LES RELATIONS DE JAUGE ELECTROMAGNTIQUE DANS LES MILIEUX LINEAIRE HOMOGENE ET ISOTROPE .

Matériel nécéssaire ; Un aimant , une spire conductrice , instruments de mesure des tensions et intensité , des flux de champ électrique et magnétique .

LES EQUATIONS

- Induction de Maxwell-Faraday $Rot\,\vec{E}=-\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}$. (1)

- Induction Maxwell-Ampére $Rot\,\vec{B}=\mu_0(\vec{j}_c+\vec{j}_d+\vec{j}_p+\vec{j}_m)$.

Avec $\vec{j}_c=\sigma\vec{E}$, $\vec{j}_d=\epsilon_0\dfrac{\partial\vec{E}}{\partial t}$, $\vec{j}_p=\dfrac{d\vec{p}}{dt}$, $\vec{j}_m=Rot\,\vec{m}$ et les relations constitutive du milieux

$\vec{m}=(\dfrac{1}{\mu_0}-\dfrac{1}{\mu})\vec{B}$ *(L'aimantation)* et $\vec{p}=(\epsilon-\epsilon_0)\vec{E}$ *(la polarisation électrique).* .

Se qui donne $Rot\,\vec{B}=\mu_0\sigma\vec{E}+\epsilon\mu_0\dfrac{\partial\vec{E}}{\partial t}+\mu_0 Rot\,\vec{m}$ *. On transfert l'aimantation dans le premier membre et on trouve finalement*

$$Rot\,\vec{B}=\mu\sigma\vec{E}+\epsilon\mu\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} \qquad (2)$$

- Flux électrique et sources $\oiint\vec{E}.\vec{ds}=\dfrac{q}{\epsilon}\rightarrow\quad Div\,\vec{E}=\dfrac{\rho}{\epsilon}$. (3)

- Flux magnétique de l'aimant $\oiint\vec{B}.\vec{ds}=\oiint(\vec{B}-\vec{B}).\vec{ds}=0$

$$\rightarrow\quad Div\,\vec{B}=0\ . \qquad (4)$$

- Les propriétées des opérateurs différentiel et les signes conventionel

$$Rot\,\vec{E}=Rot(\vec{E}+\vec{Grad}\,\phi)\ \rightarrow\ \vec{E}\rightarrow\vec{E}+grad\,\phi \qquad (5)$$

$$Div\,\vec{B} = Div(\vec{B} - Rot\,\vec{A}) \quad \rightarrow \quad \vec{B} \rightarrow \vec{B} - Rot\,\vec{A} \qquad (6)$$

- *(Le flux magnétique de l'aimant sort et revient donc la somme est nul).*
- *(Les vecteur de polarisation électrique et d'aimantation sont déjà comptabilisé dans (2))*

- La force éléctromagnétique $F = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$ (7)

(Ici dans cette équation particlière les champs E et B ne sont pas forcément couplé par l'induction des équations (1) et (2)).

__ *Dans la suite les chiffres en couleur bleu représente les compositions* __

On déduit les équations des champs électrique et magnétique en champ proche ou lointain

(I)

$$\Delta\vec{E} = \epsilon\mu\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} + \mu\sigma\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} + \vec{grad}\,\frac{\rho}{\epsilon} \qquad (1),(2),(3)$$

(Le 3ieme terme de droite est assoicé à une composante longitudinal électromotrice du circuit émétteur ou une réaction électrocinétique du milieux conducteur sous l'influence du courant de déplacement)

(II)

$$\Delta\vec{B} = \epsilon\mu\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2} + \mu\sigma\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \qquad (1),(2),(4)$$

(III)

$$\Delta\vec{A} = \epsilon\mu\frac{\partial^2\vec{A}}{\partial t^2} + \mu\sigma\frac{\partial\vec{A}}{\partial t} \qquad (II),\ (6)$$

On déduit les solutions

(IV)

$$\vec{E} = -\vec{grad}\,\phi - \frac{\partial\vec{A}}{\partial t} \qquad (1),(5),(6)$$

