مفهوم الكسر

a عدد صحيح و b عدد صحيح غير معدوم

كل ثنائية مرتبة (a,b) من $\mathbf{Z}\times\mathbf{Z}^*$ هي كسر نرمز له بالرمز $\frac{a}{b}$ و نقرأ

" a على b " ، a و b هما حدا هذا الكسر

ملاحظة

الكسر هو رمز (كتابة) وليس قيمة

أمثلة

كل رمز من هذه الرموز هو كسر : $\frac{2}{3}$ ، $\frac{7}{10}$ ، $\frac{-11}{7}$

الكسر العشري

تعريف

الكسر العشري هو كسر مقامه 10 أو قوة للعدد 10

أمثلة

الكسور $\frac{3}{10}$ ، $\frac{-7}{100}$ ، $\frac{-7}{10^2}$ ، $\frac{13}{10^3}$ هي **كسور عشرية**

الكسور $\frac{13}{5}$ ، $\frac{-23}{2}$ ، $\frac{24}{7}$ **ليست كسورا عشرية**

الكسور المتكافئة

تعريف

يكون الكسران $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ متكافئين إذا كان $ad = bc$

مفهوم العدد الناطق

العلاقة " ... يكافئ ... " انعكاسية و تناظرية و متعدية ، فهي **علاقة تكافؤ** في مجموعة الكسور

تعريف

صنف تكافؤ الكسر $\frac{a}{b}$ بالنسبة إلى العلاقة " ... يكافئ ... " هو عدد ناطق

كل عنصر من هذا الصنف هو ممثل لهذا العدد الناطق

مجموعة أصناف التكافؤ بواسطة العلاقة " ... يكافئ ... " في مجموعة الكسور هي مجموعة الأعداد الناطقة

العدد الناطق هو مجموعة غير منتهية من الكسور المتكافئة و نرمز له بأحد هذه العناصر (الكسور) و يستحسن أن يكون الكسر غير القابل للاختزال

مثال

المجموعة $\left\{\frac{+1}{+2};\frac{+2}{+4};\frac{+3}{+6};\frac{-1}{-2};\frac{+4}{+8};\frac{-3}{-6};\frac{n}{2n}...\right\}$ حيث n ينتمي إلى z^* تسمى **عددا ناطقا** .

يمثل هذا العدد الناطق بأحد كسور هذه المجموعة (نرمز للعدد الناطق بأي ممثل له) و يستحسن أن يكون الكسر غير القابل للاختزال.

نرمز لهذا العدد الناطق مثلا بالرمز $\frac{+1}{+2}$ و نقرؤه : العدد الناطق الموجب "نصف"

ملاحظات :

- تجاوزا ، لا نميز بين **العدد الناطق** و بين **الكسر** الذي يمثله .
- يجب التمييز بين الكسر (*une fraction*) و بين الكتابة الكسرية (*une écriture fractionnaire*)

الكسر يكون بسطه و مقامه عددان **صحيحان** . كل من الكتابات (الرموز) $\frac{7}{15}$ ، $\frac{-3}{4}$ ، $\frac{5}{-11}$

يسمى **كسرا** . بينما الكتابات $\frac{2}{5,4}$ ، $\frac{5,1}{-3}$ ، $\frac{-3,4}{2,5}$ هي **كتابات كسرية** و ليست كسورا و لا أعدادا ناطقة .

- كل كسر هو كتابة كسرية و ليست كل كتابة كسرية هي كسر .
- في الطور المتوسط لا نميز بين الكسر و الكتابة الكسرية و نقبل على أنها جميعها كسورا حسب ما ورد في منهاج السنة الثانية متوسط . لتخفيف عبء المصطلحات على التلميذ.
- الكسران **المتكافئان** يمثلان عددين ناطقين **متساويين**
- إذا تكافأ الكسران $\frac{a}{b};\frac{c}{d}$ فإن العددين الناطقين $\frac{a}{b};\frac{c}{d}$ متساويان
- إذا ضربنا أو قسمنا حدي كسر في (على) نفس العدد غير المعدوم نحصل على كسر يكافئه

نسمي المجموعة $\left\{\frac{3}{2};\frac{9}{6};\frac{12}{8};\frac{15}{10};\frac{3n}{2n}...\right\}$ حيث n ينتمي إلى z^* عددا ناطقا .

