

\mathcal{L}_g :

Principe de base de l'algorithme de Goldbach, pour cribler les entiers A de 1 à n , qui sont **non congrus à $2n$ modulo P** $A \not\equiv 2n[P]$, suivant le principe du crible d'Ératosthène, pour une limite n fixée.
Pour ce faire, on va utiliser les congruences, ce qui fera ressortir une propriété récurrente de cet algorithme.

Propriété des congruences petit rappel, $2n - A = B$:

*Il existe y et y' tel que : $2n = P*y + R$ et $A = P*y' + R \Rightarrow 2n - A = P*(y - y')$; donc P divise $2n - A = B$. Inversement si y n'existe pas, alors P ne divise pas la différence $2n - A = B \Rightarrow q$ qui est donc un nombre premier $\in [n; 2n]$ ayant pour antécédent $A \not\equiv 2n[P]$.*

Fixons la limite $n = 100$; $2n$ est somme de deux nombres premiers ($p' + q$), si $p' \not\equiv 2n [P]$.

Nombres premiers $P' < 100$.

Nombre $A \not\equiv 2n[P] < 100 \Leftrightarrow q \in [100; 200]$ avec $P \leq \sqrt{2n}$.

$P = 3, 5, 7, 11, 13$ et le reste R de 200 par $P = 2, 0, 4, 2, 5$. si $R \% 2 == 0$ on fait $R+P$, ou $R+2P$ pour marquer en rouge les A impairs, congruent à P , puis on progresse modulo $2P$ pour marquer les entiers $A \equiv 2n[P]$.

Il restera ligne en dessous des entiers impairs criblés, les entiers $A \not\equiv 2n[P]$ qui n'ont pas été marqués en rouge, qu'ils soient premiers ou Pas, car ils sont tout autant importants pour la limite suivante $n+1$, Propriété de l'algorithme en utilisant les congruences.

$P = 3$ et son $R = 2$, donc $3+2 = 5$ puis mod $2P \rightarrow 100$; puis on réitère avec $P = 5$ et $R = 0$, donc de $5 \bmod 2P \rightarrow 100$

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49, 51, 53, 55, 57, 59, 61
 ... 3 ... 7 ... 9 ... 13 ... 19 ... 21 ... 27 ... 33 ... 37 ... 43 ... 49 ... 51 ... 61
 63, 65, 67, 69, 71, 73, 75, 77, 79, 81, 83, 85, 87, 89, 91, 93, 95, 97, 99, soit $25 P'$
 63 ... 69 ... 73 ... 87 ... 91 ... 93 ... 97 ... 99 soit $22 A \not\equiv 2n[P]$ dont $9 P' \not\equiv 2n[P]$

On va constater en augmentant la limite n de $1 = 101$, le changement de reste R qui augmentera de 2 , dans la division de $2n = 202$ par P :

$P = 3, 5, 7, 11, 13$ et le reste R de 202 par $P = 1, 2, 6, 4, 7$

$P = 3$ et son $R = 1$, donc $R+2P = 7$ puis mod $2P \rightarrow 101$, $P = 5$, $R = 2$; $R+P = 7$ puis mod $2P \rightarrow 101$

On constate : le décalage d'un rang des congruences sur leur successeur $A+2$.

Propriété récurrente de l'algorithme de Goldbach, pour satisfaire à l'égalité : $2n - A = B$, d'où, $(2n+2) - (A+2) = B$, qui est donc le même ! Le contraire serait absurde et contraire au TFA.

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49, 51, 53, 55, 57, 59, 61
 ... 3 ... 5 ... 9 ... 11 ... 21 ... 23 ... 29 ... 35 ... 39 ... 45 ... 51 ... 53 ...
 63, 65, 67, 69, 71, 73, 75, 77, 79, 81, 83, 85, 87, 89, 91, 93, 95, 97, 99, 101 soit $26 P'$
 63 ... 65 ... 75 ... 81 ... 89 ... 95 ... 99 ... 101 soit $20 A \not\equiv (2n+2) [P]$, $8 P' \not\equiv 2n+2 [P]$

Limite $n + 1 = 102$; dans la division de $2n = 204$ par $P = 3, 5, 7, 11, 13$ et les $R = 0, 4, 1, 6, 9$

On reprend la suite précédente qui vient d'être criblée et qui a vérifié la conjecture,

On décale donc les congruences d'un rang, suite à la Propriété récurrente de l'algorithme de Goldbach et son égalité $2n - A = B$ d'où $(2n+2) - (A+2) = B$. la congruence de 1 , se reporte sur 3 , la non congruence de 3 va se reporter sur 5 ... etc etc.

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49, 51, 53, 55, 57, 59, 61

63, 65, 67, 69, 71, 73, 75, 77, 79, 81, 83, 85, 87, 89, 91, 93, 95, 97, 99, 101 soit $26 P'$ et 18 $A \neq (2n+2) [P]$ et $13 P' \neq 2n+4 [P]$ et $101 \neq 204 [P]$ donnera $103 \neq 206 [P]$ pour la limite suivante $n+1 = 103$.

On peut maintenant imaginer la conséquence si pour $n+1 = 103$, la conjecture était fausse ...

En utilisant le principe de descente infinie utilisé par **P de Fermat**, pour résoudre le cas $n = 4$ de son Théorème $x^4 + y^4 = z^4$.

Le nombre de nombres premiers de n à $2n$ disparaîtraient, pour les limites n précédentes criblées, $n = 100, 101$ et 102 ; ayant vérifiées la conjecture !

En effet : il ne pourrait pas y avoir de décalage des congruences des entiers $A \neq 2n [P]$ qui précèdent un nombre premier P' , le contraire validerait la conjecture, alors qu'elle est supposée fausse !

Conclusion : tous les A qui précèdent $A+2$, seraient obligatoirement congrus à $2n [P]$.

Et à l'évidence, le décalage des congruences sur leur successeur $A+2$, serait impossible. Ce qui est absurde !

C'est à dire pas de $A \neq 2n [P]$ au rang n de la limite n précédente qui précède $A'+2 = P'$ afin de ne pas valider la conjecture pour la limite suivante $2n+2$

Ce qui implique :

- 1) qu'il ne doit pas exister non plus de $A \neq 2n-2 [P]$ au rang $n-1$ de la limite $n-1$ précédente qui précède $A'+4 = P'$
 - 2) qu'il ne doit pas exister non plus de $A \neq 2n-4 [P]$ au rang $n-2$ de la limite $n-2$ précédente qui précède $A'+6 = P'$
 - 3) qu'il ne doit pas exister non plus de $A \neq 2n-6 [P]$ au rang $n-3$ de la limite $n-3$ précédente qui précède $A'+8 = P'$
- etcetc

suivant le principe de descente infinie, on redescendrait jusqu'à la limite $n=100$, puis $n = 100 - 1$; $n = 100 - 2$, ...etc.

Plus de nombres premiers $q \in [n; 2n]$?

Alors qu'il y en avait $\approx (n / \ln 2n)$; mais aussi, par supposition la conjecture avait été vérifiée lors de ces limites précédentes ! **Contradiction.**