

**L.g. Conjecture ou algorithme de Goldbach :**

Supposition que l'algorithme de Goldbach pour une limite  $N = 615$  fixée, l'entier  $2N = 1230$  n'a pas de décompositions en somme de deux nombres premiers ( $p' + q$ ) ; ie) Aucun entier  $A = p'$  premier, de 7 à 615 n'est congru à  $2N [P]$  ; Pour la famille  $30k+7$  ou 7 modulo 30, n'a aucune décomposition tel que ;  $p' + q = 2N = 1230$ .

(« Plus généralement , on peut dire que pour toute Limite  $N$  criblée, ayant dénombré le nombre de décompositions de  $2N$  , alors on peut utiliser le résultat du criblage  $\leq$  à cette limite  $N$ , pour dénombrer le nombre de décompositions de  $2n + 2 = p' + q$ , cela est dû à la propriété récurrente de l'algorithme de Goldbach, («décalage d'un rang des congruences lorsque  $N$  augmente de 1.») qui crée un système dynamique et va s'étendre sur plusieurs limites  $N$  successives lorsque  $N \rightarrow \infty$  . ie:)  $\Rightarrow$  les entiers  $2N$  successifs, d'où l'impossibilité de supposer que  $2N + 2 \neq (p' + q)$ .

**Mais surtout cet algorithme est incompatible avec celui d'Ératosthène**, les indexes de départ des nombres premiers  $P \leq \sqrt{2N}$  qui criblent, sont différents, « ie : le reste  $R$  de  $2n$  par  $P$ , ne correspond pas spécifiquement à un nombres premiers  $p' \leq N$ , quelque soit ce reste  $R$  qui est  $\leq p'$ ,  $\leq N$  ..»

**Ce qui rend impossible** une conjecture fausse, le contraire indiquerait que le reste  $R$  de  $2N$  par  $P$ , correspond à l'indexe de  $p'$ , pour tout  $p' \leq N$ , d'où il en résulterait en utilisant le principe d'Ératosthène:  $p' \equiv 2N [P]$  pour tout  $p' \leq N$ , ce qui est clairement faux !

On peut réitérer indéfiniment cette limite  $N$ , qui augmentera le champ des congruences  $< N$  permettant de repousser de plus en plus loin ces limites  $N$  successives, donc la décomposition des  $2N$  successifs, où il est impossible de supposer que  $2N+2...+2 \neq p' + q$  .»)

[« En résumé pour tous les entiers naturels positifs contenant l'ensemble des nombres premiers  $> 5$ , de la forme  $30k + i$  (avec  $i \in [1,7,11,13,17,19,23,29]$ ):

Il est clairement évident que tout nombre premiers  $p' \leq N$  congru à  $2N$  modulo  $P_1, P_2, P_3 \dots P_n$  lors d'une limite  $N=15k$ ,  $k \geq 1$  précédente criblée et vérifiée, ne peut plus être congrus modulo  $P_1, P_2, P_3 \dots P_n$ , pour la limite suivante  $N=15(k+1)+i$ , car les nombres  $p'$  qui étaient congrus modulo  $P$ , se trouvent ainsi libérés de leur congruence, du simple fait que les restes  $R$  vont changer et que le nombre de nombre premiers  $q$  entre ces deux intervalles successifs  $[n+1 ; 2n+2]$  serra le même à une exception près , ainsi que les nombres premiers  $P_n$  qui criblent.

Ce qui nous garanti toujours une densité minimum  $> 0$ , de solutions qui vérifient  $2n+2 = p' + q$ .

Mais: Si on suppose fausse la conjecture, il faut que pour la limite suivante  $N=15(k+1)+i$  les nombres  $p'$  qui étaient congrus  $P_1, P_2, P_3 \dots P_n$  le soient à nouveau par ces mêmes nombres premiers  $P_n$  qui criblent (« avec  $P_n \leq$  racine de  $2N$  »).

Mais alors, ceux qui n'étaient pas congrus modulo  $P_n$  ne peuvent pas l'être non plus, car le nombre de premiers  $q$  entre ces deux intervalles successifs  $[n+1 ; 2n+2]$  est déjà définis ... on aura la même quantité .

Ce qui ne serait plus le cas si tous les nombres  $p'$  qui étaient ou pas non congrus modulo  $P_n$ , deviennent congrus modulo  $P_n$  par miracle ...

Ce qui est clairement impossible, le nombre de premiers  $P_n$  qui criblent serra le même à une exception près.. ! »]

-----

**Explication : « on connaît le principe de fonctionnement de l'algorithme de Goldbach, programme python en fin de document . »**

Si  $I \equiv 2N [P]$  lorsque la limite  $N$  augmente de 1, l'entier  $2N$  augmente de 2, donc  $(I+2) \equiv 2N+2 [P]$ , avec  $P$  premier  $\leq \sqrt{2N}$ .

(« Exemple :  $I \equiv 28 [P]$  d'où  $(I+2) \equiv 30 [P]$ ,  $28 - I \Leftrightarrow 30 - 3 \neq q$  premier, Inversement :

si  $[1]$  tel que  $1 \neq 2N [P]$ , il initialisera une diagonale d'entiers  $A$  non nul et non congrus à  $2N$  modulo  $P$ , qui seront marquées 1.

Exemple :  $1 \neq 30 [P]$  d'où  $(1+2) \neq 32 [P]$ ,  $30 - 1 \Leftrightarrow 32 - 3 = q$  premier. le contraire contredirait le TFA et le TNP. »)

Conséquence directe de  $(2N - A) \Leftrightarrow (2N + 2) - (A + 2)$  on a un décalage d'un rang des congruences, lorsque  $N$  augmente de 1, donc  $2N$  augmente de 2, propriété récurrente , on a l'égalité : équivalente à  $(A+2) \neq (2N+2) [P]$  ou à l'inverse  $(A+2) \equiv (2N+2) [P]$ ..»)

-----

On va travailler dans une des 8 familles  $i$  modulo 30 avec  $i$  appartenant à [ 1.7.11.13.17.19.23.29 ] sans perte de généralité. On aura bien par famille  $30k + i$  : cette égalité récurrente,  $(2N - A) \Leftrightarrow (2N + 30) - (A + 30)$ , lorsque  $N$  augmente de 15 et où  $A$  est un entier naturel positif de  $i$  à la limite  $N$  fixée, quelque soit une de ces 8 familles, en fonction de la forme de  $N$ .

1)

Par famille : On connaît le nombre de nombres premiers  $p'$  de  $i$  à  $N = 600$  et on connaît le nombre de nombres premiers  $q$  de 600 à 1200 car :

On connaît le nombre d'entiers  $A \neq 1200 [P]$  criblés par l'algorithme de Goldbach , de  $i$  à 600 que l'on peut nommer [champ de congruences] représenté par des 1 ou des 0, tel que : [1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0] qui se décalera d'un rang pour toute limite  $N+1$ .

2)

En augmentant la limite  $N$  ou  $n$  de **15**, le nombre de nombres premiers  $p'$  de  $i$  à **615** ainsi que le nombre de nombres premiers  $q$  de **615** à **1230** ne peut varier tout au plus, que d'une unité entre ces deux intervalles ; de  $[i \text{ à } 600 ; i \text{ à } 615]$  ce qui revient à dire,  $\exists 1 \text{ entier } A \neq 1200[P]$ .

