ℒg :

Principe de base de l'algorithme de Goldbach, pour cribler les entiers **A** de **1**à **n ,** qui sont **non congrus à 2n modulo P A≢ 2n[P] ,** suivant le principe du crible d'Ératosthène, pour une limite **n** fixée.
Pour ce faire, on va utiliser les congruences , ce qui fera ressortir une propriété récurrente de cet algorithme, une égalité qui rend impossible l'infirmation de cette conjecture

*Propriété des congruences petit rappel, **2n – A = B** :*
*Il existe y et y' tel que : **2n = P*y + R** et **A = P*y' + R => 2n** – A = P*(y – y'); donc **P divise 2n – A = B.** Inversement si **y** n'existe pas , alors **P** ne divise pas la différence **2n – A = B => q** qui est donc un nombre premier ∈**[n;2n]** ayant pour antécédent **A≢ 2n[P].***

Fixons la limite **n = 100** ; **2n** est la somme de deux nombres premiers (**p'**+ q), si et seulement si, **p'≢ 2n** [P].

Marquons en vert les nombres premiers P' < 100.

Et en bleu les entiers naturels impairs **A≢ 2n[P] < 100 ⇔ q** ∈**[100 ; 200]** et en utilisant **P ≤ √2n .**

P = 3, 5, 7, 11, 13 et les restes **R** de la division de **200 par P = 2, 0, 4, 2, 5 . si R%2 == 0** *on fait **R+P**, sinon **R+2P** pour marquer en rouge les **A** impairs, **congruent à P,** puis on progresse modulo **2P** pour marquer les entiers **A≡2n[P].***

Il restera ligne en dessous des entiers impairs criblés, les entiers **A≢ 2n[P]** qui n'ont pas été marqués en rouge ; qu'ils soient premiers ou Pas, car même si ils ne sont pas premiers, ils sont tout autant importants pour la limite suivante **n+1 ,** Propriété récurrente de l'algorithme en utilisant les congruences, ce que nous allons montrer ci-dessous, lorsque **n** augmente de **1**.

P = 3 et son **R = 2** , donc 3+2 = **5** puis mod 2P → 100 ; puis on réitère avec **P = 5** et R = **0 ,** donc de 5 mod 2P → 100

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49, 51, 53, 55, 57, 59, 61

...**3**…..**7**...**9**…….**13**……….**19**..**21**………..**27**………..**33**……**37**……….**43**………....**49**..**51**………….……..**61**

63, 65, 67, 69, 71, 73, 75, 77, 79, 81, 83, 85, 87, 89, 91, 93, 95, 97, 99 , soit 25 P'

63……….69…….**73**………………………..87…….91..93…...**97**..99 soit 22 **A≢ 2n[P] dont 9 P'≢ 2n[P]**

On va constater évidemment qu'en augmentant la limite **n de 1** = ***101***, le changement de reste **R** qui augmentera de 2 dans la division de ***2n = 202*** par **P :**
P = 3, 5, 7, 11, 13 et le reste **R de 202 par P = 1, 2 , 6 , 4, 7**

P ≤ √2n = 3 et son **R = 1≡2n[P] ,** puis **R+2P = 7,** puis mod 2P → 101 , P = 5 , R = 2 ; R+P = 7 puis mod 2P → 101
On constate «*par obligation*» : **le décalage d'un rang** des congruences, sur leur successeur **A+2**.
Propriété récurrente de l'algorithme de Goldbach, pour satisfaire à l'égalité : **2n – A = B ,** d'où , **(2n+2) – (A+2) = B , qui est donc le même !** Le contraire serait absurde et contraire au TFA , ainsi qu'au TNP.

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49, 51, 53, 55, 57, 59, 61

...**3**…**5**. .9 **11** ……….. …21…**23**……..**29** ………..35……39 ………. 45 … 51 ..**53**……………….

