

Préambule :

Pour toute limite $N \geq 4$ fixée, on peut considérer la conjecture de Goldbach comme un algorithme de décomposition d'un entier naturel positif **pair** $= 2N \geq 8$ en somme de deux nombres premiers $p' + q$.

(« Plus généralement, on peut dire que pour toute Limite N criblée, ayant dénombré le nombre de décompositions de $2N$, alors on peut utiliser le résultat du criblage \leq à cette limite N , pour dénombrer le nombre de décompositions de $2n + 2 = p' + q$, cela est dû à la **propriété récurrente de l'algorithme** de Goldbach, (« décalage d'un rang des congruences lorsque N augmente de 1. ») qui crée un système dynamique et va s'étendre sur plusieurs limites N successives lorsque $N \rightarrow \infty$. ie:) \Rightarrow les entiers $2N$ successifs, d'où l'impossibilité de supposer que $2N + 2, +4, +6, +X < N$; n'auraient pas de décompositions. On peut réitérer indéfiniment cette limite N , qui donnera un résultat en repoussant de plus en plus loin ces limites N successives, où il est impossible de supposer la conjecture fausse.»)

Explication :

Pour cela on utilise deux algorithmes, qui vont cribler les entiers naturels A positifs de 1 à N avec :

1) Celui d'Ératosthène en criblant les entiers A premiers p' , de 1 à N avec $P \leq \sqrt{N}$, P premier. Où P crible à partir de ses indexes définis par l'algorithme. Puis avec :

2) Celui de Goldbach qui va recribler mais avec $P \leq \sqrt{2N}$ à partir de ses indexes différents de ceux d'Ératosthène; les entiers naturels $A \neq 2N [P]$, de 1 à N , ce qui $\Rightarrow q \in [N; 2N]$.

Par conséquent si $A = p'$, tel que $A \neq 2N [P] \Rightarrow q$ premier, on obtient obligatoirement la décomposition de $2N = p' + q$.

Pour tout $A \leq N$, entier naturel positif impair (« représenté dans l'algorithme par des $,1,$ »), avec A de raison **2 de 1** à N , fixons la limite $N = 9$ qui va vérifier la conjecture, prenons un nombre premier $P \leq \sqrt{2N}$, que l'on va utiliser avec le reste R de la division Euclidienne de $2N$ par P pour calculer les $A \neq 2N [P]$.

L'algorithme de Goldbach, va donc utiliser les congruences, pour construire un axe des ordonnées dans le sens \downarrow : de l'amont vers l'aval.

(« Indiquer aussi le nombre de nombres premiers $A \neq 2N [P] \Leftrightarrow q \in [N; 2N]$ pour toute limite N fixée qui indique le nombre de décompositions de $2N = (p+q)$. Il est clair que tout nombre premier q a pour antécédent $A \neq 2N [P]$ et si : $A = p'$ tel que $A \neq 2N [P]$ il est évident que q premier dépendra par conséquent de p' , il en résultera $p' + q = 2N$. »)

On va donc pour tout entier $A \leq N$ calculer le reste de $2N$ par P afin de vérifier si A représenté par $[,1,]$ est congru ou pas à $2N$ modulo P . si $A \equiv 2N [P] = 0$, sinon 1 .

Chaque entier $[,1,]$ tel que $1 \equiv 2N [P]$, initialisera un (rayon ou diagonale) d'entiers A congrus à $2N$ modulo P , sur l'axe des ordonnées dans ce sens \downarrow , qui seront marquées $[,0,]$; voir illustration ci-dessous.

Il vient par obligation que : si $1 \equiv 2N [P]$ par conséquent lorsque N augmente de 1, $2N$ augmente de 2, donc $(1+2) \equiv 2N+2 [P]$, avec $P = 3$. (« Exemple : $1 \equiv 28 [P]$ d'où $(1+2) \equiv 30 [P]$, $28 - 1 \Leftrightarrow 30 - 3 \neq q$ premier, le contraire contredirait le TFA et le TNP. »)

Inversement : si $[,1,]$ tel que $1 \neq 2N [P]$, il initialisera une diagonale d'entiers A non congrus à $2N$ modulo P , qui seront marquées 1 . Donc : (« Exemple : $1 \neq 30 [P]$ d'où $(1+2) \neq 32 [P]$, $30 - 1 \Leftrightarrow 32 - 3 = q$ premier. »).

Conséquence directe de l'égalité qui s'ensuit, on obtient le décalage d'un rang des congruences, lorsque N augmente de 1, donc $2n + 2$:

$(2N - A) \Leftrightarrow (2N + 2) - (A + 2)$, équivalent à $(A + 2) \equiv (2N + 2) [P]$ ou l'inverse $(A + 2) \equiv (2N + 2) [P]$.

Chaque diagonale parcourt l'ensemble des entiers A impairs de 1 à N , pour toutes limites N fixée, qui viendront croiser l'axe des abscisses d'Ératosthène criblé de 1 à N .

Quelque soit l'entier $2N > 4$ qui vérifie la conjecture, tel que $2N = p' + q$; alors la conjecture est aussi vérifiée pour $2N + 2$.

Conséquence du décalage récurrent des congruences, il existe pour la suite N qui a été criblée et donné le nombre de décompositions $p' + q = 2N$, des entiers $A \neq 2N [P]$ qui précèdent $A + 2$ premier p' et de part le fait, de ce décalage d'un rang des congruences qui s'ensuit, on obtient le nombre de solutions pour la limite $N + 1$ suivante, c'est à dire le nombre de décompositions $p' + q = 2N + 2$, à une unité près.

Ce nombre de décompositions d'un entier $2N$, est par conséquent, toujours vérifié lors de la limite précédente $N-1$ criblée, dû à cette propriété récurrente : décalage d'un rang des congruences correspondant à l'égalité suivante :

$$(2N - A) \Leftrightarrow (2N + 2) - (A + 2).$$

De la même manière, que l'on connaît le nombre de $(A \neq 2n[P]) \Leftrightarrow q \in [N, 2N]$, qui a été vérifié et ne peut varier au maximum que de 1 pour la limite suivante $N + 1$; ce qui implique le même nombre de premiers $q \in [(N+1), (2N+2)]$ à une unité près. **Ce qui serait donc impossible**, si la conjecture était fautive, **car 1:**) elle est une conséquence directe du TNP et de la répartition des nombres premiers et en **2:**) il ne pourrait y avoir qu'un seul nombre premiers $q \in [N, 2N]$ dans le pire des cas, **c'est à dire :**

(« Une aberration telle : qu'il faudrait que le postulat de Bertrand se réalise; c'est à dire qu'il existe une limite $n > 14$ où entre n et $2n$ il existe effectivement un seul ou deux nombres premiers q , ie; un ou deux entiers $(A \neq 2n[P]) \leq n$. Ce qui est clairement impossible car pour la limite $n - 1$ on connaît déjà le résultat de ce nombre de $A \neq 2n[P] \Leftrightarrow$ aux nombres premiers q qui a été vérifié .! »)

Ou encore, aucun $A \neq 2n[P]$ qui **précèdent** $A+2$ premier p' , donnant obligatoirement un couple $p' + q = 2N+2$ lors du décalage d'un rang des congruences . («On peut itérer ce processus indéfiniment pour toute limite N fixé, illustration page 10 ...»)