3)

On a vérifié la conjecture, « criblée par l'algorithme », jusqu'à la limite  $n = 600$  par pas de 15, du fait que l'on travaille avec une famille, c'est à dire la famille  $i = 7 \text{ modulo } 30$ . Tous les entiers pair de  $2n = 1200, 2n - 30, 2n - 60 \dots$  etc ; se décomposaient bien en somme de deux nombres premiers  $p' + q$ .

4)

On suppose donc, que la conjecture « l'algorithme » est faux pour  $n + 15$ , donc pour  $2n + 30 = 1230 \neq p' + q$ .

5) **Donc : on suppose que les indexes de départ des nombres P qui criblent sont les mêmes dans les deux algorithmes ..?** On va simuler cette supposition :  $2N = 1230$  ne se décompose pas en la somme de deux nombres premiers, afin de constater les aberrations et conséquences qui en résulteraient !

(« La première de ces aberrations est telle, qu'il faudrait que tout reste  $R$  de  $2N$  par  $P = p' \leq N$ , d'où  $p' \equiv 2N[P]$  et que la répartition des nombres premiers  $p'$ , se fassent modulo  $P$  comme les produits  $(P * p)$  et suivant le principe du crible Ératosthène, on marquerait tous les nombres premiers  $p'$  congrus à  $2N \pmod{P}$ ; ce qui est clairement faux. ! Ou que le postulat de Bertrand se réalise; c'est à dire qu'il existe une limite  $n > 14$  où entre  $n$  et  $2n$  il existe effectivement un seul ou deux nombres premiers  $q, ie$ ; un ou deux entiers  $(A \neq 2n[P]) \leq n$ .

Ce qui est clairement faux, car pour la limite  $n - 1$  on connaît déjà le résultat de ce nombre de  $A \neq 2n[P] \Leftrightarrow$  aux nombres premiers  $q$  qui a été vérifié.»)

Ou encore, aucun  $A \neq 2n[P]$  qui précèdent  $A + 2$  premier  $p'$ , donnant obligatoirement un couple  $p' + q = 2N + 2$  lors du décalage d'un rang des congruences.

Ce qui est impossible, car pour les limites précédentes  $n - 1$  ou  $n - 15$  par famille  $i$ , on connaît déjà le résultat, qui par supposition a été vérifié et contredirait la propriété récurrente de l'algorithme, sur plusieurs limites  $n$  successives.!

D'où il est impossible, qu'il ne resterait qu'un seul nombre premier  $q$  appartenant à  $[615 ; 1230]$  qui a été vérifié lors de la limite  $N$  précédente. Autrement dit, qu'il ne resterait qu'un seul nombre  $A \neq 2n[P]$ .») Ce que nous allons quand même simuler, de 450 à 600.

-----  
Résultat des 20 criblages précédant la limite  $n = 615$ . Résultat du nombres de nombres premiers  $1 = p'$  de 7 à 600 de raison 30. (7,37,67,97....etc.  $N = 600$ . «limites  $N$  précédentes diminue de raison 15 et propriété récurrente inverse»

Ératosthène : premiers  $p'$  de 7 à 600, représenté par **1**, les **0** sont les multiples de  $P \leq \sqrt{600}$ .

Donnez  $n : 600$

crible **E**: [1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1]

Nombre premiers criblés famille  $i = 7$  : total = **15**

**G**oldbach entiers  $A$  de 7 à 600, non congrus à 1200 modulo  $P \leq \sqrt{1200}$ , représenté par **1**, **0** = congrus à  $2n[P]$ .

Donnez  $n : 600$

crible **G**: [1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0] les 0 sont congrus a  $1200[P]$

Nombres  $A=1$  non congrus à  $2n[P]$  de 7 à 600 famille  $i=7$ , ( $\Rightarrow$  les nombres  $q$  de 600 à 1200) : total = **11**

-----  
Donnez  $n - 15 = 585$

crible **E**: [1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1]

Nombre premiers criblés famille 7 : 14

Donnez  $n : 585$

crible **G**: [1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0]

Nombres non congrus  $2n[P]$  7 à 585 famille 7,  $\Rightarrow$  nombres  $q$  de 585 à 1170: 10

-----  
Donnez  $n - 15 : 570$

crible **E**: [1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1]

Nombre premiers criblés famille 7 : 14

Donnez n: 570

crible **G**: [0, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1]

Nombres non congrus  $2n[P] 7$  à 570 famille 7,  $\Rightarrow$  nombres q de 570 à 1140: 10

-----

Donnez n – 15: 555

crible **E**: [1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0]

Nombre premiers criblés famille 7 : 13

Donnez n: 555

crible **G**: [1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1]

Nombres non congrus  $2n[P] 7$  à 555 famille 7,  $\Rightarrow$  nombres q de 555 à 1110: 10

-----

Donnez n: 540

crible **E**: [1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0]

Nombre premiers criblés famille 7 : 13

Donnez n: 540

crible **G**: [0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1]

Nombres non congrus à  $2n[P] 7$  à 540 famille 7  $\Rightarrow$  nombres q de 540 à 1080: 10

-----

Donnez n: 525

crible **E**: [1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1]

Nombre premiers criblés famille 7 : 13

Donnez n: 525

crible **G**: [0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1]

Nombres non congrus à  $2n[P] 7$  à 525 famille 7  $\Rightarrow$  nombres q de 525 à 1050: 10

-----

Donnez n: 510

crible **E**: [1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1]

Nombre premiers criblés famille 7 : 13

Donnez n: 510

crible **G**: [1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0]

Nombres non congrus à  $2n[P] 7$  à 510 famille 7  $\Rightarrow$  nombres q de 510 à 1020: 10

-----

Donnez n: 495

crible **E**: [1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1]

Nombres premiers criblés famille 7 : 12

Donnez n: 495

crible **G**: [1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0]

Nombres non congrus à  $2n[P] 7$  à 495 famille 7  $\Rightarrow$  nombres q de 495 à 990: 9

-----

Donnez n: 480

crible **E**: [1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1]

Nombre premiers criblés famille 7 : 12

Donnez n: 480

crible **G**: [1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1]

Nombres non congru à  $2n[P] 6$  à 480 famille 7  $\Rightarrow$  nombres q de 480 à 960: 9

-----

Donnez n: 465

crible **E**: [1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0]

Nombre premiers criblés famille 7 : 11

Donnez n: 465

crible **G**: [0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1]

Nombres non congru à  $2n[P]$  6 à 465 famille 7 nombres q de 465 à 930: 8

-----

Donnez n: 450

crible **E**: [1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0]

Nombre premiers criblés famille 7 : 11

Donnez n: 450

crible **G**: [0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0]

Nombres non congru à  $2n[P]$  6 à 450 famille 7  $\Rightarrow$  nombres q de 450 à 900: 8

-----

n = 435 ; crible **E**: [1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1] ; 11 Nombres **p'**

n = 435 ; crible **G**: [1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0] ; 8 nombres **q**

\*\*\*\*\*

Résultat des nombres premiers **p'** criblés par l'algorithme de Goldbach, pour **n = 600** ; ce qui donne pour **2n = 1200** le nombre de décompositions en sommes de deux nombres premiers **p' + q  $\Leftrightarrow$  p'  $\neq$  2n[P]**.