(V)

$$\vec{B} = Rot\,\vec{A} \qquad (6)$$

On déduit les équation sur les potentiel scalaire électrique ϕ et le potentiel vecteur $\vec{A}$.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{(VI)} \\ \Delta\phi = \epsilon\mu\dfrac{\partial^2\phi}{\partial t^2} + \mu\sigma\dfrac{\partial\phi}{\partial t} - \dfrac{\rho}{\epsilon} \\ \text{(VII)} \\ \Delta\vec{A} = \epsilon\mu\dfrac{\partial^2\vec{A}}{\partial t^2} + \mu\sigma\dfrac{\partial\vec{A}}{\partial t} \end{array} \right. \qquad (I),(IV)(III)$$

On déduit se que j'appel la jauge de Maxwell

(VIII)

$$Div\,\vec{A}=-\epsilon\mu\frac{\partial\phi}{\partial t}-\mu\sigma\phi \qquad \textit{(3),(IV)}$$

On déduit la jauge de Lorentz c'est a dire sans les charge de conduction et de Coulomb en cas particulier :

Lorentz (IX) *Coulomb* (X) (XI)

$$Div\,\vec{A}=-\epsilon\mu\frac{\partial\phi}{\partial t} \qquad Div\,\vec{A}=0 \;\rightarrow\; \epsilon\frac{\partial\phi}{\partial t}+\sigma\phi=0$$

Cette équation ne dépend pas de la perméabilité magnétique .

$\rightarrow$ $$\epsilon\frac{\partial\phi}{\partial t}+\sigma\phi=0 \;\rightarrow\; \phi(r,t)=\phi_0(r)e^{-\frac{\sigma}{\epsilon}t}$$

(Ses relations de jauge de Maxwell , Lorentz et Coulomb sont imposé par les équations de Maxwell selon le contexte , c'est la seule relation de jauge accepter par le systeme d'équation mais bon comme dans le cas des formule de Galilé on peut considéré que la vitesse de la lumière est invariante par changement de référentiel et choisir n'importe quelle relation de jauge pour des mouvement de laboratoire non relativiviste) .

Résumé des équations de champs électromagnétiques classique couplé par inductions .

$$\Delta\vec{E}=\epsilon\mu\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}+\mu\sigma\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}+\vec{grad}\frac{\rho}{\epsilon} \qquad \vec{E}=-\vec{grad}\,\phi-\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}$$

$$\Delta\vec{B}=\epsilon\mu\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2}+\mu\sigma\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{j}_c=\sigma\vec{E}\;,\quad \vec{j}_d=\epsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\;,\quad \vec{j}_p=\frac{d\vec{p}}{dt}\;,\quad \vec{j}_m=Rot\,\vec{m}$$

$$\Delta\vec{\phi}=\epsilon\mu\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2}+\mu\sigma\frac{\partial\phi}{\partial t}-\frac{\rho}{\epsilon} \qquad \vec{B}=Rot\,\vec{A} \qquad \Delta\vec{A}=\epsilon\mu\frac{\partial^2\vec{A}}{\partial t^2}+\mu\sigma\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}$$

$$Div\,\vec{A}=-\epsilon\mu\frac{\partial\phi}{\partial t}-\mu\sigma\phi \;\text{ ou }\; Div\,\vec{A}=-\epsilon\mu\frac{\partial\phi}{\partial t} \;\text{ ou }\; Div\,\vec{A}=0$$

$$\vec{m}=\left(\frac{1}{\mu_0}-\frac{1}{\mu}\right)\vec{B}=\frac{\chi_B}{\mu_0}\vec{B} \qquad \vec{p}=(\epsilon-\epsilon_0)\vec{E}=\epsilon_0\chi_E\vec{E}$$

Du point de vue du THM de Fourier pour dévelloper les fonctions périodique en somme de sinus et cosinus ses équations donne des ondes électrique transversales lorsque la divergence électrique est nul mais sinon il y a toujour une composante longitudinal c'est a dire que le vecteur électrique n'est généralement pas orthogonal au vecteur d'onde lorsqu'il y a une densité de charge libre .

FB