

[Théorème G : Pour tout $A \in A_n$ ensemble des entiers impairs $\leq n$, avec $P \in P_{2n}$ ensemble des nombres premiers $\leq \sqrt{2n}$; tel que si : $2n \equiv A [P]$ où A précède $A + 2 = p'$ un nombre premier, la CG sera vérifiée quel que soit la limite $n + 1$, succédant à la limite n ayant été vérifiée; ce qui explique cette propriété et égalité récurrente de l'algorithme de Goldbach, qui agit selon le principe d'une preuve par récurrence.

Preuve :

si le complémentaire de $2n - 7$ est 193 cela implique $7 \equiv 200[P]$; d'où, par la propriété récurrente du décalage d'un rang des congruence. Le successeur de 7 qui pour complémentaire de 193 par rapport à $2n+2 = 202$ sera $7+2 = 9 \Rightarrow 9 \equiv 202[P]$, toujours non congru à P et où 9 même si il n'est pas un nombre premiers, cela n'a aucune importance, car dans cette propriété récurrente c'est le décalage d'un rang des congruences qui importe, que l'on utilisera.

Inversement : si $202 - 7 = 195 \Rightarrow 7 \equiv 202[P]$ où $195 \neq p'$, par récurrence le successeur de 7 est 9 et si il n'y avait pas ce décalage d'un rang des congruence, on pourrait se retrouver avec 9, non congru à P ; alors que $9 \equiv 204[P] = 195 \neq p'$; qui est bien son successeur par récurrence et le même sans contestation possible, qui est toujours non divisible par les mêmes facteurs premiers P ! Le contraire est absurde.

$A \equiv 2n[P] = (A+2) \equiv (2n+2) [P]$ et inversement, si : $A \equiv 2n[P]$ alors $(A+2) \equiv (2n+2) [P]$.

Exemple : de la propriété inverse que l'on utilisera : $15 \equiv 30[P]$, cela implique $13 \equiv 28[P] \Rightarrow 11 \equiv 26[P]$...etc cette différence de 15 sera toujours la même, le contraire serait absurde.

Inversement : $13 \equiv 30[P]$, cela implique $11 \equiv 28[P] \Rightarrow 9 \equiv 26[P]$ mais $9 \neq p'$; cette différence $q = 17$ ne peut pas changer, là aussi ce serait absurde.

Or, ce qui nous importe pour la suite, c'est la propriété récurrente du décalage d'un rang des congruence dans les deux sens.

D'où il ressort : Si un entier $A \equiv 2n[P]$ premier ou pas, précède son successeur $A+2$ et que $A+2 = p'$ un nombre premier, $2n+2$ se décomposera obligatoirement en somme de deux nombres premiers. Le contraire, contredirait le TFA, ainsi que le TNP et cela serait aussi, contraire au décalage récurrent d'un rang des congruences lorsque la limite n , augmente de 1. Cette propriété permet aussi de prendre en compte tous les entiers $A \equiv 2n[P]$ premiers ou pas, lors des limites $n+1$ suivantes, ce qui n'a jamais été fait.]

Exemple :

secteur des entiers impairs représentés par les congruence $= [1,]$ ou $[0,]$ où à chaque augmentation de 1, limite n les congruences se décalent d'un rang; conséquence de l'égalité de l'algorithme de Goldbach $A \equiv 2n[P] = (2n+2) \equiv (A+2)[P]$.

$[0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0]$
 $[1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19,]$

Donnez N: 20

$[3, 5] < \dots$ nombre $P \leq \sqrt{2n}$

1 <.....reste r de $2n$ par P

0

crible: $[0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0]$ de 1 à 19

Nombres non congru $2n[pi]$ 1 à 20 famille 1 premiers de 20 à 40: 4 ----- 0.0

--- Temps total: 0.0 sec ---

>>>

===== RESTART: /home/gilbert/Programmes/Python/3. G_crible . mod 2.py =====

Donnez N: 21 ; de 1 à 19, $n=21$, si $2n \neq p'+q$, alors il n'existe pas ligne $n-1 = 20$ d'entiers $A \equiv (2n-2) [P]$ qui précède un premier p' au rang $n+1$, et 4 nombres premiers q , en moins dans $[n, 2n]$ alors qu'il y en avait 5

