TD Capteur Plan & Concentrateurs

SMP_6 – Energétique - FSA

Recueil de travaux dirigés & problèmes corrigés de l'élément de module «Capteur Plan & Concentrateurs»
Université Ibn Zohr/FS/Département de Physique
Module «Energie Solaire Thermique»
Agadir - Mai 2013.

Prof. A.Elanique

FSA - ET6 : Capteur Plan et Concentrateurs - TD N1

Relations de Gauss et Diagramme solaire

Exercice 1 : *Démonstration des relations de Gauss*

En énergétique solaire, les formules de Gauss permettent de relier entre elles les quatre coordonnées : azimut a, hauteur h, déclinaison δ et angle horaire ω pour un lieu donné sur la terre de latitude φ.

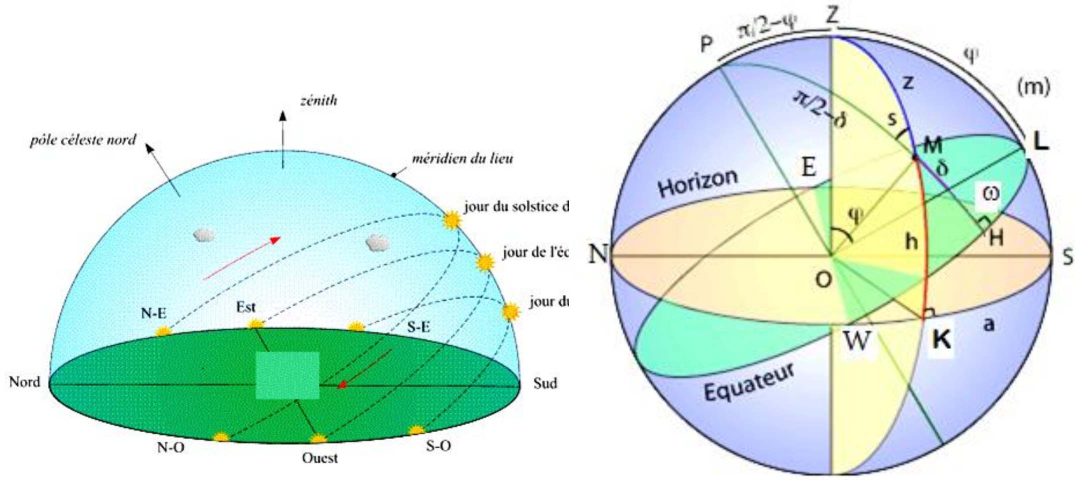


Fig. 2

$$\left|\begin{array}{l}\cos h.\sin a=\cos\delta\cdot\sin\omega\\ \cos h.\cos a=\cos\delta.\cos\omega.\sin\varphi-\sin\delta\cos\varphi\\ \sin h=\cos\delta.\cos\omega.\cos\varphi+\sin\delta\sin\varphi\end{array}\right.$$

On considère pour cela la sphère céleste de la figure 2, c.à.d. la sphère centrée sur la terre et passant par l'astre étudié (Soleil=point M). On y distingue le plan de l'horizon local[1].

Le plan de l'équateur se déduit du plan de l'horizon par une rotation d'angle ($\pi/2-\varphi$) autour de l'axe est-ouest passant par le point O. On choisira pour unité de longueur arbitraire, le rayon de la sphère céleste. On a donc : ON=OH=OS=OZ=OP=OW=OE=OL=OK=1.

Diagramme solaire :

Un *diagramme solaire*, est un diagramme circulaire sur lequel sont représentés la hauteur h en fonction de l'azimut a. Un réseau de courbes représente la trajectoire du soleil pour différentes

[1] En réalité, le plan horizontal ne devrait pas passer par le point O mais devrait apparaitre décalé du point O d'une distance égale au rayon terrestre (6400 km). Comme cette distance est très petite devant le rayon de la sphère céleste (1 UA=150 Millions km), on peut confondre le point de la surface terrestre avec le centre O de la Terre.

journées. L'intérêt d'un tel diagramme en énergétique solaire est de renseigner rapidement l'utilisateur sur l'effet de Masque dû à un obstacle pouvant occulter le soleil une partie du temps.

Exercice 2 (travail sur la fig. 1) :

- Donner la durée d'ensoleillement le 21 mars ;
- Donnée la hauteur en degrés et l'azimut du soleil le 23 juillet à 11 heures

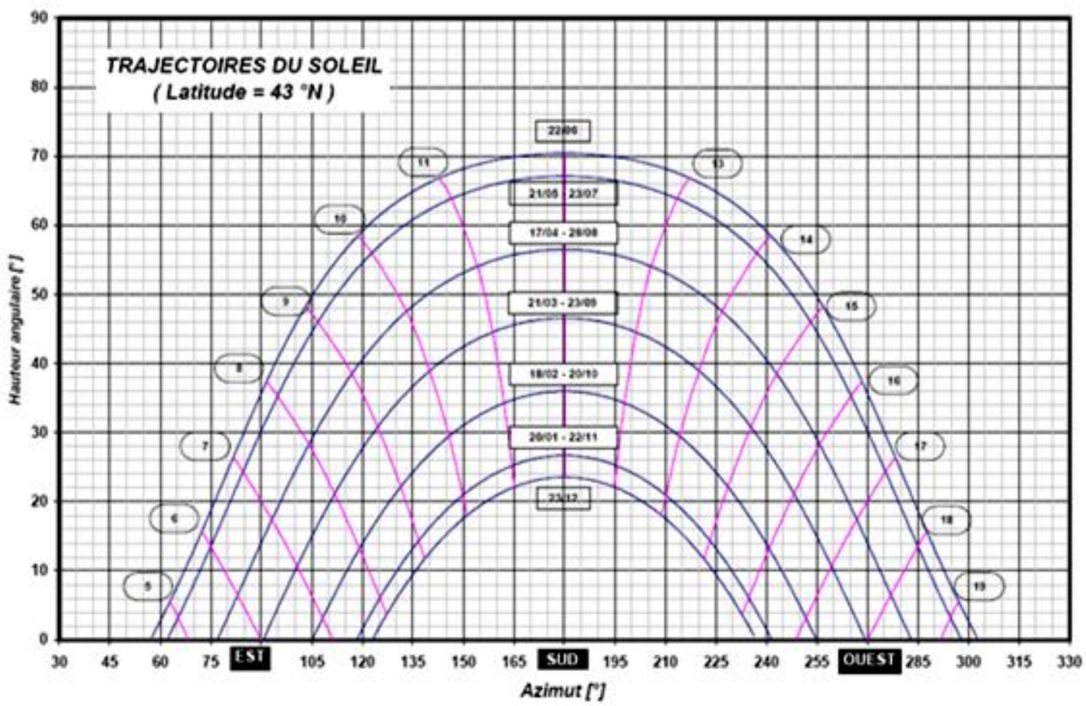


Fig. 1

Exercice 3 :

1) Reporter sur le graphe de la trajectoire du soleil les mesures de masques relevées sur le site d'implantation de capteurs solaires.

Azimut	45	75	105	120	145	180	210	225	255
Hauteur	0	14	20	30	20	26	20	10	0

2) Donner la durée d'ensoleillement le 21 mars.

FSA - ET6 : Capteur Plan et Concentrateurs - TD N2

Rayonnement Solaire – Capteur plan.

Exercice 1 : *Trajectoire du Soleil, angle d'incidence, éclairement direct.*

Nous sommes à Orsay (48°48' N, 2°11' E) le 19 octobre.

1. Que vaut la déclinaison solaire ?

2. Calculez la durée du jour (entre le lever et le coucher).

> N.B. en raison de la diffraction, de la diffusion atmosphérique et du diamètre non nul du Soleil, la durée pendant laquelle le ciel est lumineux est nettement plus longue.

3. Calculez l'heure du lever et celle du coucher en (TSV).

4. Calculez les heures locales correspondantes.

5. A quels azimuts se produisent le lever et le coucher ?

6. A midi TSV que valent la hauteur solaire, l'azimut ?

7. <u>Complément de cours</u> :
Angle d'incidence du RS direct sur un plan quelconque :

Etablir l'expression de l'angle d'incidence θ du rayonnement solaire direct sur un plan incliné d'un angle i avec le plan horizontal et formant un angle γ avec la direction Sud. (voir fig.1)

donner l'expression de $\cos\theta$ en fonction de i, δ, φ, ω et γ.

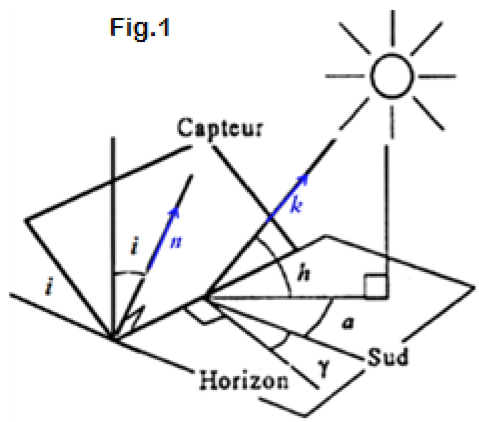


Fig.1

8. A 9h TSV, avec quel angle d'incidence le rayonnement direct éclaire-t-il le pan Est du toit qui forme un angle de 40° avec le plan horizontal, le faîte du toit étant dans la direction N-S.

9. On suppose que la transmission atmosphérique pour le rayonnement direct vaut 52% : que vaut l'éclairement direct de la surface du toit ?

Refaire le même calcul (questions 1, 2, 3, 4,5) pour Agadir (30°28' N, 9°55' W) le 19 Octobre.

Exercice 2 : Constante solaire, flux total émis par le soleil, etc.

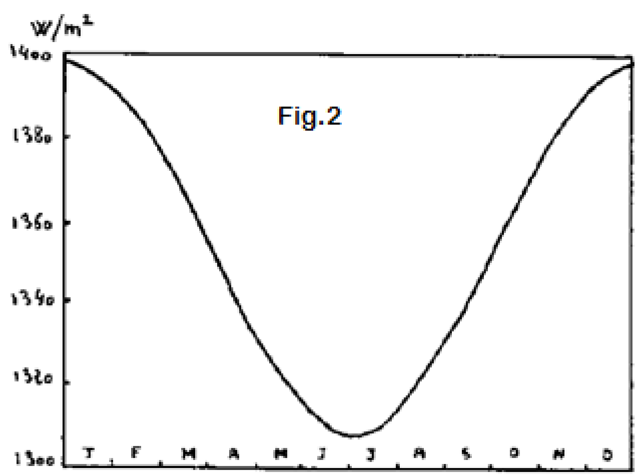


Fig.2

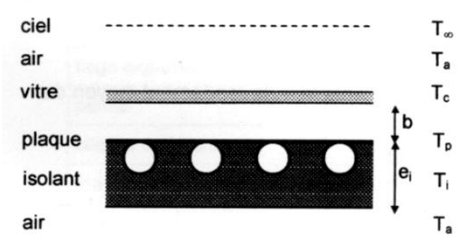
La figure 2 présente la variation au cours de l'année de l'éclairement d'une surface normale à la direction Terre-Soleil à la limite de notre atmosphère.
On sait d'autre part que la distance Terre - Soleil varie entre 147,1 et 152,1.10^9m. La distance moyenne vaut 149,597871. 10^9 m soit par définition 1 U.A. La valeur de la constante solaire est 1367 W/m². Le rayon

de la photosphère solaire vaut environ 696.10^6 m. Le diamètre de la Terre vaut environ 12,735. 10^6 m.

1. **a/** Calculer l'angle solide $\Delta\omega$ sous lequel "est vue", une surface de 1 m^2, à partir du soleil, située à la limite de l'Atmosphère terrestres?
b/ déduire le flux total (puissance radiative) P_{tot} émis par le soleil à partir de la constante solaire et de la valeur de l'U.A. ?
2. Calculez l'émittance *Es* totale du soleil.
3. En supposant que le Soleil suit la loi de Stefan-Boltzmann, déduisez une température équivalente de corps noir pour la photosphère?
4. Sous quel angle solide verrait-on la Terre depuis le Soleil pour l'aphélie (2 juin/été) et le périhélie (2 janvier/hiver)?
5. Quelle fraction du flux solaire est interceptée par la Terre dans chaque cas ? Que vaut la puissance correspondante, répartie sur un hémisphère terrestre ?
6. Que vaut l'éclairement énergétique moyen de l'hémisphère éclairé (en haute atmosphère) ?

Exercice 3 : Coefficient global des pertes thermiques d'un capteur Plan (complément)

Soit R_1 la résistance thermique existant entre l'absorbeur (plaque) à Tp et la vitre (couverture) à Tc. Soit h_{c1} et h_{r1} les coefficients d'échange thermique relatifs respectivement à la convection et au rayonnement. Soit R_2 la résistance thermique entre la vitre et l'extérieur à T_a. Soit R'_1 la résistance thermique créée par l'isolant ; Soit R'_2 la résistance thermique entre la face externe de l'isolant et l'air ambiant à T_a.
1. Faire un schéma illustrant l'analogie électrique permettant de déterminer le flux thermique Q_p perdu par la plaque (absorbeur) avec l'environnement à la température Ta.
2. Calculer le coefficient global des pertes K en fonction de R_1, R_2, R'_1 et R'_2.



FSA - ET6 : Capteur Plan et Concentrateurs - TD N3

Exercice 1 : Flux thermique à travers un mur plan

1. Un mur vertical est composé de 15 cm de béton, de conductivité 1,4 W/m.°C, recouvert d'un coté de plâtre d'épaisseur 10 mm et de conductivité 0,46 W/m.°C et de l'autre d'un enduit d'épaisseur 15 mm et de conductivité 1,15 W/m.°C. Calculer la résistance thermique R_{th} globale de ce mur et son coefficient K.
2. Calculer le flux de chaleur perdu φ *(W/m²)* lorsque la température intérieure est 20°C et la température extérieure est 17°C? Comparez les résultats obtenus.

Exercice 2 : comparaison laine de verre et béton

1. Calculer la résistance thermique à la conduction d'un mur de béton d'épaisseur 35 cm, de conductivité 1,4 W/m.°C ?
2. Quelle épaisseur de béton faudrait-il pour doubler cette résistance thermique ?
3. Avec quelle épaisseur de laine de verre, de conductivité 0,041 W/m.°C, collée sur le mur obtiendrait-on le même résultat ?

Exercice 3 : Isolation thermique d'un simple et double vitrage

1. Soit un vitrage vertical simple se compose d'une vitre de 3 mm d'épaisseur
   a. Calculer la résistance thermique R_1 de la vitre
   b. Calculer la nouvelle résistance R'_1 si l'on double l'épaisseur de la vitre ?
2. On réalise un double vitrage de la façon suivante en emprisonnant une lame d'air d'épaisseur 6 mm entre deux vitres d'épaisseurs 3 mm chacune:
   a. Calculer la résistance thermique R_{DV} de l'ensemble ?
   b. Calculer le cœfficient de transmission global K_{DV} (K=1/R)
   c. Calculer le gain de calorie défini par $(K_1-K_{DV})/K_1$? conclure ?
      - Conductivité thermique du verre : λ=1.15 W/m.°C ;
      - Résistance thermique de la lame d'air : λ=0,024 W/m.°C
      - Résistance superficielle interne : r_{si} = 1/hi = 0.11 m^2 .°C. W^{-1}
      - Résistance superficielle externe : r_{se} =1/he = 0.06 m^2.°C.W^{-1}.

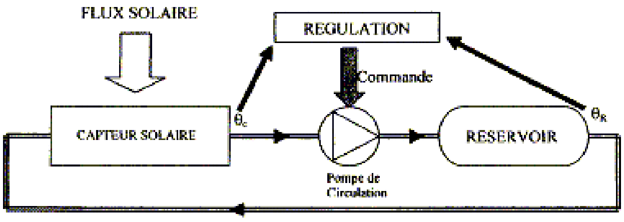
Exercice 4 : capteur plan

On utilise un capteur solaire pour réchauffer l'eau soutirée du puits. Ce capteur plan sera considéré comme un corps noir (radiateur intégral). Il reçoit du soleil un flux énergétique par mètre carré de 1000 W.m^{-2}.

1. Calculer la température d'équilibre du capteur (exprimée en K puis en C).
2. Calculer la longueur d'onde où le capteur émet le plus d'énergie.
3. Quel est le nom donné au rayonnement ayant cette longueur d'onde ?

