Travailler en groupe

1 *Morphing*

Le morphing ou morphage est un des effets spéciaux applicables à un dessin. Il consiste à fabriquer une animation qui transforme de la façon la plus naturelle et la plus fluide possible un dessin initial vers un dessin final.

1re Partie : Construction d'une image

a. Construisez un repère (chaque élève du groupe le fait sur son cahier).

Placez les points suivants dans le repère :

A(0 ; 1)	E(– 3 ; – 1)	I(3 ; – 1)
B(– 4 ; 1)	F(– 2 ; – 3)	J(3 ; 3)
C(0 ; 5)	G(3 ; – 3)	K(1 ; 2)
D(0 ; – 1)	H(4 ; – 1)	L(3 ; 1)

Reliez à la règle les points dans l'ordre alphabétique de A jusqu'à L puis tracez le segment [DI].

b. Cette figure tient dans un carré. Construisez ce carré en rouge.

2e Partie : Transformation

Pour cette partie, le travail peut être réparti entre les différents membres du groupe. Voici plusieurs transformations subies par les coordonnées des points :

- On échange son abscisse et son ordonnée. On obtient A1, B1 ...
- On double son abscisse. On obtient A2, B2 ...
- On double son ordonnée. On obtient A3, B3 ...
- On double son abscisse et son ordonnée. On obtient A4, B4 ...
- On ajoute 4 à son abscisse et – 3 à son ordonnée. On obtient A5, B5 ...

c. Pour chacune de ces transformations, indiquez les nouvelles coordonnées de chaque point puis construisez la figure dans un nouveau repère. Enfin, écrivez une phrase pour indiquer ce qu'est devenu le carré rouge.

3e Partie : Chacun sa figure

d. Construisez la figure de votre choix dans un repère (15 points au maximum). Faites bien attention que tous les points aient des coordonnées entières. À partir du dessin, remplissez un tableau de points comme à la question **a.**.

e. Donnez ce tableau à un autre groupe pour qu'il réalise la figure puis une transformation de votre choix parmi celles de la **2e Partie**.

2 *Création d'un jeu de dominos*

Vous allez créer en groupe un jeu de dominos utilisant des nombres relatifs.

a. Chaque membre du groupe choisit un nombre relatif (il faut deux nombres opposés, deux nombres positifs et deux nombres négatifs) puis l'écrit dans la première ligne d'un tableau semblable à celui-ci (cases A1 à F1) :

	A	B	C	D	E	F
1	– 5	3				
2	(10) + (– 15)	(7) + (– 4)				
3	(0,2) + (– 5,2)	(– 3,7) + (6,7)				
4	7 – 12	18 – 13				
5	8,4 – 13,4	20,6 – 17,6				
6	35 – 52 + 12	16 + 4 – 17				
7	8,5 + 1,6 – 15,1	7,2 – 5 + 0,8				

b. En suivant les exemples donnés, chaque membre du groupe complète la colonne de son nombre pour que le nombre choisi soit le résultat des opérations suivantes :

ligne 2 : une addition de nombres entiers relatifs ;

ligne 3 : une addition de nombres décimaux relatifs ;

ligne 4 : une soustraction de nombres entiers relatifs ;

ligne 5 : une soustraction de nombres décimaux relatifs ;

ligne 6 : une somme algébrique ;

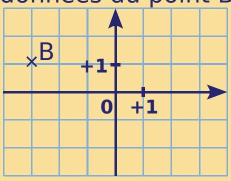
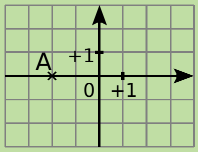
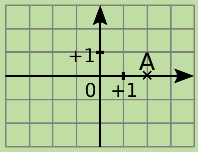
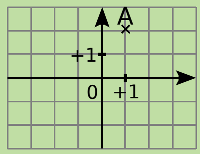
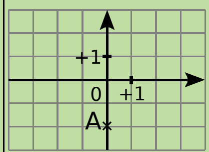
ligne 7 : une somme algébrique comportant au moins une soustraction.

c. Le groupe crée le jeu de dominos en respectant le plan suivant (à chaque fois, il faut remplacer le nom de la case par son contenu).

A1	A2	A3	B1	A4	C2
A5	D3	A6	E4	A7	F5
B2	B3	B4	C1	B5	D2
B6	E3	B7	F4	C3	C4
C5	D1	C6	E2	C7	F3
D4	D5	D6	E1	D7	F2
E5	E6	E7	F1	F6	F7

Découpez les dominos et passez votre jeu à un autre groupe. Il ne vous reste plus qu'à jouer en accolant deux cases de même valeur.

Se tester avec le QCM !

		R1	R2	R3	R4
1	Quel est l'opposé de (– 4) ?	$\frac{1}{4}$	4	+ 4	0,4
2	Dans le repère ci-dessous, quelles sont les coordonnées du point B ? 	(– 3 ; 1)	(1 ; – 3)	(3 ; – 1)	(– 3 ; – 1)
3	Le point A a pour coordonnées (0 ; – 2). Dans quel repère est-il bien situé ?				
4	Quelle(s) est (sont) l' (les) inégalité(s) vraie(s) ?	$-5 < 0$	$-7 > -3$	$-98 < 0{,}01$	$-7{,}1 < -7{,}09$
5	Quel(s) nombre(s) peut (peuvent) remplacer * dans l'inégalité $-5 < * < -1$?	– 5,5	– 0,9	– 1,3	– 4,9
6	Parmi les expressions suivantes, quelle(s) est (sont) celle(s) qui est (sont) égale(s) à – 2 ?	(– 4) + (+ 2)	(– 2) + (+ 4)	(– 1) + (– 1)	(– 1) + (+ 1)
7	(– 4,8) – (– 0,8) =...	– 5,6	– 4	+ 4	+ 5,6
8	3 – 5,5 est la forme simplifiée de...	(+ 3) + (– 5,5)	(+ 3) – (– 5,5)	(+ 3) – (+ 5,5)	(– 3) + (– 5,5)
9	– 5 – 3 + 1 =...	– 7	– 9	9	– 1
10	Albert est né en – 102 et il est mort en – 55. À quel âge est-il mort ?	55 ans	47 ans	57 ans	102 ans

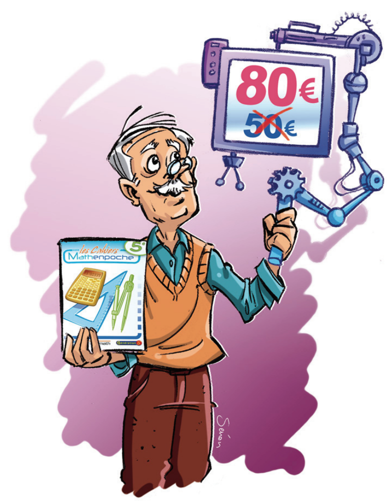
Récréation mathématique

À prendre ou à laisser !

En 2050, un libraire achète un exemplaire de la première édition du cahier Mathenpoche 5^e pour 50 €.

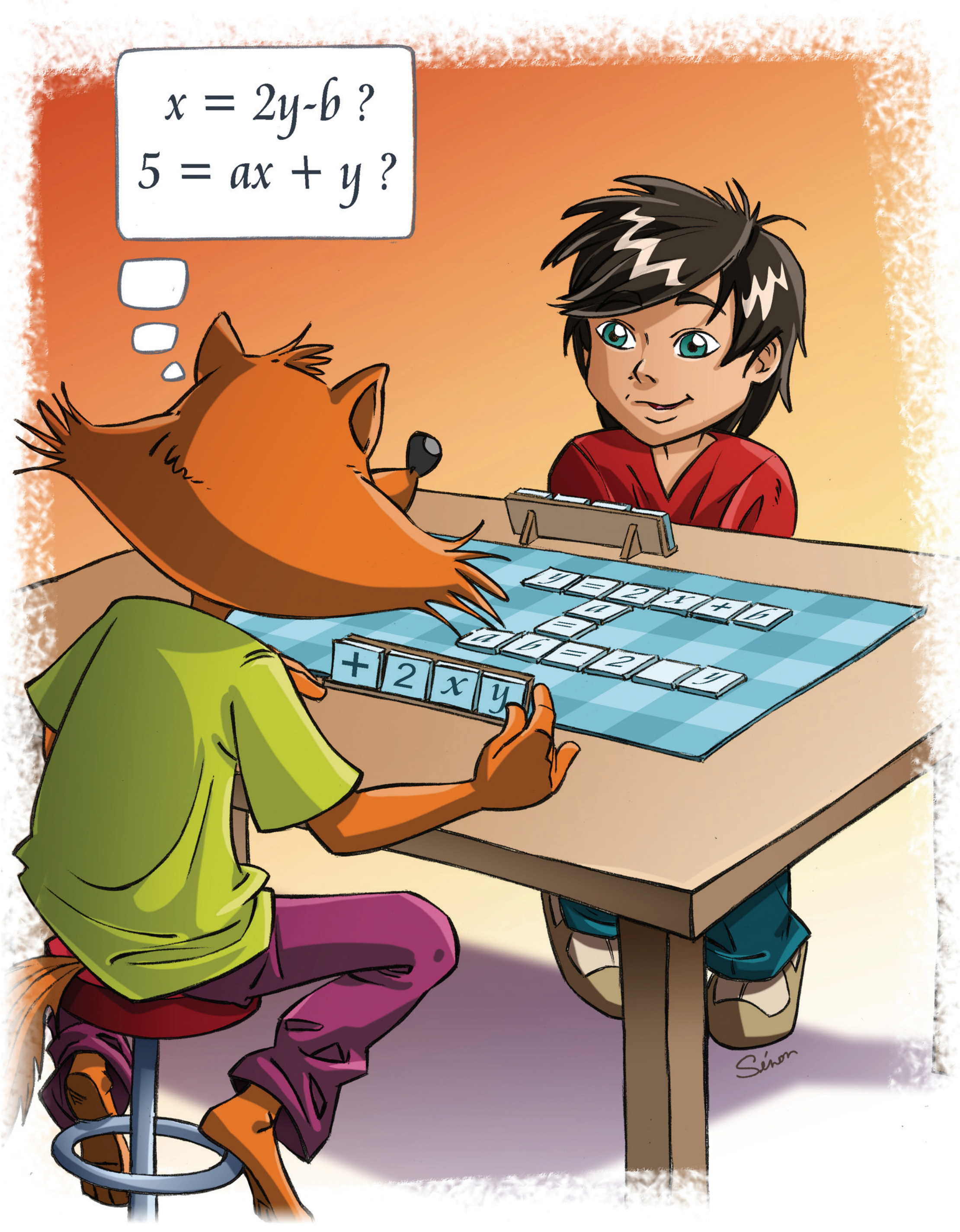
Un acheteur se présente et le lui rachète 60 €. Rongé par le remords d'avoir laissé filer une si belle pièce, le libraire le rappelle et le lui rachète à son tour pour 70 €.

Mais, ayant besoin d'argent, il le revend à un autre client 80 €. Combien d'argent le libraire a-t-il gagné ?



Calcul littéral

N4



Activités de découverte

Activité 1 : Première approche

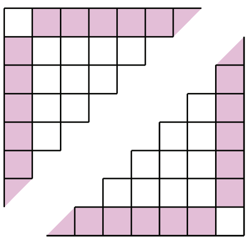
1. À quoi correspond chacune des expressions suivantes ?

- $2 \times (L + l)$
- $2 \times \pi \times r$
- $4 \times c$
- $L \times l \times h$
- $c \times c$
- $2 \times L + 2 \times l$

2. Calcule le périmètre d'un cercle de rayon 25 cm en utilisant une des expressions ci-dessus.

3. Pourquoi deux des expressions ci-dessus sont-elles équivalentes ?

Activité 2 : Un carré sans coins



On a représenté ci-contre deux parties d'un carré. Il est constitué de petites cases ayant pour côté un carreau. Celles qui se trouvent sur les bords sont coloriées en rose, sauf les quatre coins.

1. Réalise une figure de 3 carreaux de côté. Indique le nombre de cases roses. Recommence avec un carré de 4 carreaux de côté puis avec un carré de 5 carreaux de côté.

