Cours et méthodes

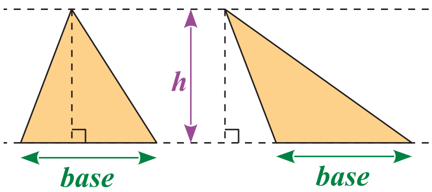
1 Déterminer une aire

Formules d'aire

Rectangle : $\mathcal{A}$ = Longueur × largeur

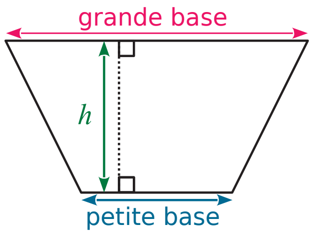
Carré : $\mathcal{A}$ = côté^2

Triangle quelconque :
$\mathcal{A}$ = base × hauteur ÷ 2

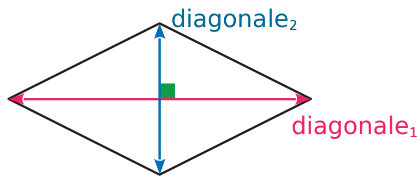


Disque : $\mathcal{A} = \pi \times$ rayon^2

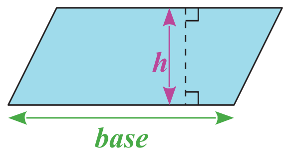
Trapèze :
$$\mathcal{A} = \frac{(\text{grande base} + \text{petite base}) \times \text{hauteur}}{2}$$



Losange : $\mathcal{A} = \dfrac{\text{diagonale}_1 \times \text{diagonale}_2}{2}$



Parallélogramme : $\mathcal{A}$ = base × hauteur



Enveloppe latérale d'un prisme droit ou d'un cylindre de révolution :
$\mathcal{A}$ = Périmètre de la base × hauteur

Sphère : $\mathcal{A} = 4 \times \pi \times$ rayon^2.

Entraîne-toi à Calculer des aires

Énoncé

Quelle est l'aire $\mathcal{A}$ d'un disque de rayon 7 m ?
Donner la valeur exacte puis un arrondi au dm² près.

Correction

La formule de l'aire du disque est : $\mathcal{A} = \pi \times r^2$.

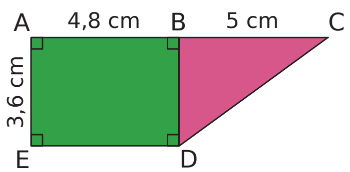
Ici, $\mathcal{A} = \pi \times (7\text{ m})^2$

$\mathcal{A} = 49 \times \pi\ \text{m}^2$

$\mathcal{A} \approx 153{,}94\ \text{m}^2$

Énoncé

Calcule l'aire de la figure ABCDE ci-contre.



Correction : La figure est constituée d'un rectangle ABDE et d'un triangle rectangle BCD.

- La formule de l'aire d'un rectangle est :
  $\mathcal{A}$ = Longueur × largeur
  Ici, $\mathcal{A}_{ABDE}$ = 4,8 cm × 3,6 cm = **17,28 cm²**
- La formule de l'aire d'un triangle rectangle est : $\mathcal{A}$ = base × hauteur ÷ 2
  Ici, $\mathcal{A}_{BCD}$ = 3,6 cm × 5 cm ÷ 2 = **9 cm²**

$\mathcal{A}_{ABCDE} = \mathcal{A}_{ABDE} + \mathcal{A}_{BCD}$ = **17,28 cm²** + **9 cm²**

$\mathcal{A}_{ABCDE}$ = 26,28 cm²

2 Déterminer un volume

Formules de volume

Cube : $\mathcal{V} = \text{côté}^3$

Pavé droit :
$\mathcal{V} = \text{longueur} \times \text{largeur} \times \text{hauteur}$

Prisme Droit :
$\mathcal{V} = \text{Aire de la base} \times \text{hauteur}$

Cylindre de révolution :
$\mathcal{V} = \pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}$

Pyramide :
$\mathcal{V} = \dfrac{\text{Aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$

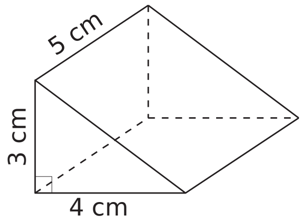
Cône de révolution :
$\mathcal{V} = \dfrac{\pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}}{3}$

Boule :
$\mathcal{V} = \dfrac{4}{3} \times \pi \times \text{rayon}^3$

Entraîne-toi à Calculer des volumes

Énoncé

Détermine le volume du prisme droit suivant.



Correction

La formule du volume d'un prisme droit est :

$\mathcal{V} = \text{Aire de la base} \times \text{hauteur}$

Ici, la base est un triangle.
La formule de son aire est :
$\mathcal{A} = \text{base} \times \text{hauteur} \div 2$

Ici $\mathcal{A} = 4 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} \div 2 = 6 \text{ cm}^2$

Donc $\mathcal{V} = 6 \text{ cm}^2 \times 5 \text{ cm}$

$\mathcal{V} = 30 \text{ cm}^3$.