Rappel : loi de Stéphan $P=\sigma T^4$ *ou P s'exprime en* Wm^{-2} ; σ= *5,67* 10^{-8} $Wm^{-2}K^{-4}$.
Et loi de Wien : $\lambda_{maxi}.T = 2,9.10^{-3}$ *m.K.*

Exercice 5 : Influence du vitrage dans un capteur plan



Un chauffe eau solaire (CES) est constitué :

- d'un capteur solaire dans lequel circule un fluide chauffé par rayonnement solaire à la température θ_c,
- d'un réservoir permettant le stockage de l'eau réchauffée à la température θ_R
- d'une pompe de circulation permettant la circulation d'un fluide entre les deux parties dont le débit est commandée par une régulation électronique.

Le soleil et le capteur seront considérés comme des corps noirs. On ne tiendra compte que des échanges thermiques par rayonnement.

Données : le soleil a une température de surface T_S = 5800 K. Le capteur en équilibre thermique reçoit du soleil un flux énergétique φ_S= 1,0 kW m^{-2}.

Partie A - Le capteur sans vitrage reçoit le flux φ_S

1. Calculer la température d'équilibre T_C du capteur (en K et °C).
2. Pourquoi le flux énergétique réémis par le capteur vaut-il 1000 W m^{-2} ?
3. Déterminer les longueurs d'onde $\lambda_{c\ max}$ et $\lambda_{S\ max}$ du rayonnement émis respectivement par le capteur et par le soleil.

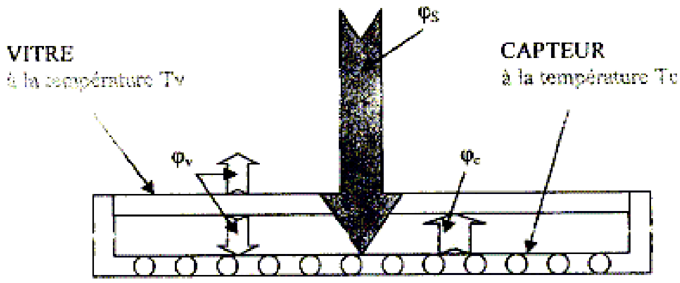
Partie B - On interpose une vitre entre le capteur et le soleil.

Cette vitre est transparente pour le rayonnement visible. Elle absorbe totalement les infrarouges longs. Elle réémet vers l'extérieur et vers le capteur la totalité des infrarouges.

φ_C : flux reçu ou émis par le capteur ;

φ_V : flux reçu ou émis par la vitre ; φ_S : flux solaire reçu;

T_C : température du capteur ; T_V : température de la vitre.

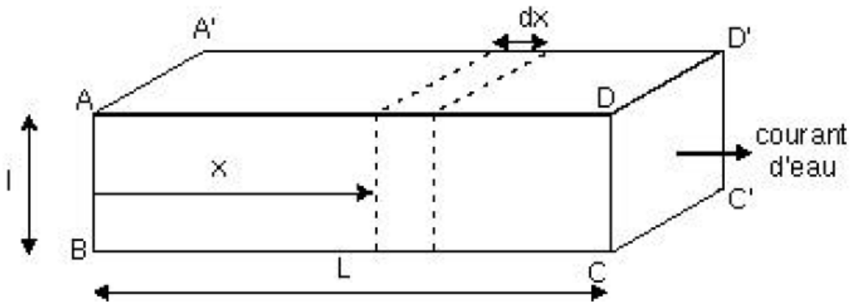


1. Déterminer l'expression du flux φ_C reçu par le capteur en fonction de φ_S, σ et T_V.
2. Déterminer l'expression du flux φ_C émis par le capteur en fonction de σ et T_C.
3. En déduire que : $\sigma T_C^4 = \varphi_S+\sigma T_V^4$.
4. Déterminer l'expression du flux φ_V reçu par la vitre en fonction de σ et T_C.
5. Déterminer l'expression du flux φ_V émis par la vitre en fonction de σ et T_V.
6. En déduire que : $2\sigma T_V^4 =\sigma T_C^4$
7. Montrer que la température du capteur est θ_C=160°C et celle de la vitre θ_V=91 °C.
8. Justifier l'intérêt d'ajouter une vitre sur le capteur.

FSA - ET6 : Capteur Plan et Concentrateurs - TD N4

Problème : Comportement thermique d'un capteur solaire en régime permanent

Il s'agit de faire fonctionner une centrale thermique avec de l'eau réchauffée par un capteur solaire parallélépipédique. On concentre le flux solaire à l'aide de N miroirs d'un mètre carré sur un tube à section rectangulaire parcouru par un courant d'eau.



On suppose le flux solaire uniformément réparti, sans pertes, sur la face ABCD du parallélépipède qui est parfaitement noircie (émissivité ε=1).

Les autres faces AA'DD', BB'CC' et A'B'C'D' sont *calorifugées* et ne subissent de pertes ni par rayonnement, ni par convection. Mais la face ABCD qui reçoit le rayonnement ne peut être traitée et il s'y produit des pertes par convection et rayonnement. Le flux solaire au sol étant d'environ 800 $W.m^{-2}$ dans les meilleures conditions (soleil au zénith; ciel clair).

1. Quel est le nombre N de miroirs de 1 m^2 de surface dont il faut disposer pour utiliser une puissance solaire P_{sol} = 1 MW, dans les conditions d'éclairement maximal ?

2. On suppose que chaque tranche d'épaisseur *dx* à l'abscisse moyenne x depuis la face d'entrée de l'eau a une température uniforme T(x) aussi bien pour l'eau que pour la paroi qui la recouvre; c'est donc cette température qui intervient pour les échanges, tant par le rayonnement que par convection (coefficient d'échange h avec l'air à la température T_0). L'eau qui rentre dans le capteur est également à la température T_0. Soit Dm le débit massique de l'eau et c sa capacité calorifique massique; on suppose le régime stationnaire établi (aucune grandeur ne dépend du temps) dans lequel P_{sol} parvient sur ABCD. On notera σ la constante de Stephane.

– Ecrire le bilan thermique relatif à la tranche d'épaisseur dx, sous forme d'équation différentielle en T(x).

3.

a. En supposant provisoirement toutes les pertes nulles, par rayonnement comme par convection, calculer la température de sortie T_{sol} (L) en fonction de P_{sol}, c, D_m, et T_0 .
A.N. P_{sol} = 10^6 W; c= 4200 $J.kg^{-1}.K^{-1}$; D_m =1$kg.s^{-1}$; T_0=300K; l=1m; L=10m

b. On suppose maintenant nulles les pertes par rayonnement, mais on tient compte des pertes par convection (h $\neq$0); résoudre l'équation différentielle correspondante et en déduire T_{sc}.

A.N. h = 20 $W.m^{-2}.K^{-1}$

c. Si ($h.l.L << D_m.c$)) Calculer la quantité :

$$\frac{\Delta T_{idéal}}{\Delta T_{conv}};$$

d. On suppose maintenant au contraire nulles les pertes par convection (h = 0) et on tient compte des pertes par rayonnement.

(i) Ecrire l'équation différentielle sous la forme

$$\frac{dT}{dx} + A.\ T^4 = B$$

(ii) Donner les expressions de A et B en fonction des paramètres du problème, ainsi que leur valeur numérique. On donne σ=5,67.10^{-8} W.m^{-2}.K^{-4} (SI)

(iii) Intégrer l'équation différentielle du (a), qui est à variables séparables; en déduire $T_{SR}(L)$ numériquement.

Si on ne parvient pas à résoudre l'équation, on prendra pour la suite un résultat approché: T_{SR} = 530 K.

4. Faute de pouvoir intégrer l'équation complète du **2.** , on suppose que les écarts dus aux 2 types de pertes à la température de sortie idéale du **2.a.** sont additifs. En déduire la température de sortie réelle.

Exercice 1 : Transmission de la chaleur

1. Citer les divers modes de transmission de la chaleur et donner dans chaque cas un exemple ;
2. Soit *R* la résistance thermique totale d'une paroi et *r* sa résistance thermique par m^2.
   - Donner la relation existant entre la résistance thermique R, le flux thermique Φ à travers cette paroi, et l'écart de température entre les deux faces de la paroi.
   - Préciser l'unité de la résistance thermique R.
3. On considère une maison assimilée à un parallélépipède rectangle de dimension L, l et h. les murs, en pierre mélangée à de la terre, ont une épaisseur moyenne e_1 et une conductivité thermique λ_1.
   On suppose négligeable les pertes de chaleur par le sol, le plafond et les ouvertures. La valeur moyenne (sur les quatre mois d'hiver) de la différence entre la température de la face intérieure et celle de la face extérieure du mur est notée $\Delta\theta$.
   On donne : $\Delta\theta$=12°C ; e_1=0.5 m ; λ_1=1,2 W/m.K ; L=15 m ; l=10m ; h=6m.

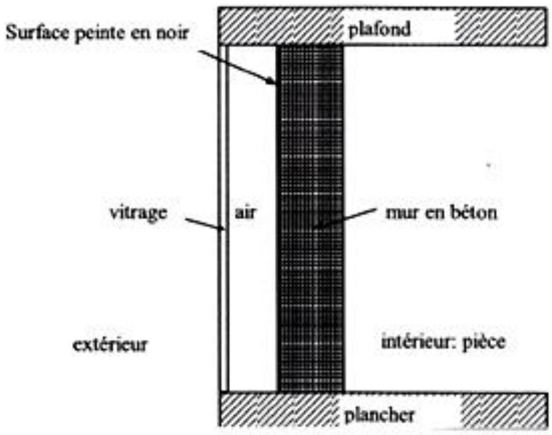
   a. Exprimer littéralement puis calculer r, la résistance thermique par m^2 de ces murs ;
   b. Exprimer littéralement puis calculer Φ, le flux thermique à travers l'ensemble de ces murs ;
   c. Le prix moyen du kWh est 0.9 dh. Calculer le cout du fonctionnement d'un chauffage électrique permettant de compenser les pertes thermiques qui se produisent pendant les 120 jours de froid.
4. Dans le cadre d'une réfection de la maison, on envisage de recouvrir les façades extérieures d'un enduit et de doubler intérieurement les murs par du « Placoplatre » séparé du mur par du polystyrène.

Matériau	Pierre+terre	Enduit extérieur	Polystyrène	Plâtre
Epaisseur (cm)	e1=50	e2=1	e3=5	e4=1
λ(W/m.K)	λ_1=1,2	λ2=1,1	λ_3=0,041	λ_4=0,35

a. Exprimer littéralement puis calculer r, la résistance thermique par m^2 du mur isolé.
b. Calculer l'économie ainsi réalisée pendant les 120 jours de froid.

Exercice 2 : Les murs capteurs

Un "mur capteur" (fig.) utilise l'énergie solaire pour chauffer une pièce. Ce dispositif est constitué d'une baie vitrée située à quelques centimètres à l'extérieur d'un mur en béton exposé au sud. La face extérieure du mur en béton est peinte en noir. Le mur Trombe est un mur capteur qui possède en plus des ouvertures horizontales hautes et basses qui permettent à l'air de la pièce de se réchauffer en circulant dans la zone " chaude "située entre le mur en béton et le vitrage.



La coupe latérale d'un mur capteur à l'allure suivante (sans souci d'échelle):

Par construction, le simple vitrage, la lame d'air emprisonné entre le vitrage et le mur en béton ainsi que le mur en béton ont des dimensions communes : longueur L : 3,00 m et de hauteur h : 2,50 m. Seule l'épaisseur des diverses couches varie.

Le simple vitrage a pour épaisseur : e_{verre} = 4,00 mm
Le mur en béton a pour épaisseur : $e_{béton}$ = 30,0 cm
La lame d'air emprisonné a pour épaisseur : e_{air} =10,0 cm.

1. Exprimer littéralement la résistance thermique surfacique R_1 de l'ensemble (mur +vitrage) ? Faire l'A.N. pour R_1 ?
   on supposera ici que l'épaisseur de la lame d'air emprisonnée est nulle. on notera les conductivités thermiques :
   $\lambda_{verre} = 1,15\ W\ m^{-1}\ K^{-1}$; $\lambda_{béton} = 1,75\ W\ m^{-1}\ K^{-1}$;
   Les valeurs des résistances thermiques superficielles sont :
   r_{se}= 0,0600 $m^2\ K\ W^{-1}$ *entre l'air extérieur et la vitre,*
   r_{si1}= 0,110 $m^2\ K\ W^{-1}$ *entre le mur en béton et l'air intérieur de la pièce.*
2. Calculer la résistance thermique surfacique R_2 de l'ensemble {mur+ air emprisonné + verre}.
   λ_{air} =0,026W $m^{-1}\ K^{-1}$;
   r_{si2}= 0,0500 $m^2\ K\ W^{-1}$ *entre la vitre et l'air emprisonné*
   r_{si3}= 0,100 $m^2\ K\ W^{-1}$ *entre le mur en béton et l'air emprisonné.*
3. En comparant les valeurs de R_1 et R_2 conclure quant à l'intérêt de la couche d'air.
4. Calculer la valeur de l'aire S de la surface du vitrage ?
5. Calculer le flux Φ (W) des pertes de puissance occasionné par ce dispositif capteur. Conclure ?

Exercice 3 : Energie fournie par un Chauffe eau solaire (CES)

Un CES comprend un capteur solaire plan constitué par des tubes en cuivre dans lesquels un fluide caloporteur (eau) est mis en circulation par une pompe entraînée par un moteur électrique (circuit primaire). Ce fluide passe dans un échangeur immergé dans l'eau contenue dans un réservoir calorifugé.

- Le débit assurée par la pompe est de Dv=18 L/h. le diamètre des tubes en cuivre est ϕ=5 mm ;
- La surface du capteur est A=3 m^2 ; l'éclairement solaire disponible durant la période d'essai est en moyenne E=800 $W.m^{-2}$;
- Le moteur électrique a une puissance de p_0=60 W ;
- La capacité thermique de l'eau est de c=4180 $J.kg^{-1}.K^{-1}$;
- La masse volumique de l'eau est de $\rho=10^3$ $kg.m^{-3}$.

1/

a. Faire un schéma simplifié du système ? de quel type de CES s'agit-il ?
b. Citer les avantages principaux de ce type de système ?
c. Expliquer le rôle du régulateur dans ce genre de système ?

2/

a. Calculer la vitesse v de circulation de l'eau dans le circuit primaire ?
b. Calculer le débit massique Dm de l'eau en Kg/s ?

3°/ Lors d'un essai, l'eau du circuit primaire rentre à la température θ_1 = 15°C et ressort à la température θ_2 = 50°C. La puissance thermique utile du circuit primaire est de la forme : $P = D_m \times c \times \Delta\theta$. Justifier cette expression et faire l'application numérique.

4°/ Calculer le rendement du circuit primaire, *ce rendement étant calculé comme le rapport de la puissance thermique utile du circuit primaire par la somme des puissances que ce circuit primaire reçoit.*

Un bilan de fonctionnement établi sur 3 jours a donné les résultats suivants : on a récupéré 350 L d'eau chaude à 45 °C du réservoir calorifugé. Cette eau était initialement à la température de 12°C. Le circuit primaire a fonctionné 8 heures par jour.

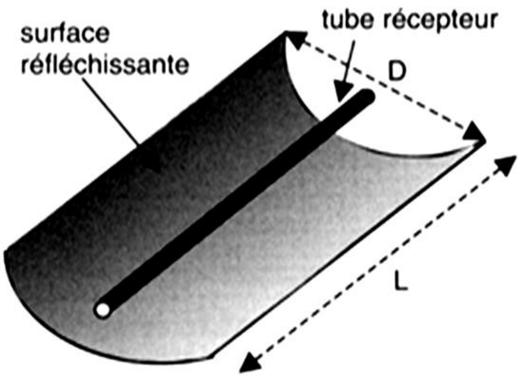
5°/ Calculer l'énergie fournie par l'installation durant cette période de 3 jours.

6°/ En déduire le rendement énergétique de l'installation.

