15(k-1)+ 2) [P].
Eratosthène Fam 11
[1, 1, 1, **1**, 1, 0, **1**, 0, 1, 1, **1**, 0, 0, 1, **1**, 1, 1, **1**, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1] soit 21 p' ≠ 2N [P] .
Goldbach Fam 11
[0, 0, 0, **1**, 0, 1**, 1,** 1, 0, 0, **1**, 0, 0, 0, **1**, 0, 0, **1**, 0, 0, **1**, 0, **1, 1, 1**, 0, 0, 0, **1**, 0, 0, 0, 0, **1, 1, 1**, 0, 0, 0, 0, **1**, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1] soit 21 entiers **A** non congrus modulo P, qui ce sont décalés d'un rang sur leur successeur p'
vérification avec **E & G , famille 11 , de i à 3002**
[0, 0, 0, **1**, 0, 0, **1**, 0, 0, 0, 0, **1**, 0, 0, 0, 0, **1**, 0, 0, **1**, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0] réel : **21** couples **p+q = 2N = 6004**

Nous venons de vérifier et de constater le décalage récurrent des congruences des **A = 1** ou **A= 0** où : on ne s'occupe pas de savoir si ce **A** est un nombre premier ou pas, mais qu'il soit non congruent (mod P), d'où le décalage d'un rang des congruences qui se reportent sur leur successeur **A+30 = 1** ou **0** et si **A'+ 30 = p' = 1** il vérifiera la conjecture car ils ont donc pour antécédent, **A ≠ 2N[P] ;** le contraire contredirait le TNP et Le TFA, (cqfd)

La conjecture se montre avec l'une des 8 Fam(i) en fonction de la forme de N et pour toute limite N ≥ 150 :
Les nombres A ≠ 2N[P] ⇔ q ∈ [N;2N] sont donc définis pour 2N + 2 à une exception près !

Car les restes R de 30(k-1)+2i par P, ne peuvent plus être utilisés du simple fait qu'ils ne correspondent pas aux nouveaux R de 30k + 2i par P , lorsque N augmente de 1.
Si on utilisait les R de 30(k -1)+ 2i et les R de 30k + 2i, le cardinal du nombre de nombres premiers **q** serait faux pour la limite 2N+2 qui a déjà été fixé et vérifié avec les nombres P qui ont criblés la limite N – 15 précédente.

Mais qui plus est, l'index de départ des nombres P qui criblent suivant le même principe dans les deux algorithmes est différent entre Ératosthène et Goldbach , ce qui nous assure un minimum de **A=p' ≢ 2N[P] ;**
c'est à dire : un minimum de couples **p' + q = 2N et une infirmation de la conjecture, impossible.**

La répartition des nombres premiers et du TNP, est une conséquences directe d'une conjecture de Goldbach vraie et non l'inverse . !

*En fonction de la forme de 2N on choisi la Fam **30k + i** :*

Annexe 1

En fonction de la limite **N = 15k** fixée, on fixe lune des **8 Fam (i)** correspondante à la forme de **N** qui implique le complémentaire par rapport à **2N .**

Pour **N** de la forme **15k**, on peut choisir n'importe la quelle des 8 Fam.

Le programme est fixé avec une limite **N** début = 3000000000 et Fin = 3000000330 il progressera de raison 15,
Il n'y a que la fam(i) à rentrer à la demande:

Pour toute Limite **N = 15k + n'**, avec **n' ∈ [0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14]** on rentre la Fam(i) correspondante