Énoncé

Calcule le volume d'une pyramide de hauteur 2,50 m ayant pour base un losange de diagonales 4 m et 4,20 m.

Correction

La formule du volume d'une pyramide est :
$\mathcal{V} = \text{Aire de la base} \times \text{hauteur} \div 3$

Ici, la base est un losange.
La formule de son aire est :
$\mathcal{A} = \dfrac{\text{diagonale}_1 \times \text{diagonale}_2}{2}$

Ici $\mathcal{A} = 4 \text{ cm} \times 4{,}2 \text{ cm} \div 2 = 8{,}4 \text{ cm}^2$

Donc $\mathcal{V} = 8{,}4 \text{ cm}^2 \times 2{,}5 \text{ cm} \div 3$

$\mathcal{V} = 7 \text{ cm}^3$.

Énoncé

Calcule le volume d'une boule de rayon 5 cm.

Donne la valeur exacte puis un arrondi au dixième près.

Correction

La formule du volume de la boule est :

$\mathcal{V} = \dfrac{4}{3} \times \pi \times \text{rayon}^3$.

Ici $\mathcal{V} = \dfrac{4}{3} \times \pi \times 5^3$

$\mathcal{V} = \dfrac{500}{3} \pi \text{ cm}^3$.

$V \approx 523{,}6 \text{ cm}^3$

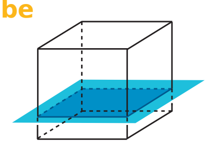
4 Utiliser un agrandissement ou une réduction

A. Sections de solides

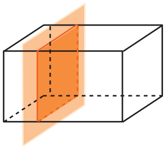
Propriétés

Dans un cube, un pavé droit, un prisme droit et un cylindre,
- une section parallèle à une face est de même nature et de mêmes dimensions que cette face ;
- une section parallèle à une arête (ou à l'axe pour le cylindre) est un rectangle, dont l'une des dimensions correspond à la longueur de cette arête (ou à l'axe).

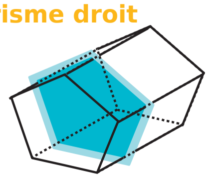
■ **Cube**



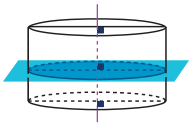
■ **Pavé droit**



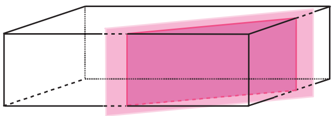
■ **Prisme droit**



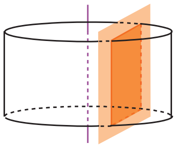
■ **Cylindre**



■ **Pavé droit**



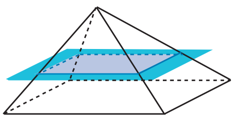
■ **Cylindre**



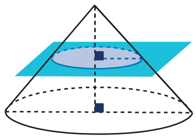
Propriétés

- Dans un cône ou une pyramide, une section parallèle à une face est de même nature que la face mais de taille réduite.
- Dans une sphère, une section parallèle à un grand cercle est un cercle de rayon réduit par rapport à celui du grand cercle.

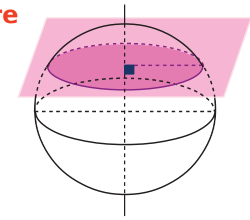
■ **Pyramide**



■ **Cône**



■ **Sphère**



B. Calculs en utilisant les sections

Propriété

Lors d'un agrandissement ou d'une réduction de rapport k ($k > 0$),
- les longueurs sont multipliées par k,
- les aires sont multipliées par k^2,
- les volumes sont multipliés par k^3

↘ Entraîne-toi à Calculer l'aire ou le volume d'un objet agrandi ou réduit

■ **Énoncé**

Des ingénieurs ont construit une maquette au 1/5 000 d'un bassin de retenue.
La maquette mesure 1,60 m de long et contient 5 L d'eau. La surface du lac artificiel est 80 dm^2.
Quelle sera, en km, la longueur du futur lac artificiel ?
Quelle sera, en km^2, sa surface ? Quel sera, en m^3, le volume d'eau contenu dans le lac ?

Correction

Pour obtenir les longueurs réelles à partir des longueurs de la maquette au 1/5 000, le coefficient d'agrandissement est $k = 5\,000$.

- $L_{\text{réelle}} = k \times L_{\text{maquette}}$
  $L = 5\,000 \times 1{,}6$
  $L = 8\,000$ m
  Le lac mesure 8 km.
- $A_{\text{réelle}} = k^2 \times A_{\text{maquette}}$
  $A = (5\,000)^2 \times 80$ dm^2
  $A = 2\,000\,000\,000$ dm^2
  La surface du lac est 20 km^2.
- $V_{\text{réel}} = k^3 \times V_{\text{maquette}}$
  $V = (5\,000)^3 \times 5$ L
  Or, 1 m^3 correspond à 1 000 L
  $V = (5\,000)^3 \times 0{,}005$ m^3
  $V = 625\,000\,000$ m^3
  La contenance du lac est de 625 000 000 m^3 d'eau.