2. Quel est le nombre de cases roses pour un carré de 6 carreaux de côté ? Et pour 12 carreaux ? Et pour 100 ?

3. Le professeur appelle x le nombre de carreaux d'un côté du carré et G le nombre de cases roses. Des élèves ont obtenu les expressions suivantes :

- Anis : $G = x \times 4 - 2$
- Basile : $G = x - 2 \times 4$
- Chloé : $G = 4 \times (x - 2)$
- Dalila : $G = (x - 2) \times 4$
- Enzo : $G = 4 \times x - 8$
- Florian : $G = 4 \times x - 4$

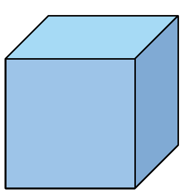
Parmi ces expressions, lesquelles sont fausses ? Pourquoi ? Y a-t-il plusieurs bonnes réponses ? Justifie.

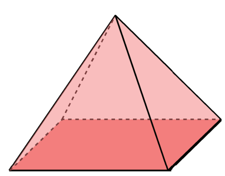
4. Calcule le nombre de cases roses lorsque $x = 6$ puis $x = 24$ et enfin pour $x = 100$.

Activité 3 : L'art du contre-exemple

1. Calcule $x^2 + 3$ puis $3x + 1$ en remplaçant d'abord x par 1 puis par 2. Que remarques-tu ? Est-ce que $x^2 + 3 = 3x + 1$? Justifie.

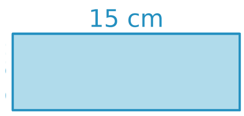
2. En étudiant un cube, Zoé remarque qu'il possède F = 6 faces et S = 8 sommets. Elle écrit F + 2 = S. Cette formule est-elle vraie pour un parallélépipède ? Est-elle vraie pour la pyramide ci-dessous ?

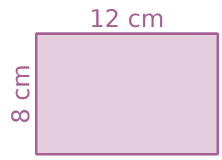




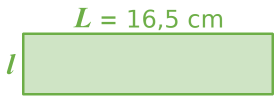
Activité 4 : Rectangles cousins

1. Calcule le périmètre et l'aire des deux rectangles suivants. Que remarques-tu ?





Dans cette activité, on s'intéresse uniquement aux rectangles dont le périmètre est 40 cm.



2. Un 3^e^ rectangle a pour longueur L = 16,5 cm. Calcule sa largeur l puis son aire.

3. Donne les mesures d'un 4^e^ rectangle de même périmètre.

4. La longueur peut-elle valoir 8 cm ? Et 21 cm ? Justifie et donne les valeurs possibles pour la longueur.

5. Écris une expression qui permet de calculer la largeur l en fonction de la longueur L.

6. En voulant exprimer l'aire $\mathcal{A}$ du rectangle en fonction de sa longueur L, des élèves ont donné les réponses suivantes.

Gaël : $\mathcal{A} = L \times 20 - L$	Hamid : $\mathcal{A} = L \times (20 - L)$	Karen : $\mathcal{A} = 20\,L - L^2$
Inès : $\mathcal{A} = 2 \times L + 2 \times (20 - L)$	José : $\mathcal{A} = L \times 20 - 2 \times L$	Liam : $\mathcal{A} = L^2 - 20 \times L$

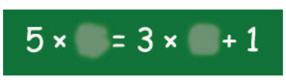
Parmi ces expressions, lesquelles sont fausses ? Y a-t-il plusieurs bonnes réponses ? Justifie.

7. À l'aide d'un tableur, calcule l'aire de ces rectangles pour toutes les valeurs entières de L possibles.

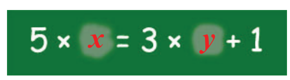
8. Pour quelle valeur de L l'aire semble-t-elle la plus grande ?

Activité 5 : Des valeurs inconnues dans des égalités

Le professeur a écrit une égalité au tableau et en a effacé une partie.



Il décide d'appeler x et y les deux valeurs qu'il a effacées.



1. Trouve deux valeurs <u>entières</u> de x et y qui conviennent. Penses-tu que ce sont forcément ces nombres qui ont été effacés par le professeur ? Pourquoi ?

2. Cherche des valeurs <u>entières</u> de x pour lesquelles l'égalité : $x^2 + 46 = 25x$ est vraie. Utilise un tableur pour tester toutes les valeurs <u>entières</u> de x comprises entre 1 et 30.

3. Cherche des valeurs <u>entières</u> de x et y pour lesquelles l'égalité : $x^2 - 2y^2 = 1$ est vraie. Utilise un tableur pour tester toutes les valeurs <u>entières</u> de x et de y comprises entre 1 et 20.

4. Cherche des valeurs <u>entières</u> de x pour lesquelles l'égalité : $6x - 15 = 3\,(2x - 5)$ est vraie. En trouves-tu beaucoup ? Justifie.

5. Cherche des valeurs <u>entières</u> de x et y pour lesquelles l'égalité : $4x - 2y = 1$ est vraie. Utilise un tableur pour tester toutes les valeurs <u>entières</u> de x et de y comprises entre 1 et 30. En trouves-tu beaucoup ? Explique pourquoi.

Méthode 1 : Écrire une expression en suivant les conventions

À connaître

Pour **alléger l'écriture d'une expression littérale**, on peut supprimer le signe $\times$ devant une lettre ou une parenthèse.

Remarque : On ne peut pas supprimer le signe $\times$ entre deux nombres.

Exemple : Supprime les signes $\times$, lorsque c'est possible, dans l'expression suivante :
$A = 5 \times x + 7 \times (3 \times x + 2 \times 4)$.

$A = 5 \times x + 7 \times (3 \times x + 2 \times 4)$ ⟶ On repère tous les signes $\times$ de l'expression.

$A = 5x + 7(3x + 2 \times 4)$ ⟶ On supprime les signes $\times$ devant une lettre ou une parenthèse.

À connaître

Pour tout nombre a, on peut écrire : $a \times a = a^2$ (qui se lit « a au carré »)
$a \times a \times a = a^3$ (qui se lit « a au cube »).

Exercices « À toi de jouer »

1 Simplifie les expressions en supprimant les signes $\times$ lorsque c'est possible.

$B = b \times a$

$C = 5 \times x \times x \times x$

$D = (3{,}7 \times y - 1{,}5 \times z + 0{,}4 \times 3{,}5) \times 9$

2 Replace les signes $\times$ dans chacune des expressions suivantes.

$E = 12ac + 35ab - 40bc$

$F = 1{,}2abc$

$G = 5{,}6\,(x^2 - 2{,}5y + 32)$

Méthode 2 : Remplacer des lettres par des nombres

À connaître

Pour **calculer une expression littérale pour une certaine valeur des lettres**, il suffit de remplacer les lettres par ces valeurs.

Exemple : Calcule l'expression $A = 5x(x + 2)$ pour $x = 3$.

$A = 5 \times x \times (x + 2)$ ⟶ On replace les signes $\times$ dans l'expression A.

$A = 5 \times \mathbf{3} \times (\mathbf{3} + 2)$ ⟶ On remplace la lettre x par sa valeur **3**.

$A = 15 \times 5$ ⟶ On effectue les calculs.

$A = 75$

Exercices « À toi de jouer »

3 Calcule la valeur de chacune des expressions pour $x = 2$ puis pour $x = 6$.

$E = 3x(x + 5)$

$F = 7x - x^2$

$G = x^3 + 3x^2 - x$

4 Calcule la valeur de chacune des expressions pour $a = 3$ et $b = 5$.

$B = 4a + 5b - 56$

$C = a^3 + b^2 + 7ab$

$D = 2(5a + 3b + 1)$

Méthode 3 : Développer une expression littérale

À connaître

Soient k, a et b trois nombres positifs. Pour **développer une expression**, on distribue un facteur à tous les termes entre parenthèses :

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$$

$$k \times (a - b) = k \times a - k \times b$$

Exemple : Développe l'expression suivante : A = $3(x + 7)$.

A = **3** $\times (x + 7)$	⟶	On replace le signe $\times$ dans l'expression.
A = **3** $\times x +$ **3** $\times 7$	⟶	On distribue le facteur **3** aux termes x et 7.
A = $3x + 21$	⟶	On calcule et on simplifie l'expression.

Exercices « À toi de jouer »

5 Recopie puis complète les développements suivants.

B = $5(a + 4) = 5 \times ... + 5 \times ... = ... + ...$

C = $7(... + ...) = 21y + 28$

D = $a(a + 2b) = a \times ... + ... \times 2b = ... + ...$

6 Développe les expressions suivantes.

E = $2(x + 5)$

F = $5(3x - 4y)$

G = $b(2a + b - 1)$

Méthode 4 : Factoriser une expression littérale

À connaître

Soient k, a et b trois nombres positifs. Pour **factoriser une expression**, on repère un facteur commun à chaque terme et on le multiplie par la somme ou la différence des autres facteurs :

$$k \times a + k \times b = k \times (a + b)$$

$$k \times a - k \times b = k \times (a - b)$$

Exemple : Factorise les expressions A = $5x + 35$ puis B = $x^2 + 3x$.

A = $5 \times x + 35$	⟶	On replace le signe $\times$ dans l'expression.
A = **5** $\times x +$ **5** $\times 7$	⟶	On fait apparaître le facteur commun : **5**.
A = **5** $\times (x + 7)$	⟶	On met en facteur le nombre **5**.
A = **5**$(x + 7)$	⟶	On simplifie l'expression.

B = $x \times \boldsymbol{x} + 3 \times \boldsymbol{x}$	⟶	On replace le signe $\times$ dans l'expression et on repère le facteur commun : $\boldsymbol{x}$.
B = $\boldsymbol{x}\,(x + 3)$	⟶	On met en facteur la lettre $\boldsymbol{x}$ puis on simplifie.

Exercices « À toi de jouer »

7 Fais apparaître le facteur commun.

C = $7x + 14$

D = $a^2 + 5a$

E = $6x + 11xy$

8 Factorise les expressions suivantes.

F = $15y + 10$

G = $x^2 - 9x$

H = $21a^2 - 35a$

Exercices d'entraînement

Utiliser une expression littérale

1 *En électricité*

Une formule relie la Puissance P consommée par un dipôle à la tension U à ses bornes et à l'intensité I qui le traverse :

P = U × I où P s'exprime en Watts (W), U en Volts (V) et I en Ampères (A).

a. Quelle puissance génère un courant de 220 V et d'intensité 3 A ?

b. Construis un tableau donnant toutes les puissances générées par un courant de 220 V pour des intensités entières allant de 1 A à 10 A. Que peut-on dire d'un tel tableau ?

2 *Sur Internet et avec tableur !*

a. S'il est 10 h à Paris en été, quelle heure est-il au même moment à New-York ? Moscou ? Tokyo ?

b. Paris est à l'heure d'été. À l'aide d'un tableur, programme une feuille de calculs qui donne l'heure qu'il est dans une dizaine de villes du monde quand on entre l'heure de Paris.

3 *Formule d'Euler - Poincaré*

Pour certains solides convexes (par exemple le cube), il existe une formule qui relie le nombre de sommets du solide (S), son nombre d'arêtes (A) et son nombre de faces (F) :
S − A + F = 2.

a. Vérifie que cette formule fonctionne bien avec un cube.

b. Si on connaît A et F, peut-on trouver directement S ? Écris une formule permettant de trouver S.

c. Combien d'arêtes a un solide convexe qui a 4 sommets et 4 faces ? Dessine-le à main levée.

Simplifier une expression littérale

4 Recopie les expressions en supprimant les signes × s'ils sont inutiles.

A = $9 \times n$	E = $n \times x$
B = $x \times 3$	F = $2 \times \pi \times R$
C = $12 \times (7 - 3)$	G = $(3 + 6) \times (7 - 1)$
D = $4 \times (3{,}2 + 6)$	H = $16 \times 3{,}5$

5 Recopie les expressions en ajoutant les signes × lorsqu'ils sont sous-entendus.

A = $3x + 2$	E = $3a - 5b$
B = $ab - 4$	F = $ab + 3 \times 7a$
C = $5(2x - 7)$	G = $b - a + 7(3x + 7)$
D = $2a(2 + 8)$	H = $a + a - 7b + 1$

6 Écris le plus simplement possible.