**Donnez N ou n : 600** , on crée [un **champ de congruences**] que l'on décalera d'un rang, sur le champ d'Ératosthène.

**crible Goldbach** : [1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, ] ]

Nombres **A** non congru  $2n[P]$  **1 à 600** famille 7 :  $\Leftrightarrow$  premiers de **600 à 1200: 11**

[1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, ] limite **N+15** on décale d'un rang

**crible Ératosthène** : [1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, ] les 1 en gras = **p'  $\neq$  2n[P]**

Nombres premiers **p'** criblés famille 7 : **16 ----- 0.0 et p'  $\neq$  2n[P] 6  $\Leftrightarrow$  (p' + q = 1200)** et 9 pour 1230 minimum

Pour la limite **N+15** il suffit de décaler d'un rang le **champ des congruences** ci-dessus, de **N = 600** , où le seul inconnu est le premier terme , autrement dit : on ne peut supposer la conjecture fausse pour les limites suivantes de **N + 1 à N + 15..etc.**

(«À noter que ce champ de congruences augmentera pour toute limite **N+1** criblée et du simple fait de l'incompatibilité des indexes de départ entre les deux algorithmes, rend impossible la conjecture fausse .!»)

**crible É et G unifié** : [1, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0] limite **N= 615**

Nombres de **p' non congru 2n[P]** ou couple **p' + q = 2N = 1230** , de (i) à **607** famille **i=7 : 1 + 9**

-----

Tableaux de la simulation en supposant que **1230** ne se décompose pas en sommes de deux nombres premiers **p' + q** :

**Conséquences** : cela veut dire que tous les nombres **A = p'** de 7 à 600 sont donc congrus à **1230 mod P**, et que les indexes de départ, sont les mêmes que ceux d'Ératosthène. « Ce qui est clairement Faux, voir absurde ...! »

Ce qui se traduit par les **A = p'** représentés par **1**, sont donc remplacés par des **0** ou marqués en rouge et les entiers **A** de Goldbach représentés par des **1** deviennent **0**, c'est à dire congrus à **2n [P]** , de par cette supposition : conjecture fausse.

a) crible **G** : [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0] n = 615

crible **E**: [1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, ]

il ne resterait plus que **2** nombre premiers **q = 1013** et **983** au lieux de **11** vérifiés précédemment de 600 à 1200 ...

Ce qui est clairement impossible , car contraire au TFA et à la propriété récurrente de Goldbach , ces nombres premiers **q** ne peuvent pas devenir des multiples de **P**, du fait que l'on est augmenté la limite **n de 15** . ie :

$$(2N - A) \Leftrightarrow (2N + 30) - (A + 30)$$

b) **Cela implique aussi** : que pour **n = 600** vérifié précédemment, il ne peut y avoir d'entiers **A  $\neq$  2n[P]** qui précèdent un nombre premier **p' = A+30** , suite au décalage récurrent d'un rang des congruences, lorsque **n** augmente de **15**; « propriété récurrente de l'algorithme de Goldbach » !

Ce qui se traduit par des **0** à la place des **1** (« deviennent congrus à **2n[P]** , au lieu de non congrus... »)

**crible G**: [0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, ] n = 600 il reste les **2** mêmes **1  $\Rightarrow$  q = 1013 , 983**

**crible E**: [1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, ] seul deux entiers **A = 0 = 187** et **217** sont non congrus.

Il vient donc aussi, que la conjecture qui avait été vérifiée précédemment bonne, pour **2n = 1200** ; elle ne l'ait plus ??

Paradoxe ou Miracle ...? Imaginons alors, qu'il en serait de même pour les 7 autres famille i[30] ...

c) Il en est donc de même pour  $n = 585$ . les  $A = 1$  qui précèdent de deux rangs, un nombre premier  $p' = A + 60$  ne peut être non congrus à  $2n [P]$ , donc ce 1, devient congrus = 0. Ce qui se généralise sur les limites n précédentes... !

crible G: [0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]  $n = 585$

crible E : [1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1] il n'y a plus qu'une seule décomposition de 1170 au lieu de 10, qui avaient été vérifiées précédemment ! Imaginons alors les conséquences, si  $n = 10^{20}$ .

d) Il est clairement impossible de supposer que pour  $2n + 30$  ou plus généralement pour  $2n + 2, +4, +6, +X$  que la conjecture soit fausse !

Seule « supposition » qui pourrait exister : il existe une limite  $n = y$  suffisamment grande, à partir de laquelle le nombre d'entiers  $A$  non congrus à  $2n [P]$  va chuter, afin que la conjecture soit fausse à la limite  $X > y$ , d'où  $2X$  ne se décomposera pas en somme de deux nombres premiers  $p' + q$ , afin de ne pas contredire le TNP ou la répartition des nombres premiers, ainsi que les 2 fonctions du TNP et la propriété récurrente de cet algorithme, *mais qui rendrait les deux algorithmes compatibles ...?*

Ce qui contredit tout ce qui a été calculé sur cette conjecture et sur la répartition des nombres premiers à nos jours car :

1-) Cela contredirait l'estimation du TNP qui serait fausse, car il viendrait aussi que la fonction d'estimation du nombre de nombres  $A \neq 2n[P] \Leftrightarrow q \in [n; 2n]$  qui est une conséquence directe du TNP (« *théorème des nombres premiers* ») et qui est démontrée, serait fausse aussi ...?

Fonction qui vaut  $\sim : \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{(\log 2n)}$ .

2-) Mais aussi, où il est affirmé qu'il existe un entier  $y$  suffisamment grand à partir de laquelle la conjecture serait vraie !

Dire qu'il y a au moins plus d'un nombre premier  $q$  entre  $n$  et  $2n$ , n'a aucun sens ; car supposons que pour la limite  $n = 3000\ 000\ 000\ 030$  et supposer qu'il n'y aurait pas de décomposition pour  $2n = 6000\ 000\ 000\ 060$  comment explique t'on la disparition de **15 253 010 888** nombres premiers  $q$  entre  $n$  et  $2n$ , qu'ils y avaient lors de la limite précédente entre  $[n - 15 ; 2n - 30]$  (« *au lieu d'une différence de 5 au maximum, en utilisant les 8 familles i* ») ?

En utilisant le postulat de Bertrand ? Et cela, quelque soit les limites  $n - k30$  vérifiées précédemment qui seraient fausses.

Alors que pour la ou les limites précédentes, entre  $(n - 15)$  et  $(2n - 30)$ , c'est à dire que  $2n = 6000\ 000\ 000\ 030$  qui se décomposait, il y avait pour les 8 familles de nombres premiers  $A \neq 2n[P] \Leftrightarrow q$ , 103 041 128 336 que l'on peut estimer avec :

La fonction 2 du TNP, qui nous donne au moins : 101 961 811 234 nombres premiers  $A \neq 2n[P] \Leftrightarrow q$  de  $n$  à  $2n$ .