En définitive, lorsque $N \rightarrow \infty$, le rapport du nombre de nombres premiers $p' \leq N$, tel que $p' \neq 2n[P]$ vaut environ $1/5$.

Propriété des congruences petit rappel, $2n - A = B$:

Il existe y et y' tel que : $2n = P*y + R$ et $A = P*y' + R \Rightarrow 2n - A = P*(y - y')$; donc P divise $2n - A = B$. Inversement si y n'existe pas, alors P ne divise pas la différence $2n - A = B \Rightarrow q$ qui est donc un nombre premier $\in [n; 2n]$ ayant pour antécédent $A \neq 2n[P]$. Chaque entier A , est donc congru à $2n$ (modulo P) de façon unique, à l'ordre près de ses facteurs (TFA), avec $P \leq \sqrt{2n}$.

1.) le programmes Goldbach : sert à initialiser les diagonales d'entiers A , congrues ou non à $2N$ modulo P sur l'axe des ordonnées \downarrow de Goldbach, dans le sens inverse du plan ci-dessous .

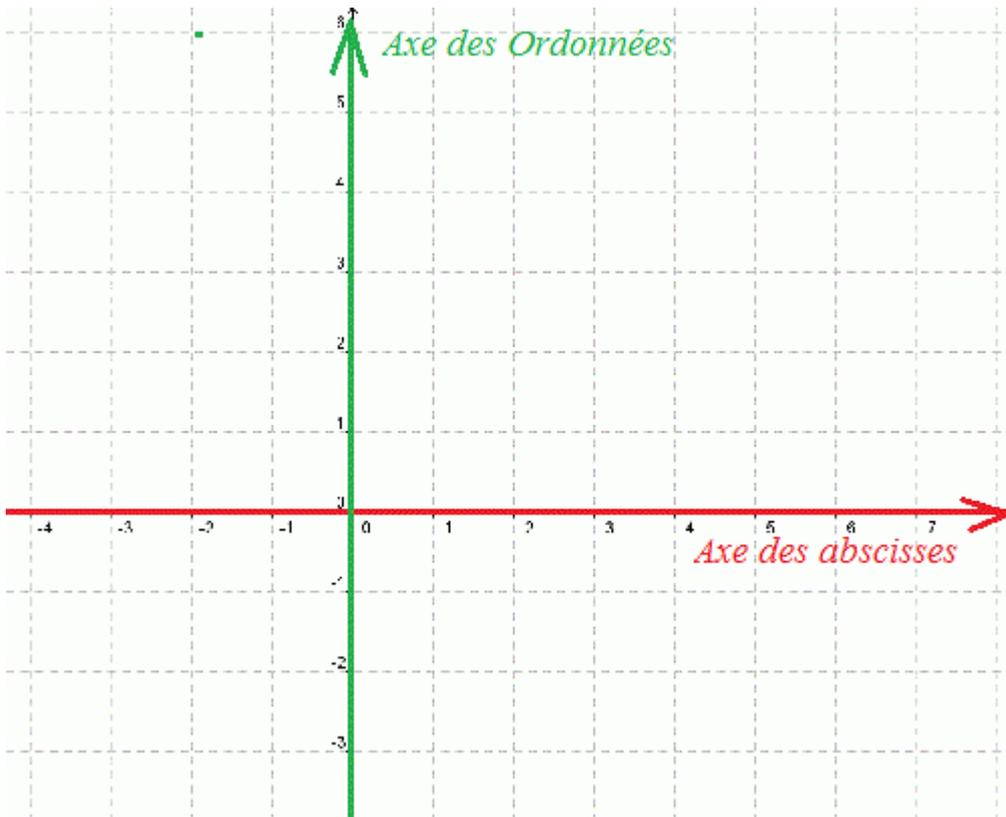
2.) Cet axe vient par conséquent croiser l'axe des abscisses \rightarrow *représentant* les nombres premiers p' d'Ératosthène de 1 à N qui ont été criblés. Chaque rang des ordonnées correspond à chaque rang des abscisses :

Par exemple : le point 4 d'ordonnée vient croiser le point d'abscisse 4 lorsque $2N = 32$, $3 = 0[3]$ et $32 = 2 [3]$ ce qui donne une diagonale initialisée par **3 non congru à 32 [P]**

D'où l'axes des ordonnées de Goldbach initialisé par $A = 3$, représentera une diagonale non congrue à $2N [P]$, qui viendra croiser l'axe des abscisses Ératosthène afin de correspondre à l'égalité lorsque $2N$ augmente de 2: « $32 - 3 = 29$ et $34 - 5 = 29$ » **Cette égalité est donc récurrente, lorsque $2N$ augmente de 2 ; $[2N - A = (2N+2) - (A+2)]$**

3.) Autrement dit lorsque $2N$ augmente de 2, l'axe des ordonnées « *va descendre d'un rang* » sur l'axe des abscisses, ce qui décale d'un rang la diagonale des congruences sur cet axe d'abscisses, initialisée par 3 qui est non congrus à $2N+2$; qui en venant se décaler d'un rang, croisera 5 sur l'axe des abscisses d'Ératosthène ; où $A+2 = 5$ est le successeur de 3 lorsque $2N$ augmente de 2, ce qui donnera comme complémentaire de 5 par rapport à $2N + 2$, **la même différence d** , le contraire est donc impossible suivant l'égalité évidente ci-dessus : $[2N - A = (2N+2) - (A+2)]$.