5 Mesurer avec des grandeurs composées

» **Exemple**

- les unités d'aire et de volume sont des grandeurs produits : m^2 = m × m et cm^3 = cm × cm × cm
- le débit, la vitesse, la masse volumique sont des grandeurs quotients.

↘ Entraîne-toi à Convertir des grandeurs composées

■ **Énoncé**

La masse volumique du fer vaut 7,84 g·cm^{-3}.
Convertis-la en kg·m^{-3}.

Correction

« La masse volumique du fer vaut 7,84 g·cm^{-3} » signifie que 1 cm^3 de fer a une masse de 7,84 g.

Ainsi, $7{,}84 \text{ g·cm}^{-3} = \dfrac{7{,}84 \text{ g}}{1 \text{ cm}^3} = \dfrac{0{,}007\,84 \text{ kg}}{0{,}000\,001 \text{ m}^3}$

$\dfrac{0{,}007\,84}{0{,}000\,001} = 7\,840.$

La masse volumique du fer vaut donc 7 840 kg·m^{-3}.

■ **Énoncé**

Le 3 avril 2007, la rame TGV d'essai n°4402 établissait un nouveau record de vitesse officiel de 574,8 km·h^{-1}. Convertis cette vitesse en m·s^{-1}.

Correction

La formule donnant la vitesse est :

$\text{vitesse} = \dfrac{\text{distance}}{\text{temps}}$

soit : $574{,}8 \text{ km·h}^{-1} = \dfrac{574{,}8 \text{ km}}{1 \text{ h}} = \dfrac{574\,800 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}}$

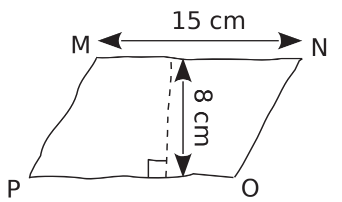
$\dfrac{574\,800}{3\,600} \approx 159{,}7$

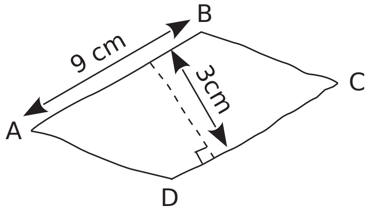
La vitesse de cette rame de TGV était alors d'environ 159,7 m·s^{-1}.

Je me teste

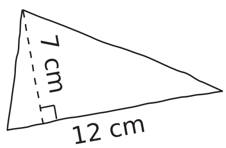
Niveau 1

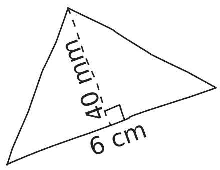
1 Détermine l'aire des parallélogrammes MNOP et ABCD ci-dessous.

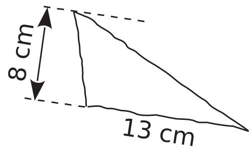




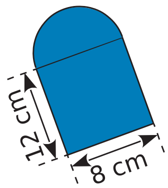
2 Calcule l'aire de chaque triangle ci-dessous.

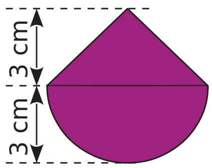






3 Calcule l'aire de chacune des figures suivantes.





4 Calcule le volume d'un prisme droit de hauteur 8 cm ayant pour base un rectangle de longueur 5 cm et de largeur 3 cm.

5 Calcule le volume d'un cylindre de révolution de hauteur 4,5 cm ayant pour base un disque de diamètre 10 cm.

Niveau 2

6 Calcule le volume d'une pyramide de hauteur 10 m ayant pour base un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 4,5 m et 6 m.

7 Calcule le volume d'un cône de révolution de hauteur 12 cm ayant pour base un disque de diamètre 8 cm.

➔ **Voir Corrigés p. 368**

Je me teste

Niveau 3

8 Calcule l'aire exacte d'une sphère de rayon 6,2 cm puis arrondis le résultat au cm^2.

9 Calcule le volume exact d'une boule de rayon 9 cm puis l'arrondi au mm^3.

10 Un pavé droit ABCDEFGH a pour dimensions AB = 5 cm, AD = 6 cm et AE = 8 cm. Il est coupé par un plan parallèle à l'arête [EH], le long de la diagonale [AF].

a. Représente en vraie grandeur la face ABFE et la section AFGD.
b. Détermine les dimensions exactes de cette section.
c. Donne la valeur arrondie au dixième de l'aire de cette section.

11 La section d'un cylindre de révolution de hauteur 12 cm par un plan parallèle à son axe a pour largeur 8 cm. La distance entre l'axe et la section est 3 cm. Quel est le rayon de la base de ce cylindre ?

12 Une sphère de rayon 7 cm est coupée par un plan à 5 cm de son centre.

a. Quelle est la nature de la section ?
b. Représente la section en vraie grandeur.

13 Un verre à cocktail de forme conique de contenance 12,8 cL est rempli aux trois quarts de sa hauteur par un mélange de jus de fruits. Quel volume de jus de fruits contient-il ?

14 Mihail fabrique deux pyramides dans du papier doré. Il réalise la deuxième en divisant toutes les longueurs de la première par 2. La surface de papier utilisé est-elle deux fois plus petite ? Le volume de l'objet obtenu est-il deux fois plus petit ?