La fonction 2 du théorème de Goldbach, corollaire du TNP en est une conséquence directe de ce TNP:

(\* *les.mathematique.net Mr Poirot*); ( $\log = \logarithme\ naturel$ )

$G(n)$ : la fonction de compte du nombre de nombres  $A \neq 2n[P]$  inférieur à  $n \Leftrightarrow q \in [n; 2n]$

\* Corollaire du TNP :  $G(n)$  vaut  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{(\log 2n)}$

Le TNP dit que  $\pi(n) = \frac{n}{(\log n)} + o(\frac{n}{\log n})$ , donc le nombre de nombres premiers dans  $]n, 2n]$  vaut

$$\pi(2n) - \pi(n) = \left( \frac{2n}{\log(2N)} - \frac{n}{\log N} \right) + o\left( \frac{n}{\log n} \right)$$

$$\pi(2n) - \pi(n) = \left( \frac{2n}{\log(2N)} - \frac{n}{\log N} \right) + o\left( \frac{n}{\log n} \right)$$

$$\begin{aligned}
&= n \times \left( \frac{2}{\log 2n} - \frac{1}{\log n} \right) + o\left( \frac{n}{\log n} \right) \\
&= n \times \frac{2\log n - \log(2n)}{\log(2n)\log n} + o\left( \frac{n}{\log n} \right) \\
&= \frac{n}{(\log 2n)} + o\left( \frac{n}{\log n} \right)
\end{aligned}$$

*Ceci termine cette simulation , qui va à l'encontre d'une conjecture de Goldbach Fausse, qui impacterait fondamentalement la répartition des nombres premiers  $q$  et par la même le **TNP** , le **TFA** (« théorème Fondamental de l'Arithmétique ») Si et seulement si , les deux algorithmes étaient compatibles ...!*

*On peut conclure que pour toute limite  $N \geq 4$  fixée, on peut considérer la conjecture de Goldbach comme un algorithme de décomposition d'un entier naturel positif **pair**  $\geq 6$  en somme de deux nombres premiers  $p' + q$ . Pour cela on utilise deux algorithmes, qui vont cribler les entiers naturels  $A$  positifs de  $1$  à  $N$  avec :*

*1) Celui d'Ératosthène en criblant les entiers  $A$  premiers  $p'$ , de  $1$  à  $N$  avec  $P \leq \sqrt{N}$ ,  $P$  premier, qui sont extrait en début de programme et qui criblent avec  $P$  à partir de ses indexes défini par l'algorithme.*

*Puis avec :*

*2) Celui de Goldbach qui va recribler avec  $P$  à partir de ses indexes différents de ceux d'Ératosthène; les entiers naturels  $A \neq 2N [P]$ , de  $1$  à  $N$ , mais avec  $P \leq \sqrt{2N}$ , ce qui  $\Rightarrow q \in [N; 2N]$ .*

*Par conséquent si  $A = p'$ , tel que  $A \neq 2N [P] \Rightarrow q$  premier, on obtient obligatoirement la décomposition de  $2N = p' + q$ , où  $p'$  et  $q$  ne sont donc pas indépendant l'un de l'autre, ils dépendent des congruences.*

*Il est donc clair : que cette supposition fausse («simulation») est impossible, pour tout  $n > 10^{20}$ , la rigueur du TFA et du TNP , rend impossible cette supposition pour  $n > 10^{20} + 1$ , ie : le remplacement des nombres premiers  $A = p' \neq 2n[P]$  par des entiers  $A \equiv 2n[P]$  sans contredire la propriété récurrente de Goldbach, déjà vérifiés lors des limites précédentes,  $N - 1$ ,  $N - 2$  ... etc .*

*Il est aussi impossible d'utiliser les restes  $R$  de la division euclidienne de  $2n$  par  $P$ , lors des ou du criblage des limites  $n$  précédentes, qui sont limités par les nombres  $P \leq \sqrt{2n}$  qui criblent chaque limite  $n$  et où les restes  $R$  changent pour la limite suivante,  $n+1$ ..!*

*De la même façon que les indexes de départ des nombres  $P$  qui criblent, sont différents entre Ératosthène et Goldbach, ce qui nous assure un minimum de solutions de  $2n = p' + q$ , pour toute limite  $n$  fixée.*

*Il en est de même de la rigueur du TNP, qui interdit le changement du nombre de nombres premiers  $q$ , limité par les nombres premiers  $P \leq \sqrt{2n}$  qui criblent en partant de leur index, pour toute limite  $n$  fixée qui augmentera de  $1$ , ie  $2n + 2$  conséquence du TFA et cette égalité par famille  $i$  :  $(2N - A) \Leftrightarrow (2N + 30) - (A + 30)$ .*

**Conclusion :** À moins de démontrer, que l'incompatibilité entre les indexes de départ des deux algorithmes n'est pas suffisante, ces arguments évoqués, sont suffisamment convaincants, pour dire que cette conjecture est un algorithme de décomposition de  $2n$  en somme de deux nombres premiers et ne peut donc être supposée fausse, pour toutes limites  $2n + 2 > 300$  quelque soit une des 8 Famille  $i$  fixée, par rapport à la forme de  $n$ . Car c'est bien cette incompatibilité d'index de départ entre ces deux algorithmes utilisant le même principe d'Ératosthène, qui rend cette conjecture vraie .(« voir en fin de document »).!

On peut d'ailleurs admettre une troisième fonction, donnant un minimum de couple de premiers  $(p' + q)$  pour tout  $2n \geq 300$  par famille  $i$ , avec les fonctions déduite du TNP :  $(\frac{n}{(\log n)} \text{ et } \frac{n}{(\log 2n)}) \Rightarrow \frac{n}{(\log n)^2}$  en divisant par 8 ce résultat, si on travaille que sur une des 8 familles.

Ce n'est qu'une conséquence du TNP et de la propriété récurrente de cet algorithme de Goldbach.

La probabilité de tirer un nombre premier  $q$ , c'est à dire un entier  $A \neq 2n[P]$  vaut environ  $\frac{1}{\log 2n}$ .

D'où, la probabilité de tirer une entier  $A < n$ , tel que  $A \neq 2n[P]$  est un nombre premier  $p'$ , vaut environ :

$$\frac{1}{(\log 2n)(\log n)}$$

-----

**Note relative à ces deux fonctions du TNP, caractérisées par ces deux algorithmes :**

On sait que l'estimation asymptotique du nombre de nombres premiers  $p' \leq N$  vaut environ  $N \text{ sur } \ln de N$ .

On sait que le nombre d'entiers naturels des 8 familles de la forme  $30k + i$  pour une limite  $N$  fixée, vaut  $N / 3,75$ .

On connaît aussi que l'estimation asymptotique du nombre de nombres premiers  $q \leq N$  vaut environ  $N \text{ sur } \ln de 2N$ ; identique aux entiers naturels  $A \neq 2N[P] \leq N$ .

Il est clair que sans perte de généralité, on peut arranger ces fonctions du TNP de la manière suivante :

$\frac{n}{\log n}$  est identique à  $(\frac{n/3,75}{(\log n)/3,75})$  en ne travaillant que dans l'ensemble des entiers la forme  $(30k + i)$

**Exemple :** pour  $N=100$ , l'estimation vaut  $\sim \frac{100}{\log 100} = 21,71.. \Leftrightarrow \frac{100/3,75}{(\log 100)/3,75} = 21,71..$

**D'où :** On peut utiliser la deuxième fonction du TNP  $\frac{n}{(\log 2n)}$  pour avoir estimation asymptotique du nombre de couples  $p' + q = 2N$ .

**Relatif à l'algorithme de Goldbach**, qui va re-cribler les nombres  $p'$  du crible d'Ératosthène pour cette même limite  $N$  fixée, sans perte de généralité

**De la façon suivante et Pour une limite  $N = 300$  fixée :** Il suffit de prendre le résultat asymptotique :

$$\frac{300/3,75}{(\log 300)/3,75} = 52,59... \text{ que l'on divise par le Log naturel de } 2n.$$

Ce qui donne pour cet exemple et pour un réel de  $60 p' \leq 300$  :  $\frac{52,59}{(\log 600)/3,75} = 30,83..$  couples  $(p' + q = 2N)$  pour un réel de **33**.