L'axe des ordonnées, représente les diagonales de congruences des entiers A impairs de : **[1.3.5.7.9.11....etc.. N]**



4.) Il n'est pas réaliste de supposer la conjecture fautive inférieure à une limite K , qui serait le point où, le nombre de solutions $2N = p' + q$ commencent à décroître si cette supposition serait réalisable au point, $2N + 2, + 4 + 6 \dots + X$. Conséquence immédiate : le nombre de nombres premiers q par rapport à 1, appartenant à $[N, 2N]$ chuterait pour tendre vers 1 au point X , si les entiers A sont congrus à $2N+X [P]$, dans l'hypothèse d'une conjecture fautive, ce qui serait contraire aux fonctions du TNP qui en donnent une estimation, ainsi que les fonctions ayant été calculées à ce jour.

Ce que l'on va voir avec cet algorithme : les congruences criblées par Goldbach, sont des diagonales de congruences, qui sont initialisées à la base par le chiffre [1], ce nombre de diagonales congrues ou pas à $2N[P]$, tend vers l'infini,

Si le reste de $2N$ par $P = 1$, on aura une diagonale d'entiers $A \equiv 2N[P]$ qui sont marqués $[,0,]$; dans le cas contraire, si dans la division Euclidienne de $2N$ par P , le reste $R \neq 1$, on initialise une diagonale de $A \neq 2N[P]$ qui sont marqués $[,1,]$. Illustré ci-dessous.

5.) L'algorithme de Goldbach représente toutes ces diagonales de congruences, lorsque l'on crible les entiers de 1 à N les congruences, permettent de donner le nombre de solutions qui vérifient $2N = p' + q$

6.) Il existera par conséquent une infinité de diagonales, soit congrues, soit non congrues, à $2N[P]$ lorsque $2N$ tend vers l'infini, qui viendront se décaler d'un rang sur l'axe des abscisses Ératosthène pour chaque limite $N + 1 \Rightarrow 2N+2$. Ce décalage récurrent d'un rang des congruences, permet de donner le nombre de solutions qui décomposera $2N + 2 = p' + q$, pour toute limite N criblée et de vérifier par là même plusieurs entiers pairs consécutifs $2N+2, +4, +6 \dots$ etc $2N + X$, avec $X <$ au nombre de rang de la limite N criblée.

7.) Par conséquent même si A n'est pas un nombre premier, mais si il précède $A+2$ premier p' et qu'il est d'ordonnée non congru à $2N [P]$:

Lorsque $2N$ augmente de 2, soit $2N+2$, on crée une nouvelle diagonale, l'axe d'ordonnées descend d'un rang, avec l'axe d'abscisses ce qui provoque le décalage d'un rang de la diagonale d'ordonnée sur cet axe d'abscisse et qui a pour antécédant $(A) \neq (2N) [P]$.

D'où cette diagonale non congrue à $2N \pmod{P}$ et avec $(A+2) \equiv (2N+2) [P] \Rightarrow ((2N+2) - (A+2)) = q$ vérifiera donc la conjecture pour $2N+2 \dots!$

8.) Donc, pour supposer la conjecture fautive, il faut qu'aucune diagonale de $A \neq 2N[P]$ avec A un nombre premier $p' \leq N$, ne vienne croiser p' un nombre premier sur l'axe des abscisses.

Ce qui est impossible pour une raison simple : il faudrait que P qui crible dans les deux algorithmes Ératosthène et Goldbach partent du même index ; ce qui est clairement impossible ; l'index de départ du nombre P qui crible dans Ératosthène part de l'index calculé par le produit de P*p ou de P², conformément à l'algorithme et son programme que le lecteur connaît. Alors que dans Goldbach le départ de P, part de l'index calculé par le reste R de 2N par P qui est différent par obligation, qui donne une égalité récurrente.

Autrement, dit il ne faut plus à partir d'une limite $N = K$ de $[1,]$ non congrus à $2N$ modulo P .
 (« Pour ce faire, il faudrait utiliser les restes R des limites précédente $2N - 2, - 4 ..etc$, ce qui est impossible. »)

Lorsque $2N$ augmente de 2, il faut aussi qu'aucune diagonale de $A \neq 2N[P]$ avec A premier ou pas, du point 7.) ci-dessus relatif à $2N$, ne précède une diagonale avec $A+2 = p'$ un nombre premier, qui viendrait valider la conjecture pour $2N+2$, du fait de ce décalage récurrent d'un rang qui s'ensuit!
 Il en serait ainsi de toutes les limites $N - 1, - 2, - 3 ... etc.$ précédentes, où aucune diagonale ne doit être non congrue à $2N \pmod{P}$; d'où, la fonction du TNP serait fausse, voir ci-après.

Ou encore que les restes de $2N$ par P soit toujours = 1, qui donnerait que des 0 sur l'axe des ordonnées de Goldbach ("mais c'est impossible, car cela entraîne la disparition des nombres premiers $q \in [N, 2N]$ ") !

9.) Ces deux axes, « ne peuvent dans l'immédiat prouver » la conjecture de façon rigoureuse, mais affirme que pour toute limite N criblée on connaît le nombre de solutions pour la limite $N+1$, donc le nombre de décompositions pour l'entier $2N + 2$, ce qui invalide la supposition que $2N+2 \neq p' + q$.
 Mais : Il est absolument formel de prévoir, à partir d'une limite N criblée et du nombre de solutions qui décomposent un entier pair $2N = p' + q$; le nombre de solutions qui vérifient les entiers suivants : $2N + 2, + 4, + 6... + X$, avec X inférieur au nombre de rangs de la limite N qui vient d'être criblée.
 (« Illustré fin de page 4 à 5 pour $N = 300, 390, 1140.$ »)

10.) Ce que l'on sait : l'axe des ordonnées qui initialise chaque ("diagonale") représentées par les entiers $A \neq 2N[P]$ vaut $N / \ln 2N$ équivalent au nombre de nombres premiers $q \in [N; 2N]$ où $N = n$, qui est comme la conjecture de Goldbach, une conséquence directe du TNP.