15 La vitesse de propagation du son dans l'air est d'environ 340 m/s. Convertis cette vitesse en km/h.

16 La masse volumique de l'air au niveau de la mer et à une température de 20°C est d'environ 1,2 $kg \cdot m^{-3}$. Convertis cette masse volumique en $g \cdot cm^{-3}$.

17 La puissance maximale de certains moteurs de voitures de Formule 1 approche, dans certains cas, les 900 chevaux et leur vitesse de rotation peut atteindre les 20 000 tours par minute. Calcule la vitesse de rotation de ces moteurs en tours par seconde.

➔ **Voir Corrigés p. 368**

Je m'entraîne

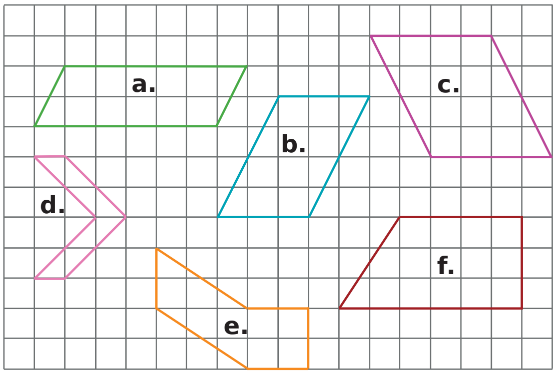
Calculer des aires

1 L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse ? Justifie ta réponse.

« *Si deux parallélogrammes ont la même aire, alors ils ont le même périmètre.* »

2 Avec un quadrillage

Sachant que l'unité d'aire est le carreau, détermine l'aire de chaque figure suivante en utilisant des aires de parallélogrammes.



3 Calcule l'aire de chaque parallélogramme dont les dimensions sont données ci-dessous.

a. Un côté mesure 6 cm et la hauteur relative à ce côté mesure 4 cm.

b. Un côté mesure 4,7 dm et la hauteur relative à ce côté mesure 7,2 cm.

c. Un côté mesure 2 m et la hauteur relative à ce côté mesure 6,4 cm.

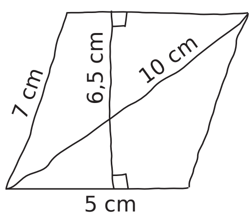
4 Calcule la longueur demandée.

a. L'aire du parallélogramme est 36 cm² et l'un de ses côtés mesure 6 cm. Combien mesure la hauteur relative à ce côté ?

b. L'aire du parallélogramme est 15,12 cm² et l'une de ses hauteurs mesure 3,6 cm. Combien mesure le côté associé à cette hauteur ?

5 Ne pas confondre !

Calcule l'aire et le périmètre de ce parallélogramme tracé à main levée.



6 Calcul mental

a. Trace un parallélogramme non rectangle BLEU d'aire 27 cm^2.

b. Trace un parallélogramme non rectangle NOIR d'aire 11 cm^2.

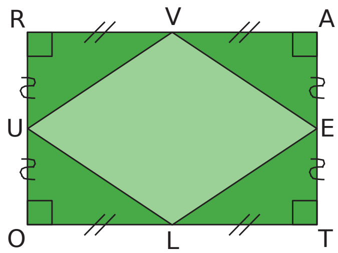
c. Trace trois parallélogrammes non superposables d'aire 36 cm^2.

7 L'un dans l'autre

Sur la figure suivante, les points V, E, L et U sont les milieux des côtés d'un rectangle RATO.

a. Calcule l'aire de RATO, sachant que RA = 8 cm et AT = 6 cm.

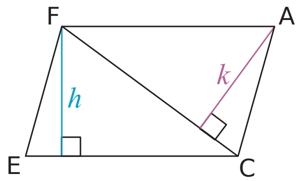
b. Calcule l'aire de VELU de deux façons.



8 Pile ou Face ?

Le parallélogramme FACE est tel que :

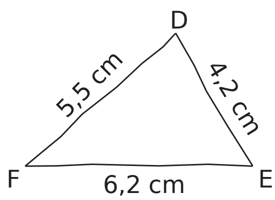
- EC = 150 mm ;
- h = 67 mm ;
- k = 53 mm.



a. Calcule l'aire du parallélogramme FACE.

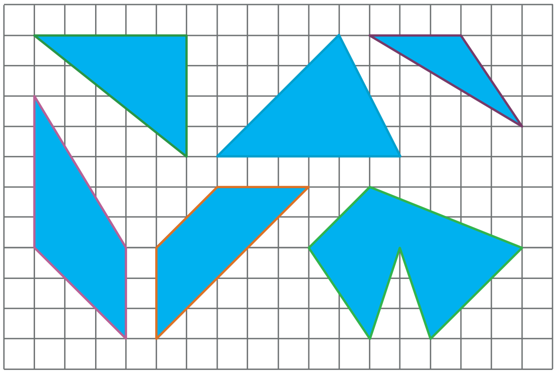
b. Calcule la longueur de la diagonale [FC].