Ci joint pour ces 8 Fam, illustration du résultat du crible Goldbach / Ératosthène limite fixée  $\leq N$ .



```

/home/gilbert/Programmes/E_G_Crible_8.fam
--> limite : 300
Nbr p' criblés Fam 1 < a 300; 8 Nbr couple p+q criblés Fam 1 : 6--> limite : 30
0
Nbr p' criblés Fam 7 < a 300; 7 Nbr couple p+q criblés Fam 7 : 4--> limite : 30
0
Nbr p' criblés Fam 11 < a 300; 8 Nbr couple p+q criblés Fam 11 : 3--> limite :
300
Nbr p' criblés Fam 13 < a 300; 8 Nbr couple p+q criblés Fam 13 : 3--> limite :
300
Nbr p' criblés Fam 17 < a 300; 8 Nbr couple p+q criblés Fam 17 : 3--> limite :
300
Nbr p' criblés Fam 19 < a 300; 6 Nbr couple p+q criblés Fam 19 : 4--> limite :
300
Nbr p' criblés Fam 23 < a 300; 8 Nbr couple p+q criblés Fam 23 : 6--> limite :
300
Nbr p' criblés Fam 29 < a 300; 7 Nbr couple p+q criblés Fam 29 : 4
Process returned 0 (0x0)   execution time : 0,002 s
Press ENTER to continue.

```

**Autre exemple** et pour une limite  $N = 12\ 001$ , où il n'y a que trois familles de couples de nombres premiers qui seront cribler La Fam 1, la Fam 13 et La fam 19 : Ce qui donne  $12001/3,75 = 3200$  entiers  $A_{30k+i}$ , Puis  $3200 / ((\ln 12001)/3,75)$ , donne **1277** nombre  $p' \leq N$ .

En criblant avec l'algorithme de Goldbach, on obtient aux réel pour ces **3** familles **216 couples  $p' + q = 24\ 002$** . Pour une estimation asymptotique de **178 couples ; car :1** on a  $(1277 / (\ln 24002 / 3,75)) = 474,79..$  soit :2) pour ces trois Fam :  $(474,79 / 8) * 3 = 178,04...$

Voir Simulation *LG* .

*Ou ce que l'on peut aisément vérifier, jusqu'à de grandes limites n ...*

Donnez  $n: 300$

$P_{\leq \sqrt{600}} = [7, 11, 13, 17, 19, 23]$

$p' = 7, 37, 67, \dots$  crible Ératosthène :  $[1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1]$  Nombre premiers  $p'$  criblés pour la famille 7[30] total 8

crible  $\hat{E}$  et  $G$ :  $[1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1]$

Nombres  $p'$  non congru  $2n[P]$  ou couple  $(p' + q) = 2n$ , de 7 à 300 famille 7[30] : 5

**Estimation minimum par cette fonction, pour cette famille :  $(300 \div (\ln 300^2)) \div 8 = 1,1527...$**

**Cette estimation ne sera jamais = 0, elle serra toujours positive pour tout n.**

**Annexe :**

**Illustration** précédente sur une supposition fausse pour  $2n = 1230$ , impacte de la conséquence pour cette famille complémentaire 23[30] sur le nombre de nombres premiers  $q$  qui viendraient à disparaître sur plusieurs intervalles  $n$  ;  $2n$

Limite  $n$  criblée de 435 à 615 et **rectifiée en supposant** la conjecture fausse, on remplace donc les **1** par **0** :

$n = 435$  ; crible  $G$ :  $[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0]$

$n = 450$  ; crible  $G$ :  $[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0]$

$n = 465$  ; crible  $G$ :  $[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1]$

$n = 480$  ; crible  $G$ :  $[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1]$

$n = 495$  ; crible  $G$ :  $[1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0]$



$n = 510$  ; crible **G**: [1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0]  
 $n = 525$  ; crible **G**: [0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1]  
 $n = 540$  ; crible **G**: [0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1]  
 $n = 555$  ; crible **G**: [0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1]  
 $n = 570$  ; crible **G**: [0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1]  
 $n = 585$  ; crible **G**: [0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]  
 $n = 600$  ; crible **G**: [0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0] conjecture **serait fausse** aussi pour **1200**  
 $n = 615$  ; crible **G**: [0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0] supposition conjecture **Fausse** pour cette limite  
 $n = 615$ ; crible **E**: [1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1] entiers  $l = p'$  qui seraient  $\equiv 2n[P]$  par supposition

On remplace les  $A = 1$  non congrus à  $2n [P]$  par  $0$  congrus à  $2n [p]$  suivant cette supposition, ce qui permet de constater l'impacte, par rapport à la conjecture vérifiée jusqu'à  $n = 600$  en début de document et deviendrait fausse pour  $2n = 1200$  ; alors qu'elle était vraie. Le [champ des congruences] s'en trouverait faussé ce qui est clairement impossible.

Il est le clair que le nombre de premiers  $q \in [n; 2n]$  deviendrait faux, suite à ce décalage d'un rang des congruence, lorsque la limite  $n$  augmente de 15, on réitère le décalage inverse, pour être conforme à cette supposition de conjecture fausse et à la propriété récurrente de l'algorithme, dans les deux sens...

Quand serait il, si pour la limite  $n+1$ , donc  $2n+2 = 1232$  ne se décomposait pas en somme de deux nombres premiers ? Il n'y a que trois familles qui décomposent  $1232 = p' + q$  ; les Fam :  $30k + 1$  ;  $30k + 19$  et  $30k + 13$

**Illustration pour ces trois Familles suivant le même principe 1202 ne se décompose pas en somme de deux premiers  $p' + q$  :**

**Donnez N: 601**

Nombres non congru  $2n[P]$ , 1 à 601 famille 1[30] premiers de 601 à 1202: 11 nombres  $q = 1[30]$

crible: [1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 1] ... 11 nombre premiers  $q = 31[30]$

crible: [1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1] 1 n'est pas un nombre premier. Pas de couples  $p' + q$   
 Alors que pour la limite précédente  $N - 15 = 586$  et vérifiée, il en était prévue 3.

31 ; 61 ; 91 ; 121 ...etc

Pour N : 601 Nombre premiers  $p'$  criblés famille 1 : 12

**Donnez N: 601 fam 13[30] [13,43,63,73,...etc.]**

crible: [0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0] ... 11 nombre premiers  $q = 19[30]$

crible: [1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 0] Pas de couples de premiers  $p' + q$  par supposition, or : il en a été vérifiée pour la limite précédente  $N = 586$  : 6 ... ?

Nombre premiers criblés famille 13 : 13

**Donnez N: 601, Fam 19[30], [19,49,79,109...etc.]**

crible: [0, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0] ... 12 nombres premiers  $q = 13[30]$

crible: [1, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0] Pas de couples de premiers  $p' + q$  par supposition, or : il en a été vérifiée pour la limite précédente  $N = 586$  : 5 ... ?

Nombre premiers criblés famille 19 : 11

**Constat** : pour la limite  $N = 586$ , on avait comptabilisé et vérifiée 35 nombres  $q$  entre 601 et 1202, or si la conjecture était fausse pour cet entier  $2N = 1202$ , il manquerait 14 nombres  $q$  ... ?

**Résultat avec le crible E,G**

Donnez n: 601 crible E,G Fam 1[30] 1 n'étant pas premier, il ne peut être un couple  $p' + q$

crible Ératosthène: [1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1]

Nombre premiers criblés famille 1 : 12 ----- 0.0

crible **G** sur **É**: [1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1]

Nombres **P'** non congruent à  $2n[P]$  de 1 à 601 = 7; famille 1, nombre de couples  $p + q = 2n: 7-1 = 6$ .