A = $3 \times a \times b$	D = $5 + 3 \times b$
B = $3 \times a + 3 \times b$	E = $5 \times a + 3 + 2$
C = $8 \times a \times 2$	F = $2 \times 3 \times a \times (b \times c)$

7 Écris le plus simplement possible.

A = $7 \times a \times b \times 3$	C = $3 \times (2 \times a + b) \times 5$
B = $7 + a \times b + 3$	D = $(2{,}5 - 1) \times a \times b$

8 Simplifie les expressions en utilisant les notations "au carré" et "au cube".

A = $a \times a$	E = $c \times c \times 3$
B = $b \times b \times b$	F = $9 + d \times d \times d$

Aire d'un carré de côté c : $c \times c$ = ...

Aire d'un disque de rayon r : $\pi \times r \times r$ = ...

9 Écris les expressions suivantes le plus simplement possible en utilisant les notations "au carré" et "au cube" si nécessaire.

A = $1 \times a + a \times a$	E = $a \times a \times b \times 3$
B = $a \times a \times a - 0 \times b$	F = $1 \times a \times a \times b \times 0$
C = $6 \times a \times a - a$	G = $a \times 2 \times b \times a \times b$
D = $2 \times a \times 3 \times a$	H = $(a + b)(a + b)$

10 Écris les multiplications cachées.

A = $5a^2$	C = $a^2 + 2b^3$
B = $2 - b^3$	D = a^2b^3

11 Si x représente un nombre, comment écrire les expressions suivantes ?

a. Le double de x.

b. Le tiers de x.

c. La somme de x et de 13.

d. La différence de x et de 7.

e. Le triple de la somme de 2 et de x.

f. Le tiers de la différence de 16 et x.

12 Traduis par une phrase les expressions.

A = $x + 7$	D = $5 - 2x$
B = $3x$	E = $(3 + x)(3 - x)$
C = $2x + 1$	F = $x^2 + 5$

13 Calcule chaque expression pour la valeur de x indiquée.

A = $x + 11$ pour $x = 7$	D = $14x$ pour $x = 1{,}5$
B = $5x$ pour $x = 2$	E = $2 + 2x$ pour $x = 5$
C = $14 + x$ pour $x = 3$	F = $15 - 3x$ pour $x = 1$

14 Calcule chaque expression pour la valeur de x indiquée.

A = x^2 pour $x = 2{,}5$	D = x^3 pour $x = 3$
B = $5x^2$ pour $x = 2$	E = $2x^3$ pour $x = 5$
C = $4 + 2x^2$ pour $x = 0$	F = $15 - x^3$ pour $x = 1$

15 Calcule chacune des expressions suivantes pour $x = 3$ et $y = 2$.

C = $xy + 4$	E = $xy - x - y + 4$
D = $x - y + 8$	F = xyx

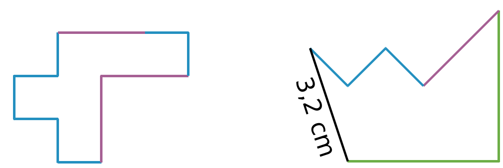
16 Calcule chacune des expressions suivantes pour $x = 1$ et $y = 4$.

C = $x^2 + x + y$	F = x^2y
D = $x^2 + 2xy + y^2$	E = $x^2 + y^2$

Produire une expression littérale

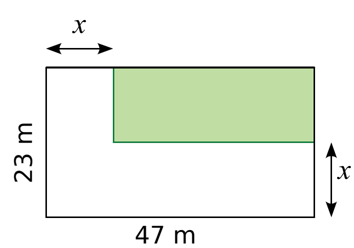
17 *Périmètre de polygones*

a. Exprime le périmètre des figures ci-dessous en fonction de a et de b sachant qu'un trait bleu mesure a cm, un trait violet mesure $2a$ cm, et un trait vert mesure b cm.



b. Calcule ces deux périmètres pour $a = 1{,}3$ et $b = 4$.

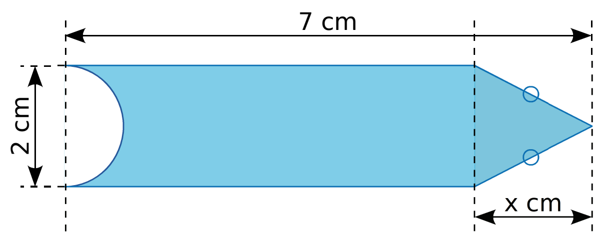
18 *Rectangles imbriqués*



a. Calcule l'aire de la partie coloriée en fonction de x.

b. Combien vaut cette aire si $x = 14{,}7$ m ?

19 *La grande bleue*

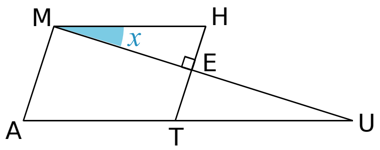


a. Exprime l'aire de la surface bleue en fonction de x et de π. Réduis l'expression obtenue.

b. Calcule cette aire pour $x = 3$ cm. Donne la valeur exacte puis un arrondi au dixième.

Exercices d'entraînement

20 Sachant que le quadrilatère MATH est un parallélogramme, exprime tous les angles de la figure ci-dessous en fonction de x.



21 Pour son téléphone portable, Grégoire paye : 12 € d'abonnement, a € par SMS envoyé et 40 centimes d'euros par minute de communication.

a. Écris une expression permettant de calculer sa dépense sachant que ce mois-ci, Grégoire a envoyé 30 SMS et a utilisé m minutes de communication.

b. Quelle est cette dépense si $a = 0{,}8$ et $m = 150$?

22 Cendrine a construit un triangle tel que la longueur du petit côté vaut la moitié de celle du grand et la longueur du moyen vaut les trois quarts de celle du grand.

a. Écris une expression permettant de calculer le périmètre du triangle en fonction de la longueur L du plus grand des côtés.

b. Détermine le périmètre si L vaut 7 cm.

23 Marc a rentré trois nombres en mémoire dans sa machine à calculer. Pour cela, il a utilisé les lettres a, b et c. Il veut maintenant calculer les expressions suivantes :

- $S = 2a - 3b + 7c + 5$
- $T = 7a \times b + 4c - 8$

Calcule ces expressions pour $a = 12$, $b = 5$ et $c = 7$. Vérifie tes résultats à la calculatrice.

Développer, factoriser, réduire

24 Développe puis réduis les expressions.

$A = 3 \times (x + 2)$
$B = 7 \times (x - 6)$
$C = 1 \times (x + 5)$
$D = 4 \times (5 - x)$
$E = 1{,}6(x - 0{,}5)$
$F = 4(x + 1)$
$G = 7(3x - 8)$
$H = 6(2x + 9)$

25 Développe puis réduis les expressions.

$A = x(x + 2)$
$B = x(x - 6)$
$C = 3x(x + 5)$
$F = 5x(x - 1)$
$G = 6x(2 + 9x)$
$H = x(x^2 - 4)$

26 Factorise puis réduis les expressions.

$A = 5x + 4x$
$B = 9x - 2x$
$C = 6x + x$
$D = 2x + 7x - 5x$
$E = 8xy - 7xy$
$F = 5ab - 9ab + ab$
$G = 18z^2 - 9z^2 + 3z^2$
$H = a^3 + a^3 + a^3$
$I = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x$

27 Factorise les expressions.

$A = 4x + 8$
$B = 7 + 21x$
$C = 2 - 16x$
$D = x^2 + 8x$

28 Factorise les expressions.

$A = 3x + 3$
$B = 9t + 9$
$C = 4 - 4y$
$D = 1{,}2 + 1{,}2r$

29 Factorise les expressions.

$A = 8x + 12y$
$B = 49a - 56b$
$C = 24x + 30y - 18z$
$D = 15xy + 30xz$
$E = 2x^2 + 8x$
$F = 25x^2y - 15xy^2$

30 Regroupe puis réduis les expressions.

$A = 16x + 7 - 9x + 2$
$B = 5z + 4{,}5 - z + 0{,}5$
$C = 3 + 4t + 12t - 7t - 3$
$D = 5x^2 + 4 + 2x^2 - 1$
$E = 15t^2 - 4t^2 + 2t^2 + 9$
$F = 12x + 8x^2 - 9x - x^2$

31 Regroupe puis réduis les expressions.

$A = 5x^2 + 1 + 3x + 14 + 2x^2 + 1$
$B = 6 + 6x + 8x^2 - 9x - x^2 + 4$
$C = 9x^2 - xy + 17 + 4y^2 + 5xy - 8x^2 - 11$

Exercices d'entraînement

32 Développe puis réduis les expressions.

A = $3(x + 6) + 2$

B = $4 + 3(2y - 2)$

C = $7(2x + 2) - 6$

D = $9(x - 6) + 2x$

E = $3{,}5(2 - x) + 8{,}2$

F = $2(3 + 5x) + 8(7 - x) + 4(x - 1)$

33 Développe puis réduis les expressions.

A = $x(x + 6) - x$	C = $3x(x + 4) - 6x^2$
B = $x(y - 2) + xy$	D = $9x(x^2 - 6) + 2x^2$

E = $5x(3 + 5x) + x(5 + x) + 4x(2x + 1)$

34 On souhaite démontrer que la somme de deux nombres pairs est un nombre pair.

a. Vérifie cette affirmation sur des exemples.

b. Explique pourquoi un nombre pair peut s'écrire sous la forme $2n$ où n est un entier.

c. Exprime la somme de deux nombres pairs $2n$ et $2p$ en fonction de n et p entiers.

d. Conclus.

35 Voici un programme de calcul :

- Choisis un nombre x ;
- Multiplie ce nombre par 5 ;
- Ajoute 7 ;
- Prends le double du résultat ;
- Enlève 14.

Mathilde dit qu'à la seule annonce du résultat, elle est capable de retrouver le nombre choisi très vite. Comment fait-elle ?

36 *Programme de calcul et tableur*

a. Rédige un programme de calcul qui permet d'obtenir l'expression $2x(x - 6) + 4$ où x désigne le nombre choisi au départ.

b. Utilise un tableur afin de calculer cette expression pour les valeurs entières de x entre 10 et 20.

c. Quel nombre de départ permet d'aboutir à 274 quand on applique ce programme ?

37 Marie dit qu'en ajoutant deux nombres impairs, on obtient toujours un nombre impair.

a. Prouve-lui qu'elle a tort à l'aide d'un contre-exemple.

b. En utilisant la variable n, écris une expression désignant un nombre pair puis une autre désignant un nombre impair.

c. Utilise la question **b.** pour démontrer à Marie que la somme de deux nombres impairs n'est jamais impaire.

38 *Remarquable !*

Soit G = $a(a - b) + b(a - b)$

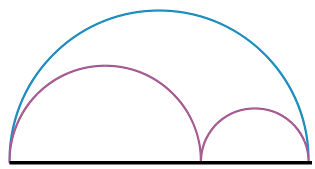
a. Développe et réduis l'expression G.

b. Factorise G en mettant $(a - b)$ en facteur.

c. Déduis-en une égalité remarquable.

39 *Demi-cercles*

Sur le schéma ci-dessous, le demi-cercle bleu a pour rayon R et les deux demi-cercles roses ont pour rayons R_1 et R_2 tels que $R = R_1 + R_2$.



a. Exprime la longueur de l'arc bleu en fonction de R.

b. Exprime la longueur des arcs roses en fonction de R_1 et R_2.

c. Montre par un calcul littéral que ces deux longueurs sont égales.

Tester si une égalité ou une inégalité est vraie

40 Teste chacune des égalités suivantes pour $x = 2$ puis pour $x = 3$.

a. $4x - 10 = 8$	**c.** $2x - 4 = 5x - 10$
b. $4x - 12 = 0$	**d.** $3x - 7 = x + 1$

41 Teste chacune des égalités pour $x = 5$.

a. $x^2 - 25 = 0$	**c.** $x^2 = 10$
b. $x^2 - 5 = 4x$	**d.** $3x - 7 = x^2 + 1$

42 Dans chacun des cas proposés, détermine si l'égalité $3x + 5 = 2y - 4$ est vraie ou pas.

a. $x = 1$ et $y = 1$

b. $x = 3$ et $y = 9$

c. $x = \frac{1}{3}$ et $y = 6$

d. $x = 1{,}5$ et $y = 1$

e. $x = 0$ et $y = 0$

f. $x = \frac{5}{3}$ et $y = 2$

43 Soit l'expression littérale :

$F = 3(2x + 9) + 4(7 - x) - 12$

a. Développe et réduis F.

b. Teste ton résultat pour x égal à 0 ; 2 et 0,1.