9 Reproduis à main levée sur ton cahier la figure suivante puis trace en rouge la hauteur [DH] et en vert la hauteur relative au côté [DE].



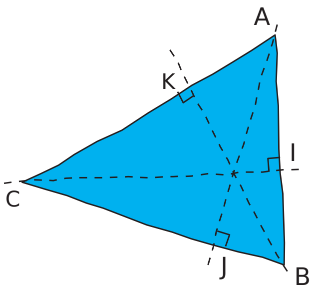
10 **Avec un quadrillage (bis)**

Sachant que l'unité d'aire est le carreau, détermine l'aire des figures suivantes en utilisant des aires de triangles.



11 Calcule l'aire du triangle ABC ci-dessous de trois façons différentes en utilisant les informations données.

AB = 12,5 cm
BC = 20 cm
AC = 19,5 cm
CI = 18,72 cm
AJ = 11,7 cm
BK = 12 cm



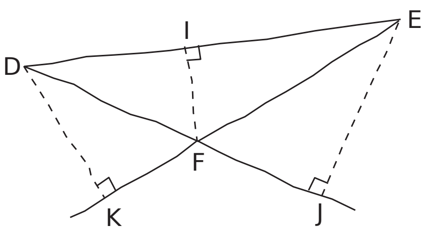
12 **Calculer (mentalement !) pour construire**

a. Trace un triangle OIL rectangle en O d'aire 15 cm².

b. Trace un triangle isocèle EAU d'aire 12 cm².

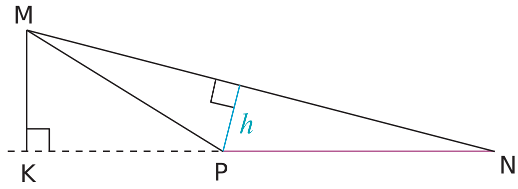
13 En utilisant les données de l'énoncé, calcule l'aire du triangle DEF puis déduis-en les longueurs DK et DF.

DE = 8 cm
EF = 5 cm
IF = 2,1 cm
EJ = 4,2 cm

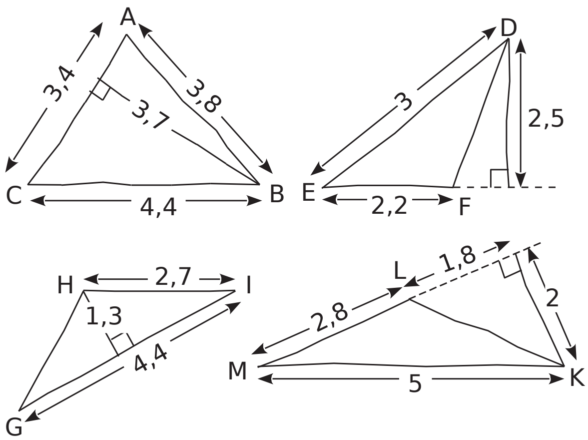


14 Sur la figure ci-dessous, le segment [MK] mesure 1,6 cm, le segment [MN] mesure 6,4 cm et l'aire du triangle MNP est égale à 2,88 cm².

Calcule la longueur du segment [PN] et la longueur h.

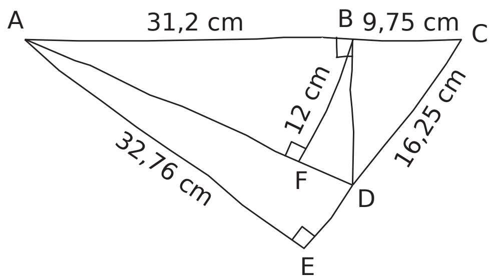


15 Calcule l'aire des triangles suivants. L'unité de longueur est le centimètre.



16 Un triangle a pour aire 16,25 cm² et l'un de ses côtés mesure 6,5 cm. Calcule la longueur de la hauteur relative à ce côté.

17 On considère la figure suivante.



a. Nomme la hauteur relative au côté [CD] dans le triangle ACD.

b. Déduis de la question **a.** l'aire du triangle ACD et la longueur BD.

c. À l'aide d'un raisonnement semblable pour le triangle ABD, calcule AD.

18 Calcule les aires suivantes.

a. L'aire exacte d'un disque de rayon 3 cm.

b. Une valeur approchée au dixième près de l'aire d'un disque de rayon 35 mm.

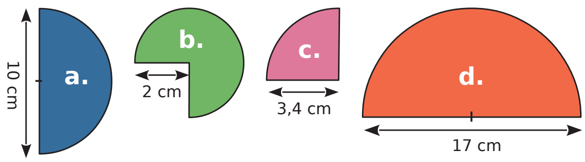
c. L'aire exacte d'un disque de diamètre 8 cm.

19 Donne la valeur exacte puis la valeur approchée au centième près de l'aire des disques suivants, où r désigne le rayon du disque et d le diamètre du disque.

a. $r = 2$ cm **c.** $r = 4{,}5$ cm **e.** $d = 4{,}8$ dm

b. $d = 3$ cm **d.** $r = 5{,}6$ cm **f.** $d = 0{,}24$ m

20 Calcule l'aire de chaque figure (valeur approchée au mm² près).



21 **Portions de disques**

a. Calcule l'aire d'un demi-disque de rayon 5,2 cm. Donne la valeur exacte puis une valeur approchée au mm² près.

b. Calcule l'aire d'un quart de disque de rayon 16,4 cm. Donne la valeur exacte puis une valeur approchée au mm² près.