**Alors que dans le meilleur des cas possibles, il ne pourrait y avoir qu'une différence de 1 nombre  $q$ , lorsque la limite  $N$  augmente de 15 ...!**

Imaginons alors les conséquences qu'ils en seraient, pour de grande limite  $N$  vérifiée ...!

\*\*\*\*\*

Résultat de la décomposition de  $2n$  en somme de deux premiers par famille  $i$  modulo 30

Soit un total de **15 253 010 888 décompositions** de 6000 000 000 060 en somme de deux premiers  $p'+q$ .

Ce qui au minimum, « car cela se répercuterait sur les limites  $n$  précédentes criblées », supprimerait autant de nombres premiers  $q$  entre  $n$  et  $2n$  pour les 8 familles, si la conjecture était fausse ... (Supposition pour le moins absurde, dans l'état actuel ... qui contredirait aussi les 2 fonctions d'estimation du TNP.)

Alors qu'il y en avait: **15 253 010 888 de plus** entre  $(n - 15)$  et  $(2n - 30)$ , qui ont été vérifiés et il ne devrait y avoir au maximum par famille  $i$ : qu'un écart de **un seul** nombre premiers  $q$  entre ces deux intervalles:  $[(n - 15)$  et  $(2n - 30)]$  et  $[(n)$  et  $(2n)]$ . **103 041 128 336** nombres  $q$  entre  $n$  et  $2n$ .

(« Pour la famille  $i = 7$ , cela donnerait **1 906 610 132** nombres  $q$  en moins, correspondant au nombres de couples  $p+q$  qui décomposent  $2n$  en moins, au lieu de **un seul** au maximum, pour la limite  $n + 15 = 3000\ 000\ 000\ 030$  criblée ...! »)

```
/home/gilbert/Programmes/E_G_Crible_8.fam
--> limite : 3000000000030
Nbr p' criblés Fam 1 < a 3000000000030: 13542509912 Nbr p+q=2N criblés Fam 1 : 1906580636 time 308,818
--> limite : 3000000000030
Nbr p' criblés Fam 7 < a 3000000000030: 13542540342 Nbr p+q=2N criblés Fam 7 : 1906610132 time 309,803
--> limite : 3000000000030
Nbr p' criblés Fam 11 < a 3000000000030: 13542540483 Nbr p+q=2N criblés Fam 11 : 1906643137 time 309,627
--> limite : 3000000000030
Nbr p' criblés Fam 13 < a 3000000000030: 13542565276 Nbr p+q=2N criblés Fam 13 : 1906665087 time 4604,93
--> limite : 3000000000030
Nbr p' criblés Fam 17 < a 3000000000030: 13542544064 Nbr p+q=2N criblés Fam 17 : 1906627933 time 4604,93
--> limite : 3000000000030
Nbr p' criblés Fam 19 < a 3000000000030: 13542516433 Nbr p+q=2N criblés Fam 19 : 1906622246 time 4605,56
--> limite : 3000000000030
Nbr p' criblés Fam 23 < a 3000000000030: 13542538178 Nbr p+q=2N criblés Fam 23 : 1906639204 time 4604,48
--> limite : 3000000000030
Nbr p' criblés Fam 29 < a 3000000000030: 13542544014 Nbr p+q=2N criblés Fam 29 : 1906622513 time 4605,03
Process returned 0 (0x0) execution time : 4988,158 s
Press ENTER to continue.
```

fonction d'estimation minimum de couples  $p'+q$  pour les 8 familles :

$$(3000\ 000\ 000\ 000 \div (\ln 3000\ 000\ 000\ 000)^2) = 3\ 634\ 637\ 357,36549\dots < 15\ 253\ 010\ 888 \text{ total réel}$$

Ci dessous :

Résultat du nombre de nombres d'entiers  $A \neq 2n[P] \Leftrightarrow$  au nombre de nombres premiers  $q$  par famille :  
entre  $n = 3000\ 000\ 000\ 030$  et  $2n = 6000\ 000\ 000\ 060$

Soit pour les 8 Famille  $i$  modulo 30 : **103 041 128 336** nombres premiers  $q \in [n, 2n]$





```
Famille : 1 limite : 660000000010
Nombre premiers criblés famille 1 plus petits que 660000000010: 28967518720 time 840,754
Nombre couples p+q=2N criblés famille 1 : 3411256593 time 876,828
Famille : 1 limite : 660000000025
Nombre premiers criblés famille 1 plus petits que 660000000025: 28967518720 time 830,226
Nombre couples p+q=2N criblés famille 1 : 3410685839 time 5179,47
Famille : 1 limite : 660000000040
Nombre premiers criblés famille 1 plus petits que 660000000040: 28967518721 time 5127,24
Nombre couples p+q=2N criblés famille 1 : 3637444519 time 5170,46
Famille : 1 limite : 660000000055
Nombre premiers criblés famille 1 plus petits que 660000000055: 28967518721 time 5119,43
Nombre couples p+q=2N criblés famille 1 : 4550506175 time 5171,94
Famille : 1 limite : 660000000070
Nombre premiers criblés famille 1 plus petits que 660000000070: 28967518721 time 9418,66
Nombre couples p+q=2N criblés famille 1 : 3453976619 time 9464,75
Famille : 7 limite : 660000000010
Nombre premiers criblés famille 7 plus petits que 660000000010: 28967578247 time 9415
Nombre couples p+q=2N criblés famille 7 : 3411253438 time 9463,73
Famille : 7 limite : 660000000025
Nombre premiers criblés famille 7 plus petits que 660000000025: 28967578247 time 9417,21
Nombre couples p+q=2N criblés famille 7 : 3410707544 time 13763,8
Famille : 7 limite : 660000000040
Nombre premiers criblés famille 7 plus petits que 660000000040: 28967578247 time 13710,6
Nombre couples p+q=2N criblés famille 7 : 3637421453 time 13766,3
Famille : 7 limite : 660000000055
Nombre premiers criblés famille 7 plus petits que 660000000055: 28967578247 time 13717
Nombre couples p+q=2N criblés famille 7 : 4550474625 time 13766,1
Famille : 7 limite : 660000000070
Nombre premiers criblés famille 7 plus petits que 660000000070: 28967578247 time 18011,9
Nombre couples p+q=2N criblés famille 7 : 3453890955 time 18055,1
Famille : 13 limite : 660000000010
Nombre premiers criblés famille 13 plus petits que 660000000010: 28967565166 time 18000
Nombre couples p+q=2N criblés famille 13 : 3411240918 time 18056,1
Famille : 13 limite : 660000000025
Nombre premiers criblés famille 13 plus petits que 660000000025: 28967565166 time 18010,7
Nombre couples p+q=2N criblés famille 13 : 3410706294 time 22348
Famille : 13 limite : 660000000040
Nombre premiers criblés famille 13 plus petits que 660000000040: 28967565166 time 22311,5
Nombre couples p+q=2N criblés famille 13 : 3637301251 time 22356,4
Famille : 13 limite : 660000000055
Nombre premiers criblés famille 13 plus petits que 660000000055: 28967565166 time 22297,1
Nombre couples p+q=2N criblés famille 13 : 4550423761 time 22354,6
Famille : 13 limite : 660000000070
Nombre premiers criblés famille 13 plus petits que 660000000070: 28967565166 time 26598,1
Nombre couples p+q=2N criblés famille 13 : 3453932549 time 26639,2
Famille : 19 limite : 660000000010
Nombre premiers criblés famille 19 plus petits que 660000000010: 28967477637 time 26597,7
Nombre couples p+q=2N criblés famille 19 : 3411186846 time 26646,6
Famille : 19 limite : 660000000025
Nombre premiers criblés famille 19 plus petits que 660000000025: 28967477637 time 26604,8
Nombre couples p+q=2N criblés famille 19 : 3410694760 time 30942,2
Famille : 19 limite : 660000000040
Nombre premiers criblés famille 19 plus petits que 660000000040: 28967477637 time 30894,6
Nombre couples p+q=2N criblés famille 19 : 3637331827 time 30943,8
Famille : 19 limite : 660000000055
Nombre premiers criblés famille 19 plus petits que 660000000055: 28967477637 time 30895,5
Nombre couples p+q=2N criblés famille 19 : 4550384284 time 30940,3
Famille : 19 limite : 660000000070
Nombre premiers criblés famille 19 plus petits que 660000000070: 28967477637 time 35188,6
Nombre couples p+q=2N criblés famille 19 : 3453881974 time 35237,1
```

```
Process returned 0 (0x0) execution time : 51359,822 s
```

```
Press ENTER to continue.
```

```
■
```