63, 65, 67, 69, 71, 73, 75, 77, 79, 81, 83, 85, 87, 89, 91, 93, 95, 97, 99 , 101 soit 26 P'

63…65……….…….75 …… 81…………….**89** ……. 95… .99 ...**101 soit 20 A≢ (2n+2) [P] , 8P'≢ 2n+2 [P]**

Limite n + 1= 102 ; dans la division de 2n = 204 par P = 3, 5, 7, 11, 13 et les R = 0 , 4 , 1 , 6 , 9

On reprend la suite précédente qui vient d'être criblée **et qui a** vérifiée la conjecture .!

On va donc décaler les congruences d'un rang , suite à cette ***Propriété récurrente de l'algorithme de Goldbach*** *et son égalité car :* ***2n – A = B*** ⇔ ***(2n+2) – (A+2) = B.*** la congruence de **1**, se reportera sur **3** , la non congruence de **3** va se reporter sur **5 … etc etc.**

1, 3, **5**, **7**, 9, **11**, **13**, 15, 17, 19, 21, **23**, **25**, 27, 29, **31**, 33, 35, **37**, 39, **41**, 43, 45, **47**, 49, 51, **53**, **55**, 57, 59, 61

63, **65**, **67**, 69, 71, 73, 75, **77**, 79, 81, 83, 85, 87, 89, **91**, 93, 95, **97**, 99 , **101** soit 26 P' **et 18 A≢ (2n+2) [P]** **et 13P'≢ 2n+4 [P]** **et 101≢ 204[P]** donnera **103 ≢ 206 [P]** pour la limite suivante **n+1 =103** .

On peut maintenant imaginer la conséquence ***<u>si pour n+1 = 103</u>***, ***la conjecture était fausse*** …

En utilisant le principe de descente infinie utilisé par ***P de Fermat,*** *pour résoudre le cas n = 4 de son Théorème* $x^4 + y^4 \neq z^4$.

Le nombre de nombres premiers de ***n à 2n*** *disparaîtraient presque complètement, pour les limites* ***n*** *précédentes criblées , n =100 ,101 et 102 ; ayant pourtant vérifiées la conjecture ! Il en serait de même du nombre de nombres premiers* ***q ,*** *alors que l'on connaît son cardinal correspondant aux limite {n – 1 , n – 2 , n – 3 ..etc} précédentes* ***!***

Il ne pourrait tout au plus, n'y avoir qu'une différence d'un nombre premier en plus ou en moins

En effet : il ne pourrait pas y avoir sur leur successeur A+2, de décalage des congruences des entiers ***A ≢ 2n[P] qui précèdent*** *un nombre premier* ***P'****, le contraire validerait la conjecture, alors que par supposition elle* ***est fausse*** *!*

Conclusion : tous les A qui précèdent A+2 , seraient obligatoirement congrus à 2n [P].
Et à l'évidence, le décalage des congruences sur leur successeur A+2, serait impossible. Le cardinal du nombre de nombres premiers q s'en trouverait fortement modifié. Ce qui est absurde !

C'est à dire pas de ***A≢ 2n [P]*** *au rang* ***n*** *de la limite* ***n*** *précédente qui précède A'+2 =P' afin de ne pas valider la conjecture pour la limite suivante* ***2n+2***

Ce qui implique :

1*)qu'il ne doit pas exister non plus de* ***A≢ 2n-2 [P]*** *au rang* ***n – 1*** *de la limite* ***n – 1*** *précédente qui précède A'+ 4 =P'*
2*)qu'il ne doit pas exister non plus de* ***A≢ 2n-4 [P]*** *au rang* ***n – 2*** *de la limite* ***n – 2*** *précédente qui précède A'+ 6 =P'*
3*)qu'il ne doit pas exister non plus de* ***A≢ 2n-6 [P]*** *au rang* ***n – 3*** *de la limite* ***n – 3*** *précédente qui précède A'+ 8 =P'*
etc ….etc

Suivant le principe de descente infinie, on redescendrait jusqu'à la limite ***n=100*** *, puis* ***n = 100 – 1 ; n = 100 – 2 , ...etc .***
Plus de nombres premiers ***q ∈ [n ; 2n] ?***
Alors qu'il y en avait ***≈ (n / Ln 2n)*** *; mais aussi, par supposition la conjecture a été vérifiée lors de ces limites précédentes !* ***Contradiction.***

Lg.