$[3, 5]$

0

2

crible: $[1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1]$

Nombres non congru $2n[pi]$ 1 à 21 famille 1 premiers de 21 à 42: 5 ----- 0.0

--- Temps total: 0.0 sec ---

>>>

===== RESTART: /home/gilbert/Programmes/Python/3. G_crible . mod 2.py =====

Donnez N: 22 de 1 à 19, $n=22$, si $2n \neq p'+q$; alors il n'existe pas ligne $n-1 = 21$ d'entiers $A \equiv (2n-2) [P]$ qui précède un premier p' au rang $n+1$ et 4 nombres premiers q , en moins dans $[n, 2n]$ alors qu'il y en avait 6

$[3, 5]$

$[3, 5]$

2

crible: [1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1] de 1 à 21 $n=21$ $2n+2 \neq p'+q$, alors il n'existe pas ligne $n-1 = 20$ d'entiers $A \neq (2n-2) [P] \dots etc$
 Nombres non congru $2n[pi]$ 1 à 22 famille 1 premiers de 22 à 44: 6 ----- 0.0
 --- Temps total: 0.0 sec ---

Simulateur de Goldbach , modulo 2:

Nombre premiers $p' \leq N$ où **1** n'est pas un nombre premier,

[1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 35, 37, 39, 41 43, 45, 47, 49, 51,] 53, 59, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97]

[ce qui se traduit par le secteur des nombres premiers suivant] : $n \leq 30$

[1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1] 15 $p' = 1$, ou multiples de $P = 0$

N point k , de 15 à X conjecture fausse par supposition,

A : impairs, de 1 à 19 congrus = 0 , non congrus =1

Note: Le cas $2n+2$ est évident à montrer qu'il sera toujours décomposable , du fait de l'égalité du nombre de nombres premiers qu'il y a entre n et $2n$, par rapport à $n+1$ et $2n +2$, qui ne peut que varier de 0 ou 1.

point k =30 ou la conjecture est supposée se réduire en nombre de décomposition , **jusqu'à X= 60**

[entiers impairs de **1 à n**] et ils sont **indiqué de 0 à n**. On calcule le reste **R** de $2n$ par **P**

P = 3 , 5 ; **R** = 0 , 0 :

Si $R \% 2 = 0$ on fait $(R+P) // 2$ et on part de l'indice en le marquant 0 , ainsi que tous ses suivants modulo P ,

si $R \% 2 \neq 0$, $R // 2$ on part de l'indice que l'on marque 0 , ainsi que tous ses suivants modulo P .

On aura marqué [0,] tous les entiers congrus à $2n [P]$, à la fin on relève les [1,] qui sont les entiers non congrus à $2n[P]$

[1, 3, 5, 7, 9, 11, 13]

[secteur des congruences représentant les A impairs congru = 0 sinon = 1]

[1, 0, 0, 1, 0, 1, 1,] 15] $n=15 // 2 = 7 +1$ entiers impairs de 1 à 15

[1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1,] 16

[0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1,] 17]

[0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1,] 18

[1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0,] 19] si $2n = p' + p'$ on ne peut supposer la conjecture fausse par évidence ,

[0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0,] 20

[1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1,] 21] $n=21$ tout $A \neq p'$ tel que $A+A$ ne peut être solution

[1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1,] 22

[0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0,] 23]

[1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0,] 24

[0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0,] 25] donc les cas $n + n$ non premiers sont exclus

[0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0,] 26

[1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1,] 27]

[0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1,] 28 contradiction à supposition fausse , 27 $\neq p'$ et tous les autres sont congruent à P .

[0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1,] 29] $n=29$ alors que la conjecture avait été validée.

on suppose que $2n+2 = 60$ ne se décompose pas en la somme de deux premiers $p+q$

[1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1,] 30] entiers A marqués en rouge = congrus à $2n[P]$

[1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1,] 31] nombres premiers Ératosthène sont tous congrus !!!