44 L'inégalité $4x + y < 6x + 3$ est-elle vraie pour :

a. $x = 0$ et $y = 1$?

b. $x = 3$ et $y = 11$?

c. $x = 1$ et $y = 5$?

d. $x = 1{,}5$ et $y = 7$?

45 À l'achat d'un portable, on propose deux forfaits possibles :

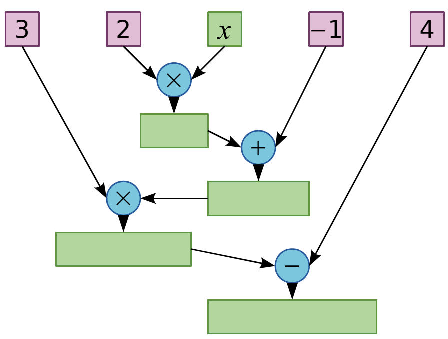
- Première offre : 0,25 € par SMS.
- Deuxième offre : abonnement de 2 € et 0,15 € par SMS.

On note n le nombre de SMS envoyés.

a. Pour chaque offre, écris le coût du forfait en fonction de n.

b. Estelle a payé 4,70 € pour 18 SMS envoyés. Quel forfait a-t-elle choisi ?

46 Recopie puis complète l'arbre de calcul.



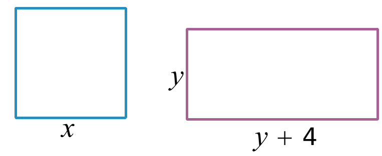
47 *À l'envers !*

a. En t'inspirant du **46**, crée un arbre de calcul pour obtenir l'expression : $5(4 - 3x) + 7$.

b. Calcule l'expression pour $x = 0$ puis $x = \frac{1}{2}$.

48 *Comparaison de périmètres*

Exprime en fonction de x et y les périmètres du carré et du rectangle suivants.



Pour les valeurs de x et de y suivantes, le périmètre du carré est-il supérieur à celui du rectangle ?

a. $x = 2$ et $y = 1$

b. $x = 3$ et $y = 1$

c. $x = 6$ et $y = 3$

d. $x = 10$ et $y = 7$

49 *Une suite de nombres*

Voici une liste de 6 nombres :
2 ; 5 ; 7 ; 12 ; 19 ; 31.

Pour obtenir cette liste, on a choisi les deux premiers nombres au hasard (2 et 5). Les nombres suivants sont obtenus en ajoutant les deux qui précèdent.
On note S la somme de ces 6 nombres.

a. Vérifie que cette somme S est égale à 4 fois le cinquième nombre de la liste.

b. Avec un tableur, vérifie-le en choisissant d'autres nombres de départ.

c. Prouve que cette affirmation est toujours vraie, quels que soient les nombres choisis.

50 Vanessa a acheté un cahier à 2 € et trois classeurs.

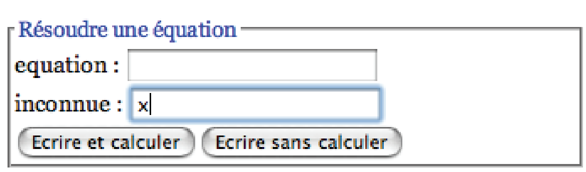
a. Exprime le prix total qu'elle a payé en fonction du prix en euros (noté x) d'un classeur.

b. Elle a payé 23 € en tout. Utilise un tableur pour retrouver le prix d'un classeur.

51 *Avec Xcas en ligne !*

a. On considère l'équation : $x^2 - 6x + 8 = 0$.
Est-ce que 0 est solution de cette équation ?

b. À l'aide du logiciel Xcas en ligne, résous cette équation.



c. Vérifie par le calcul que les solutions données par ce logiciel sont bien exactes.

52 *Par paires*

Regroupe par deux les expressions qui sont égales.

A = $6x^2 + 4$	D = $3(2x^2 + 1) - 1$
B = $6x^2 + 2$	E = $6x(x^2 + 2x)$
C = $3x^2(2x + 4)$	F = $8x^2 - 4 - 2x^2 + 8$

53 *Une expression en trop*

Trouve l'intrus.

A = $4(2x - 3)$	C = $5(x - 4) + 3x + 8$
B = $8x - 12$	D = $10(x - 1) - 2x$

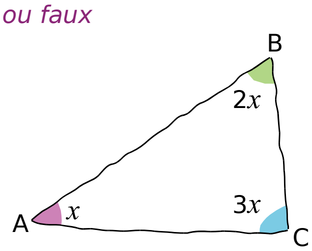
E = $6(2x - 3) + 2(3 - 2x)$

54 *Substitution*

Soit G = $3(4x - 2)$. Calcule G lorsque :

a. $x = 5$	**d.** $6x = 5$
b. $4x - 2 = 7$	**e.** $2x - 1 = 3$
c. $12x = 11$	**f.** $3x = 25$

55 *Vrai ou faux*



Laura affirme que ABC est un triangle rectangle. Es-tu du même avis ? Justifie clairement ta réponse.

56 *Au zoo*

Au zoo, il y a des cacatoès et des koalas. On peut y dénombrer 50 têtes et 140 pattes.

a. Si besoin, recherche, dans un dictionnaire ou sur internet, le nombre de pattes d'un cacatoès et d'un koala.

b. On note c le nombre de cacatoès. Exprime le nombre de koalas en fonction de c.

c. Écris une expression P représentant le nombre de pattes en fonction de c.

d. Développe puis réduis P.

e. Calcule le nombre de cacatoès puis le nombre de koalas.

57 *Un carré qui grandit*

Soit ABCD un carré de 5 cm de côté.

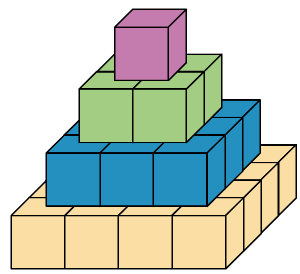
a. Calcule le périmètre $\mathcal{P}_1$ et l'aire $\mathcal{A}_1$ de ABCD.

b. On augmente ses côtés de k cm.
Exprime, en fonction de k :

- la longueur L du nouveau côté ;
- le nouveau périmètre $\mathcal{P}_2$ de ce carré ;
- la nouvelle aire $\mathcal{A}_2$ de ce carré ;
- l'augmentation du périmètre ;
- l'augmentation de l'aire.

58 *La pyramide de Gelo*

Godtfred a construit une pyramide de briques Gelo. Il y a une brique au premier niveau, 4 briques au deuxième niveau, 9 briques au troisième niveau, comme sur le schéma suivant.



a. Combien y a-t-il de briques au quatrième niveau ? Au 20e niveau ? Au ne niveau ?

b. Combien y a-t-il de briques au total lorsque la pyramide compte un niveau ? Deux niveaux ? Trois niveaux ? Quatre niveaux ?

Godtfred veut savoir combien de briques seront nécessaires pour construire une pyramide à vingt niveaux. Ne voulant pas faire un gros calcul, il cherche sur internet une formule lui donnant le résultat. Il a trouvé les trois expressions suivantes où n représente le nombre de niveaux :

$$A = -6n + 7$$

$$B = \frac{5n^2 - 7n + 4}{2} \qquad C = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Godtfred veut alors vérifier la véracité de ces informations.

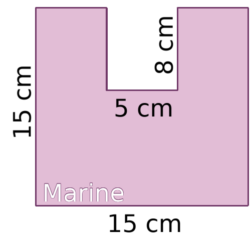
c. En testant chacune des formules par les valeurs trouvées à la question **b.**, quelles sont les formules que l'on peut éliminer d'office ?

d. Godtfred demande à son professeur si la formule non éliminée est exacte. Il lui répond par l'affirmative. Combien de briques sont nécessaires pour construire la pyramide à vingt niveaux ?

59 *Tracé d'un U dans une feuille*

En cours d'Arts Plastiques, le professeur a distribué aux élèves des feuilles carrées de 15 cm de côté.
Il leur demande de découper un rectangle de largeur 5 cm pour former la lettre U.

a. Marine découpe un rectangle de longueur 8 cm (et de largeur 5 cm).
Calcule le périmètre du U de Marine.



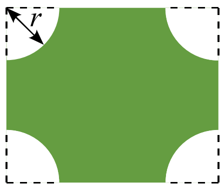
b. Ses amies Alison et Laura ont découpé des rectangles de largeur 5 cm mais de longueurs différentes : celui d'Alison a une longueur de 6,3 cm alors que celui de Laura a une longueur de 9,6 cm.
Calcule les périmètres des U d'Alison et de Laura. Quelle partie du calcul est la même pour tous les U ?

c. Après tous ces calculs, Kévin remarque que si L désigne la longueur du rectangle en centimètres et $\mathcal{P}$ le périmètre du U en centimètres, alors $\mathcal{P} = 60 + 2L$. Calcule $\mathcal{P}$ lorsque $L = 7{,}5$ cm puis lorsque $L = 10$ cm.

d. Priscilla dit : « On peut encore simplifier : $60 + 2 = 62$ donc $\mathcal{P} = 62\,L$. ». Utilise l'expression proposée par Priscilla pour calculer $\mathcal{P}$ lorsque $L = 10$ cm. Qu'en déduis-tu ?

60 *Usinons des plaques*

Dans des plaques rectangulaires de cuivre (de 20 cm sur 23 cm), une machine usine quatre quarts de cercles de rayon r cm. C'est l'outilleur qui choisit sa valeur en réglant la machine. Si r est compris entre 0 et 10, l'aire de la plaque obtenue est : $\mathcal{A} = 460 - \pi r^2$.



a. À l'aide d'un tableur, trouve toutes les valeurs de l'aire lorsque r est un entier compris entre 0 et 10.

b. À l'aide d'un tableur, détermine, à 0,1 cm près, le rayon à choisir pour obtenir une aire égale à 206 cm².

c. Détermine, à 0,01 cm près, le rayon à choisir pour obtenir une aire égale à 177 cm².

61 *À l'aide d'un tableur*

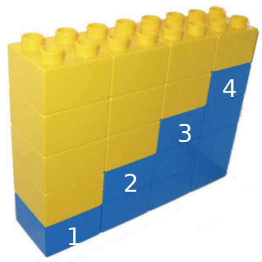
Juliette affirme que le carré d'une somme de deux nombres est égal à la somme des carrés de ces deux nombres.

a. Montre sur un contre-exemple simple qu'elle a tort.

b. Peut-on prévoir quelle sera la différence entre le carré de la somme et la somme des carrés ? Fais des essais à l'aide d'un tableur.

62 *Construction d'un escalier*

a. Clémence a fabriqué un escalier de quatre marches à l'aide de briques bleues toutes identiques d'un jeu de construction.
Martin a ajouté des briques jaunes (toutes identiques) afin de former le même escalier « à l'envers » au dessus.



Quel est le nombre de briques bleues utilisées ? Écris-le sous la forme d'une somme.

b. Clémence rajoute des briques bleues pour obtenir une cinquième marche à son escalier.
À son tour, Martin rajoute autant de briques jaunes pour avoir le même escalier « à l'envers ».

- Réalise un dessin représentant les deux escaliers. Ils forment un rectangle.
- Quel est alors le nombre total de briques utilisées ? Écris-le sous la forme d'un produit.
- Déduis-en la valeur de $1 + 2 + 3 + 4 + 5$.

c. Sans faire de dessin, donne le nombre total de briques qu'il faudrait si on rajoutait une sixième marche à chacun des deux escaliers.
Quel serait alors le nombre de briques bleues ?
Déduis-en la valeur de $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6$.

d. On appelle n le nombre de marches d'un escalier.

- Écris une expression qui donne le nombre total de briques nécessaires à la construction de deux escaliers de n marches.
- Et pour un seul escalier ?
- Quelle égalité peut-on alors en déduire ?

e. Combien de briques faut-il pour construire un escalier de 30 marches ? Et pour un escalier de 300 marches ?

Boîte noire...

1^re^ étape : Pour bien démarrer

a. Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre ;
- Multiplier ce nombre par 3 ;
- Ajouter 4 au résultat précédent.