FSA - ET6 : Capteur Plan et Concentrateurs - TD N5

Exercice 1 : Capteur Cylindro-parabolique :

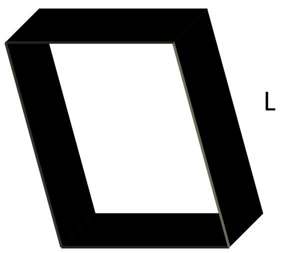
Un capteur cylindro-parabolique possède une ouverture D=2,5 m et une longueur L=10 m. la surface réfléchissante a une réflectivité solaire moyenne $\rho^*=0.86$. Le récepteur est un tube noirci ($\alpha^*=0,94$) de diamètre d=6 cm. Il intercepte une fraction $\gamma=77\%$ du flux solaire réfléchi par le miroir.
Le fluide caloporteur (FC), qui y circule, entre à $T_{fe}=200°C$ avec un débit $\dot{m}=500$ kg/h. Sa chaleur massique $c_p=1,26$ kJ/kg.K. Le coefficient global d'échange thermique entre le fluide et l'extérieur à Ta=25 °C s'élève à K=7 $W/m^2.K$. Il est supposé constant.
Le flux solaire tombant sur l'ouverture du concentrateur vaut $S^*=700$ W/m^2.



Déterminer la température T_{fs} de sortie du FC ?

Exercice 2 : modélisation d'un Chauffe eau solaire (CES)

Un chauffe-eau solaire peut être modélisé par un tube parallélépipédique de longueur **L=25 m** de section rectangulaire de dimensions **a=30 cm**, **b=3,0 cm**. Les parois sont isolées thermiquement, sauf l'une d'entre elles, de dimension $a \times L$. Cette paroi est exposée au soleil et revêtue d'un film plastique noir. Ce qui lui permet d'absorber le rayonnement solaire. La puissance reçue par unité de surface est $p = 700\ W.m^{-2}$. Le tube est rempli d'eau dont la température initiale est 18°C.



1. Calculer la puissance du rayonnement $\mathbf{P_1}$ reçue par la paroi.

2. Sachant que le rendement du film plastique noir est **η=30%,** quelle est la puissance $\mathbf{P_2}$ transférée à l'eau ?
3. Calculer la masse d'eau contenue dans le tube et en déduire l'énergie thermique nécessaire pour obtenir de l'eau à 30°C.
4. En supposant que toute l'énergie du rayonnement solaire absorbée par le film plastique est transmise à l'eau, calculer la durée d'exposition pour obtenir cette eau à 30°C.
5. L'eau issue d'une piscine circule dans ce tube, elle y entre à 18°C et doit en sortir à 30°C. calculé le débit massique en Q_m (**kg.s**$^{\mathbf{-1}}$**)** et le débit volumique Q_v en **L.h**$^{\mathbf{-1}}$.

Données : Capacité thermique massique de l'eau : $c=4{,}18\ 10^3\ J.kg^{-1}.K^{-1}$.
Masse volumique de l'eau : $\rho=10^3\ kg.m^{-3}$.

Exercice 2 : Chauffe eau solaire (CES) et pertes thermiques du réservoir

Un CES a Thermosiphon fourni une eau chaude sanitaire (ECS) à 55°C. La consommation d'ECS par jour est de V=300 L. l'eau froide est prise à 15°C.

1. Quelle est la quantité de chaleur nécessaire par jour, pour élever la température de l'eau de 15°C à 55°C, exprimée en KWh ?
2. L'énergie solaire arrivant sur le capteur n'est pas entièrement transmise à l'eau. Le rendement est de η=40%. Quelle est alors la quantité d'énergie solaire journalière que doit recevoir le capteur pour chauffer l'eau ?
3. L'ensoleillement journalier moyen par m^2 dépend de la période :

   L'ensoleillement quotidien pendant les mois ensoleillés est $E_{max}=6\ kWh.m^{-2}.jour$;

   L'ensoleillement quotidien pendant les mois moins ensoleillés est $E_{max}=3\ kWh.m^{-2}.jour$;

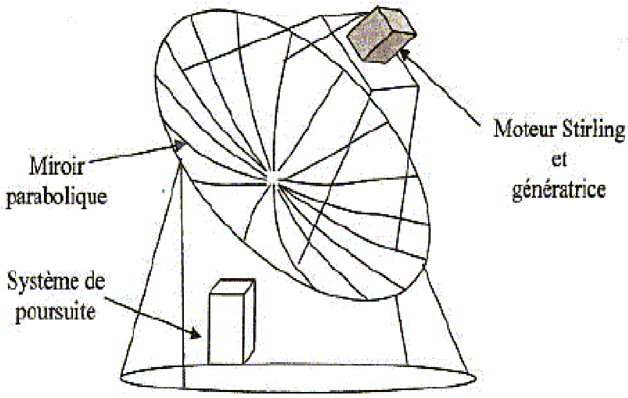
   Quelle est la surface de capteurs nécessaire pendant les mois ensoleillés ?

4. Si l'on installe 8 m^2 de capteur pour ce CES, calculer la température de l'eau obtenue pendant les mois les moins ensoleillés avec une telle installation ?
5. Le ballon (réservoir) d'ECS est un cylindre de hauteur H=2 m et de diamètre D=0,5 m, il est situé sur le toit de la maison ou la température ambiante est voisine de 30°C pendant les nuits d'été. L'Isolation du ballon d'ECS est effectuée par la laine de verre ($\lambda_2=0{,}07$ W/m.K) et d'épaisseur $e_2=50$ mm.

   L'acier est caractérisé par ($\lambda_1=45$ W/m.K) et une épaisseur $e_1=1{,}5$ mm.

   a. Calculer en fonction de D, H, la surface totale S de ce cylindre, fonds compris ?
   b. Quelle est la résistance thermique de la paroi ? on négligera les résistances superficielles.
   c. Montrer que l'acier est un très mauvais isolant thermique ?
   d. Calculer la densité de flux perdu en été ?
   e. Calculer la puissance thermique perdue par l'ensemble du ballon ?

Problème (dish/Stirling)



Une unité de production standard "dish-stirling" se compose :

- d'un miroir parabolique qui concentre le rayonnement solaire sur un absorbeur que l'on représentera par un **disque circulaire** placé perpendiculairement à l'axe optique du miroir,

- d'un moteur Stirling dont la source chaude est l'absorbeur ; le moteur est refroidi à l'air ou à l'eau,
- d'une génératrice entraînée par le moteur,
- d'un système de poursuite.

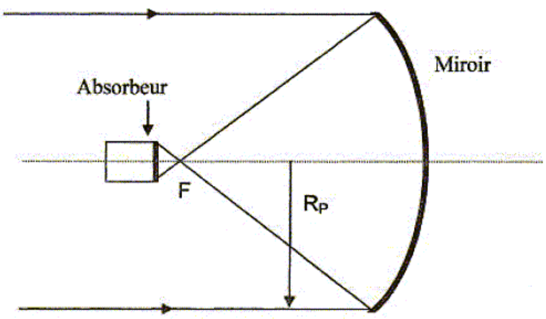
On rappelle la loi de Stefan : $\varphi = \sigma T^4$ avec φ la densité surfacique de puissance rayonnée et $\sigma = 5{,}67\ 10^{-8}$ W m^{-2} K^{-4} la constante de Stefan.

Partie 1 : Miroir parabolique et absorbeur.

1. Dites pourquoi il est nécessaire d'obtenir une température de la source chaude (absorbeur) élevée ?
2. Donner la définition optique du foyer d'un miroir parabolique.

On modélise, pour simplifier, le miroir parabolique par un miroir sphérique que l'on suppose utiliser dans le cadre de l'approximation de Gauss. Sachant que le rayon d'ouverture vaut $\mathbf{R_p = 4{,}5\ m}$ et la distance focale vaut **f = 5 m**.

3. Quel est l'avantage principal du miroir parabolique par rapport au miroir sphérique ?
4. Rappeler les conditions de l'approximation de Gauss et préciser alors la position du foyer.
5. Dessiner l'image du soleil par le miroir. On fera apparaître sur le tracé, la construction de l'image de deux points diamétralement opposés du bord du disque solaire. Le Soleil étant vu sous un diamètre apparent α=32 minutes d'arc.
6. Calculer le diamètre ϕ de l'image nette du soleil.
7. Donner la puissance solaire P_{in} capté par le miroir si l'éclairement E = 800 W.m^2 ?
8. Sachant que le facteur de concentration géométrique Cg= 2500, Calculer le rayon Ra de l'absorbeur en fonction de Rp et Cg. Faire l'application numérique.
9. A quelle distance λ du foyer faut-il placer l'absorbeur pour qu'il soit entièrement éclairé ? Faire un schéma simplifié claire.
10. l'absorbeur réfléchit 20 % du rayonnement qu'il reçoit et d'autre part, il se comporte comme un corps noir. La température de fonctionnement du système est T_a= 1040 K.
11.
    a. calculer en fonction de P_{in}, la puissance P_a réellement absorbée par l'absorbeur ;
    b. calculer la puissance perdue par rayonnement P_{ray} ? on considère que seule la face recevant le flux solaire concentré rayonne.
    c. calculer enfin la puissance transmise P_{tr} au moteur ?



Partie 2 : Le moteur de Stirling.

C'est un moteur étanche à gaz interne et à source de chaleur externe. Les n moles de gaz interne (air, hélium ou hydrogène) subissent un cycle de transformations que l'on supposera réversibles :

- **AB** : détente isotherme à T_C= 900 K.
- **BC** : refroidissement isochore à volume V= V_1 dans un générateur qui stocke la chaleur échangée ;
- **CD** : compression isotherme à T_f = 300 K ;
- **DA** : réchauffement isochore à volume V= V_2 dans le régénérateur qui lui restitue l'énergie stockée pendant la transformation BC.

Le gaz sera assimilé à un gaz parfait. On donne R = 8,314 SI.

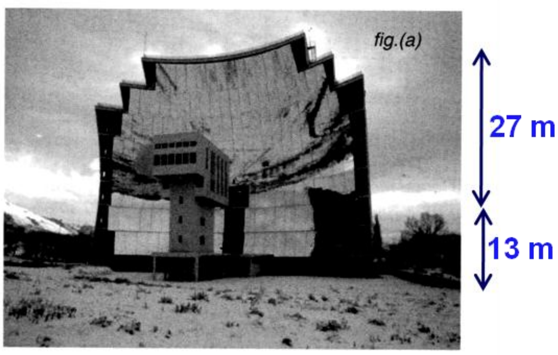
1. Ecrire l'équation des gaz parfaits et en déduire l'unité de R.
2. Dans un diagramme de Clapeyron (P,V), dessiner le cycle décrit par le gaz.
3. Exprimer en fonction des données les quantités de chaleur échangées au cours des quatre transformations. On note Cv la capacité thermique molaire à volume constant du gaz. On rappelle que l'énergie interne U d'un gaz parfait ne varie pas si la température reste constante et que dQ=nCvdT (transf. isochore) et dW=-PdV.
4. En utilisant le premier principe, calculer le travail W fourni par le gaz au cours d'un cycle en fonction de n, R, TC et Tf et du rapport volumétrique a = V_1/V_2.

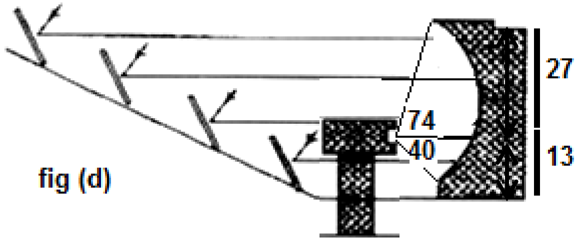
   On donne a = 2,3 ; n = 0,40 mol. Calculer W et Q_{AB}.

5. Définir le rendement théorique ρ_{th} du moteur et le calculer. Pour quelle raison ce rendement n'est-il jamais atteint ?

Exercice 3 : Concentrateur Parabolique

Considérons le four solaire de la fig. (a). C'est un immense paraboloïde dont la coupe méridienne est donnée à la fig (b).





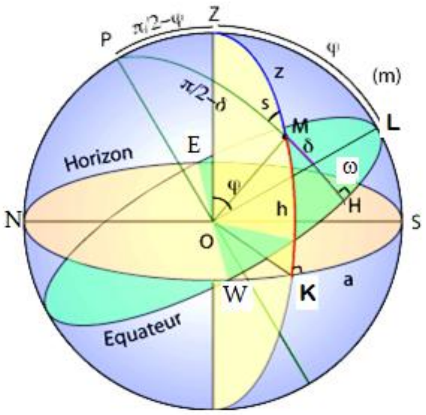
Ce paraboloïde fait converger au foyer des rayons solaires réfléchis par 63 héliostats plans de 45 m^2 chacun fig. (c). L'implantation des héliostats par rapport au paraboloïde est donnée par le schéma de la fig. (d).

Calculer :

- Le diamètre de l'image de Gauss du soleil (d_G)?
- Le diamètre de la surface réelle du soleil (2Y) ?
- La concentration énergétique C* ?
- Le facteur de Four FF sachant que la concentration effective vaut C*e=20000?

Solution du TD N1 : Formules de Gauss et diagramme solaire

Solution Exercice 1 : démonstration des formules de Gauss



On considère le plan OPH : (1) $\vec{OM} = \cos\delta \cdot \vec{OH} + \sin\delta \cdot \vec{OP}$

On considère le plan OZK : (2) $\vec{OM} = \cos h \cdot \vec{OK} + \sin h \cdot \vec{OZ}$

Le but est d'exprimer le vecteur $\vec{OM}$ *dans le repère (Oxyz) c.à.d. le repère Ouest, Sud, Zénith (OWSZ)*

Dans (Oxyz), $\vec{OK}$ et $\vec{OZ}$ sont :

$$\vec{OK} = \begin{cases} \sin a \\ \cos a \\ 0 \end{cases} \quad \textit{et} \quad \vec{OZ} = \begin{cases} 0 \\ 0 \\ 1 \end{cases}$$

(2) devient

$$\boxed{\vec{OM} = \cos h \times \begin{cases} \sin a \\ \cos a \\ 0 \end{cases} + \sin h \times \begin{cases} 0 \\ 0 \\ 1 \end{cases} = \begin{cases} \cos h \sin a \\ \cos h \cos a \\ \sin h \end{cases}} \quad (2)$$

Par ailleurs, dans le plan équatorial :

$$\vec{OH} = \begin{cases} \sin\omega \\ \cos\omega \\ 0 \end{cases} = \sin\omega \cdot \vec{OW} + \cos\omega \cdot \vec{OL}$$

Avec $\vec{OW} = \begin{cases} 1 \\ 0 \\ 0 \end{cases} \quad \vec{OL} = \begin{cases} 0 \\ \sin\varphi \\ \cos\varphi \end{cases}$ *;* ➔ $\vec{OH} = \begin{cases} \sin\omega \\ \cos\omega \cdot \sin\varphi \\ \cos\omega \cdot \cos\varphi \end{cases} \qquad \vec{OP} = \begin{cases} 0 \\ -\cos\varphi \\ \sin\varphi \end{cases}$

(1) Devient :