1) certains entiers $2n - 2$ qui ont vérifié la conjecture à l'exception de $p'=p' = 2n$, ils se sont trompés ... ???

tous les entiers A de 1 à sont congrus à $2n[P]$ sauf 1 , il ne peut en rester qu'un, donc c'est la cellule **0 = 1.**

Résultat , conséquence de la propriété récurrente , on fait la récurrence inverse , on marque en rouge tous les $n - 1$ des ligne $n- 1$ c'est à dire toutes les diagonales précédentes !!! **Ce qui est purement absurde car contradictoire.**

2) qu'un seul nombre premier de n à $2n$?

3) les entiers $2n -2$ inférieur sont supposés avoir vérifiés la conjecture jusqu'à $2n$, car elle est fausse à **$2n+2$**

Autre cas :

on va la supposer fausse en utilisant bien évidemment les mêmes entiers de la même famille,

Départ on l'a suppose fausse donc à partir de ce point $K=2n=210$ vers le point $X = 435$ ou elle est fausse et on regarde inversement les contradictions que cela a entraînée sur les $2n -30, -60 \dots$ jusqu'au point $-30k =210$

1[0, 1, 1, 0, 1, 1, 1] $n=210$; $2n = 420$ où l'algorithme progresse donc modulo 15(k),
 2[1, 0, 1, 1, 0, 1, 1] $n=225$ à partir de cette ligne L_{n+2} on remplace la cellule [1]par [0] , si il y a 0 on touche pas
 3[0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1]
 4[0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1]
 [0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1]
 : [0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0]
 7[0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0] $n=300$
 : [0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 1]...315.....le[0] est mis par l'algo, on ne fait rien
 : [1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 1]
 : [0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1]
 : [0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1]
 : [0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0] $n,375 \dots >$: [1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1] $1=P =7,37,67,97,127,157,187,217,247,377,307,337$ ok
 : [0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0]
 : [0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1]
 : [0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1]420 on aurait pu la supposer fausse à ce point X en enlevant le 1 cellule Ligne 7 et 13

: [0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0] 435.....fausse
 : [0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0] 450 à ce point $X =450$ la conjecture deviendrait Fausse, alors que vérifiée vraie
 : [0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0] 465>il ne reste plus que 3 nombre premiers $q[n,2n]$ sur 7 ,
 : [0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0]480on suppose conjecture fausse $X=555$, on remplace cellule 1per 0
 : [0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0]495correspondant au 1 d'Ératosthène
 : [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0]510
 : [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0]525
 : [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0]540..>
 : [1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0] Ératosthène ,tous les 1 correspondant au 0 Goldbach sont marqué en rouge , car :

Conjecture supposée fausse , et, on remonte la diagonale des 1 que l'on remplace par 1= 0 , il faut en tout 10 cellules marquées [0] [0] dont 4 [0] supplémentaires , pour ne pas traîner en longueur

Conclusion :

1) Il reste bien un nombre $q[n,2n]$ quelque soit la limite n ou on suppose la conjecture Fausse avec la conséquence que cela entraîne sur la répartition des nombres premier ... donc aussi sur l'hypothèse de Riemann,

2) La conjecture serait aussi devenue fausse au point $X= 450$ ce qui est absurde !

3) la répercussions des nombres premier se répercuterait aussi dans l'intervalle de n à 1 en sens inverse.

4) Donc impossible de la supposée fausse, la conjecture et donc varie !
= Simulateur par l'absurde

La simulation est faite par famille , on en ferait de même pour les 7 autre Fam , celle ci à l'avantage d'avoir beaucoup de nombres premiers de 7 à 157 et de 277 à 397....., ce qui rend le test plus long en supposant la conjecture fausse.

On peut aussi le faire avec le simulateur des entiers Impairs 1[2] ...de 1 à n , et non de 1 à $2n$, on utilise les congruences qui définissent par obligation le nombre premier q de la bonne Famille, ayant pour antécédent $p' \leq n$.

Égalité récurrente des algorithmes : $2n - A = (2n+2) - (A +2)$, ou : $A \neq 2n[P] = (2n+2) \neq (A+2)[P]$.

