بين الأعداد الحقيقية و #الأعداد_القابلة_للإنشاء

من المعلوم أن الأعداد المتسامية غير قابلة للإنشاء وكثير من الأعداد الجبرية غير الناطقة كذلك.

فالمبرهنة الأساسية في هذا الميدان هي مبرهنة وينتزل تنص على أن الشرط اللازم لقابلية إنشاء عدد حقيقي أن يكون جذرا لكثير حدود ذو معاملات صحيحية من درجة تكتب كقوة للعدد إثنين.

قابلية الإنشاء تعني إمكانية رسم قطعة مستقيمة بطول هذا العدد بإستعمال مسطرة غير مرقمة والمدور.

العملية تتم بإصطلاح طول قطعة مستقيمة كواحد ثم تستعمل مستقيمات ودوائر لصناعة العدد المطلوب.

لكن التساؤل المتبادر للذهن كيف تكون أغلب الأعداد غير قابلة للإنشاء رغم أننا نقابل المستقيم بالأعداد الحقيقية ؟

قابلية الإنشاء تستعمل عددا منتهيا من عمليات الرسم بالمسطرة والفرجار أما أغلب الأعداد الحقيقية فتنتج من نهايات لمتتاليات ناطقة فهي عمليات جبرية غير منتهية العدد.

لذلك عملية الإنشاء هي أقرب ما يكون لعمليات توافق الواقع البشري فهي لا تأخذ بعين الاعتبار الوجود لكن الوصول إلى العدد.

وهنا يكمن الفرق فالمستقيم الحقيقي فيه أعداد نصل إليها عبر المرور إلى المالانهاية لذلك هو أغنى من حيث العناصر من الأعداد القابلة للإنشاء.
ومن هنا نستنتج كذلك قابلية عد هذه الأعداد.
لكن كيف يمكن تفسير قابلية إنشاء أعداد صماء كالجذر التربيعي لإثنين ؟
في الحقيقة هنا نستعمل تداخل بعدين بالمرور بعلاقة فيثاغورث لإنتاج مثل هذه الأعداد فنحن نستعمل خاصية الفضاء الإقليدي وهذا ما يفسر درجة كثير الحدود قوة لإثنين في مبرهنة وينتزل إذ مبرهنة فيثاغورث تربط الأطوال بالتربيع.
وقد نتساءل لماذا أمكن إنتاج العدد بي أو طول دائرة المتعلق به وهو عدد متسام ؟
رسم الدائرة في الحقيقة هو تطبيق لعمليات غير منتهية لعلاقة فيثاغورث في شكل منته إذ نفرض تسليما أنه بإمكاننا وضع عدد غير منته من النقاط على شكل دائري ثم نستعمل خاصية من خاصيات الفضاء الإقليدي لصناعة هذا الطول.
لكن يبقى العدد بي بهذا الشكل مختلفا عن طول لقطعة مستقيمة فهو غير قابل للإنشاء.
ولو تأملنا الدائرة فهي تمثل عددا غير منته من تطبيقات

لمبرهنة فيثاغورث إذ كل نقطة منها بعدها عن المركز هو وتر مثلث قائم فلا عجب أن نحصل على عدد متسام بهذه الطريقة.
وقد تساءل الإغريق منذ القدم عن إمكانية تربيع القرص أي صناعة مربع مساحته تساوي مساحة القرص فمسائل قابلية الإنشاء قديمة قدم الإغريق.
بل صاحبت الرياضياتيين دهرا من الزمن إلى أن قام الرياضي ليندمان سنة 1882 ببرهنة عدم جبرية العدد بي باستعمال علاقة اولر الشهيرة.

نقلا عن عبد الحكيم بن شعبانة

صفحة @أكاديمية الرياضيات