N = 15k+1; Fam =(1,13,19); ⇒ **2n = 30k + 2** ⇒ **32 – 19 = 13** , ou **32 – 1 = 31** ⇒ la Fam complémentaire
N = 15k+2; Fam =(11,17,23); ⇒ **2n = 30k + 4** ⇒ **34 – 11 = 23** , ou **34 – 17 = 17**
N = 15k+3; Fam =(7,29,13,23,17,19); **2n = 30k + 6**
N = 15k+4; Fam =(1,7,19); 2n = **30k + 8**
N = 15k+5; Fam =(1,7,13,19); **2n = 30k + 10**
N = 15k+6; Fam =(1,11,13,19,23,29); **2n = 30k + 12**
N = 15k+7; Fam =(1,7,13); 2n = **30k + 14**
N = 15k+8; Fam =(17,23,29); 2n = **30k + 16**
N = 15k+ 9; Fam =(1,7,11,17,19,29); 2n = **30k + 18**
N = 15k+10; Fam =(11,29,17,23); 2n = **30k + 20**
N = 15k+11; Fam =(11,23,29); **2n = 30k + 22**
N = 15k+ 12; Fam =(1,7,11,13,17,23); 2n = **30k + 24**
N = 15k+ 13; Fam =(7,13,19); 2n = **30k + 26**
N = 15k+ 14; Fam =(11,17,29); 2n = **30k + 28**

Pour les multiples de 30, avec N = 15k; l'une des 8 Fam , 2n = 30k

programme ci-joins, python modulo 2 utilisé :

Programme Python (fam 1 **modulo 2):**

```
from time import time
from os import system
import math

def candidate_range(n):
    cur = 5
    incr = 2
    while cur < n+1:
        yield cur
```

```
        cur += incr
        incr ^= 6  # or incr = 6-incr, or however


def eratostene(n):
    n = int((2*n)**0.5)
    prime_list = [3]
    sieve_list = [True] * (n+1)
    for each_number in candidate_range(n):
        if sieve_list[each_number]:
            prime_list.append(each_number)
            for multiple in range(each_number*each_number, n+1, each_number):
                sieve_list[multiple] = False
    print(prime_list)
    return prime_list[0:]


def demander_N():
    n = input("Donnez N: ")
    n = int(n.strip().replace(" ", ""))

    return n


def G_crible(premiers, n, fam):
    start_crible = time()
    crible = (n//2)*[1]     ## Ou: on rappel le tableau Ératosthène criblé de N/2 cases
    lencrible = len(crible)

    ## On calcule les restes: R = 2*n modulo P
    nbpremiers = len(premiers)
    n2 = 2*n

    for i, premier in enumerate(premiers):
        reste = n2 % premier
        #print(reste)
        if reste % 2 == 0:
            reste += premier
        pi2 = 2*premier
        while reste % 2 != fam:   ## tant que R % 2 != fam on fait R+= 2P
            reste += pi2
                        ## Ensuite on divise R par 2 pour obtenir l'indexe , indice.
        reste //= 2
                        ## On crible directement à partir du n° indice l'index que l'on marque 0
        for index in range(reste, lencrible, premier):
            crible[index] = 0

    total = sum(crible)
    print("crible:", crible)
    print(f"Nombres non congru 2n[P] de {1} à {n} famille {fam} nbr premiers q de {n} à {n2}: {total} -----
{int((time()-start_crible)*100)/100}")


def main():
    ## On demande N a l'utilisateur
    n = demander_N()

    ## On récupère les premiers de 3 à √2N
    premiers = eratostene(n)
    #lprint("premiers:", premiers)
```

```
    #print(f"nombres premiers de3 à {int((2*n)**0.5)}: {len(premiers)}")

    start_time = time()
    ## On crible
    G_crible(premiers, n, 1)
    temps = time()-start_time
    print(f"--- Temps total: {int(temps*100)/100} sec ---")


main()
system("pause")
```