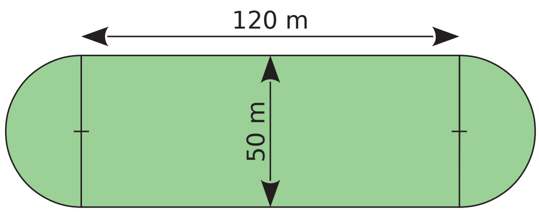
22 À Mathcity, l'émetteur de « Radio-Centre » a une portée de 10 km.

a. Calcule la superficie de la zone de réception au km² près.

b. À partir du mois de septembre prochain, le conseil municipal instaure une taxe de 10 € par km². Combien paiera « radio-centre » ?

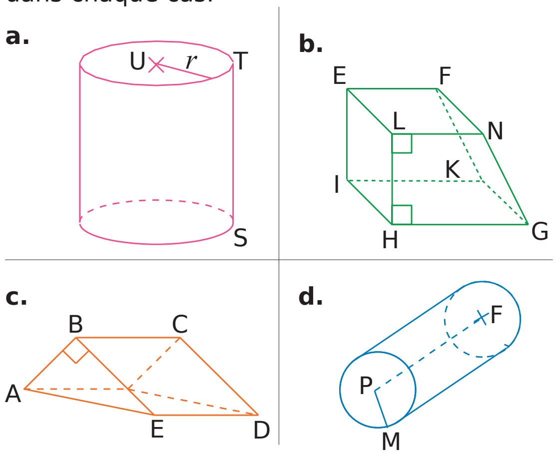
c. La direction prévoit de changer l'émetteur pour multiplier la portée par 3. La nouvelle taxe sera-t-elle aussi multipliée par 3 ?

23 Calcule l'aire et le périmètre de ce stade.



Volume de prisme, cylindre, pyramide et cône

24 On a représenté ci-dessous des prismes droits et des cylindres de révolution. Donne la nature des bases et nomme une hauteur dans chaque cas.



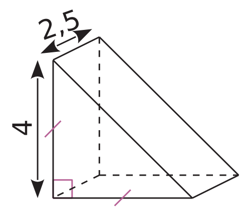
25 Un prisme droit de hauteur 10 cm a pour base un polygone d'aire 7,4 cm². Calcule son volume.

26 Le dessin ci-dessous représente un prisme droit dont la base est un triangle rectangle isocèle. (L'unité est le centimètre.)

a. Quelle est la hauteur de ce prisme ?

b. Calcule l'aire d'une base.

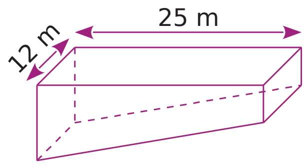
c. Calcule le volume du prisme.



27 Un seau a la forme d'un cylindre de révolution. Le fond du seau est un disque de diamètre 30 cm. Sa hauteur mesure 4,5 dm. Quelle est, en litres, la contenance de ce seau ?

28 **Piscine**

Une piscine a la forme du prisme droit ci-contre. Sa profondeur va de 0,80 m à 2,20 m.



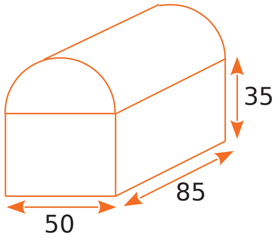
a. Quel volume d'eau contient-elle ?

b. Sachant que le robinet d'eau qui permet de la remplir a un débit de 15 L par minute, combien de temps faut-il pour la remplir ?

Je m'entraîne

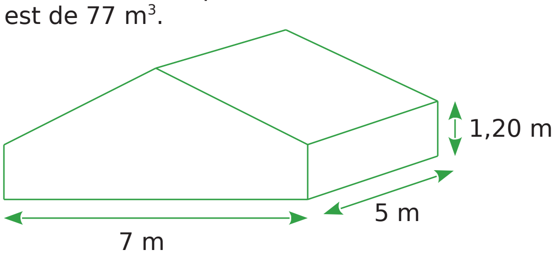
29 Un coffre ancien

Un coffre ancien est composé d'un pavé droit surmonté d'un demi-cylindre. (L'unité est le centimètre.) Calcule le volume de ce coffre arrondi au cm³.



30 Hauteur d'une pièce

Le volume de la pièce mansardée ci-dessous est de 77 m³.



Quelle est sa hauteur au point le plus haut ?

31 Un récipient cylindrique de diamètre 5 cm et de hauteur 10 cm est rempli d'eau aux $\frac{5}{6}$ de sa hauteur.

Peut-on y plonger un cube d'arête 31 mm sans que l'eau ne déborde ? Explique ta réponse.