Appliquez ce programme aux nombres : 3 ; 5 et 2,5.

b. On considère l'expression : A = $3x + 4$.

- Calculez A pour $x = 5$ puis pour $x = 2,5$.
- Que remarquez-vous ? Expliquez pourquoi.

c. Proposez un programme de calcul qui correspond à l'expression B = $7x - 3$?

d. Essayez de construire un programme de calcul permettant d'obtenir 5 quand on choisit 2 pour nombre de départ.
Y a-t-il une seule solution selon vous ?

e. Achille a écrit un programme de calcul sur son cahier mais il l'a oublié chez lui. Il avait noté sur une feuille à part le tableau suivant :

Nombre de départ	2	4	17
Résultat du programme	9	11	24

À partir de ce tableau, pouvez-vous retrouver un programme de calcul qui conviendrait ?

f. À l'aide de ce programme, recopiez le tableau précédent puis complétez-le avec trois nouveaux nombres de départ : 5,5 ; 7 et 3,1.

g. Donnez l'expression avec la lettre x qui correspond à ce programme.

h. Voici un autre tableau de valeurs :

Nombre de départ	2	10	1,5
Résultat du programme	5	21	4

Leïla dit que l'expression C = $3x - 1$ pourrait parfaitement convenir à un tel tableau.
Expliquez pourquoi elle se trompe.

i. Trouvez un programme de calcul et l'expression associée qui conviendrait pour ce nouveau tableau.

2^e^ étape : Boîte noire

Quand on rentre un nombre dans une boîte noire, elle exécute un programme de calcul pour fournir un résultat.

L'objectif de cette partie est de construire des boîtes noires puis d'essayer de démasquer les boîtes noires d'un autre groupe.

j. Vous allez construire deux boîtes noires : une facile et une difficile. La construction de ces boîtes doit rester secrète pour garder le mystère. Pour chacune de ces deux boîtes, il faut :

- trouver un programme de calcul comme au **a.** (les nombres utilisés doivent être entiers et plus petits que 10) ;
- trouver l'expression qui correspond comme au **b.** ;
- faire un tableau comme au **e.** avec trois valeurs et les résultats obtenus.

Pour la boîte facile, le programme ne peut comporter qu'une seule fois la lettre x.

Pour la boîte difficile, le programme ne peut comporter qu'un seul terme avec x^2.

k. Une fois que vous avez construit vos boîtes, écrivez les deux tableaux de valeurs sur une feuille séparée. Vérifiez bien que vos tableaux sont corrects ! Échangez cette feuille avec la feuille d'un autre groupe.

l. Quand un groupe pense avoir réussi à décoder une boîte noire, il peut s'en assurer en demandant au groupe qui l'a créée, le résultat que donnerait la boîte noire pour la valeur de leur choix. Le défi est relevé quand un groupe est capable d'écrire sur une feuille le programme et l'expression correspondante pour chacune des boîtes noires.

Attention : Si un groupe s'est trompé dans ses calculs pour réaliser le tableau alors c'est ce groupe qui aura perdu le défi !

3^e^ étape : Avec l'ordinateur

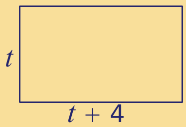
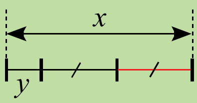
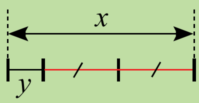
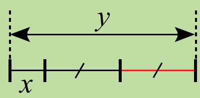
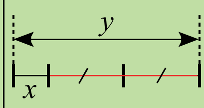
Cette fois-ci, c'est l'ordinateur qui vous défie. Il va vous proposer trois niveaux de défis (niveau facile, difficile et champion). Vous aurez relevé le défi si vous parvenez à écrire l'expression avec « x » qui correspond au programme de la boîte noire. Vous serez alors grand maître du niveau.

Pour vous aider, voici des exemples d'expressions que l'ordinateur pourrait vous proposer :

- Niveau facile : D = $3x + 1$;
- Niveau difficile : E = $2x^2$;
- Niveau champion : F = $x(2 - x)$.

m. Pour chaque niveau, écrivez sur votre cahier le tableau de valeurs qui correspond à vos différents essais ainsi que les expressions qui correspondent à chaque boîte noire.

Se tester avec le QCM !

		R1	R2	R3	R4
1	$5 \times x + 2 \times y =$…	$10xy$	$5x + 2y$	$7xy$	$7x + y$
2	$3x^2y$ est égal à…	$6x \times y$	$3x \times 3y$	$3x \times xy$	$y \times 3x^2$
3	Quelles sont les affirmations vraies ?	$2x + 4$ est une forme factorisée de $2(x + 2)$	$5x + 1$ est la forme développée de $5(x + 1)$	$3x - 12$ est une forme factorisée de $3(x + 4)$	$-7x + 14$ est la forme développée de $-7(x - 2)$
4		L'aire de ce rectangle est égale à $t^2 + 4t$	Le périmètre de ce rectangle est égal à $t(t + 4)$	Le périmètre de ce rectangle est égal à $2t + 4$	L'aire de ce rectangle est égale à $t(t + 4)$
5	L'expression $\frac{x - y}{2}$ correspond à la longueur du segment rouge pour le schéma…				
6	Quelles sont les affirmations vraies ?	On peut encore factoriser $3x + 6$	On peut encore développer $2x^2 - 1$	On peut encore factoriser $5x$	On peut encore développer $2(x^2 - 1)$
7	$3x - 5y - 4x + 2y =$…	$-x - 3y$	$-4xy$	$-7x - 7y$	$-x^2 - 3y^2$
8	Soit A = $5x$. Si on remplace x par 5, alors A =…	55	25	10	5^2
9	Pour $x = 2$, quelles sont les égalités vraies ?	$x - 2 = 0$	$x + 2 = 0$	$x^2 = 4$	$x^2 = -4$
10	Quels sont les nombres qui vérifient l'inégalité $t - 5 < 2t + 3$?	0	2	-9	10

Récréation mathématique

Les yeux dans l'œil !

Sur la planète Volcoudœil, il y a deux populations : les Kachmoipalavu qui n'ont qu'un œil et les Jeupeutouzieuter qui en ont trois.

Lors de ma dernière visite sur cette planète, une photo a été prise. J'y figurais avec mes meilleurs amis, issus de ces deux populations. Bref, une photo de 13 personnes et 24 yeux dont les deux miens.

Combien de Kachmoipalavu y avait-il sur cette photo ?

Proportionnalité

D1

Activité 1 : Qui a dit « proportionnel » ?

Les situations suivantes relèvent-elles d'une situation de proportionnalité ? Pourquoi ?

1. Saïd achète 2 mètres de corde qui coûte 2,30 € le mètre.

2. Daniel a planté dans son potager 8 pieds de tomates et en a récolté 14 kg. L'an passé, il en avait planté 12 pieds et en avait récolté 18 kg. L'an prochain, il en plantera 10 pieds et espère en récolter 16 kg.

3. À 6 ans, Armand chaussait du 30 et à 18 ans, il chausse du 42.

4.

Abonnement à Mathmag
6 mois pour 18 €
1 an pour 32 €
2 ans pour 60 €

5. Un piéton se promène à allure régulière le long des quais de la Seine et parcourt 3,5 km en 1 h 30.

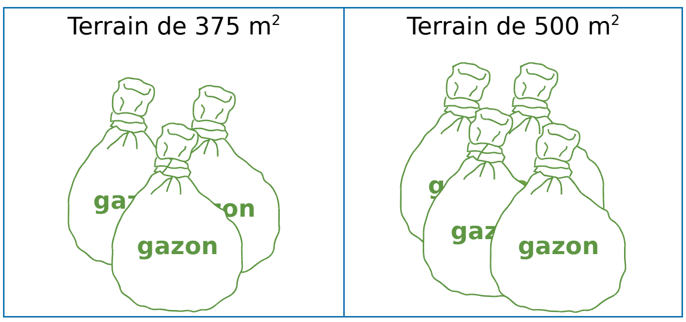
6. On peut acheter de l'enduit de lissage par sac de 1 kg, 5 kg et 25 kg. Le mode d'emploi précise qu'il faut 2,5 L d'eau pour 10 kg.

7. Un commerçant a décidé de faire une journée promotion en baissant tous les prix de 10 %.

8. Un loueur de DVD propose la formule d'abonnement suivante :
- 10 € l'adhésion ;
- 2 € par DVD.

Activité 2 : L'affaire est dans le sac !

Dans une jardinerie, les pancartes ci-dessous indiquent le nombre de sacs de graines à utiliser en fonction de la surface du terrain à ensemencer.



1. À l'aide de cette illustration, réponds aux questions suivantes.

Quelle surface pourra ensemencer Jean-Paul avec 7 sacs ?

Quelle surface pourra ensemencer Emmanuel avec 6 sacs ?

De combien de sacs aura besoin Rachid pour réaliser une pelouse de 1 500 m² ?

Quelle surface pourra ensemencer Léonard avec 19 sacs ?

Quelle surface pourra ensemencer Fatima avec 28 sacs ?

De combien de sacs aura besoin Steeve pour réaliser une pelouse de 3 875 m² ?

Quelle surface pourra ensemencer Sonda avec 21 sacs ?

2. Trouve un moyen simple de présentation pour synthétiser ces questions et ces réponses.

3. Propose plusieurs méthodes pour déterminer quelle surface de gazon on peut ensemencer avec un seul sac.

Activité 3 : Le juste prix !

1. Pour 1 euro de plus !

Dans chacune de ces quatre situations, le prix est proportionnel à la quantité proposée.

a. Monsieur Radin n'a qu'un euro et se demande ce qu'il pourrait acheter.
À l'aide d'un tableur, reproduis chaque tableau puis programme chacune des cellules C2 pour répondre à M. Radin.

	A	B	C	D
1	Prix en €	24	1	
2	Nombre de paquets de gâteaux	6		15

	A	B	C	D
1	Prix en €	3,6	1	
2	Longueur en cm	4,32		37,2

	A	B	C	D
1	Prix en €	35	1	
2	Volume d'eau en L	52,5		99

	A	B	C	D
1	Prix en €	9	1	
2	Masse en kg	7		11,2

b. Les quantités achetées par M. Budget sont affichées dans chaque cellule D2.
Pour chaque tableau, programme la cellule D1 pour déterminer combien M. Budget a dépensé.

2. Proportionnalité et graphique

Pour faire du ciment, il est indiqué sur le sac qu'il faut mélanger les 25 kg de poudre avec 7,5 L d'eau.

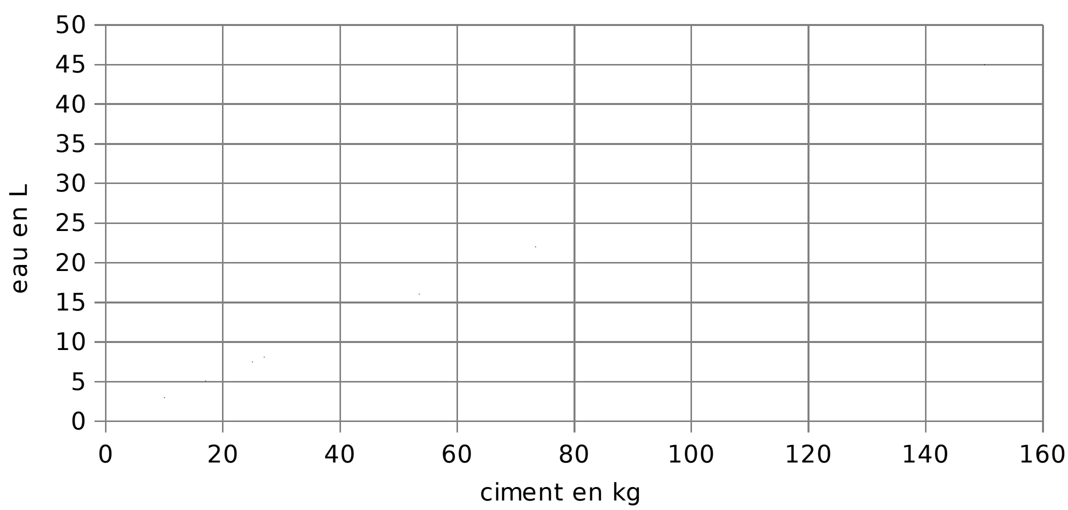
a. À l'aide d'un tableur, réalise un tableau comme ci-dessous.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Ciment en kg	25	17	27	53,5			
2	Eau en L	7,5				22	45	3

b. Programme la cellule C2 puis recopie-la dans les cellules D2 et E2.

c. Programme la cellule F1 que tu recopieras dans les cellules G1 et H1.

d. Sur ton cahier, choisis judicieusement les unités sur chaque axe puis construis un graphique reprenant les valeurs du tableau ci-dessus. Que remarques-tu ?



