المستوى : الرابعة متوسط

الأشعة في معلم

Vecteurs et repères du plan

1 - مركبتا شعاع *coordonnées d'un vecteur*

المستوي مزود بمعلم $(O;I;J)$ مبدؤه النقطة O

إذا كانت M نقطة من المستوي إحداثياتها $(x;y)$ ، فإن مركبتي الشعاع $\overrightarrow{OM}$ هما x و y ونكتب $\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$

مثال :

A نقطة من المستوي المزود بمعلم $(O;I;J)$ بحيث (2- ; 3) A ، و منه $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}$

- العددان 3 و 2- هما **إحداثيتا** النقطة A (*Les coordonnées du point A*) في المعلم $(O;I;J)$. و نقرأ : النقطة A ذات **الإحداثيتين** 3 و 2- .

الإحداثية الأولى للنقطة A هي العدد 3 وتسمى **فاصلة** (*l'abscisse*) النقطة A و **الإحداثية** الثانية للنقطة A هي العدد 2- وتسمى **ترتيب** (*l'ordonnée*) النقطة A.

- العددان 3 و 2- هما **مركبتا الشعاع** $\overrightarrow{OA}$ (*Les coordonnées du vecteur* $\overrightarrow{OA}$). و نقرأ: الشعاع $\overrightarrow{OA}$ ذو **المركبتين** 3 و 2- .
- (**المركبة الأولى** للشعاع $\overrightarrow{OA}$ هي العدد 3 **والمركبة الثانية** للشعاع $\overrightarrow{OA}$ هي العدد 2-)

2 – حساب مركبتي شعاع *Calculer les coordonnées d'un vecteur*

$A(x_A;y_A)$ و $B(x_B;y_B)$ نقطتان من مستو مزود بمعلم .

مركبتا الشعاع $\overrightarrow{AB}$ هما x_B-x_A و y_B-y_A و نكتب $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$

مثال :

A و B نقطتان من المستوي المزود بمعلم بحيث : $A(5;3)$ و $B(4;1)$

حساب مركبتي الشعاع $\overrightarrow{AB}$. $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}4-5\\1-3\end{pmatrix}$ و منه $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix}$

المركبة الأولى = فاصلة النهاية – فاصلة البداية

المركبة الثانية = ترتيب النهاية – ترتيب البداية

3 - الشعاعان المتساويان *Coordonnées et vecteurs égaux*

$\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ و $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ شعاعان من مستو مزود بمعلم

$\vec{u}=\vec{v}$ معناه $x=x'$ و $y=y'$

مثال :

المستوي مزود بمعلم $(O;I;J)$.

A ، B ، C ، D نقط منه بحيث $A(-2;3)$, $B(1;-2)$, $C(2;-1)$, $D(-1;4)$.

نريد أن نبين أن : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$

لدينا $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$ ومنه $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1+2\\-2-3\end{pmatrix}$ ومنه $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\\-5\end{pmatrix}$

و لدينا $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}x_C-x_D\\y_C-y_D\end{pmatrix}$ ومنه $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}2+1\\-1-4\end{pmatrix}$ ومنه $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}3\\-5\end{pmatrix}$

الشعاعان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{DC}$ لهما نفس المركبتين إذن $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$

4 – إحداثيتا منتصف قطعة مستقيم *Coordonnées du milieu d'un segment*

$A(x_A;y_A)$ و $B(x_B;y_B)$ نقطتان من مستو مزود بمعلم .

M منتصف القطعة [AB] بحيث $M(x_M;y_M)$

إحداثيتا النقطة M هما $x_M=\dfrac{x_A+x_B}{2}$ و $y_M=\dfrac{y_A+y_B}{2}$ و نكتب $M\left(\dfrac{x_A+x_B}{2};\dfrac{y_A+y_B}{2}\right)$

مثال

A و B نقطتان من المستوي المزود بمعلم بحيث : $A(4;3)$ و $B(2;1)$

فاصلة المنتصف = مجموع الفاصلتين على 2

ترتيب المنتصف = مجموع الترتيبين على 2

إحداثيتا النقطة M منصف [AB] هما :

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{4+2}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

و منه $M(3;2)$

نستعمل قانون حساب منتصف قطعة :

لحساب إحداثيتي :

- مركز تناظر متوازي أضلاع.
- مركز الدائرة المحيطة بالمثلث القائم .
- نظيرة نقطة بالنسبة إلى نقطة.
- لإثبات ان الرباعي متوازي أضلاع

5- حساب المسافة بين نقطتين من المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس

Calculer la *distance entre deux points dans un repère orthonormé*

$A(x_A;y_A)$ و $B(x_B;y_B)$ نقطتان من مستو مزود بمعلم **متعامد و متجانس**.

المسافة بين النقطتين A و B هي : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

ملاحظة :

يمكن كتابة : $AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$ أو $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_A - y_B)^2}$ أو ...

لا يهم الترتيب في كتابة الفروق لكن من الأفضل (ليس من اللازم) البدء بنقطة النهاية يعني بالنقطة B

ملاحظة هامة :

إذا كان المعلم غير متعامد و غير متجانس فإن قانون حساب المسافة بين نقطتين خاطئ.

مثال:

A و B نقطتان من المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس ، بحيث : $A(3;-2)$ و $B(1;-4)$

نريد حساب المسافة AB .

لدينا : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$ ومنه $AB = \sqrt{(1-3)^2 + (-4+2)^2}$

ومنه $AB = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2}$ و منه $AB = \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$ ومنه $AB = 2\sqrt{2}$

نستعمل قانون حساب المسافة بين نقطتين :

لإثبات أن :
- المثلث قائم.
- المثلث متساوي الساقين.
- المثلث متقايس الاضلاع .
- نقط تنتمي إلى نفس الدائرة.

تمـــاريـــن

تمرين

$(O\ ;\ I\ ;\ J)$ معلم متعامد ومتجانس للمستوي

1 / علم النقط : $A(0;4)$ ، $B(3;2)$ ، $C(-1;-4)$

2 / أحسب الطول : BC

3 / نفرض أن $AB=\sqrt{13}$ و $AC=\sqrt{65}$. برهن أن المثلث ABC قائم في B

4 / أنشئ النقطة D بحيث يكون : $\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CD}$

مانوع الرباعي $ABCD$ ؟ علل

تمرين

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O\ ;\ I\ ;\ J)$

1- علم النقط $A(-4;3)$ ، $B(3;2)$ ، $C(1;-2)$

2- احسب الطول . AB

- نفرض أن : $BC=\sqrt{20}$ و $AC=\sqrt{50}$. ما نوع المثلث ABC ؟

3- لتكن النقطة H منتصف القطعة [BC] ، تحقق حسابيا أن إحداثيي H هما $C(2;0)$

4- بين أن $AH=3\sqrt{5}$