Programme Python (fam 1 **modulo 2) [Ératosthène et Goldbach unifié]:**
Attention j'ai repris: l'algorithme par famille 30k + i ; modulo 30 pour le transformer en crible modulo 2 , afin de l'utiliser dans les entiers A impairs de premier terme 1 en progression arithmétique de raison 2 , uniquement pour les petite valeurs afin d'illustrer les commentaires ci-dessus.

```
from time import time
from os import system

def candidate_range(n):
    cur = 5
    incr = 2
    while cur < n+1:
        yield cur
        cur += incr
        incr ^= 6  # or incr = 6-incr, or however

def eratostene(n):
    n = int((2*n)**0.5)  ##(si on fusionne les deux cribles il faudra rentrer, int((2n)**0.5) pour Goldbach.
    prime_E =[3]
    sieve_list = [True for _ in range(n+1)] ## c'est plus propre comme ça
    for each_number in candidate_range(n):
        if sieve_list[each_number]:
            prime_E.append(each_number)
            for multiple in range(each_number*each_number, n+1, each_number):
                sieve_list[multiple] = False
    print(prime_E[0:])
    return prime_E[0:]

def E_Crible(premiers, n, fam):
    start_crible = time()

    ## On génère un tableau de N/2 cases rempli de 1
    lencrible = ((n//2)*1)
    crible=[1 for _ in range(lencrible)] ## c'est plus propre comme ça
    GM = [3,5,7,11,13,17,19,23,29,31]   ## attention GM > 5 est utilisé pour l'algorithme modulo 30 par fam 30k +
i
    # On calcule les produits :
    for a in premiers:
        for b in GM:
            j = a * b
            if j%2 == fam:
                index = j // 2  ## Je calcule l'index n° indice et On crible directement à partir du n° indice
                for idx in range(index, lencrible, a):  ## index qui est réutilisé ici...
                    crible[idx] = 0

    total = sum(crible)-1
```

```
    print("crible Ératosthène :", crible)  ## pour éditer le tableau Ératosthène criblé
    print(f"Nombre premiers criblés >2, famille {fam} : {total} ----- {int((time()-start_crible)*100)/100}")
    return crible,lencrible

def GCrible_2N(premiers, crible, lencrible, n, fam):
    start_crible = time()
    ## On calcule les restes: R = 2*n modulo P
    nbpremiers = len(premiers)
    n2 = 2*n
    for premier in premiers:
        reste = n2 % premier
        print(reste)
        if reste % 2 == 0:
            reste += premier
        pi2 = 2*premier
       ## tant que reste % 2 != fam on fait reste += pi2 , pi = P(int((2*n)**0.5))
        while reste % 2 != fam:
            reste += pi2
        ## Ensuite on divise reste par 2 pour obtenir l'index
        reste //= 2
        ## On crible directement à partir de l'index
        for index in range(reste, lencrible, premier):
            crible[index] = 0

    total = sum(crible)-1  ## car 1 n'est pas premier donc il n'est pas un couple p'+ q
    print("crible É ET G:", crible)  ## éditer le tableau criblé É et G
    print(f"Nombres p' non congru 2n[P] ou couple P'+q = 2N, de (i) à {n} famille {fam} : {total} ----- {int((time()-
start_crible)*100)/100}")

def demander_N():
    n = input("Donnez N: ")
    n = int(n.strip().replace(" ", ""))
    #n = int(30 * round(float(n)/30))
    return n

def main():
    ## On demande N a l'utilisateur
    n = demander_N()
    ## On récupère les premiers de 7 à √2N
    premiers = eratostene(n)
    start_time = time()
    ## On crible
    fam=1 ## ou (1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, utilisé par famille 30k + i au choix en fonction de n)
    crible,lencrible=E_Crible(premiers, n, fam)
    GCrible_2N(premiers, crible, lencrible, n, fam)

main()
system("pause")
```