Activité 4 : Plus ou moins sportif...

Les professeurs d'E.P.S. de deux collèges comparent les effectifs des associations sportives.

Collège Prévert

Nombre d'élèves	Association Sportive		
	Football	Volley-ball	Autres
637	42	35	217

Collège Rimbaud

Nombre d'élèves	Association Sportive		
	Football	Volley-ball	Autres
480	32	35	157

1. Discussion entre profs

Le professeur du collège Prévert trouve que dans son A.S., il y a plus de joueurs de football.

Le professeur du collège Rimbaud n'est pas d'accord mais trouve qu'il y a autant de volleyeurs dans les deux A.S..

Que penses-tu des affirmations de ces deux professeurs ?

2. Comparaison

Quel collège est le plus sportif ? Donne tes arguments.

Activité 5 : Jour de soldes !

1. Chez Madame Bienvêtu...

Madame Bienvêtu construit une feuille de calcul à l'aide d'un tableur afin de préparer les nouveaux prix des articles soldés dans son magasin de vêtements.

a. Reproduis le tableau suivant.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Ancien prix en €	100	37	42	54	72	83
2	Remise en €						
3	Nouveau prix en €						

b. Dans un premier temps, elle commencera par une remise de 10 %. Complète les cellules par des formules qui permettront de déterminer les nouveaux prix.

c. Indécise, elle change d'avis et appliquera dès le premier jour une remise de 18 %. Modifie les formules afin de trouver les nouveaux prix.

2. Chez Monsieur Bonhabit...

Monsieur Bonhabit, qui tient le magasin concurrent, a dressé le tableau suivant.

	A	B	C	D	E
1	Ancien prix en €	56	65	78	87
2	Remise en €	8,96	10,4	12,48	13,92
3	Nouveau prix en €				

a. Reproduis ce tableau puis complète la dernière ligne.

b. Madame Bienvêtu voudrait savoir si son concurrent fait une remise plus importante qu'elle. Que dirais-tu à Madame Bienvêtu ?

c. Quel est le pourcentage de réduction fait par Monsieur Bonhabit ?

Méthodes et notions essentielles

Méthode 1 : Remplir un tableau de proportionnalité

Exemple 1 : En utilisant un coefficient de proportionnalité

Le carburant pour un motoculteur est un mélange de super et d'huile où les doses d'huile et de super sont proportionnelles : il faut 2 doses d'huile pour 3 doses de super. Quelle quantité de super faut-il rajouter si l'on verse d'abord 4,5 L d'huile ?

Le coefficient de proportionnalité qui permet d'obtenir la dose de super en fonction de la dose d'huile est 3 : 2 = 1,5.

Dose d'huile (en L)	2	4,5
Dose de super (en L)	3	x

× **1,5**

On multiplie par le coefficient de proportionnalité et on obtient :

x = 4,5 × **1,5** = 6,75

Exercices « À toi de jouer »

1 Un skipper doit acheter plusieurs bouts. Il choisit un cordage à 3,50 € le mètre. Combien coûte un bout de 5 m ? De 3,5 m ? De 23 m ? De 36 m ?

2 Le pouvoir couvrant d'une peinture est de 5 L pour 15 m².
Calcule les surfaces que l'on a recouvertes en utilisant 2 L, 13 L, 15 L et 32 L de cette peinture.

Exemple 2 : En utilisant des relations entre les différentes valeurs des grandeurs

(On utilise cette méthode lorsque le coefficient de proportionnalité n'est pas un nombre décimal, ou pour simplifier les calculs.)

La prime annuelle d'un vendeur est proportionnelle au montant des ventes qu'il a réalisées pendant l'année. Le directeur du magasin utilise le tableau suivant pour verser les primes à ses vendeurs. Aide-le à compléter les cases colorées.

Ventes (en €)	2 000	8 000		18 000	20 000	38 000
Primes (en €)		500	1 000	1 125	1 250	

Les ventes sont divisées par 4...

...donc les ventes doublent.

Les montants s'additionnent...

+

Ventes (en €)	2 000	8 000	**16 000**	18 000	20 000	38 000
Primes (en €)	**125**	500	1 000	1 125	1 250	**2 375**

+

...donc les primes sont divisées par 4.

La prime double...

...donc les primes s'additionnent.

Exercices « À toi de jouer »

3 Dans une recette, les quantités d'ingrédients sont proportionnelles au nombre de personnes qui mangent : il faut 420 g de riz pour 6 personnes.

a. Quelle quantité de riz faut-il pour 2 personnes ? Pour 8 personnes ?

b. Combien de personnes pourrai-je nourrir avec 630 g de riz ? Et avec 2,1 kg de riz ?

4 Recopie puis complète les tableaux de proportionnalité suivants.
Tu indiqueras la méthode que tu as choisie pour chacun des tableaux et pourquoi.

a.

1		6	
3	12		51

b.

2,5	5		50
	6	18	

c.

1	2		3,5
	9	45	

Méthode 2 : Reconnaître un tableau de proportionnalité

À connaître

Un tableau de nombres relève d'une situation de proportionnalité si un même coefficient (non nul) multiplicateur s'applique dans **tout** le tableau. On parle alors de **coefficient de proportionnalité**.

Exemple : Ces tableaux de nombres sont-ils des tableaux de proportionnalité ?

a.

5	8	14	19	24
12	19,2	33,6	45,6	57,6

b.

12	18	32	27	54
8	12	20	18	36

On a : $5 \times 2{,}4 = 12$ (on obtient 2,4 en effectuant le quotient de 12 par 5) et on vérifie que cela convient pour les autres valeurs :

$8 \times \mathbf{2{,}4} = 19{,}2$ $\quad 14 \times \mathbf{2{,}4} = 33{,}6$

$19 \times \mathbf{2{,}4} = 45{,}6$ $\quad 24 \times \mathbf{2{,}4} = 57{,}6$

On obtient bien les valeurs du tableau, c'est un tableau de proportionnalité.

On calcule les quotients :

$\frac{12}{8} = 1{,}5$ $\quad \frac{18}{12} = 1{,}5$ $\quad \frac{\mathbf{32}}{\mathbf{20}} = 1{,}6$

On a trouvé un quotient différent des deux précédents, il est donc inutile de calculer les suivants. Ce n'est pas un tableau de proportionnalité.

Exercice « À toi de jouer »

5 Ces tableaux de nombres sont-ils des tableaux de proportionnalité ?

a.

3,4	7,5	9	11,6
6,8	15	18,9	23,2

b.

7	11	18	24
9,1	12,1	19,8	26,4

Méthode 3 : Utiliser des pourcentages

Exemple : Dans un collège, trois élèves sur cinq possèdent un vélo. Quel pourcentage des élèves du collège possèdent un vélo ?

Cette situation revient à déterminer le nombre t dans le tableau de proportionnalité suivant.

Élèves qui ont un vélo	3	t
Élèves du collège	5	100

$\times \frac{3}{5}$

Donc $t = 100 \times \frac{3}{5} = 60$.

Il y a donc 60 % des élèves qui ont un vélo dans ce collège.

Remarque : On peut aussi déterminer t en utilisant les propriétés sur les colonnes, en remarquant que $100 = 5 \times 20$ donc $t = 3 \times 20 = 60$.

Exercices « À toi de jouer »

6 Un œuf est constitué principalement de trois parties (le reste peut être négligé) :
- la coquille qui représente 10 % de la masse de l'œuf ;
- le blanc qui en représente 60 % ;
- le jaune.

Sachant qu'un œuf moyen pèse 60 g, calcule de deux façons la masse du jaune.

7 Sur 600 poulets, 240 sont des coqs. Quel est le pourcentage de coqs parmi les poulets ?

Reconnaître et utiliser des situations de proportionnalité

1 *Au cinéma*

Un cinéma propose les tarifs suivants.

Nombre de séances	1	4	12
Prix à payer (en €)	7	28	80

Le prix est-il proportionnel au nombre de séances ? Justifie ta réponse.

2 *À boire...*

Un carton de 6 bouteilles de jus de fruit coûte 4,20 €. Recopie puis complète le tableau de proportionnalité en justifiant par un calcul.

Nombre de bouteilles	6	1	4	
Prix (en €)	4,2			13,3

3 *...et à manger*

Pour préparer du foie gras, on doit préalablement saupoudrer le foie frais d'un mélange de sel et de poivre. Ce mélange doit être élaboré selon les proportions suivantes : une dose de poivre pour trois doses de sel.

Recopie puis complète le tableau suivant.

Poivre (en g)	10			35		
Sel (en g)		60	36		90	75

4 *Au marché*

1 kg de carottes coûte 0,35 €, 2 kg de tomates coûtent 2,60 € et 5 kg de pommes de terre 2 €.

Une ratatouille « flèchoise » est un plat constitué de ces trois légumes à parts égales.

Avant cuisson, les ingrédients pèsent 1,2 kg.

Quel est le prix du plat préparé ?

5 *Une menthe à l'eau*

On verse 4 cL de menthe dans un verre de 30 cL. On complète avec de l'eau à ras bord.

a. Combien verse-t-on d'eau pour 1 cL de menthe ?

b. Quelle quantité de menthe doit-on mettre dans un verre de 45 cL pour obtenir exactement le même goût ?

6 *Des bouteilles...*

Une usine produit 1 200 bouteilles en 3 heures.

a. Combien de bouteilles produit-elle en une heure ? En deux heures ?

b. Combien de temps faut-il pour produire 6 000 bouteilles ?

7 *...à la mer*

Pour remonter l'ancre de son voilier, un marin a mis 3 minutes pour enrouler 21 m de chaîne lors d'une escale. Une autre fois, il met 4 min 30 s pour 31,50 m.

a. En supposant qu'il remonte l'ancre à vitesse constante, combien de temps mettra-t-il pour remonter une ancre jetée à 10,50 m de fond ?

b. Quelle longueur de chaîne enroulera-t-il en 1 min ? En 13 min 30 s ?

8 *Tableaux de proportionnalité*

Recopie puis complète les tableaux de proportionnalité par la méthode de ton choix.

a.

1	4		20	
0,6		1,2		66,6

b.

2	4		20	
5		15		60

c.

4	6			48
3		12	36	

d.

1,4		3,5	10,5	
2	3			16

9 *Des œufs*

Six œufs au chocolat sont vendus 14 €.

a. Combien coûte un œuf ?

b. Combien coûtent dix œufs ?

10 *Le journal*

Un journal, paraissant tous les jours sauf le dimanche, est proposé à l'essai avec plusieurs formules d'abonnement :

•25 jours de parution consécutifs pour 30 € ;

•8 semaines pour 55 €.

Le prix est-il proportionnel aux nombres de journaux reçus ?

Exercices d'entraînement

11 *Composition d'un jus*

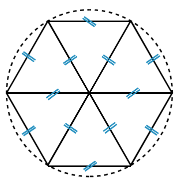
Sur l'étiquette d'une bouteille d'un litre de jus d'orange, on lit :

Valeurs nutritionnelles moyennes pour 100 mL	
Protéines	0,4 g
Glucides	11,8 g
Lipides	< 0,1 g
Valeur énergétique moyenne : 50 Kcal	

Recopie puis complète le tableau suivant.

Volume de jus d'orange	200 mL	250 mL	1 L	2 L
Protéines				
Glucides				
Lipides				
Valeur énergétique				

12 *L'hexagone*



Construis un hexagone régulier inscrit dans un cercle de rayon 4 cm.

a. Quel est le périmètre de cet hexagone ?

b. Quand on double le rayon du cercle, qu'en est-il du périmètre de l'hexagone ? Y a-t-il proportionnalité entre longueur d'un côté et périmètre ?

c. Construis un hexagone régulier de 33,6 cm de périmètre et de même centre que le premier.