نقول إن الكسر $\frac{3}{2}$ يمثل العدد الناطق $\left\{\frac{3}{2};\frac{9}{6};\frac{12}{8};\frac{15}{10};\frac{3n}{2n}...\right\}$ أيضا يمكن تمثيل العدد الناطق بأي كسر من المجموعة و يستحسن أن يكون الكسر غير القابل للاختزال

- ليس من المألوف التكلم عن العدد الناطق $\left\{\frac{3}{2};\frac{9}{6};\frac{12}{8};\frac{15}{10};\frac{3n}{2n}...\right\}$ الممثل بالكسر $\frac{3}{2}$ أو بالكسر $\frac{9}{6}$ أو بالكسر $\frac{12}{8}$ ... يمكن التكلم ببساطة عن العدد الناطق $\frac{3}{2}$ أو العدد الناطق $\frac{9}{6}$ أو أو العدد الناطق ...

- نصطلح على أن نرمز للعدد الناطق بأي كسر من المجموعة و عندئذ يمكن التكلم عن العدد الناطق $\frac{a}{b}$ بينما كان من الواجب التكلم عن العدد الناطق الممثل بالكسر $\frac{a}{b}$ أو بأي كسر يكافئ الكسر $\frac{a}{b}$.

مثال

نرمز للعدد الناطق $\left\{\frac{3}{2};\frac{9}{6};\frac{12}{8};\frac{15}{10};\frac{3n}{2n}...\right\}$ حيث n ينتمي إلى z^* بأحد عناصره و ليكن مثلا الكسر $\frac{3}{2}$

عمليا نقول العدد الناطق $\frac{3}{2}$ بينما كان من الواجب التكلم عن العدد الناطق الممثل بالكسر $\frac{3}{2}$

العدد العشري

نعلم أن كلا من : $\frac{1}{10}$ ، $\frac{-6}{100}$، $\frac{17}{10^3}$، $\frac{29}{10^5}$ هو كسر عشري

تعريف

يكون عدد ناطق عددا عشريا إذا أمكن تمثيله بكسر عشري

مثال1 : المجموعة $\left\{\frac{1}{10}\text{ ، }\frac{-1}{-10}\text{ ، }\frac{2}{20}\text{ ، }\frac{-5}{-50}\text{ ، }\frac{10}{100}\text{ ، }\frac{3}{30}\text{ ، }...\frac{n}{10n}\right\}$

حيث n ينتمي إلى z^* هي **العدد العشري** $\frac{1}{10}$

مثال2 : المجموعة $\left\{\frac{-6}{100}\text{ ، }\frac{3}{-50}\text{ ، }\frac{-18}{300}\text{ ، }\frac{12}{-200}\text{ ، }...\frac{3n}{-50n}\right\}$

حيث n ينتمي إلى z^* هي **العدد العشري** $\frac{-6}{100}$

نتيجة

يكون العدد الناطق الممثل بالكسر $\frac{a}{b}$ غير القابل للاختزال عشريا إذا كان تحليل $|b|$ إلى جداء عوامل أولية لا يحتوي إلا على العاملين 2 أو 5

يعني إذا أمكن تمثيله بكسر من الشكل $\frac{a}{2^n\times 5^m}$ حيث a عدد صحيح و $m;n$ عددان طبيعيان

يجب التمييز بين **الكسر العشري** و بين **العدد العشري**

- الكسر العشري هو كسر مقامه 10 أو قوة للعدد 10 و هو رمز (كتابة) و ليس قيمة
- العدد العشري هو عدد ناطق أحد ممثليه كسر عشري