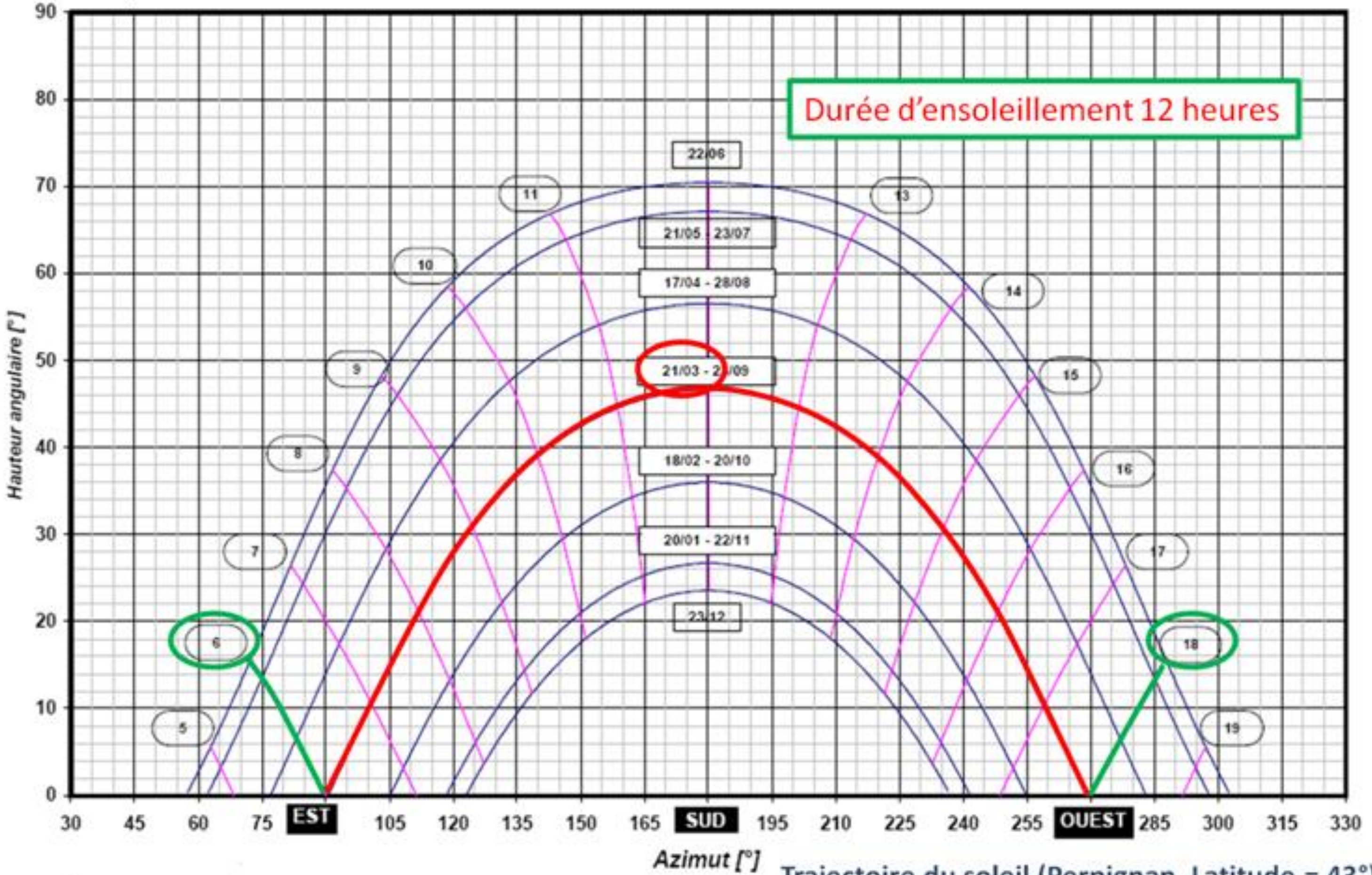
$$\boxed{\vec{OM} = \cos\delta \cdot \vec{OH} + \sin\delta \cdot \vec{OP} = \begin{cases} \cos\delta \cdot \sin\omega \\ \cos\delta \cdot \cos\omega \cdot \sin\varphi - \sin\delta \cdot \cos\varphi \\ \cos\delta \cdot \cos\omega \cdot \cos\varphi + \sin\delta \cdot \sin\varphi \end{cases}} \quad (1)$$

Enfin

$$\begin{cases} \cos\delta \cdot \sin\omega = \cos h \sin a \\ \cos\delta \cdot \cos\omega \cdot \sin\varphi - \sin\delta \cdot \cos\varphi = \cos h \cos a \\ \cos\delta \cdot \cos\omega \cdot \cos\varphi + \sin\delta \cdot \sin\varphi = \sin h \end{cases}$$

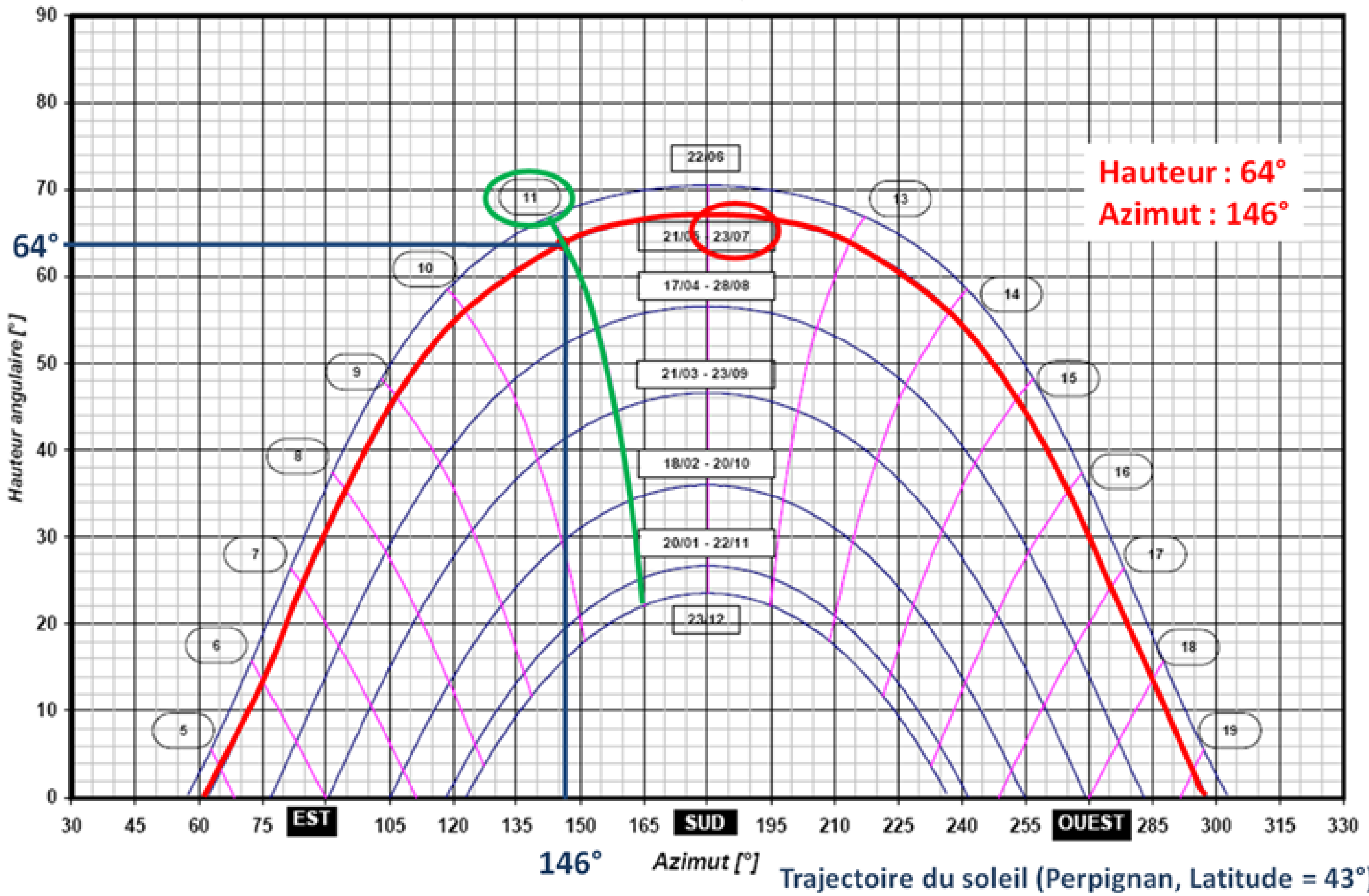
Solution des exercices 2 et 3 TD N1 : Diagramme solaire

1) Donner la durée d'ensoleillement le 21 mars



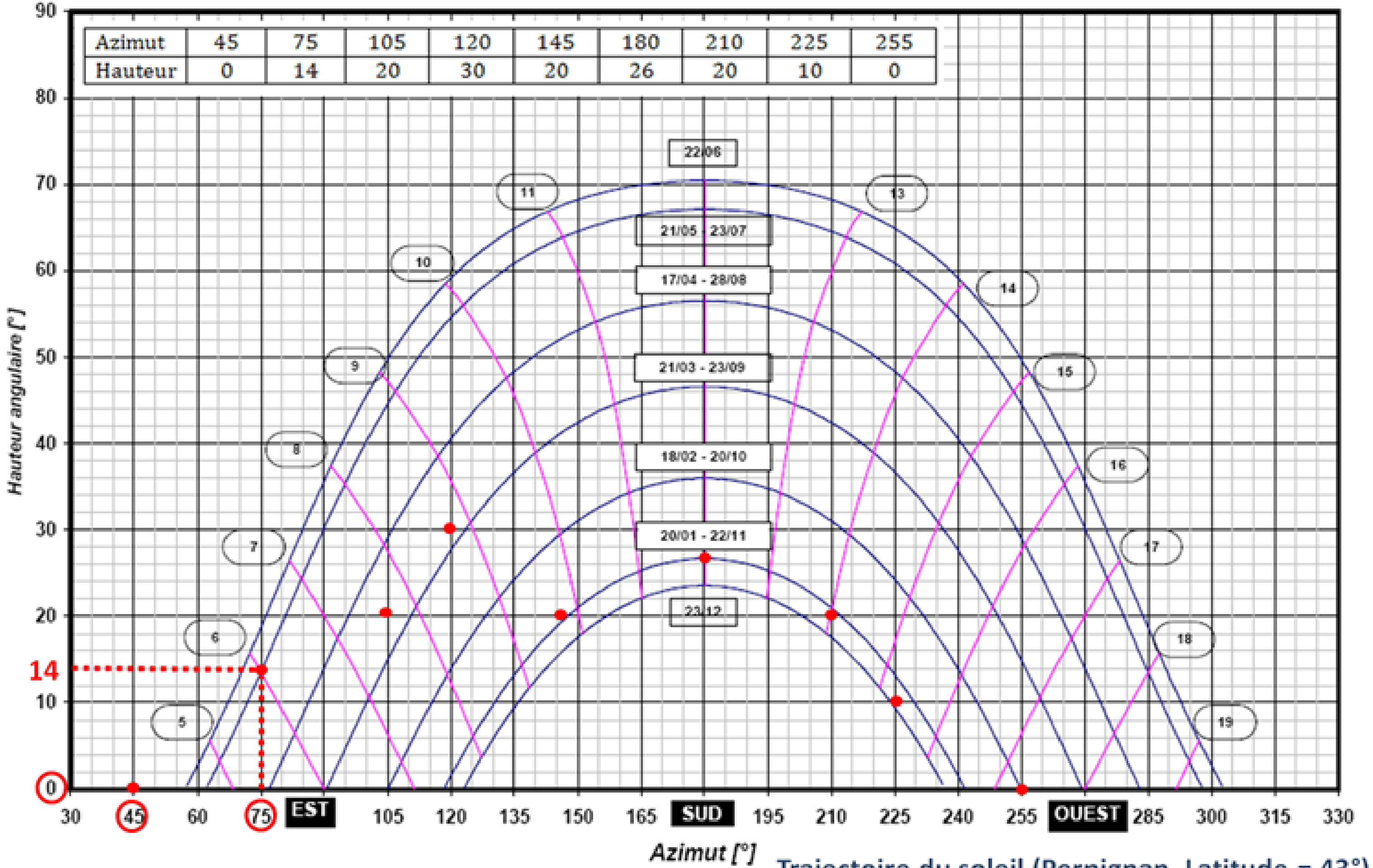
Trajectoire du soleil (Perpignan, Latitude = 43°)

2) Donner la hauteur et l'azimut du soleil le 23 juillet à 11 heures.



Trajectoire du soleil (Perpignan, Latitude = 43°)

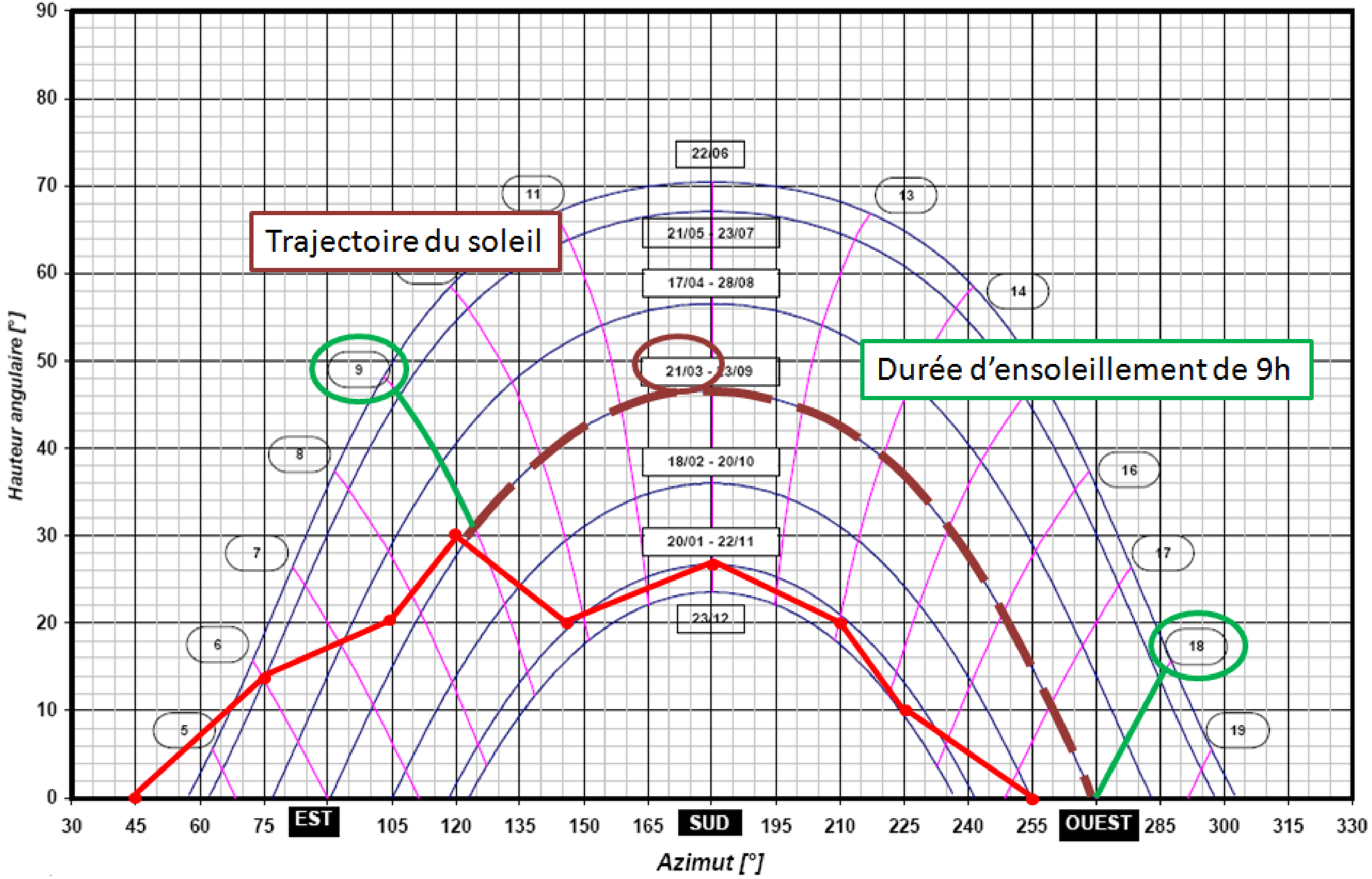
Donner la durée d'ensoleillement le 21 mars



Azimut	45	75	105	120	145	180	210	225	255
Hauteur	0	14	20	30	20	26	20	10	0

Trajectoire du soleil (Perpignan, Latitude = 43°)

Donner la durée d'ensoleillement le 21 mars



Solution du TD N2 : Rayonnement solaire et capteur plan

Solution Exercice 1 : Trajectoire du Soleil, angle d'incidence, éclairement direct.