Utiliser la proportionnalité pour calculer des grandeurs

13 *En panne de froid*

Au cours du dernier semestre, une usine d'électroménager a produit 15 200 réfrigérateurs. Le service après-vente a noté des dysfonctionnements sur 608 d'entre eux.
En t'aidant du tableau suivant, détermine le pourcentage d'appareils défectueux.

Appareils défectueux	608	
Appareils produits		100

14 Sur 204 pays qui ont participé aux phases éliminatoires pour la qualification à la coupe du monde de football 2010 en Afrique du Sud, seuls 31 pays y ont pris part, le trente-deuxième étant le pays organisateur.
Quel est le pourcentage, au dixième près, de pays qualifiés pour cette compétition ?

Source : Wikipédia

15 Dans un collège de 360 élèves, 171 d'entre eux sont des garçons.

a. Quel est le pourcentage de garçons ?

b. Calcule de deux manières différentes le pourcentage de filles.

16 Une ville possède deux collèges.
Dans le premier, il y a 350 élèves et 40 % d'entre eux sont des demi-pensionnaires.
Dans le deuxième, il y a 620 élèves dont 124 demi-pensionnaires.

a. Dans le premier collège, combien y a-t-il d'élèves demi-pensionnaires ?

b. Dans le second collège, quel est le pourcentage d'élèves demi-pensionnaires ?

c. Dans les deux établissements réunis, quel est le pourcentage de demi-pensionnaires ? Quelle remarque peux-tu faire ?

17 Lors de l'élection des délégués de classe, les 28 élèves de la classe ont élu Ahmed avec 20 voix et Séraphine avec 18 voix.

a. Calcule le pourcentage d'élèves qui ont voté pour chacun de ces deux délégués.

b. Éric, qui n'a pas été élu, a eu entre 15 % et 20 % des suffrages. Combien d'élèves ont voté pour lui ? Calcule le pourcentage de votants pour Éric au dixième près.

18 Au club de ski, 155 licenciés pratiquent régulièrement leur sport de glisse favori : 53 d'entre eux pratiquent le ski de fond, 80 le ski de piste et le reste du surf.

a. Calcule le pourcentage représenté par ces trois sports.

b. Effectue une représentation graphique qui te semble le mieux convenir à la situation.

19 *Chambre miniature*

Simona veut réaliser le plan de sa chambre à l'échelle 1/50.

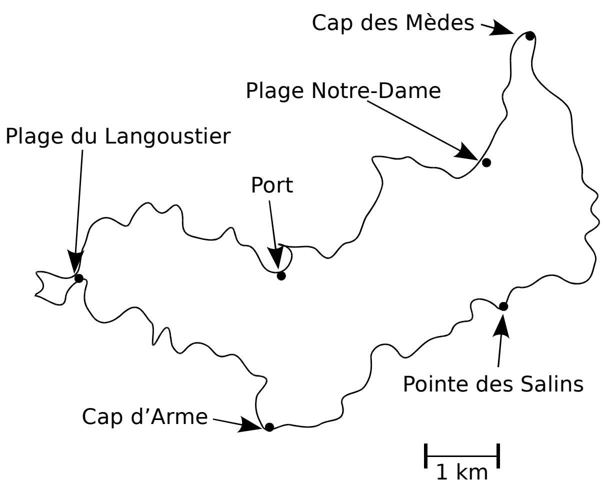
a. Reproduis et complète le tableau de proportionnalité suivant.

	Échelle	Longueur	Largeur
Dimensions sur le plan (en cm)	1		
Dimensions réelles (en cm)	50	450	380

b. La largeur d'une porte est de 1,8 cm sur le plan. Quelle est sa largeur en réalité ?

20 *À la mer*

La carte suivante schématise l'île de Porquerolles.



a. Quelle est l'échelle de cette carte ?

b. Quelle distance y a-t-il entre la Plage du Langoustier et le Cap des Mèdes à vol d'oiseau ? Et entre le Port et le Cap d'Arme ?

c. Construis un tableau qui donne la distance à vol d'oiseau entre le Cap de Mèdes et les autres points de l'île.

21 Annecy et Grenoble sont distantes de 97 km.

a. Sur une carte à l'échelle 1/100 000, quelle distance sépare Annecy de Grenoble ?

b. Chambéry est situé entre Annecy et Grenoble, à 40 km d'Annecy. À quelle distance cela correspond-il sur la carte ?

c. Aix-les-Bains est à 1,1 cm de Chambéry sur la carte. À quelle distance cela correspond-il en réalité ?

22 Exprime, à l'aide d'une fraction de numérateur 1, les échelles suivantes.

a. 1 cm sur un plan représente 100 cm dans la réalité.

b. 5 cm sur une carte représentent 1 500 cm dans la réalité.

c. 1 cm sur une carte correspond à 5 km dans la réalité.

23 Détermine, dans chaque cas, l'échelle utilisée.

a. Sur une carte routière, la distance entre deux villes est de 15 cm. En réalité, cette distance est de 300 km.

b. Sur la maquette d'un building, la flèche de l'immeuble mesure 12 cm. En réalité, elle mesure 36 m.

c. Sur le plan d'une halle des sports, les gradins ont une longueur de 82,5 cm. En réalité, ils mesurent 55 m.

d. Une Tour Eiffel en modèle réduit mesure 18 cm. En réalité, elle mesure 324 m (antennes de télévision incluses).

24 *Avec les unités de temps*

a. Convertis les durées suivantes en secondes : 8 min ; 9 min 48 s ; 3 h 29 min et 2 h 07 min 09 s.

b. Convertis les durées suivantes en minutes : 6 h ; 1 h 15 min ; 5 h 48 min et 1 j 23 h 17 min.

c. Effectue les divisions euclidiennes suivantes.

$$1\,896 \;|\; 60 \qquad 37\,193 \;|\; 60 \qquad 619 \;|\; 60$$

Utilise les résultats trouvés pour convertir :

- 1 896 min en secondes ;
- 37 193 s en heures, minutes et secondes.

d. Exprime en heures, minutes et secondes les durées suivantes.

- 3 876 s
- 18 178 s
- 88 400 s
- 16 198 s

25 Convertis les heures décimales en heures, minutes et secondes comme dans l'exemple.

3,5 h = **3** h + **0,5** × 60 min = 3 h 30 min

a. 6,2 h

b. 3,75 min

c. 8,6 h

d. 3,55 min

e. 2,15 h

f. 5,35 h

26 *Payer pour calculer*

Pour effectuer des calculs longs et complexes, les entreprises louent du temps de calcul sur des super-ordinateurs. On leur facture 2 130 € l'heure de calcul. Combien paieront-elles pour un calcul qui dure :

a. 40 min ?

b. 2 h 12 min ?

c. 3 h 25 min ?

d. 1 jour 2 h 30 s ?

27 *À la banque*

En t'aidant des changes en novembre 2009 donnés ci-dessous, réponds aux questions.

1 € = 1,5138 dollar US
1 € = 69,8591 roupies indiennes
1 yuan chinois = 0,0967 €

a. Combien valent 3 euros en dollars US ?

b. Combien valent 20,5 yuans chinois en euros ?

c. Combien valent 50 euros en roupies indiennes ?

d. Combien valent 100 dollars US en euros ?

e. Combien valent 200 roupies indiennes en euros ?

f. Combien valent 3 000 yuans en dollars ?

28 *Un problème de robinet*

Un robinet fuit de façon régulière et remplit un seau de 6 L en 45 minutes.

a. Quel volume d'eau s'échappe en 15 minutes ?

b. Si on laisse couler le robinet pendant une heure, quel volume d'eau s'écoulera-t-il ?

c. On place une bassine de 50 L sous le robinet. En combien de temps sera-t-elle remplie ?

29 *Remontée de piste*

Un télésiège fonctionne de 9 h à 16 h 45 sans s'arrêter et peut transporter jusqu'à 1 200 skieurs par demi-heure.
Quel nombre maximal de skieurs ce télésiège peut-il déposer chaque jour en haut des pistes ?

30 *Voyager sur l'eau*

Un pétrolier navigue à allure constante. Il effectue 15 miles en 2 heures. Donne la distance qui sera couverte en :

a. 6 heures **b.** 8 h 30 min **c.** 10 h 45 min

31 *Voyager sur terre*

Un véhicule a effectué 98 km en 1 h 10 min. En supposant son mouvement uniforme, quelle distance a-t-il couverte en une heure ?

32 *Voyager à la vitesse du son et de la lumière*

La vitesse du son est de 340 mètres par seconde et celle de la lumière est de 299 792 458 mètres par seconde.

a. Exprime ces vitesses en kilomètres par heure.

b. La Terre est assimilée à une sphère de 6 400 kilomètres de rayon. Combien de temps mettrait-on pour en faire le tour à la vitesse du son ?

c. Une Année-Lumière (notée *A.L.*) est une unité de longueur utilisée par les astronomes pour mesurer les distances entre les planètes. Une Année-Lumière est la distance parcourue par la lumière en une année. Exprime cette distance en kilomètres.

33 *Un rapporteur gradé*

Le grade est une autre unité pour mesurer les angles : 100 grades correspondent à 90°.

a. Convertis en grades la mesure des angles suivants : 45° ; 135° ; 180° ; 27° et 153°.

b. Convertis en degrés la mesure des angles suivants : 66 grades ; 75 grades et 160 grades.

34 *Longueur d'un arc de cercle*

On considère un cercle de rayon 1 dm, de centre O.

a. Quelle est la longueur de ce cercle ?

b. Quelle est la longueur d'une moitié de ce cercle ? Combien mesure l'angle de sommet O qui correspond à cet arc ?

c. Quelle est la longueur d'un arc de ce cercle qui correspond à un angle de 90° ? 45° ? 1° ?

35 *Les petites rivières font de grands fleuves*

Une famille décide de changer les ampoules classiques de son domicile qui avaient une puissance moyenne de 75 W pour des ampoules basse consommation d'une puissance moyenne de 15 W.

On rappelle qu'une ampoule de 75 W consomme 75 Wh, c'est-à-dire 75 W en 1 heure et que 1 kW correspond à 1 000 W.

a. En moyenne, une de ces ampoules est éclairée 1,5 h par jour. Quel est alors le nombre de kWh (1 kWh = 1 kW consommé pendant 1 h) économisés par année de 365 jours par cette famille ?

b. Le prix du kWh est approximativement de 0,6 €. Calcule ainsi l'économie réalisée par an au centime d'euro près.

c. Une ampoule classique coûte 1 € et une ampoule basse consommation 7 €.
Dans combien de temps environ la famille aura-t-elle remboursé son investissement ?

36 *Des rabais*

a. Le gérant d'un magasin de vêtements décide d'appliquer une réduction de 20 % sur l'ensemble de son magasin.
Quel sera le nouveau prix d'un pull coûtant 27 € ? D'un tee-shirt coûtant 15 € ?

b. Pour ses clients disposant d'une carte de fidélité, il décide d'appliquer une réduction supplémentaire de 10 % à celle déjà effectuée en **a.**.
Calcule le prix des articles du **a.** pour ces clients.

c. Quel est alors le pourcentage de la remise effectuée aux clients fidèles ? Que peut-on dire ?

37 *Des intérêts*

Samir dispose de 150 €. Il les place le 31 décembre 2009 sur un livret rapportant 2 % d'intérêt par an.

a. Quels seront les intérêts la première année ?
De quelle somme disposera-t-il au 1er janvier 2011 ?

b. Cet argent fructifie à nouveau la deuxième année. De combien d'argent disposera-t-il le 1er janvier 2012 ?

c. Il laisse cet argent pendant 5 ans sur son livret. Quelle sera la somme dont il disposera au 1er janvier suivant ?

38 En décembre, une manufacture de jouets augmente sa production de 20 % par rapport à celle de novembre, et en janvier elle diminue sa production de 20 % par rapport à celle du mois de décembre.

a. Que penses-tu des productions en novembre et janvier ?

b. En novembre, 1 250 jouets ont été produits.
Combien ont été produits en décembre ?
Combien ont été produits en janvier ?
Ta réponse à la question **a.** était-elle correcte ?

c. Le gérant de la manufacture a annoncé à ses employés qu'il prévoyait une augmentation de 200 % de la production d'ici 10 ans. Cela signifie que la production va être multipliée par un certain nombre, lequel ?

d. Cette année, 15 000 jouets seront produits. Combien le gérant espère-t-il en produire d'ici 10 ans ?