La fonction 2 du théorème de Goldbach est une conséquence directe du TNP: ($\log =$ logarithme naturel)
G(n): la fonction de compte du nombre de nombres $A \neq 2n[P] \Leftrightarrow q \in [n; 2n]$

Corollaire du TNP : $G(n)$ vaut $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{(\log 2n)}$

Le TNP dit que $\pi(n) = \frac{n}{(\log n)} + o\left(\frac{n}{\log n}\right)$, donc le nombre de nombres premiers dans $[n, 2n]$ vaut

$$\begin{aligned} \pi(2n) - \pi(n) &= \left(\frac{2n}{\log(2n)} - \frac{n}{\log n} \right) + o\left(\frac{n}{\log n}\right) \\ &= n \times \left(\frac{2}{\log 2n} - \frac{1}{\log n} \right) + o\left(\frac{n}{\log n}\right) \\ &= n \times \frac{2\log n - \log(2n)}{\log(2n)\log n} + o\left(\frac{n}{\log n}\right) \\ &= \frac{n}{(\log 2n)} + o\left(\frac{n}{\log n}\right) \end{aligned}$$

Alors que celui des abscisses Ératosthène, relatif aux nombres premiers p' vaut $\frac{n}{\log n}$

La probabilité d'avoir une diagonale de \mathbf{A} non congrue à $2n \pmod{P}$ qui vérifie la conjecture est donc :

de $\frac{1}{(\log(2n) * \log n)}$ Autrement dit : On peut admettre que le nombre de couples $p+q$ qui décomposent

l'entier $2n$ «avec l'entier n qui sert donc de limite pour l'algorithme», vaut $\approx \frac{n}{((\log 2n)(\log n))}$

Par exemple : Si on fixe la limite $N = 91$, $2N = 182$, on aurait au minimum

$$\frac{91}{(\log 182 * \log 91)} = 3,87653.... \text{ couples } p+q = 182 \text{ au lieu d'un réel de } 6 \text{ couples.}$$

Si la conjecture était fausse, on aurait 12 nombres premiers q entre N et $2N$ au lieu de 18 et donc inférieur à la fonction du TNP qui en donne un équivalent de 17,4865.... pour cette limite $2N$.

Alors que l'on sait, que pour la limite précédente $(2N - 2)$ ce nombre de premiers q était identique à une unité près, ce qui serait donc absurde, si la conjecture était supposée fausse.

(« Voila ..! Ce qu'il en est pour mon algorithme de Goldbach à l'heure actuelle. »)

La seule certitude, c'est que l'on peut montrer à partir d'une décomposition de Goldbach et des diagonales qui recoupent l'axe des abscisses, jusque où la conjecture est vérifiée sans avoir besoins de tester ou de cribler pour la limite suivante $N+1$, le nombre de solutions qui vérifie $2N + 2$.

Tout en sachant que cette limite se repousse systématiquement pour tendre vers l'infini, ainsi que le nombre de nombres premiers vérifiés lors de la limite précédente $[N - 1, 2N - 2]$ et où ce nombre de premiers $q \in [N, 2N]$ **ne peut varier que de 1 entre ces deux intervalles** : $q \in [N+1, 2N+2]$;

On peut en conclure que cette conjecture ne peut être fausse, sans contredire sa propriété récurrente et le TNP ; ce qui serait impossible dans le cas contraire et on arrive à une estimation $\sim 1/5$ du nombre de nombres premiers p' criblés, tel que $p' \neq 2N[P] \Rightarrow p' + q = 2N$.

Voir Simulation page 5 .! *LG* .

Exemple : on utilisera, n ou N

Secteur des diagonales d'entiers impairs, initialisée sur l'axe des ordonnées de **Goldbach** : par les congruence

= [1,] ou [0,]

où à chaque augmentation de 1, de la limite n criblée, les diagonales de **congruences** se décalent d'un rang sur l'axe des abscisses qui descend d'un rang.

[0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0

[1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, .

illustration : on va juste décaler **la diagonale des congruences** d'un rang lorsque N augmente de 1, donc $N+2$

Donnez $N: 20$

[3, 5] <....nombre $P \leq \sqrt{2n}$

1 <.....reste r de $2n$ par P

0

crible: [0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0] de 1 à 19 diagonales de Goldbach initialisée sur l'axe des ordonnées ?

[1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19], axe d'abscisses d'Ératosthène

Nombres non congru $2n[P]$ 1 à 20 premiers q de 20 à 40: 4, 3 couples $(p+q) = 40$

Donnez $N: 21$

[3, 5] P

0

2

crible: [1, [0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0]

[1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21]

Nombres non congru $2n[P]$ 1 à 21 premiers q de 21 à 42: 5 ; 4 couples $(p+q) = 42$

Donnez $N: 22$

[3, 5] P

2

4

crible:

[1, 1, [0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1]

[1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21]

Nombres non congru $2n[P]$ 1 à 22 premiers q de 22 à 44: 6 ;

3 couples $p+q = 44$ sont encore vérifiés, sans compter les deux nouveaux couples avec 5 et 7, ; le but est de montrer la décalage de l'axe des ordonnées sur l'axe des abscisses, à chaque fois que $2n$ augmente de 2.

Donnez $N: 23$

[3, 5]

1

1

crible

[0, 1, 1, [0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1]

[1, 3, 5, [7, 9, [11, 13, 15, 17, 19, 21, 23]

Donnez $N: 24$

[3, 5]

0

3

crible:

[1, 0, 1, 1, [0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1]

[1, 3, 5, 7, [9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23]

Congruences de Goldbach, entiers A impairs modulo 2:

Nombre premiers $p' \leq N$ où 1 n'est pas un nombre premier, Axe des abscisses d'Ératosthène,

Entiers A impairs:

[1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49, 51,] 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97]

[ce qui se traduit par l'axe d'abscisses des nombres premiers suivant] : $n \leq 30$

[1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1] $15 p' = 1$, ou multiples de $P = 0$

N point k , de 15 à X conjecture fausse par supposition,

A : impairs, congrus = 0, non congrus = 1

[entiers impairs de 1 à n] et ils sont *indiqué de 0 à n* . On calcule le reste R de $2n = 30$ par $P \leq \sqrt{2n}$

$P = 3, 5$; $R = 0, 0$:

Si $R \% 2 = 0$ on fait $(R+P) // 2$ et on part de l'indice en le marquant 0, ainsi que tous ses suivants modulo P , si $R \% 2 \neq 0$, $R // 2$ on part de l'indice que l'on marque 0, ainsi que tous ses suivants modulo P .

On aura marqué [0,] tous les entiers **congrus à $2n [P]$** , à la fin on relève les [1,] qui sont les entiers **non congrus à $2n[P]$**

Illustration :

ordonnées



[1, 3, 5, 7, 9, 11, 13] → → abscisses

[secteur des diagonales de congruences qui montre le décalage pour $2n + 2$:

représentés par les A impairs **congru = 0** **sinon = 1**] en partant de l'axe d'ordonnées initialisé par la cellule du chiffre [1, et ce , pour tout $2n + 2$, qui initialise donc une diagonale de congruences , **par l'algorithme de Goldbach**

Ordonnées, de l'algorithme de Goldbach, chaque diagonale représente les A impairs en progression arithmétique de raison 2.