Ce qui provoque le décalage récurrent d'un rang des congruences sur leur successeur $A+2$, lorsque n augmente de 1. « On peut admettre que cela agit comme une preuve par récurrence. »

simulation : Ce qui permet grâce à cette propriété et cette égalité : qu'il n'est nul besoin de recribler, si on veut savoir que la conjecture est vraie pour le prochain de $2n + 2$, relatif à $n+1$. ! Donc par le processus inverse si elle est supposée fausse on refait le chemin inverse, car chaque ligne n , dépend des lignes inférieure $n-1$... Ce qui rend la conjecture impossible à infirmer. cqfd.

programme ci-joints, python modulo 2 utilisé :

Programme Python (fam 1 modulo 2):

```
from time import time
from os import system
import math

def candidate_range(n):
    cur = 5
    incr = 2
    while cur < n+1:
        yield cur
        cur += incr
        incr ^= 6 # or incr = 6-incr, or however

def eratostene(n):
    n = int((2*n)**0.5)
    prime_list = [3]
    sieve_list = [True] * (n+1)
    for each_number in candidate_range(n):
        if sieve_list[each_number]:
            prime_list.append(each_number)
            for multiple in range(each_number*each_number, n+1, each_number):
                sieve_list[multiple] = False
    print(prime_list)
    return prime_list[0:]

def demander_N():
    n = input("Donnez N: ")
    n = int(n.strip().replace(" ", ""))

    return n

def G_crible(premiers, n, fam):
    start_crible = time()
    crible = (n//2)*[1] # Ou: on rapelle le tableau Ératosthène criblé de N/2 cases
    lencrible = len(crible)

    # On calcule les restes: ri = 2*n/pi
    nbpremiers = len(premiers)
    n2 = 2*n

    for i, premier in enumerate(premiers):
        reste = n2 % premier
        #print(reste)
        if reste % 2 == 0:
            reste += premier
            pi2 = 2*premier
            while reste % 2 != fam: ## tant que ri % 2 != fam on fait ri += 2pi
                reste += pi2
            # Ensuite on divise Ri par 2 pour obtenir l'indexe
        reste //= 2
    # On crible directement à partir de l'index que l'on marque 0
```

```

    for index in range(reste, lencrible, premier):
        crible[index] = 0

total = sum(crible)
print("crible:", crible)
print(f"Nombres non congru 2n[pi] {1} à {n} famille {fam} premiers de {n} à {n2}: {total} ----- {int((time()-start_crible)*100)/100}")

```

```

def main():
    # On demande N a l'utilisateur
    n = demander_N()

    # On récupère les premiers de 3 à √2N
    premiers = eratostene(n)
    #!print("premiers:", premiers)
    #print(f"nombres premiers de 3 à {int((2*n)**0.5)}: {len(premiers)}")

    start_time = time()
    # On crible
    G_crible(premiers, n, 1)
    temps = time()-start_time
    print(f"--- Temps total: {int(temps*100)/100} sec ---")

```

```

main()
system("pause")

```

Programme Python Goldbach : Par Famille 30k + i , déjà réglé sur la famille 30k +7 , avec $i \in [1,7,11,13,17,19,23,29]$

```

from time import time
from os import system
import math

def candidate_range(n):
    cur = 5
    incr = 2
    while cur < n+1:
        yield cur
        cur += incr
        incr ^= 6 # or incr = 6-incr, or however

def eratostene(n):
    n = int((2*n)**0.5)
    prime_list = [2, 3]
    sieve_list = [True] * (n+1)
    for each_number in candidate_range(n):
        if sieve_list[each_number]:
            prime_list.append(each_number)
            for multiple in range(each_number*each_number, n+1, each_number):
                sieve_list[multiple] = False
    #print(prime_list[3:])
    return prime_list[3:]

def demander_N():
    n = input("Donnez N: ")
    n = int(n.strip().replace(" ", ""))
    #n = int(30 * round(float(n)/30))
    return n

def GCrible(premiers, n, fam):
    start_crible = time()
    crible = (n//30)*[1] # Ou: on rapelle le tableau Ératosthène criblé de N/30 cases
    lencrible = len(crible)

    # On calcule les restes: ri = 2*n/pi
    nbpremiers = len(premiers)