Lieu : Orsay (France : 48°48' N, 2°11' E)
Date : 19 octobre

1) Déclinaison solaire δ :
"Rang" du jour dans l'année *: n*=31+28+31+30+31+30+31+31+30+19=292
Formule de Cooper pour δ :

$$\boxed{\delta = 23{,}45.\sin(360.\frac{284+n}{365})}$$

➔ $\boxed{\delta = -11.05° \text{ soit } -0.193 \text{ (rd)}}$

2) Durée du jour :
On peut la calculer par une formule propose au cours :

$$ddj = T_j = 2\omega_0/15 = \frac{2}{15}\cdot\cos^{-1}(-tg\varphi\cdot tg\delta)\cdot\frac{180^o}{\pi} \quad (h).$$

Où les angles φ et δ sont exprimés en radian (rd)
On trouve :

Tj=10,27 h soit Tj=10h 16 mn

3) Heures du lever H_l et Coucher H_c en TSV
Le lever et le coucher étant places symétriquement par rapport au midi solaire :

$$H_l = 12 - \frac{T_j}{2}(h)$$ ➔ H_l =6,87 h soit 6h 52 mn

$$H_c = 12 + \frac{T_j}{2}(h)$$ ➔ H_c =17,13 h soit 17h 08mn

4) Heures locales correspondantes :
Le 19 octobre, la France est encore à *l'heure d'été* (***du 25 Mars au 27 Octobre***) : l'heure locale administrative est décalée en avance de (C1+C2=2 heures) par rapport a l'heure du fuseau de Greenwich GMT (référence) :

TL=TU + C1 + C2
TU=TSV ± abs(L)/15 + ET ;

Où abs(L) est la correction de longitude <u>(-abs(L) à l'Est de GMT</u> ; +abs(L) si Ouest de GMT)

Rq. : pour le Maroc C1=0, C2=1 ; tandis que pour la France C1=1, C2=1

Orsay est située à 2°11' à l'Est de GMT : le Soleil s'y lève plus tôt. Le décalage géographique vaut (L/15=(2°+11/60)/15=0,145 h ≅8,7 mn (8 mn 44s).
Enfin, l'équation du temps ET doit être évaluée pour le 19 octobre : n=192

$$ET \cong 450{,}68 \cdot \sin(2\pi \frac{n}{365} - 0{,}0269) + 595{,}4 \cdot \sin(4\pi \frac{n}{365} + 0{,}3528)$$

soit

$$ET \cong -432{,}2 - 494{,}8 \cong -927\,(s) \cong -15{,}45\,mn \cong -0{,}25\,h$$

Avec

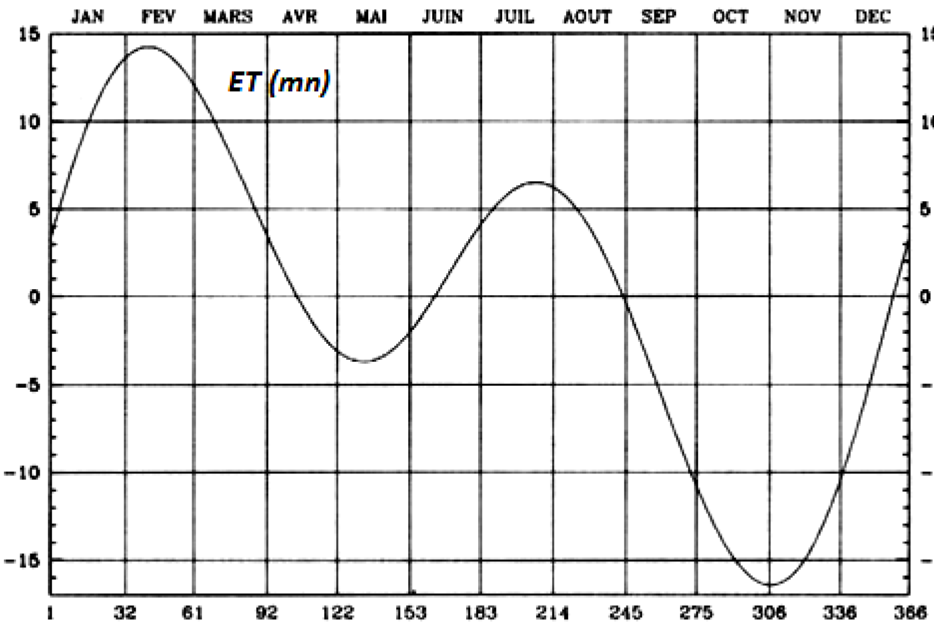
$$TL = TSV - L/15 + ET + C1 + C2 \quad car\,(L > 0\ Est\ GMT)$$

Enfin:

$$TL_l = 6{,}87\,h - 0{,}145\,h - 0{,}25\,h + 2\,h = 8{,}475h \;\; soit\ 8h\ 28mn$$

$$TL_c = 17{,}13\,h - 0{,}145\,h - 0{,}25\,h + 2\,h = 18{,}735h\ soit\ 18h\ 44mn$$

Remarque : la valeur de l'équation du temps ET peut être retrouvée à partir de la courbe suivante :



5) L'azimut local est donné par :

$$\sin a = \frac{\cos\delta \cdot \sin\omega}{\cos h \cdot}$$

Au lever et au coucher cos(h)=1

Donc :

$$\sin a = \cos\delta \cdot \sin\omega$$

l'angle horaire mesuré à partir du midi est : ω=(12-H) ×15 (degrés)

ω=±(17,13-12) ×15=± 5,13×15 = ± 76,95°(<u>*Azimut positif le matin, négatif le soir*</u>) ;

Enfin $\sin a = \cos\delta \cdot \sin\omega = \pm\cos\delta \cdot 0{,}9742 \rightarrow a = \pm 1{,}27\,\mathrm{rd} \quad \text{soit} \quad a = \pm 72{,}9°$

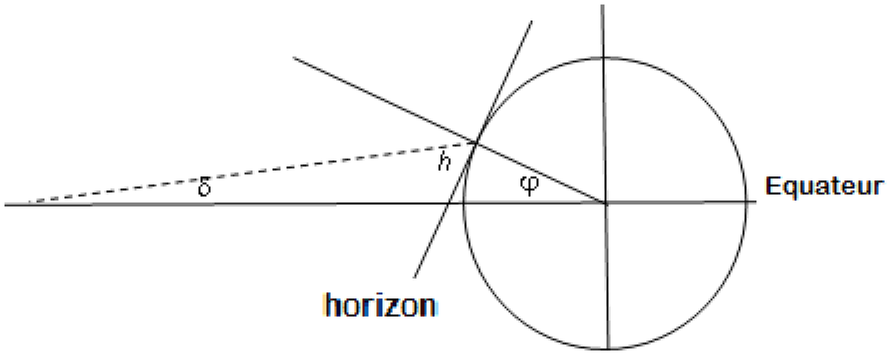
6) A midi TSV, l'azimut local vaut zéro par définition. De même ω=0 par def.

$$\Rightarrow \sin h = \cos\delta \cdot 1 \cdot \cos\varphi + \sin\delta \cdot \sin\varphi$$

$$\sinh = \cos(\varphi - \delta) \Rightarrow h = \frac{\pi}{2} \pm (\varphi - \delta)$$

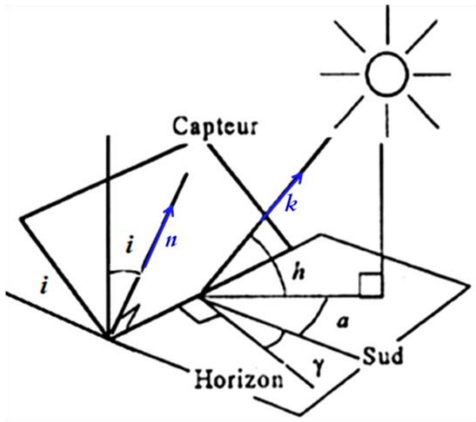
Comme *h* doit être une fonction croissante de δ et décroissante de φ, la bonne solution est :

$$h = \frac{\pi}{2} + \delta - \varphi = 90 - 11.05 - (48 + 48/60)$$
$$h = 30.07° \ soit\ 30°4'$$



7) Complément de cours : Angle d'incidence θ du RS sur un plan quelconque

$$\vec{n} = (\sin\gamma \times \sin i\ ,\ \cos\gamma \times \sin i\ ,\ \cos i)$$
$$\vec{k} = (\cos h \times \sin a\ ,\ \cos h \times \cos a\ ,\ \sin h);$$
$$il\ vient:$$



Sachant que $\cos\theta = \vec{n}.\vec{k}$; En utilisant les relations de Gauss :

$$\cos h \cdot \sin a = \cos\delta \cdot \sin\omega$$
$$\cos h \cdot \cos a = \cos\delta \cdot \cos\omega \cdot \sin\varphi - \sin\delta \cdot \cos\varphi$$
$$\sin h = \cos\delta \cdot \cos\omega \cdot \cos\varphi + \sin\delta \cdot \sin\varphi$$

On montre que :

$$\cos\theta = \sin\delta \cdot \sin\varphi \cdot \cos i - \sin\delta \cos\varphi \sin i \cos\gamma + \cos\delta \cos\varphi \cos i \cos\omega +$$
$$+ \cos\delta \sin\varphi \sin i \cos\gamma \cos\omega + \cos\delta \sin i \sin\gamma \sin\omega$$

8) @9h TSV, ω=(12-9)×15°=45°=π/4 rd ;
$i = 40° = 0{,}698 rd$; $\gamma = \pi/2$; $\delta = -0{,}192 rd$; $\varphi = 0{,}852 rd$

La formule générale se simplifie :

$$\cos\theta = \sin\delta \cdot \sin\varphi \cdot \cos i + \cos\delta \cos\varphi \cos i \cos\omega + \cos\delta \sin i \sin\gamma \sin\omega$$
$$soit \quad \cos\theta \cong 0.694$$

9) Le Flux extraterrestre (à la limite de l'Atmosphère terrestre) : E_0=1367 W/m²

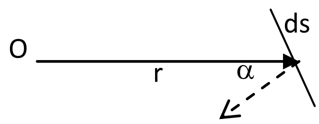
(C.à.d. la Constante solaire). En raison de la transmission de l'Atmosphère et de l'effet « cosinus », l'éclairement direct du toit vaut :

$$E_s = E_0 \times \tau_{atm.} \times \cos\theta = 1367 \times 0.52 \times 0.694$$
$$E_s \cong 493 W/m^2$$

Solution Exercice 2 : Constante solaire, Flux total émis par le soleil

1) On suppose que le soleil émet un flux énergétique isotrope (c.à.d. uniforme dans toutes les directions). L'angle solide sous lequel « est vu » une surface de 1 m^2 à la limite de l'atmosphère est donné par :

$$(d\Omega = \frac{dS.\cos\alpha}{r^2})$$



$$\Delta\omega = \frac{1}{(149{,}597871 10^9)^2} = \frac{10^{-18}}{149{,}6^2} \cong 4{,}46 \cdot 10^{-23} sr$$

Dans cet angle solide le soleil émet une puissance égale à la constante solaire (1367 W). Comme le soleil émet dans tout l'espace (4π sr) :

$$\phi_{sol} \rightarrow 4\pi\ sr$$
$$1367 \rightarrow \Delta\omega$$

$$\phi_{sol} = \frac{4\pi}{\Delta\omega} \times 1367 = 3{,}84 \times 10^{26}\, W$$

Soit environ la puissance de 384x10^{15} Centrales PWR terrestre de 1000 MW.

2) Emittance totale du soleil :
L'emittance totale est le rapport entre le flux énergétique émis par une surface sur la totalité de cette surface :

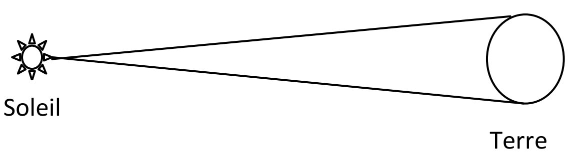
$$Es = \frac{\phi_{sol}}{4\pi R_S^2} \quad soit \quad Es = \frac{3{,}84 \times 10^{26}}{4.\pi.(6{,}96 \times 10^8)^2} = 6{,}31 \times 10^7\ W/m^2$$

3) Température équivalente du corps Noir du soleil :

$$Ts = \left(\frac{E_s}{\sigma}\right)^{1/4} \quad soit \quad Ts = \left(\frac{6{,}31 \times 10^7}{5{,}67 \times 10^{-8}}\right)^{1/4} = 5777°K$$

4) Pour n'importe quel point source de la surface visible, depuis la terre, du soleil, la terre intercepte les rayons issus de ce point dans un angle solide sensiblement égal à :

$$\Omega_T \cong \frac{\Delta S_T}{D_{DT}^2} = \frac{\pi \cdot D_T^2}{4.D_{TS}^2}$$



Avec D_{TS} : distance terre-soleil et D_T : diamètre moyen de la terre.
Au solstice d'hiver, la terre est presque au périhélie (02 Janvier), l'angle solide sera noté $\Omega_{T,h}$.
Au solstice d'été, la terre est presque à l'aphélie (02 Juin), l'angle solide sera noté $\Omega_{T,e}$ ..

$$\Omega_{T,h} = \frac{\pi \cdot D_T^2}{4.D_{TS,per.}^2} = \frac{\pi.(12{,}735\times 10^6)^2}{4\times(147{,}1\times 10^9)^2} = 5{,}89\times 10^{-9}\,sr$$

$$\Omega_{T,e} = \frac{\pi \cdot D_T^2}{4.D_{TS,aphe}^2} = \frac{\pi.(12{,}735\times 10^6)^2}{4\times(152{,}1\times 10^9)^2} = 5{,}51\times 10^{-9}\,sr$$

5) Fraction du flux solaire interceptée par la terre :
On peut considérer le soleil comme une source ponctuelle. Le flux est donc proportionnel à l'angle solide d'émission :

$$\phi_{sol} \to 4\pi\ sr$$
$$\phi_{\text{été}} \to \Omega_{T,\text{été}}$$
$$F_e = \frac{\Omega_{T,\text{été}}}{4\pi} = 0{,}44\times 10^{-9} \quad ; \quad F_h = \frac{\Omega_{T,\text{hiv.}}}{4\pi} = 0{,}47\times 10^{-9}$$
$$soit:$$
$$\phi_{\text{été}} = F_e \times \phi_{sol} \quad ; \quad \phi_{\text{hiv.}} = F_h \times \phi_{sol}$$
$$A.N.:$$
$$\phi_{\text{été}} = 1{,}69\times 10^{17} W \quad ; \quad \phi_{\text{hiv.}} = 1{,}80\times 10^{17} W$$

Cette puissance est colossale, environ 180 millions de fois « la puissance d'une centrale typique » de 1 GW=1000 MW. Ce qui est équivalent à 10 000 fois la puissance totale consommée par les applications énergétiques, industrielles et agricoles pour l'ensemble de l'humanité :
La puissance moyenne consommée par l'humanité (en 2008) vaut : 12 G TEP/an, Soit :

$$P_{totale} \cong \frac{12.10^9.41{,}86.10^9}{365.24.3600} \approx 15{,}9\times 10^{12} W$$

6) L'éclairement énergétique moyen à la limite de l'atmosphère terrestre (extraterrestre) : (e_{atm} : épaisseur de l'atmosphère soit e_{atm} =150 km)

$$E = \frac{\phi}{2\pi R_T^2} = \frac{2.\phi}{\pi.D_T^2} \quad ; \quad avec\, D_T = D_{T,sol} + 2\times e_{atm.}$$

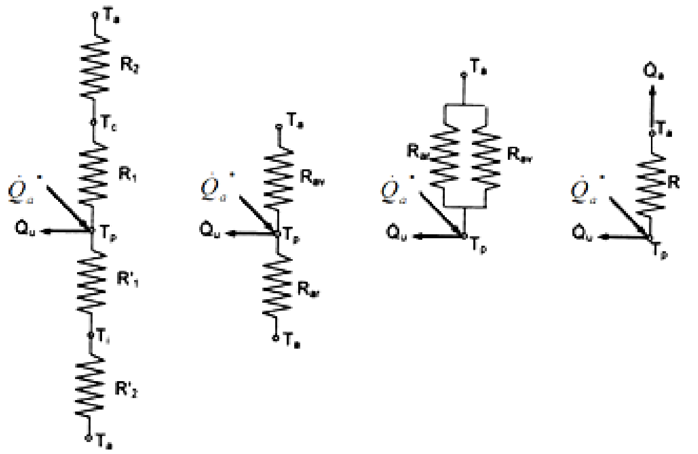
$$E_h = \frac{2\times 180\times 10^{15}}{\pi.(13{,}035\times 10^6)^2} \approx 674 W/m^2$$

$$E_e = \frac{2\times 169\times 10^{15}}{\pi.(13{,}035\times 10^6)^2} \approx 633 W/m^2$$

Soit environ la moitié de la Constante solaire. On ne trouve pas la moitié car la constante solaire est calculée pour la distance moyenne terre-soleil et rapportée à la surface terrestre au sol.