32 Volume de pyramides et de cône

a. Calcule le volume d'une pyramide SABCD, de hauteur 6,3 cm et de base rectangulaire ABCD telle que AB = 4,2 cm et BC = 3,5 cm. Donne le résultat en cm³ puis en mm³.

b. Calcule le volume d'une pyramide MATH, de base ATH rectangle isocèle en A, de hauteur [MA] et telle que AT = 3 cm et MA = 4 cm.

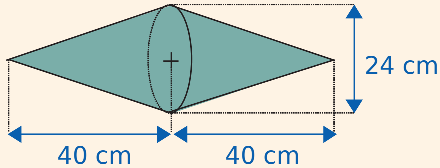
c. Calcule le volume d'un cône de révolution, de hauteur 1,5 dm et dont le rayon de la base est 8 cm. Donne la valeur arrondie au cm³.

33 Volume d'un cône de révolution 2

Ben s'est assis sur un siège dont la partie principale est en forme de cône. Le diamètre de la base est de 4 dm et la hauteur de 50 cm.
Calcule le volume de cette partie du siège.
Donne la valeur exacte en fonction de π puis la valeur arrondie au dixième de dm³.

34 Extrait du Brevet

La société Truc fabrique des enseignes publicitaires composées de deux cônes de révolution de même diamètre 24 cm et de même hauteur 40 cm.



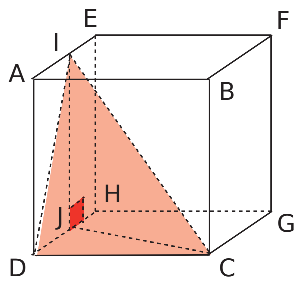
a. Calculer le volume d'une enseigne.
En donner la valeur exacte puis la valeur arrondie au dm³.

b. Pour le transport, chaque enseigne est rangée dans un étui en carton ayant la forme d'un cylindre le plus petit possible et ayant la même base que les cônes.
Calculer le volume de cet étui en négligeant l'épaisseur du carton. En donner la valeur exacte en cm³ puis la valeur arrondie au dm³.

35 Pyramide à base triangulaire

ABCDEFGH est un cube de côté 6 cm.

I et J sont les milieux respectifs de [AE] et de [DH].



a. Trace un patron de la pyramide IDJC.

b. Calcule le volume de cette pyramide.

36 Un verre à cocktail a la forme d'un cône de génératrice 6,8 cm et dont le diamètre de la base est 6,4 cm.

a. Calcule la hauteur du verre (sans le pied) puis son volume arrondi au dixième de cm³.

b. On remplit entièrement d'eau le verre. On verse cette eau dans un verre cylindrique, de hauteur 8 cm et dont le rayon de la base est 18 mm. L'eau va-t-elle déborder ?
Si non, quelle hauteur, arrondie au mm, va-t-elle atteindre dans le verre ?

37 Dans chaque cas, donne la valeur exacte.

a. Du volume d'une boule de 0,4 dm de rayon.

b. Du volume d'un ballon sphérique de 240 mm de diamètre.

38 Une toile de parachute a la forme d'une demi-sphère de 8 m de diamètre.

Détermine le volume d'air contenu dans la toile au mètre cube près lorsque le parachute est entièrement déployé.

39 Un pâtissier décide de fabriquer des boules de Noël en chocolat . Sachant que le diamètre d'une boule est 2,5 cm, de quelle quantité de chocolat (en litres) ce pâtissier a-t-il besoin pour préparer 500 boules ?

40 Range dans l'ordre décroissant les volumes suivants :

a. celui d'une boule de 3 dm de diamètre ;

b. celui d'un cylindre de révolution de 3 dm de hauteur et de 3 dm de diamètre de base ;

c. celui d'un cône de révolution de 3 dm de hauteur et de 3 dm de diamètre de base.

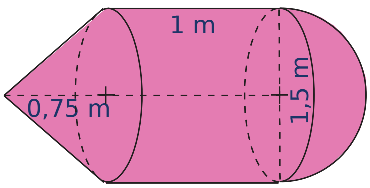
41 Un silo à grain est formé d'un cylindre de révolution de rayon 4,5 m et de hauteur 10 m, surmonté d'un cône de révolution de 2,5 m de hauteur et de même rayon. Calcule le volume de ce silo, arrondi au m^3.

42 Une cloche à fromage en forme de demi-sphère de rayon 9 cm et une boîte cylindrique de même rayon ont le même volume.

a. Calculer le volume de la cloche. Donner la valeur exacte puis la valeur arrondie au cm^3.

b. Calculer la hauteur de la boîte cylindrique.

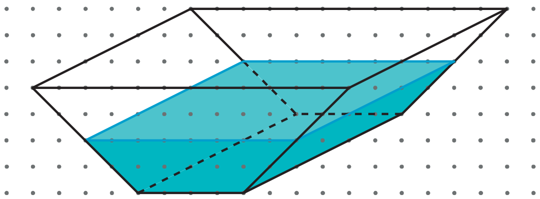
43 La citerne ci-dessous est composée d'un cylindre de révolution, d'une demi-sphère et d'un cône de révolution de même rayon.



Est-il vrai que la citerne peut contenir plus de 3 000 L ?