Crible G



[1, 0, 0, 1, 0, 1, 1,] **15**] $n=15 // 2 = 7 + 1$ entiers impairs de 1 à 15

[1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1,] 16 ... P = 3 et 5 , R = 2 et 2 ; indice $(2+3)//2 = 2$ et $(2+5)//2 = 3$; ensuite par pas de 3 et de 5

[0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1,] **17**] ... P = 3 et 5 , R = 1 et 4 ; indice $(1)//2 = 0$ et $(4+5)//2 = 4$

[0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1,] 18 ... P = 3 et 5 , R = 0 et 1 ; indice $(0+3)//2 = 1$ et $(1)//2 = 0$

[1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0,] **19**] s,

[0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0,] 20

[1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1,] **21**]

[1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1,] 22

[0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0,] **23**]

[1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0,] 24

[0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0,] **25**]

[0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0,] 26

[1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1,] **27**]

[0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1,] **28 P.**

[0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1,] **29**] ... 7 nombres premiers $q \in [N, 2N]$. (« Si la conjecture était fautive il faudrait supprimer 4 nombres premiers q, ainsi que pour les limites précédentes $N=28, 27, 26...$ etc. Ce qui est impossible car déjà vérifiées lors de ces limites précédentes !)

[1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1,] **31**] → → → abscisses < N des **nombres premiers p' Ératosthène**

crible É et G : [0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0]

Nombres p' non congru $2n[P]$ ou couple $P'+q = 2N$, de (i) à 29 : 3

Simulation et illustration des diagonales de congruences , Goldbach modulo $\rightarrow 30$, en progression arithmétique de raison 30 de premier terme 7 ou l'égalité récurrente de Goldbach, devient :

$$(2N - A) \Leftrightarrow (2N + 30) - (A + 30) \text{ par famille i.}$$

À partir d'une limite $n = 300$, qui a vérifié tous les entiers pairs < 600 ,

Simulation et vérification en utilisant simplement la famille $30k + 7$ et les nombres $P \leq \sqrt{2n}$

les entiers pairs $2N$, seront vérifiés par les diagonales de congruence $\rightarrow 2N = y = 780$,

on repousse la limite de 6

Secteur gradué de : 1 = entier **non congrus à $2n[P]$** ; 0 = entier **congru à $2n[P]$**

Donnez **N: 300** , 600 →; [630; 660; 690; 720; 750; 780] y = **780**

secteur des congruences représentant les entiers non congru =1, ou congrus à $2n[P] = 0$

[1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1] diagonales des congruences initialisées par Goldbach
[7, 37, 67, 97, 127, 157, 187, 217, 247, 277] → Abscisses → ∞

on décale d'un rang, les congruences pour tout $2N+2$:

crible G: [1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0] stop fin du décalage des diagonales vérifiant la conjecture jusqu'à $2n = 780$,

crible E: [1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1] \Rightarrow entiers d'Ératosthène = [7,37,67,97,127,157,187, 217, 247,277]

En vérifiant pour $N = 390$, les entiers pairs $< 2N = 780$, entiers pairs vérifiées $\rightarrow y = 1140$ on repousse la limite de 12

On réitère à partir de $N = 390$ dernière limite N vérifiée.

Donnez $N: 390$, $2N = 780 \rightarrow 810, 840, 870, 900, 930, 960, 990, 1020, 1050 \dots 1080, 1110, 1140, y = 1140$

crible G: [1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0]

crible E: [1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1]

Donnez $N: 1140$, $2N = 1140 \rightarrow$ entiers pairs vérifiés jusqu'à $y = (1140 + 1110)$ on repousse la limites de 37, quasiment le double, C'est à dire : que lorsque l'on vérifie les entiers pairs inférieur à une limite $2n$ fixée, on vérifie par la même tous les entiers pairs qui seront vérifié $< (2n/30)*2$ par le décalage des diagonales de congruences.

Crible G, Diagonales des congruence qui se sont décalées pour tout $2n + \dots 2$:

..... [1, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1]

crible E: [1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1]

$n=2250$, $2250/30 = 37*2 = 74$ et $74*2 \rightarrow$ donne la prochaine limite $N=3840$ et tous les entiers pairs < 7680 sont vérifiés

G : [1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1]

É : [1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0]

Famille 7 modulo 30 :
Diagonales des congruences en progression arithmétique de raison 30

on peut vérifier avec Ératosthène à quel moment la conjecture devient fausse, c'est à dire lorsque l'axe des ordonnées des congruences [0] ne croise plus un nombre premier d'Ératosthène sur l'axe des abscisses à la ligne $Ln+1 = \text{point X}$

crible: des diagonales, non congru = 1, sinon 0

↓ axe des ordonnées

↓

(7 ,37 ,67 ,97 127 ,157 ,187] \rightarrow axe des abscisses, avec A modulo 30.

↓

1 [0, 1, 1, 0, 1, 1, 1] $\rightarrow n=210$; $2n = 420$ [\ll l'algorithme progresse donc modulo 15(k), diagonale initialisée par 7,

2 [1, 0, 1, 1, 0, 1, 1] $n=225$ [\ll pour tout $2n + 2$, on réinitialise une diagonale de congruences

3 [0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1]

4 [1, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1]

[0, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1]

: [1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0]

: [1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0] $n=300$

: [0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1]

: [1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1]

: [1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1]

: [0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1]

: [1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0] 375

: [1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0] 390

 Autre EX avec $2N+2 = 6004$ on vérifie avec la famille $i = 11$, pour la limite $N = 2985 + 2$:
 $N = 2987$; fam 11 ; Ecrible $P' = 1$ ou $0 \Leftrightarrow \neq 2n [P]$ et en dessous **G**crible Entier $A = 1 \Leftrightarrow \neq 2n [P]$ et $P \leq \sqrt{2n}$
 avec le **décalage des congruences de 1 rangs**, des **A** non congrus **1** ou **0** qui vont se reporter sur les $A+30 = P' =$
1 ou 0 : 1 est congrus ou pas, à $2N$ modulo P de la limite précédente, qui vérifiera au minimum cette limite $N+1$
 suivante, tel que $2N = 6004 = p' + q$; relatif à $(15(k-1) + 2) [P]$.

E

[1, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0,
 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0,
 1, 1, 0, 1, 0, 0, 0] soit **21** $p' \neq 2N [P]$.

