A : "Aucun marin ne dort dans son hamac"

$\Omega = \{\sigma(1), \sigma(2), \dots, \sigma(n) \mid \sigma \in S_n\} \Rightarrow |\Omega| = n!$

A^c : "Au moins 1 marin est dans son hamac"

Notons M_i, $i \in [\![1, n]\!]$: "le marin i est dans son hamac"

$\Rightarrow A^c = \bigcup_{i=1}^{n} M_i$; $P(A^c) = P\left(\bigcup_{i=1}^{n} M_i\right)$

$$P(A^c) = \sum_{k=1}^{n} P(M_k) - \sum_{1 \leq i < j \leq n} P(M_i \cap M_j) + \dots + (-1)^{n-1} P(M_1 \cap M_2 \cap \dots \cap M_n)$$

On remarque que $P(M_k) = \frac{1}{n}$; $P(M_i \cap M_j) = \frac{1}{n} \times \frac{1}{n-1}$;

$P(M_i \cap M_j \cap M_k) = \frac{1}{n} \times \frac{1}{n-1} \times \frac{1}{n-2} \dots$ etc

Alors $P(A^c) = \underbrace{\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{n}}_{n \times \frac{1}{n} = 1} - \sum_{1 \leq i < j \leq n} \frac{1}{n(n-1)} + \sum_{1 \leq i < j < k \leq n} \frac{1}{n(n-1)(n-2)} - \dots + (-1)^{n-1} \times \frac{1}{n!}$

$\Rightarrow P(A) = 1 - P(A^c) = \sum_{1 \leq i < j \leq n} \frac{1}{n(n-1)} - \sum_{1 \leq i < j < k \leq n} \frac{1}{n(n-1)(n-2)} + \dots + (-1)^n \times \frac{1}{n!}$