39 Une ville compte 40 000 habitants en 2010. Elle perd chaque année 1,5 % de sa population.

a. Quel sera le nombre d'habitants dans un an ?

b. Dans un tableur, reproduis la feuille de calcul suivante puis programme les cellules pour connaître la population de cette ville dans 10 ans.

	A	B
1	**Année**	**Population**
2	2010	40 000
3	2011	=B2–B2*1.5/100

c. Dans combien d'années la ville aura moins de 20 000 habitants ?

40 Voici deux programmes de calcul.

Programme A	Programme B
• Choisir un nombre • Lui ajouter 3 • Multiplier le résultat par 5 • Retrancher 15	• Choisir un nombre • Lui retrancher 7 • Multiplier le résultat par 3 • Ajouter 14

a. Que donnent ces programmes pour les nombres suivants : 3 ; 3,7 ; 0,5 ; 13 ?

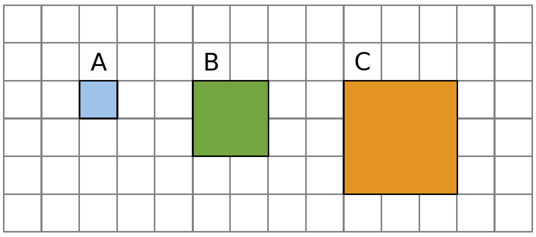
b. Pour chaque programme, les nombres de départ et d'arrivée te semblent-ils proportionnels ?

c. Applique chaque programme en notant x le nombre de départ. Les expressions littérales obtenues te permettent-elles de contrôler ta réponse au **b.** ?

Exercices d'approfondissement

41 *À la TV*

Un présentateur TV montre le prix de trois articles à l'aide du schéma suivant.



a. Sachant que les articles A, B et C coûtent respectivement 1 € ; 4 € et 6,25 €, que penses-tu de la représentation effectuée ?

b. Comment représenterais-tu un article coûtant 9 € ?

c. Comment aurais-tu représenté ces quatre articles en utilisant des segments ?

42 *Avec des carrés*

On va utiliser un tableur pour calculer le périmètre et l'aire de carrés de côtés entiers de 1 à 10 cm.

	A	B
1	**Longueur du côté**	1
2	**Périmètre**	
3	**Aire**	

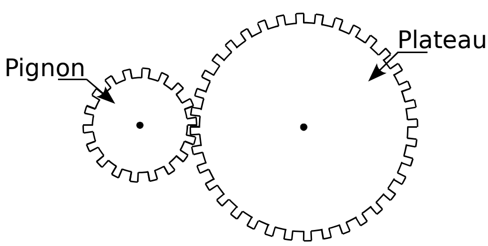
a. Reproduis puis programme les cellules B2, C2... et B3, C3... pour calculer le périmètre et l'aire des carrés demandés.

b. Fais un graphique représentant le périmètre en fonction de la longueur, puis un deuxième graphique représentant l'aire en fonction de la longueur.
Quelles remarques peux-tu faire ?

43 *Engrenages et vélo*

1re Partie

On s'intéresse à l'engrenage ci-dessous, composé d'un pignon et d'un plateau :



a. Compte le nombre de dents des deux éléments de l'engrenage puis réponds aux questions suivantes :

- Si le plateau parcourt un tour, combien de tours le pignon parcourt-il ?
- Si le pignon parcourt sept tours, combien de tours le plateau parcourt-il ?
- Est-on dans une situation de proportionnalité ?

2e Partie

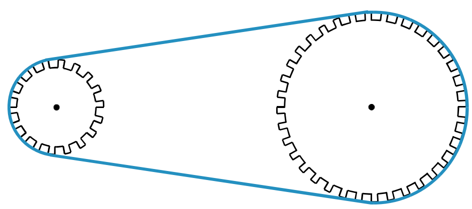
On s'intéresse à présent à un engrenage composé d'un plateau de rayon 8 cm et d'un pignon de rayon 3 cm.

b. Calcule le périmètre du plateau et du pignon puis réalise un tableau qui te permettra de répondre rapidement aux questions suivantes :

- Si le plateau parcourt un tour, combien de tours le pignon parcourt-il ?
- Si le pignon parcourt neuf tours, combien de tours le plateau parcourt-il ?
- Quel est le coefficient qui permet de passer du nombre de tours du plateau à celui du pignon ?

3e Partie

On considère à présent le vélo de M. Mathenpoche composé d'un plateau de rayon 20 cm et d'un pignon de rayon 8 cm reliés par une chaîne.



c. Sur le pignon est fixée la roue arrière et sur le plateau sont fixées les pédales.

- Combien de tours le plateau parcourt-il lorsque M. Mathenpoche donne un coup de pédales ?
- Combien de tours le pignon parcourt-il lorsque M. Mathenpoche donne un coup de pédales ?

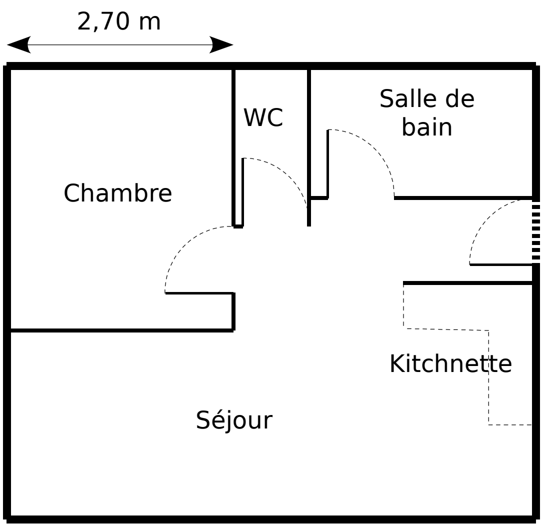
d. Le diamètre de la roue du vélo de M. Mathenpoche mesure 60 cm. Combien de mètres parcourt M. Mathenpoche lorsqu'il donne un coup de pédales ? Deux coups de pédales ? Sept coups de pédales ?

e. Réalise un tableau qui donne la distance parcourue en fonction du nombre de coups de pédales.

1 À la courte échelle...

1re Partie : S'entraîner

Voici le plan d'un appartement :



a. Quelle est la largeur de cet appartement dans la réalité ?

b. Quelles autres dimensions réelles pouvez-vous déterminer facilement ?

c. Quelle est l'échelle de ce plan ?

d. Calculez toutes les dimensions réelles et présentez-les dans un tableau (on arrondira au centimètre).

2e Partie : Imaginer

e. Réalisez **à main levée** le plan d'une maison qui respecte les critères suivants :

- elle possède entre 5 et 8 pièces (chaque pièce compte) ;
- il doit y avoir tout le confort nécessaire (WC, salle de bain en particulier...) ;
- cette maison doit pouvoir s'inscrire dans un rectangle de longueur inférieure au double de sa largeur.

Sur cette figure à main levée, doivent figurer toutes les dimensions réelles nécessaires à la réalisation d'un plan de cette maison.

3e Partie : Réaliser

f. Une fois ce dessin terminé, échangez votre plan avec celui d'un autre groupe puis :

- déterminez la meilleure échelle pour que le plan de cette maison puisse être réalisé sur une feuille de papier A4 (29,7 cm × 21 cm) ;
- construisez avec vos instruments le plan en respectant les dimensions.

2 Le lapin et la tortue...

Le lapin et la tortue s'affrontent sur une course de 5 km.

Les règles du jeu sont les suivantes (avec deux dés) :

- la tortue part en premier ;
- le premier dé donne le temps (en minutes) pendant lequel l'animal court ;
- le deuxième dé donne la vitesse de course de l'animal (en km/h) pendant le temps donné par le premier dé ;
- le vainqueur est celui qui arrive le premier au bout des 5 km.

Si nécessaire, on arrondira au dixième les résultats trouvés.

1re Partie : Sur des exemples

a. La tortue obtient un 5 avec le 1er dé et un 3 avec le 2e dé. Pour ce premier lancer, pendant combien de temps et à quelle vitesse va-t-elle courir ?

b. À cette vitesse et en 60 minutes, quelle distance parcourrait-elle ? Aidez-vous alors du tableau de proportionnalité ci-dessous pour déterminer la distance parcourue par la tortue après le 1er lancer.

Temps en minutes	60	5
Distance en km	3	...

c. Le lièvre obtient un 6 avec le 1er dé et un 2 avec le 2e dé. Va-t-il dépasser la tortue ?

2e Partie : Et si on jouait ?

d. Préparez sur votre cahier un tableau permettant de recueillir les distances parcourues par les deux animaux, puis à vous de jouer...

3e Partie : Pour aller plus vite...

e. Quelle distance maximale peut-on parcourir avec un lancer de dés ? Quelle distance minimale peut-on parcourir ?

f. Dans un tableur, programmez les cellules de la colonne C de manière à obtenir directement la distance parcourue (en kilomètres) à partir de n'importe quel lancer de dés.

	A	B	C
1	1er dé	2e dé	Distance parcourue
2	1	1	
3	1	2	
4	1	3	
5	...	...	

Se tester avec le QCM !

		R1	R2	R3	R4
1	Quelles sont les grandeurs proportionnelles ?	L'âge et la taille d'une personne	La taille d'un avion et sa vitesse	Le périmètre d'un cercle et son diamètre	L'ancien prix et le nouveau prix après réduction de 10 %
2	Quelles sont les situations où les grandeurs sont proportionnelles ?	Un taxi fait payer 10 € pour 8 km et 14 € pour 12 km	Un piéton parcourt 0,5 km en 10 min et 3 km en 1 h	Un forfait de ski coûte 27 € pour un jour et 162 € pour 6 jours	Il a plu 5 cm d'eau en 3 jours et 20 cm en 14 jours
3	Quels sont les tableaux de proportionnalité ?	1 ; 5 ; 9 2 ; 6 ; 10	0,3 ; 0,9 ; 7,6 3 ; 9 ; 76	2 ; 4 ; 6 7 ; 14 ; 21	7 ; 15 ; 7,1 15 ; 7 ; 1,7
4	2,5 ; 7,5 ; 10 3 ; 9 ; a Ce tableau est un tableau de proportionnalité.	Pour calculer a, je peux faire $3 + 9$	Pour calculer a, je peux faire $9 + 2,5$	Pour calculer a, je peux faire $10 + 1,5$	Pour calculer a, je peux faire 3×4
5	Une maquette d'un bateau est à l'échelle $\frac{1}{50}$ donc...	1 cm sur la maquette représente 50 m en réalité	50 cm sur la maquette représentent 25 m en réalité	1 m en réalité est représenté par 50 cm sur la maquette	1 mm sur la maquette représente 5 cm en réalité
6	Si 4 crayons coûtent 7 € alors...	7 crayons coûtent 4 €	40 crayons coûtent 70 €	5 crayons coûtent 8 €	6 crayons coûtent 10,50 €
7	Quelles sont les affirmations vraies ?	0,5 et $\frac{1}{2}$ représentent la même proportion.	$\frac{1}{3}$ et $\frac{6}{9}$ représentent la même proportion.	20 % et $\frac{1}{5}$ représentent la même proportion.	7 % et 0,7 représentent la même proportion.
8	12 % de 150 €, c'est...	$12 : 100 \times 150$	$100 : 12 \times 150$	$12 : 150 \times 100$	18
9	Après une réduction de prix de 20 %...	un pantalon qui coûtait 20 € coûte 1 € désormais	une télévision qui coûtait 200 € coûte 20 € désormais	une baguette qui coûtait 1 € coûte 0,80 € désormais	un vélo qui coûtait 100 € coûte 20 € désormais

Récréation mathématique

Vive les soldes !

Pour les soldes, le vendeur d'un magasin te laisse le choix entre

•Formule 1 : une réduction de 60 % ;

•Formule 2 : une réduction de 50 % puis de 10 % sur ce qui rest

•Formule 3 : une réduction de 10 % puis de 50 % sur ce qui rest .

Y a-t-il une proposition plus avantageuse que les autres ? Si oui,