****

Programme Python Goldbach : Par Famille 30k + i , déjà réglé sur la famille 30k +7 **,** avec i ∈ [1,7,11,13,17,19,23,29]

```
from time import time
from os import system
```

```
import math

def candidate_range(n):
    cur = 5
    incr = 2
    while cur < n+1:
        yield cur
        cur += incr
        incr ^= 6  # or incr = 6-incr, or however


def eratostene(n):
    n = int((2*n)**0.5)
    prime_list = [2, 3]
    sieve_list = [True] * (n+1)
    for each_number in candidate_range(n):
        if sieve_list[each_number]:
            prime_list.append(each_number)
            for multiple in range(each_number*each_number, n+1, each_number):
                sieve_list[multiple] = False
    #print(prime_list[3:])
    return prime_list[3:]


def demander_N():
    n = input("Donnez N: ")
    n = int(n.strip().replace(" ", ""))
    #n = int(30 * round(float(n)/30))
    return n


def GCrible(premiers, n, fam):
    start_crible = time()
    crible = (n//30)*[1]     # Ou: on rapelle le tableau Ératosthène criblé de N/30 cases
    lencrible = len(crible)

    # On calcule les restes: ri = 2*n modulo P
    nbpremiers = len(premiers)
    n2 = 2*n

    for i, premier in enumerate(premiers):
        reste = n2 % premier
        #print(reste)
            # tant que ri % 30 != fam on fait R+= 2P
        if reste % 2 == 0:
            reste += premier
        pi2 = 2*premier
        while reste % 30 != fam:
            reste += pi2
        # Ensuite on divise R par 30 pour obtenir l'indexe, indice
        reste //= 30
        # On crible directement à partir du n°d'indice avec P où on remplace le 1 par 0
        for index in range(reste, lencrible, premier):
            crible[index] = 0

    total = sum(crible)
    print("crible:", crible)
    print(f"Nombres non congru 2n[pi] {1} à {n} famille {fam} premiers de {n} à {n2}: {total} ----- {int((time()-
start_crible)*100)/100}")
```

```
def main():
    # On demande N a l'utilisateur
    n = demander_N()

    # On récupère les premiers entre 7 et √2N
    premiers = eratostene(n)
    #lprint("premiers:", premiers)
    #print(f"nombres premiers entre 7 et {int((2*n)**0.5)}: {len(premiers)}")

    start_time = time()
    # On crible
    GCrible(premiers, n, 7)
    temps = time()-start_time
    print(f"--- Temps total: {int(temps*100)/100} sec ---")


main()
system("pause")
```

Programme Python Ératosthène : D*éjà réglé sur la famille 30k +7 , les deux familles dans les deux algorithmes doivent toujours être les mêmes pour la même limite* ***n*** *fixée ; car on crible Goldbach en utilisant les congruences de* ***1 à n.***
Ce qui évite de s'occuper des nombres premiers ***q*** *complémentaires de la famille des nombres premiers* ***p'*** *d'Ératosthène* ***≤ n*** *; il devient donc sans intérêt et inutile de savoir quel nombres premier* ***q*** *appartenant à* ***[n;2n]*** *est le complémentaire de* ***p'****.*

lorsque 7 est congru à 2n modulo 30 , on sait très bien que le complémentaire q = 23 [30], autrement dit ,
60 – 7= 53 =23[30] ,
attention pour la famille 1 [30] , 1 n'est pas premier donc enlever 1 au résultat final du nombres de nombres premiers.

Ératosthène :

```
from itertools import product
from time import time
from os import system
import math

def candidate_range(n):
    cur = 5
    incr = 2
    while cur < n+1:
        yield cur
        cur += incr
        incr ^= 6  # or incr = 6-incr, or however


def eratostene(n):
    n = int(n**0.5)  ##(si on fusionne les deux cribles il faudra rentrer, int((2n)**0.5) pour Goldbach.
    prime_list =[2,3]
    sieve_list = [True] * (n+1)
    for each_number in candidate_range(n):
        if sieve_list[each_number]:
            prime_list.append(each_number)
```

```
            for multiple in range(each_number*each_number, n+1, each_number):
                sieve_list[multiple] = False
    #print(prime_list[3:])
    return prime_list[3:]


def demander_N():
    n = input("Donnez N: ")
    n = int(n.strip().replace(" ", ""))
    #n = int(30 * round(float(n)/30))
    return n


def E_Crible(premiers, n, fam):
    start_crible = time()

    ## On génère un tableau de N/30 cases rempli de 1
    crible = n//30*[1]
    lencrible = len(crible)
    GM = [7,11,13,17,19,23,29,31]
    ## On calcule les produits: j = a * b

    for a in premiers:
        for b in GM:
            j = a * b
            if j%30 == fam:
                index = j // 30  ## Je calcule l'index et On crible directement à partir de l'index, du n° d'indice
        for idx in range(index, lencrible, a):  # index qui est réutilisé ici...
            crible[idx] = 0
        #print(index)

    total = sum(crible)  ## à la place, pour utiliser le tableau d'Ératosthène criblé dans le crible de Goldbach, on re-
turn "crible:", crible
    print("crible:", crible)
    print(f"Nombre premiers criblés famille {fam} : {total} ----- {int((time()-start_crible)*100)/100}")


def main():
    ## On demande N a l'utilisateur
    n = demander_N()

    ## On récupère les premiers de 7 à √N
    premiers = eratostene(n)
    #print(f"nombres premiers entre 7 et n: {len(premiers)}")

    start_time = time()
    ## On crible
    E_Crible(premiers, n, 7)  ## au choix (1,7,11,13,17,19,23,29)
    temps = time()-start_time
    print(f"--- Temps total: {int(temps*100)/100} sec ---")


main()
system("pause")
```