Exercice 3 : Coefficient global des pertes thermiques d'un capteur (complément de cours)

Analogie électrique permettant de déterminer le flux thermique Q_p perdu par la plaque (l'absorbeur) avec l'environnement à la température Ta. (Voir cours pour la démonstration)



Solution du TD N3 : Capteur plan et concentrateurs

Solution Exercice 1 : Flux thermique à travers un mur plan

Données :

Béton e=15cm=0,15m ; λ=1,4 W/m.°C
Plâtre e=10cm=0,10m ; λ=0,46 W/m.°C
Enduit e=15mm=0,015m ; λ=1,15 W/m.°C

Il s'agit d'un mur vertical en contact avec l'extérieur, donc sa résistance thermique superficielle est :

$$\frac{1}{h_i}+\frac{1}{h_e} = 0{,}11 + 0{,}06 = 0{,}17 \ \ m^2.°C/W$$

sa résistance thermique globale est :

$$R = \frac{1}{h_i}+\frac{1}{h_e}+\sum_i \frac{e_i}{\lambda_i} = 0{,}11+0{,}06+\frac{0{,}15}{1{,}4}+\frac{0{,}01}{0{,}46}+\frac{0{,}015}{1{,}15} \cong 0{,}312\, m^2.°C/W$$

Son coefficient K est

$$K = \frac{1}{R} = \frac{1}{0{,}312} = 3{,}2 \quad W/m^2.C$$

Le flux de chaleur traversant ce mur par m^2 est :

$$\varphi = K\cdot(Te - Ti)$$

$$\text{si } T_e = 17°C, T_i = 20°C$$
alors :
$$\varphi = -9{,}618\, W/m^2$$

$$\text{si } T_e = 12°C, T_i = 20°C$$
alors :
$$\varphi = -25{,}64\, W/m^2$$

Dans les deux cas, il s'agit d'une perte de chaleur (<0).

Solution Exercice 2 : Comparaison laine de verre-béton

Béton e=30 cm=0,30 m ; λ=1,2 W/m.°C

La résistance thermique à la conduction de ce mur est : $\frac{e}{\lambda} = \frac{0{,}3}{1{,}2} = 0{,}25\, m^2.°C/W$

Pour doubler cette résistance, soit r'=0.5 m^2.°C/W, il faut une épaisseur de béton de :

$$e' = r'\times\lambda = 0{,}5\times 1{,}2 = 0{,}6m = 60cm$$

Il faut donc doubler l'épaisseur de béton.

On obtiendrait le même résultat avec une épaisseur e' de laine de verre de conductivité λ'=0,041 W/m.°C :

$$r = \sum_i \frac{e_i}{\lambda_i} = \frac{0{,}3}{1{,}2}+\frac{e'}{0{,}041} \cong 0{,}5\, m^2.°C/W \quad \Rightarrow \quad e' = 0{,}041\times\left(0{,}5-\frac{0{,}3}{1{,}2}\right) \cong 0{,}001m = 1\,cm$$

c/c : 1 cm de laine de verre présente la même résistance thermique à la conduction que 30 cm de béton.

Solution Exercice 3 : Isolation simple et double vitrage

Verre e=0,3 cm=0,003 m ; λ=1,15 W/m.°C

1) Verre simple :

Il s'agit d'un verre en contact avec l'extérieur, donc sa résistance thermique superficielle est :

$$\frac{1}{\mathrm{h_i}}+\frac{1}{\mathrm{h_e}}=0{,}11+0{,}06=0{,}17\ m^2.°C/W$$

sa résistance thermique globale est :

$$\mathrm{R_1}=\frac{1}{\mathrm{h_i}}+\frac{1}{\mathrm{h_e}}+\sum_i\frac{e_i}{\lambda_i}=0{,}11+0{,}06+\frac{0{,}003}{1{,}15}\cong 0{,}1726m^2.°C/W$$

Si l'on double l'épaisseur de verre :

$$\mathrm{R_1'}=\frac{1}{\mathrm{h_i}}+\frac{1}{\mathrm{h_e}}+\sum_i\frac{e_i}{\lambda_i}=0{,}11+0{,}06+\frac{0{,}006}{1{,}15}\cong 0{,}1752m^2.°C/W$$

2) *Double vitrage :*

Si l'on insère entre deux vitres d'épaisseur e=3 mm=0,003 m une lame d'air (*λ'=0,024 W/m.°C*) d'épaisseur e'= 6 mm=0,006 m, la résistance thermique globale de l'ensemble est :

$$\mathrm{R_2}=\frac{1}{\mathrm{h_i}}+\frac{1}{\mathrm{h_e}}+\sum_i\frac{e_i}{\lambda_i}=0{,}11+0{,}06+\frac{0{,}003}{1{,}15}+\frac{0{,}006}{0{,}024}+\frac{0{,}003}{1{,}15}\cong 0{,}4252m^2.°C/W$$

Le coefficient K_2 est

$$\mathrm{K_2}=\frac{1}{\mathrm{R_2}}=\frac{1}{0{,}4252}=2{,}35\quad W/m^2.C$$

Le gain de calorie est alors :

$$\mathrm{G}=\frac{\mathrm{K_1}-K_2}{\mathrm{K_1}}=\frac{5{,}7-2{,}35}{5{,}7}=58{,}7\%$$

L'air est un excellent isolant thermique. Pour augmenter la résistance thermique d'une paroi, et donc diminuer les pertes thermiques, plutôt que d'augmenter les épaisseurs de matériaux, il vaut mieux intercaler des couches d'air.

Solution Exercice 4 : capteur plan

Quand il sera à l'équilibre, l'énergie qu'il reçoit sera égale à l'énergie qu'il rayonne.
Energie reçue par m^2: E_1 = 1000 W.m^{-2};

Energie rayonnée : $E_2 = \sigma.T^4$, soit : T^4 = 1000 / 5,67 10^{-8} =1,76 10^{10}.

T= 364 K soit T = 91 °C.

La loi de Wien donne la longueur d'onde où se situe le maximum d'émission :

$\lambda_{maxi}.T = 2{,}9.10^{-3}$, soit $\lambda_{maxi} = 2{,}9.10^{-3} / 364 = 7{,}97\ 10^{-6}$ m = 7970 nm

Le domaine visible va de 400 nm (violet) à 800 nm (rouge). λ_{maxi} > 800 nm : le rayonnement est situé dans l'INFRA-ROUGE.

Solution Exercice 5 : Influence du vitrage dans un capteur plan

Partie A : capteur sans vitrage

1. Energie rayonnée : $E_2 = \sigma.T^4$, soit : $T^4 = 1000 / 5{,}67\ 10^{-8} = 1{,}76\ 10^{10}$.

T= 364 K soit T = 91 °C.

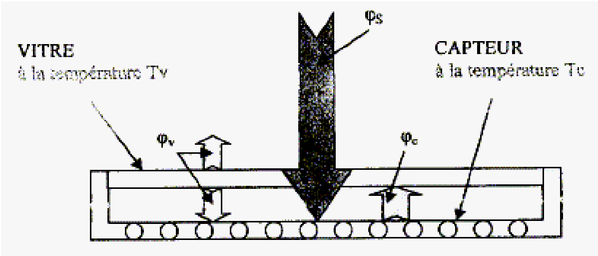
2. Conservation de l'énergie.

3.

$$\lambda_{c,\max} = \frac{3.10^{-3}}{Tc} = \frac{3.10^{-3}}{364} = 8{,}2 \cdot 10^{-6} m \quad \to IR$$

$$\lambda_{Sol,\max} = \frac{3.10^{-3}}{T_S} = \frac{3.10^{-3}}{5800} = 0{,}52 \cdot 10^{-6} m \quad \to \quad Visible$$

Partie B : capteur avec vitrage



1. $\varphi_C = \varphi_S + \varphi_V = \varphi_S + \sigma\ T_V^4$;
2. $\varphi_C = \sigma\ T_C^4$;
3. Le capteur réémet tout le flux qu'il a reçu : $\boxed{\sigma\ T_C^4 = \varphi_S + \sigma\ T_V^4}$ (**1**)
4. $\varphi_V = \sigma\ T_C^4$;
5. La vitre réémet la totalité des infrarouges cours reçus du capteur :

   vers l'extérieur : $\varphi_V = \sigma\ T_V^4$;
   vers le capteur : $\varphi_V = \sigma\ T_V^4$;

6. La conservation du flux conduit à : $\boxed{2\sigma\ T_V^4 = \sigma\ T_C^4}$ (**2**)

7. L'eq. (**1**) s'écrit : $\sigma\ T_C^4 = \varphi_S + ½\sigma\ T_C^4$; $½\ \sigma\ T_C^4 = \varphi_S$.

   $$T_C^4 = 2.\varphi_S/\sigma = 2000/5{,}67\ 10^{-8} = 3{,}52\ 10^{10}$$

   T_C= 434 K soit 160 °C.

   (**2**) donne $2T_V^4 = T_C^4$; $T_V = 2^{-0,25}.T_C$ =365 K soit 92 °C.

8. La température du capteur est beaucoup plus élevée, le flux réémis par le capteur étant en grande partie piégé par la vitre.

Solution du TD N4 : Capteur plan et concentrateurs

Complément et rappel mathématique :

- Résolution d'équations différentielles (ED du 1er ordre à Coefficients constants) :

$$\frac{df}{dx}+a.f=b \quad (1)$$

  – L'équation (1) Sans Second Membre (SSM) s'écrit :

$$\frac{df}{dx}+a.f=0 \quad \Rightarrow \frac{df}{f}=-a.x \quad \Rightarrow Lnf=-ax+C \Rightarrow f(x)=\alpha.\exp(-ax)$$

Solution générale de l'ED (1) SSM. α Est une Constante

  – Variation de la constante α :

Dans (1) nous avons :

$$\frac{df}{dx}+a.f=b \quad soit \quad \alpha'.\exp(-ax)-a\alpha.\exp(-ax)+a\alpha.\exp(-ax)=b$$

$$\Rightarrow \alpha'=b\cdot\exp(+ax) \quad \Rightarrow \quad \alpha=\frac{b}{a}\cdot\exp(+ax)+K$$

Avec K une vraie constante à déterminer en utilisant les conditions initiales (CI) :

$$\frac{df}{dx}+a.f=b \quad si \quad f(x=0)=0 \; par\, exemple$$

$$\Rightarrow\left(\frac{b}{a}\cdot\exp(+ax)+K\right)\cdot\exp(-ax)=0 \quad \Rightarrow \quad K=-\frac{b}{a};$$

$$\Rightarrow \alpha=\frac{b}{a}(\exp(+ax)-1)\Rightarrow \quad f(x)=\alpha\cdot\exp(-ax)=\frac{b}{a}(\exp(+ax)-1)\cdot\exp(-ax)$$

$$\Rightarrow \quad f(x)=\frac{b}{a}\cdot(1-\exp(-ax))$$

- Développements limités (DL) au voisinage de 0 et de quelques primitives usuelles :

$$\boxed{\begin{aligned}&si\ \varepsilon\to 0 \quad alors:\\ &e^{\varepsilon}\cong 1+\varepsilon+\frac{\varepsilon^2}{2}+\ldots\\ &\frac{1}{1-\varepsilon}\cong 1+\varepsilon+\varepsilon^2+\ldots\end{aligned}} \qquad \boxed{\begin{aligned}&\int\frac{dy}{y-a}=\ln|y-a|\\ &\int\frac{dy}{1+y}=arctg(y)=\tan^{-1}(y)\end{aligned}}$$

Solution du Problème : Comportement d'un capteur solaire en régime permanent

1.

$$N = \frac{\mathcal{P}_{sol}}{\Phi_0 S} = \frac{10^6}{800 \times 1} = 1\,250.$$

2. En régime stationnaire établi, le bilan thermique, pour la tranche d'épaisseur dx (située à l'abscisse moyenne x) s'écrit :

Puissance reçue = Puissance emmagasinée + Puissance rayonnée
+ Puissance perdue par convection

c'est-à-dire

$$\mathcal{P}_{sol}\left(\frac{\ell\, dx}{\ell L}\right) = \frac{dm}{dt} \cdot c[T(x+dx) - T(x)] + \sigma T(x)^4(\ell\, dx) + h(T(x) - T_0)(\ell\, dx)$$

car seule la surface ℓdx peut recevoir et perdre de l'énergie.

L'équation différentielle est donc :

$$\boxed{\frac{D_m c}{\ell}\frac{dT}{dx} + h(T(x) - T_0) + \sigma T(x)^4 = \frac{\mathcal{P}_{sol}}{\ell L}}$$

Cette équation différentielle n'est pas linéaire à cause du terme σT^4 et la solution n'est pas, *a priori*, analytique. Dans ce cas, comme le propose l'énoncé, on peut évaluer la contribution de chacun des termes.

a. Cas où il n'y a aucune perte : $\dfrac{dT}{dx} = \dfrac{\mathcal{P}_{sol}}{D_m c L}$.

Il vient : $\displaystyle\int_{T(x=0)}^{T(x)} dT = \int_{x=0}^{x} \frac{\mathcal{P}_{sol}}{D_m c L} dx$ c'est-à-dire $T(x) - T_0 = \dfrac{\mathcal{P}_{sol}}{D_m c L} x$

$T(x)$ est alors une fonction linéaire de x et $T_{id}(x = L) = T_0 + \dfrac{\mathcal{P}_{sol}}{D_m c} \approx 538$ K.

b. Cas où il y a perte par convection : $\dfrac{dT}{dx} + \dfrac{h\ell}{D_m c}(T - T_0) = \dfrac{\mathcal{P}_{sol}}{D_m c L}$.

Cette équation différentielle linéaire du premier ordre à coefficients constants avec second membre constant a pour solution $T(x)$ avec :

- $T(x) - T_0 = \alpha e^{-\frac{h\ell}{D_m c}x} + \dfrac{\mathcal{P}_{sol}}{h\ell L}$
- $T(x = 0) - T_0 = \alpha + \dfrac{\mathcal{P}_{sol}}{h\ell L}$.

Comme $T(x = 0)$, température de l'eau à l'entrée du capteur, est égale à la température T_0 de l'air, il vient :

$$T(x) = T_0 + \frac{\mathcal{P}_{sol}}{h\ell L}\left(1 - e^{-\frac{h\ell}{D_m c}x}\right)$$

En $x = L$, $\quad T_{conv}(x = L) = T_0 + \dfrac{\mathcal{P}_{sol}}{h\ell L}\left(1 - e^{-\frac{h\ell}{D_m c}L}\right)$.

Commentaires

• Si $L \ll \frac{D_m c}{h\ell}$, $T_{conv}(x = L) \approx T_0 + \frac{\mathcal{P}_{sol}}{h\ell L}\left(1 - \left(1 - \frac{h\ell}{D_m}L\right)\right)$

c'est-à-dire $T_{conv}(x = L) \approx T_{id}(x = L)$.

• On peut définir une longueur caractéristique au-delà de laquelle on ne peut pas négliger le phénomène de perte par convection pour le fluide circulant dans ce capteur :

$$L_{caractéristique} = \frac{D_m c}{h\ell}.$$

On peut également définir une surface caractéristique : $S_{caractéristique} = \ell L_c = \frac{D_m c}{h}$.

A.N. : $T_{conv}(x = L) = 300 + \frac{10^6}{20 \times 1 \times 10}\left(1 - e^{\frac{-20 \times 1 \times 10}{1 \times 4\,200}}\right) \approx 532{,}5$ K.

c. $$\frac{\Delta T_{idéal}}{\Delta T_{conv}} = \frac{T_{id}(x = L) - T_0}{T_{conv}(x = L) - T_0} = \frac{\frac{\mathcal{P}_{sol}}{D_m c}}{\frac{\mathcal{P}_{sol}}{h\ell L}\left(1 - e^{-\frac{h\ell L}{D_m c}}\right)} = \frac{h\ell L}{D_m c}\left(1 - e^{-\frac{h\ell L}{D_m c}}\right)^{-1}.$$

Si $h\ell L \ll D_m c$, $\frac{\Delta T_{idéal}}{\Delta T_{conv}} \approx \frac{h\ell L}{D_m c}\left[1 - \left(1 - \frac{h\ell L}{D_m c} + \frac{1}{2}\left(\frac{h\ell L}{D_m c}\right)^2\right)\right]^{-1}$.

Ainsi $\frac{\Delta T_{idéal}}{\Delta T_{conv}} \approx \left(1 - \frac{1}{2}\frac{h\ell L}{D_m c}\right)^{-1} \approx 1 + \frac{1}{2}\frac{h\ell L}{D_m c}$.

d. Cas où il y a perte par rayonnement : $\frac{dT}{dx} + \left(\frac{\sigma\ell}{D_m c}\right)T^4 = \frac{\mathcal{P}_{sol}}{D_m cL}$.