G

[0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 1,
 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0,
 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1] soit 21 entiers **A** non congrus modulo P , qui ce sont décalés d'un rang sur leur successeur p' ,
 vérification **EG**:

[0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0,
 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0,
 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0] réel : **21** couples $p+q = 2N = 6004$

 Nous venons de vérifier et de constater le décalage récurrent des congruences des **A = 1** ou **A = 0** où : on ne s'oc-
 cupe pas de savoir si ce **A** est un nombre premier ou pas, mais qu'il soit non congruent (mod P), d'où le décalage
 d'un rang des congruences qui se reportent sur leur successeur $A+30 = 1$ ou 0 et si $A'+30 = p' = 1$ il vérifiera la
 conjecture car ils ont donc pour antécédent, $A \neq 2N[P]$; le contraire contredirait le TNP et Le TFA, (cqfd)

La conjecture se montre avec l'une des 8 Fam(i) en fonction de la forme de N et pour toute limite $N \geq 150$:
 Les nombres $A \neq 2N[P] \Leftrightarrow q \in [N; 2N]$ sont donc définis pour $2N + 2$ à une exception près !

Car les restes R de $30(k-1)+2i$ par P , ne peuvent plus être utilisés du simple fait qu'ils ne correspondent pas aux
 nouveaux R de $30k + 2i$ par P , lorsque N augmente de 1.
 Si on utilisait les R de $30(k-1)+2i$ et les R de $30k + 2i$, le cardinal du nombre de nombres premiers q serait faux
 pour la limite $2N+2$ qui a déjà été fixé et vérifié avec les nombres P qui ont criblés la limite $N - 15$ précédente.

Mais qui plus est, l'index de départ des nombres P qui criblent suivant le même principe dans les deux algo-
 rithmes est différent entre Ératosthène et Goldbach, ce qui nous assure un minimum de $A=p' \neq 2N[P]$;
 c'est à dire : un minimum de couples $p' + q = 2N$.

La répartition des nombres premiers et du TNP, est une conséquences directe d'une conjecture de Goldbach vraie
 et non l'inverse . !

En fonction de la forme de $2N$ on choisi la Fam $30k + i$:

Annexe 1

En fonction de la limite $N = 15k$ fixée, on fixe lune des 8 Fam (i) correspondante à la forme de N qui implique le com-
 plémentaire par rapport à $2N$.

Pour N de la forme $15k$, on peut choisir n'importe la quelle des 8 Fam.

Le programme est fixé avec une limite N début = 3000000000 et Fin = 3000000330 il progressera de raison 15,
 Il n'y a que la fam(i) à rentrer à la demande:

Pour toute Limite $N = 15k + n'$, avec $n' \in [0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14]$ on rentre la Fam(i) correspondante

$N = 15k+1$; Fam =(1,13,19);	\Rightarrow	$2n = 30k + 2$	\Rightarrow	$32 - 19 = 13$, ou $32 - 1 = 31$	\Rightarrow la Fam complémentaire
$N = 15k+2$; Fam =(11,17,23);	\Rightarrow	$2n = 30k + 4$	\Rightarrow	$34 - 11 = 23$, ou $34 - 17 = 17$	
$N = 15k+3$; Fam =(7,29,13,23,17,19);		$2n = 30k + 6$			
$N = 15k+4$; Fam =(1,7,19);		$2n = 30k + 8$			
$N = 15k+5$; Fam =(1,7,13,19);		$2n = 30k + 10$			
$N = 15k+6$; Fam =(1,11,13,19,23,29);		$2n = 30k + 12$			

$N = 15k+7$; Fam = (1,7,13);	$2n = 30k + 14$
$N = 15k+8$; Fam = (17,23,29);	$2n = 30k + 16$
$N = 15k+9$; Fam = (1,7,11,17,19,29);	$2n = 30k + 18$
$N = 15k+10$; Fam = (11,29,17,23);	$2n = 30k + 20$
$N = 15k+11$; Fam = (11,23,29);	$2n = 30k + 22$
$N = 15k+12$; Fam = (1,7,11,13,17,23);	$2n = 30k + 24$
$N = 15k+13$; Fam = (7,13,19);	$2n = 30k + 26$
$N = 15k+14$; Fam = (11,17,29);	$2n = 30k + 28$

Pour les multiples de 30, avec $N = 15k$; l'une des 8 Fam, $2n = 30k$

programme ci-joints, python modulo 2 utilisé :

Programme Python (fam 1 modulo 2) :

```
from time import time
from os import system
import math
```

```
def candidate_range(n):
    cur = 5
    incr = 2
    while cur < n+1:
        yield cur
        cur += incr
        incr ^= 6 # or incr = 6-incr, or however
```

```
def eratostene(n):
    n = int((2*n)**0.5)
    prime_list = [3]
    sieve_list = [True] * (n+1)
    for each_number in candidate_range(n):
        if sieve_list[each_number]:
            prime_list.append(each_number)
            for multiple in range(each_number*each_number, n+1, each_number):
                sieve_list[multiple] = False
    print(prime_list)
    return prime_list[0:]
```

```
def demander_N():
    n = input("Donnez N: ")
    n = int(n.strip().replace(" ", ""))

    return n
```

```
def G_crible(premiers, n, fam):
    start_crible = time()
    crible = (n//2)*[1] ## Ou: on rappelle le tableau Ératosthène criblé de N/2 cases
    lencrible = len(crible)
```

```
## On calcule les restes:  $R = 2*n$  modulo P
nbpremiers = len(premiers)
n2 = 2*n
```

```
for i, premier in enumerate(premiers):
```

```

reste = n2 % premier
#print(reste)
if reste % 2 == 0:
    reste += premier
pi2 = 2*premier
while reste % 2 != fam: ## tant que R % 2 != fam on fait R+= 2P
    reste += pi2
    ## Ensuite on divise R par 2 pour obtenir l'indice , indice.
reste //= 2
    ## On crible directement à partir du n° indice l'index que l'on marque 0
for index in range(reste, len(crible), premier):
    crible[index] = 0

total = sum(crible)
print("crible:", crible)
print(f"Nombres non congru 2n[P] de {1} à {n} famille {fam} nbr premiers q de {n} à {n2}: {total} -----
{int((time()-start_crible)*100)/100}")

```

```

def main():
    ## On demande N a l'utilisateur
    n = demander_N()

    ## On récupère les premiers de 3 à  $\sqrt{2N}$ 
    premiers = eratostene(n)
    #lprint("premiers:", premiers)
    #print(f"nombres premiers de3 à {int((2*n)**0.5)}: {len(premiers)}")

    start_time = time()
    ## On crible
    G_crible(premiers, n, 1)
    temps = time()-start_time
    print(f"--- Temps total: {int(temps*100)/100} sec ---")