**Algorithme en python de Ératosthène et Goldbach :** « il existe aussi en C++ »

On fixe la famille  $30k+i$ , par rapport à la forme de la limite  $n$  fixée donc pour  $2n - n = 30k + i$ , pas forcément la même famille  $30k + i$ .

Pour toute Limite  $N = 15k + n'$ , avec  $n' \in [0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14]$  on rentre la Fam(i) correspondante

$N = 15k+1$ ; Fam =(1,13,19);	$\Rightarrow$	$2n = 30k + 2$	$\Rightarrow$	$32 - 19 = 13$ , ou $32 - 1 = 31$	$\Rightarrow$ la Fam complémentaire
$N = 15k+2$ ; Fam =(11,17,23);	$\Rightarrow$	$2n = 30k + 4$	$\Rightarrow$	$34 - 11 = 23$ , ou $34 - 17 = 17$	
$N = 15k+3$ ; Fam =(7,29,13,23,17,19);		$2n = 30k + 6$			
$N = 15k+4$ ; Fam =(1,7,19);		$2n = 30k + 8$			
$N = 15k+5$ ; Fam =(1,7,13,19);		$2n = 30k + 10$			
$N = 15k+6$ ; Fam =(1,11,13,19,23,29);		$2n = 30k + 12$			
$N = 15k+7$ ; Fam =(1,7,13);		$2n = 30k + 14$	$\Rightarrow$	$44 - 7 = 37$ , ou $44 - 1 = 43 = 30k+13$	
$N = 15k+8$ ; Fam =(17,23,29);		$2n = 30k + 16$			
$N = 15k+9$ ; Fam =(1,7,11,17,19,29);		$2n = 30k + 18$			
$N = 15k+10$ ; Fam =(11,29,17,23);		$2n = 30k + 20$			
$N = 15k+11$ ; Fam =(11,23,29);		$2n = 30k + 22$			
$N = 15k+12$ ; Fam =(1,7,11,13,17,23);		$2n = 30k + 24$			
$N = 15k+13$ ; Fam =(7,13,19);		$2n = 30k + 26$			
$N = 15k+14$ ; Fam =(11,17,29);		$2n = 30k + 28$			

**Pour les multiples de 30, avec  $N = 15k$ ; l'une des 8 Fam,  $2n = 30k$**

-----  
**Par exemple dans le programme ci-dessous on fixe la limite  $n = 15k + 7 = 875017$  début ;  $875032$  fin. On va cribler la famille  $30k+7$  ce qui donnera le nombre de décompositions de la famille complémentaire  $30k + 7$ , qui décomposent  $2n = 1750034$ .**

**1ère partie** de l'algorithme on extrait les nombres premiers  $P \leq 2N$  qui vont cribler sans perte de généralité pour les deux algorithmes, Ératosthène puis Goldbach, qui utilisera les entiers  $A$  criblés par Ératosthène

```
from time import time
from os import system
```

```
def candidate_range(n):
    cur = 5
    incr = 2
    while cur < n+1:
        yield cur
        cur += incr
        incr ^= 6 # or incr = 6-incr, or however
```

```
def eratostene(n):
    n = int((2*n)**0.5) ##(si on fusionne les deux cribles il faudra rentrer, int((2n)**0.5) pour Goldbach.
    prime_E =[2,3]
    sieve_list = [True for _ in range(n+1)] ## c'est plus propre comme ça
    for each_number in candidate_range(n):
        if sieve_list[each_number]:
            prime_E.append(each_number)
            for multiple in range(each_number*each_number, n+1, each_number):
                sieve_list[multiple] = False
    print(prime_E[3:])
    return prime_E[3:] ## on retourne les nombres Premiers qui vont cribler (1ère partie)
```

```

def E_Crible(premiers, n, fam): ## 2ème partie on va cribler avec Ératosthène les nombres premiers p'
    start_crible = time()

    ## On génère un tableau de N/30 cases rempli de 1
    lencrible = ((n//30)+1)
    crible=[1 for _ in range(lencrible)] ## c'est plus propre comme ça
    GM = [7,11,13,17,19,23,29,31]
    ## On calcule les produits :
    for a in premiers:
        for b in GM:
            j = a * b
            if j%30 == fam:
                index = j // 30 ## on calcule l'index de départ et on crible directement à partir de cet index
                for idx in range(index, lencrible, a): ## index qui est réutilisé ici...
                    crible[idx] = 0

    total = sum(crible)
    print("crible Ératosthène :", crible) ## pour éditer le tableau Ératosthène criblé
    print(f"Nombre premiers criblés famille {fam} : {total} ----- {int((time()-start_crible)*100)/100}")
    return crible,lencrible ## on return les entiers p' que l'on va cribler avec Goldbach p' congrus à 2n(mod P)

```

```

def GCrible_2N(premiers, crible, lencrible, n, fam):
    start_crible = time()
    ## On calcule les restes: ri = 2*n/pi
    nbpremiers = len(premiers)
    n2 = 2*n
    for premier in premiers:
        reste = n2 % premier
        #print(reste)
        if reste % 2 == 0:
            reste += premier
        pi2 = 2*premier
        ## tant que reste % 30 != fam on fait reste += pi2
        while reste % 30 != fam:
            reste += pi2
        ## Ensuite on divise reste par 30 pour obtenir l'index de départ différent d'Ératosthène
        reste //= 30
        ## On crible directement à partir de cet index
        for index in range(reste, lencrible, premier):
            crible[index] = 0

    total = sum(crible)
    print("crible É ET G:", crible) ## éditer le tableau criblé É et G
    print(f"Nombre P' non congru 2n[pi] ou couple P'+q = 2N, de (i) à {n} famille {fam} : {total} -----
    {int((time()-start_crible)*100)/100}")

```

```

def demander_N():
    n = input("Donnez N: ")
    n = int(n.strip().replace(" ", ""))
    #n = int(30 * round(float(n)/30))
    return n

```

```

def main():
    ## On demande N a l'utilisateur
    n = demander_N()
    ## On récupère les premiers de 7 à  $\sqrt{2N}$ 
    premiers = eratostene(n)
    start_time = time()
    ## On crible
    fam=7 ## ou 1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, au choix en fonction de n

```



```

    crible.lencrible=E_Crible(premiers, n, fam)
    GCrible_2N(premiers, crible, lencrible, n, fam)

```

```

main()
system("pause")