```

```

n2 = 2*n

for i, premier in enumerate(premiers):
    reste = n2 % premier
    #print(reste)
    # tant que ri % 30 != fam on fait ri += 2pi
    if reste % 2 == 0:
        reste += premier
    pi2 = 2*premier
    while reste % 30 != fam:
        reste += pi2
    # Ensuite on divise ri par 30 pour obtenir l'indexe
    reste //= 30
    # On crible directement avec l'index
    for index in range(reste, len(crible), premier):
        crible[index] = 0

total = sum(crible)
print("crible:", crible)
print(f"Nombres non congru 2n[pi] {1} à {n} famille {fam} premiers de {n} à {n2}: {total} ----- {int((time()-start_crible)*100)/100}")

def main():
    # On demande N a l'utilisateur
    n = demander_N()

    # On récupère les premiers entre 7 et  $\sqrt{2N}$ 
    premiers = eratostene(n)
    #lprint("premiers:", premiers)
    #print(f"nombres premiers entre 7 et {int((2*n)**0.5)}: {len(premiers)}")

    start_time = time()
    # On crible
    GCrible(premiers, n, 7)
    temps = time()-start_time
    print(f"--- Temps total: {int(temps*100)/100} sec ---")

main()
system("pause")

```

Programme Python Ératosthène : déjà réglé sur la famille 30k + 7 , les deux famille doivent toujours être les mêmes car on crible Goldbach avec les congruence, ce qui évite de s'occuper de la famille complémentaire de p' premiers d'Ératosthène dont aucun intérêt,

lorsque 7 est congru à 2n modulo 30 , on sait très bien que $q = 23 [30]$, autrement dit $60 - 7 = 53 = 23[30]$,

Ératosthène :

```

from itertools import product
from time import time
from os import system
import math

def candidate_range(n):
    cur = 5
    incr = 2
    while cur < n+1:
        yield cur
        cur += incr
        incr ^= 6 # or incr = 6-incr, or however

def eratostene(n):
    n = int(n**0.5) #si on fusionne les deux cribles il faudra rentrer, int((2n)**0.5) pour Goldbach.
    prime_list = [2,3]
    sieve_list = [True] * (n+1)
    for each_number in candidate_range(n):
        if sieve_list[each_number]:

```

```

    prime_list.append(each_number)
    for multiple in range(each_number*each_number, n+1, each_number):
        sieve_list[multiple] = False
#print(prime_list[3:])
return prime_list[3:]

def demander_N():
    n = input("Donnez N: ")
    n = int(n.strip().replace(" ", ""))
    #n = int(30 * round(float(n)/30))
    return n

def E_Crible(premiers, n, fam):
    start_crible = time()

    # On génère un tableau de N/30 cases rempli de 1
    crible = n//30*[1]
    lencrible = len(crible)
    GM = [7,11,13,17,19,23,29,31]
    # On calcule les produits: j = a * b

    for a in premiers:
        for b in GM:
            j = a * b
            if j%30 == fam:
                index = j // 30 # Je calcule l'index et On crible directement à partir de l'index
                for idx in range(index, lencrible, a): # index qui est réutilisé ici...
                    crible[idx] = 0
                #print(index)

    total = sum(crible) #à la place, pour utiliser le tableau d'Ératosthène criblé dans le crible de Goldbach, on return "crible:", crible
    print("crible:", crible)
    print("Nombre premiers criblés famille {fam} : {total} ----- {int((time()-start_crible)*100)/100}")

def main():
    # On demande N a l'utilisateur
    n = demander_N()

    # On récupère les premiers de 7 à  $\sqrt{N}$ 
    premiers = eratostene(n)
    #print(f"nombres premiers entre 7 et n: {len(premiers)}")

    start_time = time()
    # On crible
    E_Crible(premiers, n, 7) # au choix (1,7,11,13,17,19,23,29)
    temps = time()-start_time
    print(f"--- Temps total: {int(temps*100)/100} sec ---")

main()
system("pause")

```