```

```

main()
system("pause")

```

Programme Python (fam 1 modulo 2) [Ératosthène et Goldbach unifié]:

Attention j'ai repris: l'algorithme par famille $30k + i$; modulo 30 pour le transformer en crible modulo 2 , afin de l'utiliser dans les entiers A impairs de premier terme 1 en progression arithmétique de raison 2 , uniquement pour les petite valeurs afin d'illustrer les commentaires ci-dessus.

```

from time import time
from os import system

```

```

def candidate_range(n):
    cur = 5
    incr = 2
    while cur < n+1:
        yield cur
        cur += incr
        incr ^= 6 # or incr = 6-incr, or however

```

```

def eratostene(n):
    n = int((2*n)**0.5) ##(si on fusionne les deux cribles il faudra rentrer, int((2n)**0.5) pour Goldbach.
    prime_E = [3]
    sieve_list = [True for _ in range(n+1)] ## c'est plus propre comme ça

```

```

for each_number in candidate_range(n):
    if sieve_list[each_number]:
        prime_E.append(each_number)
        for multiple in range(each_number*each_number, n+1, each_number):
            sieve_list[multiple] = False
print(prime_E[0:])
return prime_E[0:]

def E_Crible(premiers, n, fam):
    start_crible = time()

    ## On génère un tableau de N/2 cases rempli de 1
    lencrible = ((n//2)*1)
    crible=[1 for _ in range(lencrible)] ## c'est plus propre comme ça
    GM = [3,5,7,11,13,17,19,23,29,31] ## attention GM > 5 est utilisé pour l'algorithme modulo 30 par fam 30k +
i
    # On calcule les produits :
    for a in premiers:
        for b in GM:
            j = a * b
            if j%2 == fam:
                index = j // 2 ## Je calcule l'index n° indice et On crible directement à partir du n° indice
                for idx in range(index, lencrible, a): ## index qui est réutilisé ici...
                    crible[idx] = 0

    total = sum(crible)-1
    print("crible Ératosthène :", crible) ## pour éditer le tableau Ératosthène criblé
    print(f"Nombre premiers criblés >2, famille {fam} : {total} ----- {int(((time()-start_crible)*100)/100)}")
    return crible,lencrible

def GCrible_2N(premiers, crible, lencrible, n, fam):
    start_crible = time()
    ## On calcule les restes: R = 2*n modulo P
    nbpremiers = len(premiers)
    n2 = 2*n
    for premier in premiers:
        reste = n2 % premier
        print(reste)
        if reste % 2 == 0:
            reste += premier
        pi2 = 2*premier
        ## tant que reste % 2 != fam on fait reste += pi2 , pi = P(int((2*n)**0.5))
        while reste % 2 != fam:
            reste += pi2
        ## Ensuite on divise reste par 2 pour obtenir l'index
        reste //= 2
        ## On crible directement à partir de l'index
        for index in range(reste, lencrible, premier):
            crible[index] = 0

    total = sum(crible)-1 ## car 1 n'est pas premier donc il n'est pas un couple p'+ q
    print("crible É ET G:", crible) ## éditer le tableau criblé É et G
    print(f"Nombres p' non congru 2n[P] ou couple P'+q = 2N, de (i) à {n} famille {fam} : {total} ----- {int(((time()-start_crible)*100)/100)}")

def demander_N():
    n = input("Donnez N: ")
    n = int(n.strip().replace(" ", ""))
    #n = int(30 * round(float(n)/30))
    return n

```

```

def main():
    ## On demande N a l'utilisateur
    n = demander_N()
    ## On récupère les premiers de 7 à  $\sqrt{2N}$ 
    premiers = eratostene(n)
    start_time = time()
    ## On crible
    fam=1 ## ou (1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, utilisé par famille 30k + i au choix en fonction de n)
    crible,lencrible=E_Crible(premiers, n, fam)
    GCrible_2N(premiers, crible, lencrible, n, fam)

main()
system("pause")

```

```

*****
*****

```

Programme Python Goldbach : Par Famille 30k + i , déjà réglé sur la famille 30k +7 , avec
 $i \in [1,7,11,13,17,19,23,29]$

```

from time import time
from os import system
import math

```

```

def candidate_range(n):
    cur = 5
    incr = 2
    while cur < n+1:
        yield cur
        cur += incr
        incr ^= 6 # or incr = 6-incr, or however

```

```

def eratostene(n):
    n = int((2*n)**0.5)
    prime_list = [2, 3]
    sieve_list = [True] * (n+1)
    for each_number in candidate_range(n):
        if sieve_list[each_number]:
            prime_list.append(each_number)
            for multiple in range(each_number*each_number, n+1, each_number):
                sieve_list[multiple] = False
    #print(prime_list[3:])
    return prime_list[3:]

```

```

def demander_N():
    n = input("Donnez N: ")
    n = int(n.strip().replace(" ", ""))
    #n = int(30 * round(float(n)/30))
    return n

```

```

def GCrible(premiers, n, fam):
    start_crible = time()
    crible = (n/30)*[1] # Ou: on rapelle le tableau Ératosthène criblé de N/30 cases

```

```

lencrible = len(crible)

# On calcule les restes: ri = 2*n modulo P
nbpremiers = len(premiers)
n2 = 2*n

for i, premier in enumerate(premiers):
    reste = n2 % premier
    #print(reste)
    # tant que ri % 30 != fam on fait R+= 2P
    if reste % 2 == 0:
        reste += premier
    pi2 = 2*premier
    while reste % 30 != fam:
        reste += pi2
    # Ensuite on divise R par 30 pour obtenir l'indice, indice
    reste //= 30
    # On crible directement à partir du n°d'indice avec P où on remplace le 1 par 0
    for index in range(reste, lencrible, premier):
        crible[index] = 0

total = sum(crible)
print("crible:", crible)
print(f"Nombres non congru 2n[pi] {1} à {n} famille {fam} premiers de {n} à {n2}: {total} ----- {int((time()-start_crible)*100)/100}")

def main():
    # On demande N a l'utilisateur
    n = demander_N()

    # On récupère les premiers entre 7 et √2N
    premiers = eratostene(n)
    #lprint("premiers:", premiers)
    #print(f"nombres premiers entre 7 et {int((2*n)**0.5)}: {len(premiers)}")

    start_time = time()
    # On crible
    GCrible(premiers, n, 7)
    temps = time()-start_time
    print(f"--- Temps total: {int(temps*100)/100} sec ---")

main()
system("pause")

```

Programme Python Ératosthène : Déjà réglé sur la famille $30k + 7$, les deux familles dans les deux algorithmes doivent toujours être les mêmes pour la même limite n fixée ; car on crible Goldbach en utilisant les congruences de 1 à n .