```

### En C++ :

```

//-*- compile-command: "/usr/bin/g++ -g goldbachs.cc" -*-
#include <vector>
#include <iostream>
#include <cmath>
#include <stdlib.h>
#include <time.h>
using namespace std;
//fill Erathosthene sieve crible for searching primes up to 2*crible.size()*32+1
// crible is a (packed) bit array, crible[i] is true if 2*i+1 is a prime
// crible must be set to true at startup
void fill_crible(vector<unsigned> &crible, unsigned p)
{
    crible.resize((p - 1) / 64 + 1);
    unsigned cs = crible.size();
    unsigned lastnum = 64 * cs;
    unsigned lastsieve = int(std::sqrt(double(lastnum)));
    unsigned primesieved = 1;
    crible[0] = 0xffffffe; // 1 is not prime and not sieved (2 is not sieved)
    for (unsigned i = 1; i < cs; ++i)
        crible[i] = 0xffffffff;
    for (; primesieved <= lastsieve; primesieved += 2)
    {
        // find next prime
        unsigned pos = primesieved / 2;
        for (; pos < cs; pos++)
        {
            if (crible[pos / 32] & (1 << (pos % 32)))
                break;
        }
        // set multiples of (2*pos+1) to false
        primesieved = 2 * pos + 1;
        unsigned n = 3 * primesieved;
        for (; n < lastnum; n += 2 * primesieved)
        {
            pos = (n - 1) / 2;
            crible[(pos / 32)] &= ~(1 << (pos % 32));
        }
    }
}
unsigned nextprime(vector<unsigned> &crible, unsigned p)
{
    // assumes crible has been filled
    ++p;
    if (p % 2 == 0)
        ++p;
    unsigned pos = (p - 1) / 2, cs = crible.size() * 32;
    if (2 * cs + 1 <= p)
        return -1;
    for (; pos < cs; ++pos)
    {
        if (crible[pos / 32] & (1 << (pos % 32)))

```

```

{
    pos = 2 * pos + 1;
    // if (pos!=nextprime(int(p)).val) CERR << "error " << p << endl;
    return pos;
}
}
return -1;
}

```

```
typedef unsigned long long ulonglong;
```

```
size_t ECrible(const vector<ulonglong> &premiers, ulonglong n, int fam, vector<bool> &crible, size_t len-
crible)
```

```

{ //on va contruire un tableau de 1 modulo 30 et rappeler les premiers p
    int cl = clock();
    // size_t lencrible = n / 30,
    size_t nbpremiers = premiers.size(); //on va contruire un tableau de 1 modulo 30 en divisant N par 30
    //vector<bool> crible(lencrible, true); // on rappelle les nombres premiers p d'Eratotene
    // ulonglong n2=2*n;
    vector<ulonglong> indices(nbpremiers);
    for (size_t i = 0; i < nbpremiers; ++i)
    {
        ulonglong p = premiers[i];
        ulonglong produit;
        int GM[] = {7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31}; // on va calculer le produit de p par un element du groupe GM
        for (size_t j = 0; j < sizeof(GM) / sizeof(int); j++)
        {
            produit = p * GM[j]; // calcul du produit, jusqu'a ce que le produit soit égale à fam modulo 30
            if (produit % 30 == fam)
            {
                produit /= 30; // puis on va va calculer l'indice, afin de commencer à cribler de l'indice à n/30 et on réitère
                break;
            }
        }
        indices[i] = produit;
    }
    ulonglong nslices = lencrible / 1500000, currentslice = 0;
    if (nslices == 0)
        nslices = 1;
    for (; currentslice < nslices; ++currentslice)
    {
        size_t slicelimit = currentslice + 1;
        slicelimit = slicelimit == nslices ? lencrible : (currentslice + 1) * (lencrible / nslices);
        for (size_t i = 0; i < nbpremiers; ++i)
        {
            ulonglong p = premiers[i];
            size_t index;
            for (index = indices[i]; index < slicelimit; index += p)
                crible[index] = 0;
            indices[i] = index;
        }
    }
    size_t total = 0;
    for (size_t index = 0; index < lencrible; ++index)
        total += int(crible[index]);
    cout << "Nbr p' criblés Fam " << fam << " < a " << n << ": " << total; // << " time " << (clock() - cl) * 1e-
6 << endl;
    return total; // à la fin du crible on return le résultat est le temps mis
}

```

```

size_t GCrible(const vector<ulonglong> &premiers, ulonglong n, int fam, vector<bool> &crible, size_t len-
crible)
{
    int cl = clock();
    //size_t lencrible = n / 30,
    size_t nbpremiers = premiers.size(); //on rappelle le tableau d'eratosthene criblé
    //vector<bool> crible(lencrible, true);
    ulonglong n2 = 2 * n;
    vector<ulonglong> indices(nbpremiers);
    for (size_t i = 0; i < nbpremiers; ++i)
    {
        ulonglong p = premiers[i];
        ulonglong reste = n2 % p; // on calcule le reste de 2n par p
        if (reste % 2 == 0)
            reste += p;
        ulonglong pi2 = 2 * p;
        while (reste % 30 != fam) // tant que le reste += p n'est pas = à Fam % 30 on rajoute 2*p
            reste += pi2;
        reste /= 30; // on ensuite on va calculer l'indice pour commencer à cribler le tableau de 1.1.1.... avec p, de l'in-
dice à n/30
        indices[i] = reste;
    }
    ulonglong nslices = lencrible / 1500000, currentslice = 0;
    if (nslices == 0)
        nslices = 1;
    for (; currentslice < nslices; ++currentslice)
    {
        size_t slicelimit = currentslice + 1;
        slicelimit = slicelimit == nslices ? lencrible : (currentslice + 1) * (lencrible / nslices);
        for (size_t i = 0; i < nbpremiers; ++i)
        {
            ulonglong p = premiers[i];
            size_t index;
            for (index = indices[i]; index < slicelimit; index += p)
                crible[index] = 0;
            indices[i] = index;
        }
    }
    size_t total = 0;
    for (size_t index = 0; index < lencrible; ++index)
        total += int(crible[index]); // le criblage du tableau de 1 modulo 30 jusqu'a n/30 (1.1.1.1...etc) est fini on va
retourner le résultat
    cout << "Nbr couple p+q criblés Fam " << fam << " : " << total; // " time " << (clock() - cl) * 1e-6 << endl;
    return total;
}

int main(int argc, char **argv)
{
    vector<unsigned> temp;
    ulonglong debut = 875017;
    ulonglong fin = 875032;

    vector<int> familles;
    //familles.push_back(1);
    //familles.push_back(7);
    //familles.push_back(11);
    //familles.push_back(13);
    familles.push_back(17);
    //familles.push_back(19);
    //familles.push_back(23);

```

```

//familles.push_back(29);

for (int i = 0; i < familles.size(); i++)
{
    int fam = familles[i];

    for (ulonglong limite = debut; limite < fin; limite += 15){
        cout << "--> limite : " << limite << endl;
        double sqrt2N = unsigned(std::sqrt(2 * double(limite)));
        fill_rible(temp, sqrt2N);
        vector<ulonglong> premiers;
        for (ulonglong p = 7; p <= sqrt2N;)
        {
            premiers.push_back(p);
            p = nextprime(temp, p);
            if (p == unsigned(-1))
                break;
        }

        size_t lenrible = limite/30;
        vector<bool> crible(lenrible, true);
        ECrible(premiers, limite, fam, crible, lenrible);
        GCrible(premiers, limite, fam, crible, lenrible);
    }
}
}
}

```