Programme unifié Goldbach et Ératosthène , qui donne le résultat du nombre de décompositions pour tout entier pair 2N = 30k + 2i , pour toute limite : N = 15k + i ≥ 150 fixée .(« Fait par Y sur le forum Bibm@th.net »)

```
from time import time
from os import system

def candidate_range(n):
    cur = 5
    incr = 2
    while cur < n+1:
        yield cur
        cur += incr
        incr ^= 6  # or incr = 6-incr, or however

def eratostene(n):
    n = int((2*n)**0.5)  ##(si on fusionne les deux cribles il faudra rentrer, int((2n)**0.5) pour Goldbach.
    prime_E =[2,3]
    sieve_list = [True for _ in range(n+1)] ## c'est plus propre comme ça
    for each_number in candidate_range(n):
        if sieve_list[each_number]:
            prime_E.append(each_number)
            for multiple in range(each_number*each_number, n+1, each_number):
                sieve_list[multiple] = False
    print(prime_E[3:])
    return prime_E[3:]

def E_Crible(premiers, n, fam):
    start_crible = time()

    # On génère un tableau de N/30 cases rempli de 1
    lencrible = ((n//30)+1)
    crible=[1 for _ in range(lencrible)] ## c'est plus propre comme ça
    GM = [7,11,13,17,19,23,29,31]
    # On calcule les produits :
    for a in premiers:
        for b in GM:
            j = a * b
            if j%30 == fam:
                index = j // 30  ## Je calcule l'index et On crible directement à partir de l'index
                for idx in range(index, lencrible, a):  ## index qui est réutilisé ici...
                    crible[idx] = 0

    total = sum(crible)
    print("crible Ératosthène :", crible)  ## pour éditer le tableau Ératosthène criblé
    print(f"Nombre premiers criblés famille {fam} : {total} ----- {int((time()-start_crible)*100)/100}")
    return crible,lencrible

def GCrible_2N(premiers, crible, lencrible, n, fam): ## on va recribler les premiers p' d'Ératosthène non congrus
modulo P
    start_crible = time()
    # On calcule les restes: ri = 2*n/pi
    nbpremiers = len(premiers)
    n2 = 2*n
    for premier in premiers:
        reste = n2 % premier
        #print(reste)
        if reste % 2 == 0:
            reste += premier
        pi2 = 2*premier
       ## tant que reste % 30 != fam on fait reste += pi2
        while reste % 30 != fam:
```

```
            reste += pi2
        ## Ensuite on divise reste par 30 pour obtenir l'index
        reste //= 30
        ## On crible directement à partir de l'index
        for index in range(reste, lencrible, premier):
            crible[index] = 0

    total = sum(crible)
    print("crible É ET G:", crible) ## éditer le tableau criblé É et G
    print(f"Nombres P' non congru 2n[pi] ou couple P'+q = 2N, de (i) à {n} famille {fam} : {total} -----
{int((time()-start_crible)*100)/100}")

def demander_N():
    n = input("Donnez N: ")
    n = int(n.strip().replace(" ", ""))
    #n = int(30 * round(float(n)/30))
    return n

def main():
    ## On demande N a l'utilisateur
    n = demander_N()
    ## On récupère les premiers de 7 à √2N
    premiers = eratostene(n)
    start_time = time()
    ## On crible
    fam=7 ## ou 1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, au choix en fonction de n
    crible,lencrible=E_Crible(premiers, n, fam)
    GCrible_2N(premiers, crible, lencrible, n, fam)

main()
system("pause")
```