Ce qui évite de s'occuper des nombres premiers q complémentaires de la famille des nombres premiers p' d'Ératosthène $\leq n$; il devient donc sans intérêt de savoir quel nombres premier q appartenant à $[n; 2n]$ est le complémentaire de p' .

lorsque 7 est congru à $2n$ modulo 30 , on sait très bien que le complémentaire $q = 23 [30]$, autrement dit, $60 - 7 = 53 = 23[30]$,

attention pour la famille 1 [30], 1 n'est pas premier donc enlever 1 au résultat final du nombres de nombres premiers.

Ératosthène :

```
from itertools import product
from time import time
from os import system
import math

def candidate_range(n):
    cur = 5
    incr = 2
    while cur < n+1:
        yield cur
        cur += incr
        incr ^= 6 # or incr = 6-incr, or however

def eratostene(n):
    n = int(n**0.5) ##(si on fusionne les deux cribles il faudra rentrer, int((2n)**0.5) pour Goldbach.
    prime_list=[2,3]
    sieve_list = [True] * (n+1)
    for each_number in candidate_range(n):
        if sieve_list[each_number]:
            prime_list.append(each_number)
            for multiple in range(each_number*each_number, n+1, each_number):
                sieve_list[multiple] = False
    #print(prime_list[3:])
    return prime_list[3:]

def demander_N():
    n = input("Donnez N: ")
    n = int(n.strip().replace(" ", ""))
    #n = int(30 * round(float(n)/30))
    return n

def E_Crible(premiers, n, fam):
    start_crible = time()

    ## On génère un tableau de N/30 cases rempli de 1
    crible = n//30*[1]
    lencrible = len(crible)
    GM = [7,11,13,17,19,23,29,31]
    ## On calcule les produits: j = a * b

    for a in premiers:
        for b in GM:
            j = a * b
            if j%30 == fam:
                index = j // 30 ## Je calcule l'index et On crible directement à partir de l'index, du n° d'indice
            for idx in range(index, lencrible, a): # index qui est réutilisé ici...
                crible[idx] = 0
            #print(index)

    total = sum(crible) ## à la place, pour utiliser le tableau d'Ératosthène criblé dans le crible de Goldbach, on re-
    return "crible:", crible
```

```
print("crible:", crible)
print(f"Nombre premiers criblés famille {fam} : {total} ----- {int((time()-start_crible)*100)/100}")
```

```
def main():
    ## On demande N a l'utilisateur
    n = demander_N()

    ## On récupère les premiers de 7 à  $\sqrt{N}$ 
    premiers = eratostene(n)
    #print(f"nombres premiers entre 7 et n: {len(premiers)}")

    start_time = time()
    ## On crible
    E_Crible(premiers, n, 7) ## au choix (1,7,11,13,17,19,23,29)
    temps = time()-start_time
    print(f"--- Temps total: {int(temps*100)/100} sec ---")
```

```
main()
system("pause")
```

Programme unifié Goldbach et Ératosthène , qui donne le résultat du nombre de décompositions pour tout entier pair $2N = 30k + 2i$, pour toute limite : $N = 15k + i \geq 150$ fixée

```
from time import time
from os import system
```

```
def candidate_range(n):
    cur = 5
    incr = 2
    while cur < n+1:
        yield cur
        cur += incr
        incr ^= 6 # or incr = 6-incr, or however
```

```
def eratostene(n):
    n = int((2*n)**0.5) ##(si on fusionne les deux cribles il faudra rentrer, int((2n)**0.5) pour Goldbach.
    prime_E=[2,3]
    sieve_list = [True for _ in range(n+1)] ## c'est plus propre comme ça
    for each_number in candidate_range(n):
        if sieve_list[each_number]:
            prime_E.append(each_number)
            for multiple in range(each_number*each_number, n+1, each_number):
                sieve_list[multiple] = False
    print(prime_E[3:])
    return prime_E[3:]
```

```
def E_Crible(premiers, n, fam):
    start_crible = time()

    # On génère un tableau de N/30 cases rempli de 1
    lencrible = ((n//30)+1)
    crible=[1 for _ in range(lencrible)] ## c'est plus propre comme ça
    GM = [7,11,13,17,19,23,29,31]
    # On calcule les produits :
```

```

for a in premiers:
    for b in GM:
        j = a * b
        if j%30 == fam:
            index = j // 30 ## Je calcule l'index et On crible directement à partir de l'index
            for idx in range(index, len(crible), a): ## index qui est réutilisé ici...
                crible[idx] = 0

total = sum(crible)
print("crible Ératosthène :", crible) ## pour éditer le tableau Ératosthène criblé
print(f"Nombre premiers criblés famille {fam} : {total} ----- {int((time()-start_crible)*100)/100}")
return crible, len(crible)

def GCrible_2N(premiers, crible, len(crible), n, fam):
    start_crible = time()
    # On calcule les restes: ri = 2*n/pi
    nbpremiers = len(premiers)
    n2 = 2*n
    for premier in premiers:
        reste = n2 % premier
        #print(reste)
        if reste % 2 == 0:
            reste += premier
        pi2 = 2*premier
        ## tant que reste % 30 != fam on fait reste += pi2
        while reste % 30 != fam:
            reste += pi2
        ## Ensuite on divise reste par 30 pour obtenir l'index
        reste //= 30
        ## On crible directement à partir de l'index
        for index in range(reste, len(crible), premier):
            crible[index] = 0

total = sum(crible)
print("crible É ET G:", crible) ## éditer le tableau criblé É et G
print(f"Nombre P' non congru 2n[pi] ou couple P'+q = 2N, de (i) à {n} famille {fam} : {total} -----
{int((time()-start_crible)*100)/100}")

def demander_N():
    n = input("Donnez N: ")
    n = int(n.strip().replace(" ", ""))
    #n = int(30 * round(float(n)/30))
    return n

def main():
    ## On demande N a l'utilisateur
    n = demander_N()
    ## On récupère les premiers de 7 à √2N
    premiers = eratostene(n)
    start_time = time()
    ## On crible
    fam=7 ## ou 1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, au choix en fonction de n
    crible, len(crible)=E_Crible(premiers, n, fam)
    GCrible_2N(premiers, crible, len(crible), n, fam)

main()
system("pause")

```