Pour simplifier, on choisit $T_{réf}$ telle que $\left(\frac{\sigma\ell}{D_m c}\right)T_{réf}^4 = \frac{\mathcal{P}_{sol}}{D_m cL}$.

L'équation différentielle s'écrit alors $\frac{dT}{dx} = -\left(\frac{\sigma\ell}{D_m c}\right)(T^4 - T_{réf}^4)$.

Résolution mathématique : $\int_{T(x=0)}^{T(x)} \frac{dT}{T^4 - T_{réf}^4} = -\int_0^x \frac{\sigma\ell}{D_m c}dx$.

Or $\frac{1}{T^4 - T_{réf}^4} = \frac{1}{4T_{réf}^3}\left(\frac{1}{T - T_{réf}} - \frac{1}{T + T_{réf}}\right) - \frac{1}{2T_{réf}^2}\frac{1}{T^2 + T_{réf}^2}$

$T(x)$ doit donc vérifier :

$$\frac{1}{4T_{réf}^3}\left[\ln\left(\frac{T - T_{réf}}{T_0 + T_{réf}}\right) - \ln\left(\frac{T + T_{réf}}{T_0 + T_{réf}}\right)\right] - \frac{1}{2T_{réf}^2}\int_{T_0}^{T(x)} \frac{T_{réf}\, d\left(\frac{T}{T_{réf}}\right)}{T_{réf}^2\left(\left(\frac{T}{T_{réf}}\right)^2 + 1\right)} = -\frac{\sigma\ell}{D_m c}x.$$

Ainsi $\frac{1}{4T_{réf}^3}\left[\ln\left(\frac{T-T_{réf}}{T+T_{réf}}\times\frac{T_0+T_{réf}}{T_0-T_{réf}}\right)-2\left(\text{Arctan}\left(\frac{T}{T_{réf}}\right)-\text{Arctan}\left(\frac{T_0}{T_{réf}}\right)\right)\right] = -\frac{\sigma\ell}{D_m c}x$

ou encore $\ln\left(\frac{T-T_{réf}}{T+T_{réf}}\times\frac{T_0+T_{réf}}{T_0-T_{réf}}\right)-2\text{Arctan}\left(\frac{T-T_0}{T\left(\frac{T_0}{T_{réf}}\right)+T_{réf}}\right) = -\frac{\sigma\ell}{D_m c}\times 4T_{réf}^3\,x.$

Grâce à la calculatrice, on trouve numériquement $T_{ray}(x = L) \approx 530$ K.

On peut remarquer que l'abaissement de température ($T_{id}(x = L) - T_{ray}(x = L) \approx 8$ K) dû à la perte par rayonnement est du même ordre de grandeur que celui dû à la perte par convection ($T_{id}(x = L) - T_{conv}(x = L) \approx 5{,}5$ K).

e. Comme souvent en physique, pour résoudre des équations différentielles non linéaires, on suppose que chaque terme apporte sa contribution, c'est-à-dire que :

$T_{réel}(x = L) = T_{id}(x = L) + (T_{conv}(x = L) - T_{id}(x = L)) + (T_{ray}(x = L) - T_{id}(x = L)).$

Ainsi $T_{sortie} \approx 538 - 5{,}5 - 8 \approx 524{,}5$ K.

Solution exercice 1 : transmission de la chaleur

1) Les 3 modes de transmission de la chaleur :

a. Conduction : transmission de la chaleur de proche en proche par chocs entre les atomes tout au long de l'objet conducteur (ex. barre métallique chauffée à une extrémité) ;

b. Convection : ex. l'eau d'une casserole : l'eau chaude moins dense monte et est remplacée par l'eau froide qui chauffe à son tour et monte, ainsi de suite…cela crée des mouvements d'eau (bouillons) ou courants de convection, ce qui permet d'homogénéiser la température de l'eau (autres ex. surface d'une paroi, courants marins,…) ;

c. Rayonnement : ex. le soleil nous envoie sa chaleur sous forme d'ondes Electromagnétique (rayonnement thermique Infra-Rouge par ex.)

2) $\Delta\theta = r*\varphi$; et $\Phi=S*\varphi$

[r] : $W^{-1}.m^2.K$; [φ] : $W.m^{-2}$ [Φ] : W ; [S] :m^2

- $\Delta\theta$: écart de température entre les 2 faces de la paroi en (°C) ou en (°K) ;
- Φ : flux total de chaleur traversant la paroi (W) ;
- R : résistance thermique de la paroi en (°K/W).

3) a) $r = e_1/\lambda_1 = 0{,}5/1{,}2 = 0{,}47$ $W^{-1}.m^2.K$ (résistance thermique par m^2)

b) $\varphi = \Delta\theta/r = 12/0{,}417 = 28{,}8$ $W.m^{-2}$

$$\Phi=S_{mur}*\varphi = 2*(L+l)*h*\varphi = 2*(15+10)*6*28{,}8 = 8640\text{ W} = 8{,}64\text{ kW}$$

c) $E = \Phi * t = 8{,}64 * (120*24) = 24883$ kWh;

d) Prix = E * 0,9 = 22394 dh ;

Le coût du fonctionnement du chauffage sera d'environ 22400 dhs par an.

4) a) $r = e_1/\lambda_1 + e_2/\lambda_2 + e_3/\lambda_3 + e_4/\lambda_4 = 0,5/1,2 + 0,01/1,1 + 0,05/0,041 + 0,1/0,35$

soit $r = 1,6738\ W^{-1}.m^2.K$

b) $\Phi = S_{mur} * \varphi = S_{mur} * (\Delta\theta/r) = 300 * (12/1,6738) = 2151\ W = 2,151\ kW$

$E = 120 * 24 * 2,151 = 6194\ kWh$

Prix = E * 0,9 = 5575 dhs par an de chauffage;

Economie réalisée sur la facture de chauffage :

22400 – 5575 = 16825 dhs , c'est énorme !

Ce qui représente : (16825/22400)*100= 75% de l'ancienne facture.

Solution Exercice 2 : les Murs capteurs

1) Les valeurs des résistances thermiques surfaciques superficielles sont :

$r_{se} = 0,060\ m^2\ K\ W^{-1}$ entre l'air extérieur et la vitre

$r_{si1} = 0,110\ m^2\ K\ W^{-1}$ entre le mur en béton et l'air intérieur de la pièce.

la résistance thermique du (mur+vitrage) :

$$\mathbf{R_1 = r_{se} + e_{verre}/\lambda_{verre} + e_{béton} / \lambda_{béton} + r_{si1}.}$$

A.N :

$R_1 = 0,0600 + 4,00\ 10^{-3} / 1,15 + 0,300 / 1,75 + 0,110 = 0,0600 + 3,478\ 10^{-3} + 0,1714 + 0,110$

$$R_1 = 0,345\ m^2\ K\ W^{-1}.$$

2) la résistance thermique surfacique notée R_2 de l'ensemble {mur+ air emprisonné + verre}.

$\lambda_{air} = 0,026 W\ m^{-1}\ K^{-1}$;

$r_{si2} = 0,05\ m^2\ K\ W^{-1}$ entre la vitre et l'air emprisonné

$r_{si3} = 0,100\ m^2\ K\ W^{-1}$ entre le mur en béton et l'air emprisonné.

$R_2 = r_{se} + e_{verre}/\lambda_{verre} + r_{si2} + e_{air} / \lambda_{air} + r_{si3} + e_{béton} / \lambda_{béton} + r_{si1}.$

$R_2 = R_1 + r_{si2} + e_{air} / \lambda_{air} + r_{si3} = 0,345 + 0,05 + 0,100 / 0,026 + 0,100$

$$R_2 = 4,34\ m^2\ K\ W^{-1}.$$

3) En présence de la couche d'air la résistance thermique surfacique est 12,5 fois plus grande. Le flux thermique des pertes sera donc 12,5 fois plus faible.

4) l'aire S de la surface du vitrage :

$$S = L \times h = 3,00 \times 2,50 = 7,50\ m^2.$$

5)

$\phi = K.\ S.\ \Delta\theta$ avec $K = 1/R_2$ et $\Delta\theta = 19-5 = 14,0$ °C.

$\phi = (1/4,34) \times 7,50 \times 14,0 = 24,2\ W.$

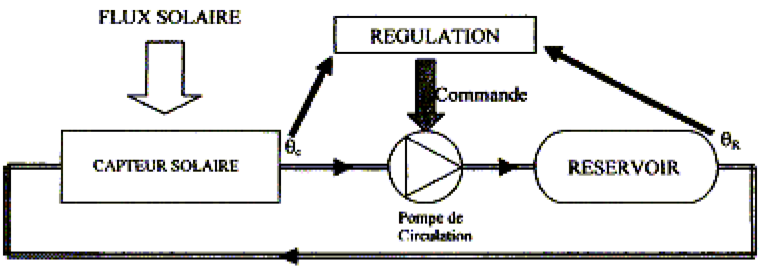
Ce dispositif n'empêche donc pas les pertes mais il les réduit. D'autre part, il permet de capter une partie de l'énergie solaire qui aurait été renvoyée vers l'extérieur par un mur classique: c'est l'origine de son nom "mur capteur".

Solution Exercice 3 : Energie fournie par un Chauffe-eau solaire (CES)

1)

a) Un Chauffe eau Solaire (CES) à circulation forcée est généralement constitué (fig.):

- d'un capteur solaire dans lequel circule un fluide chauffé par rayonnement solaire à la température θ_c,
- d'un réservoir permettant le stockage de l'eau réchauffée à la température θ_R,
- d'une pompe de circulation (circulateur) permettant la circulation d'un fluide entre les deux parties dont le débit est commandée par une régulation électronique.



b) Avantages du CES à circulation forcée :

- le ballon de stockage peut être mis loin du capteur (élimine le risque de gel),
- bien adapté pour les installations collectives (hôtels, hôpitaux…) nécessitant des grands débits d'eau chaude sanitaire.

2)

a) Vitesse de circulation de l'eau dans le circuit primaire :

$$v = \frac{D_v}{S} = \frac{D_v}{\pi d^2/4}$$; D_v : débit volumique et S : section des tubes

A.N. :

$$Dv = 18(l/h) = \frac{10^{-3}}{3600}(m^3/s) = 5\cdot 10^{-6}(m^3/s);$$

$$v = \frac{5\cdot 10^{-6}}{\pi\cdot 0{,}25\cdot(5\cdot 10^{-3})^2} = 0{,}25\,(m/s)$$

b) Débit massique D_m :

$$D_m = D_v \times \rho$$; ρ étant la masse volumique (kg/m^3)

Soit $D_m = 5\cdot 10^{-6}\times 10^3 = 5\cdot 10^{-3}\ (kg/s)$

3) L'énergie thermique utile (transféré à l'eau) est : $\Delta Q_u = m\times c\times \Delta\theta$

La puissance utile est donc :

$$P_u = \frac{\Delta Q_u}{\Delta t} = \dot{m}\times c\times \Delta\theta$$

$$P_u = D_m\cdot c\cdot \Delta\theta$$

A.N. :

$$P_u = 5\cdot 10^{-3}\times 4180\times(50-15) = 731{,}5\,W$$

4) Rendement du système :

$$\eta = \frac{P_u}{\sum P_{recu}}$$

A.N. :

$$\eta = \frac{731{,}5}{800 \times 3 + 60} = \frac{731{,}5}{2460} = 0{,}29 \qquad \text{soit } \eta = 29\%$$

5) Energie fournie durant 3 jours (8h/j) :

$$\Delta Q_u = m \times c \times \Delta\theta = 350 \times 4180 \times (45 - 12)$$

$$\Delta Q_u = 4{,}82 \cdot 10^7 \ J$$

6) Rendement énergétique de l'installation :

$$\eta_e = \frac{\Delta Q_u}{\sum E_{recu}} = \frac{4{,}82 \cdot 10^7}{800 \cdot 3 \cdot 8 \cdot 3600 + 60 \cdot 8 \cdot 3600} = \frac{4{,}82 \cdot 10^7}{7{,}08 \cdot 10^7} = 0{,}68 \qquad \text{soit } 68\%$$

Solution du TD N5 : Capteur cylindro-parabolique & parabolique

Solution Exercice 1 : Capteur Cylindro-parabolique-bilan thermique

Si l'on considère une tranche d'épaisseur *dx* du récepteur de diamètre *d*, elle reçoit le RS concentré par l'élément de surface (*D.dx*), où *D* est l'ouverture du CCP.
Pour être absorber par le FC présent dans la tranche dx, un RS doit d'abord être réfléchit (ρ) par le réflecteur, intercepté par le tube récepteur (γ) et enfin absorbé (α) :

- Puissance reçue (absorbée) dQ_a par *dx* :

$$dQ_a = S^* \times D \cdot dx \times \rho \cdot \gamma \cdot \alpha = 700 \times 2{,}5 \cdot dx \times 0{,}86 \cdot 0{,}77 \cdot 0{,}94 = 1089{,}32 \cdot dx = a \cdot dx$$

- Puissance perdue dQ_p par la tranche *dx* :

$$dQ_p = K \times \pi \cdot d \times \cdot dx \cdot (T - T_a) = 7 \times \pi \cdot 0{,}06 \cdot (T - T_a)dx = 1{,}32 \cdot (T - T_a)dx = b \cdot (T - T_a)dx$$

- Puissance utile transmise au FC dans dx :

$$dQ_u = \dot{m} \times c \times (T(x+dx) - T(x)) = \dot{m} \times c \times dT(x) = \frac{500}{3600} \times 1260 \times dT = 175 \cdot dT = cdT$$

Bilan thermique de la tranche (Régime permanent) :

$$\begin{aligned} dQ_u &= dQ_a - dQ_p \\ c \cdot dT &= a \cdot dx - b \cdot (T - T_a)dx \end{aligned} \quad ;$$

on pose $f = T - T_a$ donc $df = dT$. Si $a_1 = a/c$ et $b_1 = b/c$

$$df = (a_1 - b_1 f)dx \Rightarrow \frac{df}{a_1 - b_1 f} = dx \quad (1),$$

on multiplie par ($-b_1$) les 2 membres de (1) :

$$Ln(a_1 - b_1 f) = (-x + K) \cdot b_1 \Rightarrow a_1 - b_1 f = \exp[(-x + K) \cdot b_1] \quad ; \quad K = cte$$

$$\Rightarrow b_1 f = a_1 - \exp[(-x + K) \cdot b_1] \Rightarrow T - T_a = \frac{1}{b_1} \times (a_1 - \exp[(-x + K) \cdot b_1])$$

soit :

$$T(x) = T_a + \frac{1}{b_1} \times (a_1 - \exp[(-x + K) \cdot b_1])$$

$$avec \quad a_1 = \frac{a}{c} = \frac{1089{,}32}{175} = 6{,}225 \quad et \quad b_1 = \frac{b}{c} = \frac{1{,}32}{175} = 7{,}54 \cdot 10^{-3}$$

$$T(x) = 25 + \frac{1}{7{,}54 \cdot 10^{-3}} \times (6{,}225 - \exp[(-x + K) \cdot 7{,}54 \cdot 10^{-3}])$$

K étant une constante à déterminer par les conditions initiales :

$$Si\ x = 0 \quad Te = Tf = 200°C$$

$$Ln(a_1 - b_1 f) = (-x + K)\cdot b_1 \Rightarrow K = \frac{1}{7{,}54\cdot 10^{-3}} \times Ln\left(6{,}225 - 7{,}54\cdot 10^{-3}(200-25)\right)$$

$$soit \quad K = 210{,}9$$

Enfin : $T(x) = 25 + \dfrac{\left(6{,}225 - \exp\left[(210{,}9 - x)\cdot 7{,}54\cdot 10^{-3}\right]\right)}{7{,}54\cdot 10^{-3}}$;

- Pour x=L=10 m, la température du FC devient :

$$T(x=L) = 25 + \frac{\left(6{,}225 - \exp\left[(210{,}9 - 10)\cdot 7{,}54\cdot 10^{-3}\right]\right)}{7{,}54\cdot 10^{-3}} \cong 247°C$$

- Energie utile :

$$Q_u = \dot{m} \times c \times \Delta T = \frac{500}{3600}\cdot 1260\cdot (247-200)$$

$$Q_u = 8{,}225\,kW$$

- Rendement du CCP:

$$\eta = \frac{Q_u}{S^*\cdot D\cdot L} = \frac{8225}{700\times 10\times 2{,}5} = 0{,}47$$

$$soit \quad \eta = 47\,\%$$

- Pertes du CCP (%) :

$$1 - \eta = 53\%$$

Solution Exercice 2 : modélisation d'un Chauffe eau solaire (CES)

1) Puissance P_1 reçue par la paroi : P_1=p*S=p*a*L ; A.N. : P_1=700*0,3*25=5250 W

2) Puissance P_2 transférée à l'eau (rendement du film plastique η=30%):

P_2=P_1*η ; A.N. : P_2=5250*0,3=1575 W

3) Masse d'eau : m=ρ.V ; avec V=0,03*0,3*25=0,225 m^3

m=ρ.V =1000*0,225=225 kg ;

Q_1=m.c.ΔT=225*4180*(30-18)=11,28 MJ

4) P_1=Q_1/Δt ; soit Δt = Q_1/ P_1=11,28*10^6/5250=2148,6 (s) soit Δt = 36 mn

5) Débit massique : Q_m=m/Δt=225/2148,6=0,1 kg/s

6) Débit volumique : **Qv**= **Q_m**(*kg.s^{-1}*)/ρ(*kg.l^{-1}*) = 0,1/1 = 0,1 l/s ≅ 377 (l/h)

Solution Exercice 3 : Chauffe eau solaire (CES) et pertes thermiques du réservoir

1) $Q=m.c.\Delta T=300*4180*(55-15)=50{,}16$ MJ soit $Q=13{,}93$ kWh

2) $Q/Q_{sol}=40\%$, soit $Q_{sol}=Q/0{,}4=50{,}16/0{,}4=125{,}4$ MJ soit $Q_{sol}=34{,}8$ kWh

3) $S= Q_{sol}/E_{max}=34{,}8/6$ soit $S=5{,}8\ m^2$

4) $Q_{sol.recu}=8*3=24$ kWh$=86{,}4$ MJ

$$Q'=0{,}4* Q_{sol.recu}=34{,}56 \text{ MJ}$$

$$\Delta\theta'=Q'/m.c=34{,}45.10^6/300*4180=27{,}56°C$$

Sachant que :

$$\Delta\theta'=\theta_2-\theta_1, \quad \text{donc} \quad \theta_2 = \Delta\theta'+\theta_1=27{,}56+15=42{,}5°C$$

5) a) surface du réservoir-cylindre : $S=\pi.D^2/2 + \pi.D.H = \pi.D\ (D/2 + H)$

$$\textit{A.N.} : S = 3{,}14*0{,}5(0{,}25 + 2) = 3{,}53\ m^2$$

b) Si l'on néglige les résistances superficielles alors :

$$R \cong e_1/\lambda_1 + e_2/\lambda_2 = 1{,}5.10^{-3}/45 + 0{,}05/0{,}07 = 0{,}714\ W^{-1}.m^2.K$$

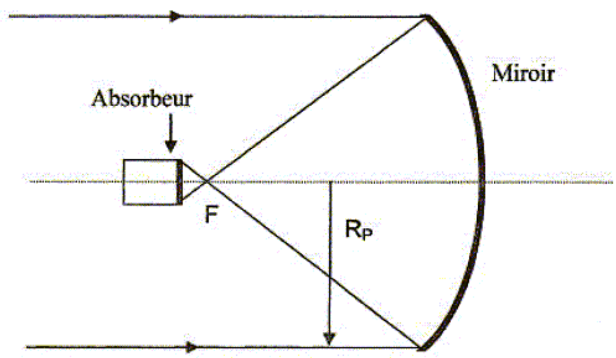
c) $R_{acier} = 3{,}3.10^{-5}\ W^{-1}.m^2.K \ll R_{laine\ de\ verre}$

d) $\Delta\theta = R*\varphi$, soit $\varphi = \Delta\theta/R = (42{,}5-30)/\ 0{,}714 = 17{,}5\ (W/m^2)$

e) $\Phi = \varphi*S = 17{,}5 * 3{,}53$ soit $\Phi = 61{,}8$ W

Solution Problème : Capteur parabolique (Dish)/Moteur Stirling

Pour assurer un bon rendement du moteur Stirling, il est nécessaire d'obtenir une température de la source chaude (absorbeur) élevée. Pour cela on concentre le rayonnement solaire incident à l'aide d'un miroir parabolique dont le rayon d'ouverture vaut $R_p = 4{,}5$ m et de distance focale $f = 5$ m.



1) Le rendement de Carnot η, qui représente la limite supérieure de rendement des moteurs thermiques, est la raison principale qui impose d'obtenir une température de la source chaude la plus élevée possible : η=1-Tf/Tc ;
Avec Tf : température de la source froide et Tc : température de la source chaude

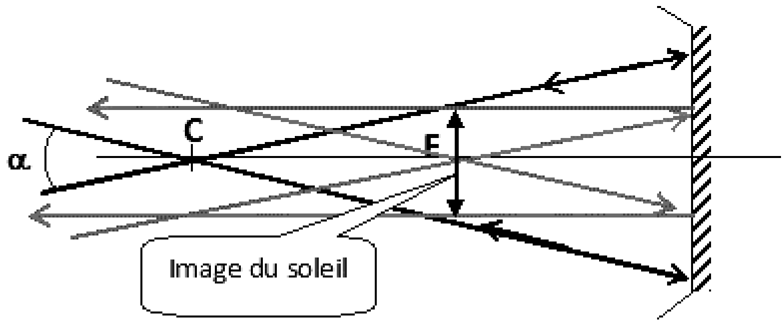
2) Définition du foyer d'un miroir parabolique :
Les rayons incidents parallèles à l'axe de révolution du miroir convergent, après réflexion, en un point appelé foyer du miroir.

3) *le miroir parabolique est un système stigmatique (foyer unique) tandis qu'un miroir sphérique est astigmatique (foyer mal défini).*

4) Conditions de l'approximation de Gauss :

Les rayons incidents doivent être proches de l'axe et peu inclinés sur l'axe principal du système optique. Le foyer de ce miroir sphérique est situé au milieu du segment " centre - sommet du miroir".

5) L'image du soleil par le miroir :



6) Diamètre *d* de l'image :

$$30 \text{ minutes d'arc} = 0{,}5° = 0{,}5*/\pi.180 = 1{,}57 / 180 = 8{,}7\ 10^{-3} \text{ rad}$$

½d = CF tan (½α) ; α étant petit : ½d ~CF ½ α; d = CF α= 5* 8,7 10^{-3} =4,36 10^{-2} ~4,4 10^{-2} m.

7) Puissance P_{in} du rayonnement solaire capté par le miroir :

Aire de la surface collectrice (miroir de rayon R_p=4,5 m) : 3,14 *$4{,}5^2$ =63,6 m^2.

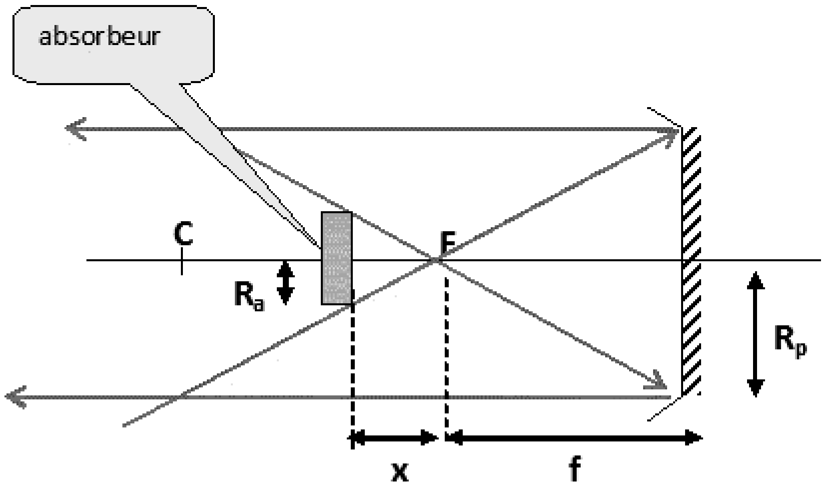
$$P_{in} = 800*63{,}6 = 5{,}1\ 10^4 \text{ W.}$$

Pour des raisons de tenue thermique, l'éclairement du matériau constituant l'absorbeur est limité par un facteur de concentration en puissance F_C= 2500.

8) Rayon R_a de l'absorbeur en fonction de R_p et F_C :
Le facteur de concentration en puissance F_C est égal au rapport des surfaces du miroir et de l'absorbeur.

$$F_C = \pi R_p^2/(\pi.R_a^2) = R_p^2/R_a^2 \; ; \; R_a = R_p F_C^{-½} = 4{,}5*2500^{-½} = 9{,}0\ 10^{-2}\ \text{m}.$$

9) Distance foyer-absorbeur :



$x / f = R_a/R_p$; $x = f.R_a/R_p = 5 * 0{,}09 / 4{,}5 =$ **0,10 m**.

D'une part l'absorbeur réfléchit 18 % du rayonnement qu'il reçoit et d'autre part, il se comporte comme un corps noir du point de vue de l'émission ; c'est à dire qu'il vérifie la loi de Stefan. En dernier lieu, il transmet une puissance P_t au moteur Stirling. La température de fonctionnement du système est T_a= 1040 K.

10) Puissance transmise P_{tr} au moteur :

Sachant que P_{in} =5,1 10^4 W ; tenir compte des pertes par réflexion de l'absorbeur : 0,82x P_{in} = 0,82*5,1 10^4 =4,18 10^4 W.
Loi de Stefan : $\boldsymbol{\varphi=\sigma T^4}$ avec φ la densité surfacique de puissance rayonnée et σ = 5,67 10^{-8} W m^{-2} K^{-4} la constante de Stefan.

- Densité surfacique de puissance rayonnée : 5,67 10^{-8} *1040^4 =6,63 10^4 W m^{-2}.
- Aire de l'absorbeur : 3,14*$0{,}09^2$ =2,54 10^{-2} m^2.
- Puissance rayonnée : 6,63 10^4 *2,54 10^{-2} =1,69 10^3 W ;
- P_{tr} =4,18 10^4 -1,69 10^3 = 4,0 10^4 W.

Partie 2 : Le moteur de Stirling.

C'est un moteur étanche à gaz interne et à source de chaleur externe. Les n miles de gaz interne (air, hélium ou hydrogène) subissent un cycle de transformations que l'on supposera réversibles :

AB : détente isotherme à T_C= 900 K.

BC : refroidissement isochore à volume V= V_1 dans un générateur qui stocke la chaleur échangée

CD : compression isotherme à T_f = 300 K.

DA : réchauffement isochore à volume V= V_2 dans le régénérateur qui lui restitue l'énergie stockée pendant la transformation BC.

Le gaz sera assimilé à un gaz parfait. On donne R = 8,314 SI.

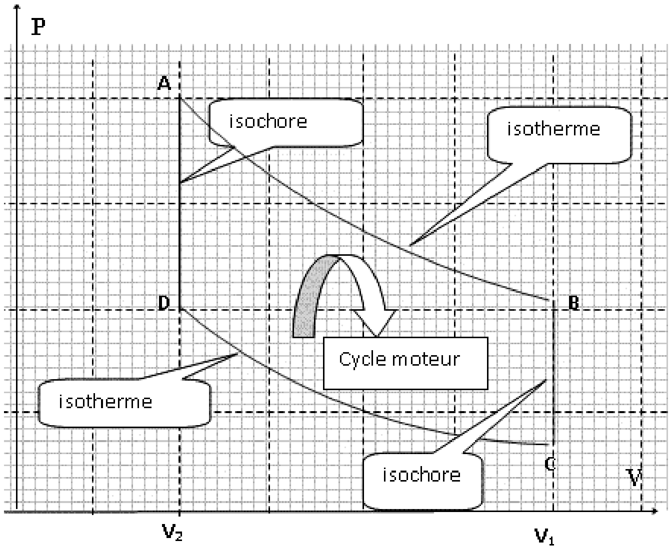
1) Ecrire l'équation des gaz parfaits et en déduire l'unité de R.

PV = nRT ; R = PV / (nT) ;

P : pression soit force / surface ; PV : force / surface * volume ; PV : force * longueur.

PV a la dimension d'une énergie d'où R : J mol^{-1} K^{-1}.

2) Dans un diagramme de Clapeyron (P,V)



3) Exprimer les quantités de chaleur échangées au cours des quatre transformations.

- **AB** : détente isotherme ;

  L'énergie interne d'un gaz parfait ne varie pas si la température reste constante : Q_{AB} + W_{AB} = 0.

$$Q_{AB} = -W_{AB} = -\int_A^B -PdV = nRT_C\int_A^B \frac{dV}{V} = nRT_C \ln\frac{V_1}{V_2}$$

  positif, reçu par le fluide de la source chaude

- **BC** : refroidissement isochore : W_{BC} = 0 ; $Q_{BC} = \Delta U_{BC} = nC_v (T_f-T_C)$, négatif, cédée par le fluide au régénérateur.
- **CD** : compression isotherme ; Q_{CD} = - W_{CD} =$nRT_f \ln(V_2/V_1)$, négatif, cédée par le fluide à la source froide.
- **DA** : réchauffement isochore ; W_{DA} = 0 ; $Q_{DA} = \Delta U_{DA} = nC_v (T_C-T_f)$, positif, reçu par le fluide du régénérateur.

4) Calculer le travail W fourni par le gaz au cours d'un cycle en fonction de n, R, T_C et T_f et du rapport volumétrique a = V_1/V_2. Calculer W et Q_{AB}.

$$W = W_{AB} + W_{CD} = -nRT_C \ln a + nRT_f \ln a = nR \ln a\,(T_f - T_C)$$

$$W = 0{,}40 * 8{,}314 * \ln 2{,}3\,(300-600) = -1662 \sim -1{,}7\ 10^3\ J.$$

$$Q_{AB} = nRT_C \ln a = 0{,}40 * 8{,}314 * 900 \ln 2{,}3 = 2493 \sim 2{,}5\ 10^3\ J.$$

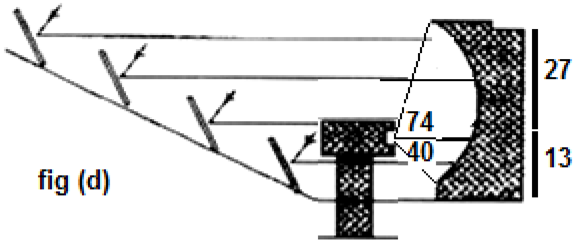
5) Calculer le rendement théorique ρ_{th} du moteur.

Rendement : travail utile divisé par l'énergie cédée par la source chaude :

$$\rho_{th} = -W / Q_{AB} = 1662/2493 = 0{,}67.$$

Les transformations réelles ne sont pas réversibles ; elles s'écartent des transformations "idéales", réversibles.

Solution Exercice 3 : Concentrateur Parabolique



- Le diamètre de l'image de Gauss du Soleil est égale à : **$d_G = f.\varepsilon$ =18 x 9,3 10^{-3} = 17 cm**
- Le diamètre de la surface de l'image réelle du soleil est égale à :

$$2 \cdot Y \approx \rho_0 \cdot \frac{\varepsilon}{2\cos(\theta/2)} = \frac{27}{\sin 74°} \frac{9{,}3 \cdot 10^{-3}}{\cos 74°} = 95\,cm$$

- La concentration énergétique s'élevé à :

$$C^* = \left(\frac{2}{\varepsilon}\sin\frac{\theta}{2}\right)^2 = \left(\frac{2}{9{,}310^{-3}}\right)^2 \frac{\sin^2 74 + \sin^2 40}{2} = 30866$$

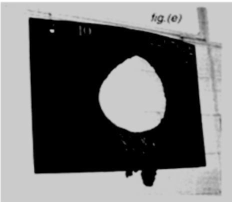
- La concentration effective s'élevé à :

$$C_e^* = 20000$$

- Le facteur de Four vaut :

$$FF = 20000/30866 = 65\,\%$$

- Pour **1000 W/m²** qui entrent par l'ouverture du paraboloïde en provenance des héliostats, on obtient au foyer **1000 x 20000 =2.10^7 W/m² soit 2 kW/cm².**



A la fig. (e) on peut remarquer le trou réalisé sur une plaque en acier placée au foyer du four. Ce trou a été fait en **3 min 30 sec**. Il correspond à l'image du soleil. Celle-ci n'est pas circulaire car le paraboloïde est tronqué dans sa partie inferieure; de plus, la tour ou se trouve placées les expériences, crée un effet de masque pour le RS provenant les héliostats.