Agrandissement/Réduction

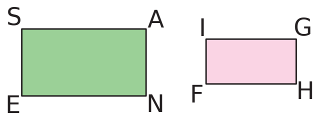
44 Un tombereau a la forme d'un prisme droit dont la base est un trapèze isocèle de petite base 40 cm et de grande base 120 cm. On l'a représenté en perspective cavalière sur papier pointé.



Sachant que ce tombereau est long de 100 cm et haut de 40 cm, détermine le volume de la partie bleue correspondant au tombereau rempli à mi-hauteur.

45 Agrandissement ?

Le rectangle ANES est-il un agrandissement du rectangle FIGH ? Justifie.



IG = 14 cm
GH = 9 cm
AS = 21 cm
SE = 12 cm

46 Réduire

a. On divise par trois le rayon d'une boule. Par quel coefficient sera divisé son volume ?

b. On multiplie par 0,75 les dimensions d'un cube. Par combien sera multipliée l'aire de sa surface latérale ?

47 Agrandissement

On augmente les longueurs des côtés d'un carré de 20 %.

a. Quel est le coefficient d'agrandissement ?

b. De quel pourcentage augmente son périmètre ?

c. De quel pourcentage augmente son aire ?

48 Quel coefficient ?

a. Sur une carte, la distance entre Paris et Bordeaux est 23,3 cm et dans la réalité, 582,5 km. Quelle est l'échelle de cette carte ?

b. La surface de la France est 675 417 km^2. Quelle est la superficie de la France sur cette carte ? Donne la valeur approchée au cm^2 près par défaut.

Je m'entraîne

49 Un peu d'aire

a. L'aire d'une sphère est 154 cm^2.
On multiplie son rayon par 2,5.
Calcule la nouvelle aire de la sphère.

b. La surface d'un champ est de 12 hectares.
On divise ses dimensions par 2,5.
Quelle sera sa nouvelle surface en m^2 ?

50 Histoire de ballons

a. Un ballon sphérique a un rayon de 12 cm.
Calcule l'aire exacte de l'enveloppe de ce ballon.

b. Calcule la valeur exacte de son volume.

c. Quel serait le volume exact d'un autre ballon ayant une aire totale 16 fois plus petite ?

51 Extrait du Brevet

On considère qu'une boule de pétanque a pour volume 189 cm^3 et que son rayon est le triple de celui du cochonnet.

a. Quel est le rapport de réduction du rayon ?
(Donne une écriture fractionnaire ou décimale.)

b. En déduire le volume du cochonnet.

52 Que d'eau !

La Terre est assimilée à une sphère de rayon 6 378 km.

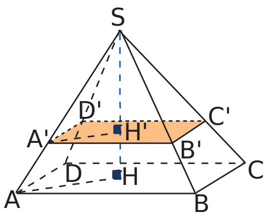
a. Calcule l'aire de la surface du globe terrestre. (Donne la valeur arrondie à l'unité.)

b. Les océans occupent 70,8 % de la surface du globe terrestre. Calcule l'aire de cette surface en km^2. (Donne la valeur arrondie à l'unité.)

53 Pyramides

On réalise la section d'une pyramide SABCD à base rectangulaire de centre H par un plan parallèle à sa base et passant par A'.

AB = 6,4 cm
BC = 4,8 cm
A'H' = 1,5 cm
SH = 15 cm



a. Calcule AH.

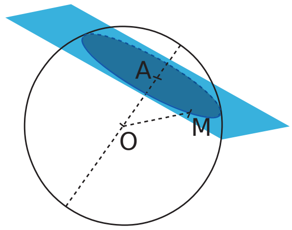
b. Quel est le coefficient de réduction entre les pyramides SABCD et SA'B'C'D' ?

c. Calcule les valeurs exactes des volumes des deux pyramides.

Section

54 Avec une boule

Une boule de centre O, de rayon 8 cm, est coupée par un plan qui passe par le point A.
M est un point de cette section.



OA = 3 cm

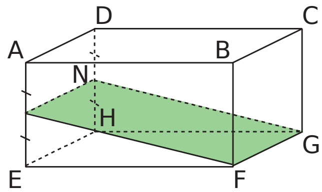
a. Quelle est la nature de la section ?

b. Calcule l'aire exacte de la surface de cette section en cm^2.

55 Quelle figure ?

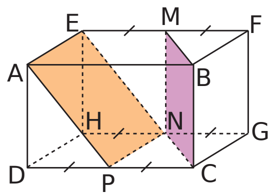
a. Quelle est la nature de cette section ? Justifie.

b. Représente-la en grandeur réelle sachant que AB = 5 cm ; BC = 3 cm ; BF = 2 cm et que N est le milieu du segment [DH].



56 Un pavé droit

ABCDEFGH est tel que AB = 6 cm ; BC = 4 cm et BF = 3 cm.
M, N et P sont les milieux respectifs de [EF], [HG] et [DC].



a. Quelle est la nature des quadrilatères AENP et BMNC ? Justifie ta réponse.

b. Compare les aires de ces deux quadrilatères.

57

On réalise une section d'un cylindre de révolution de 3,5 cm de rayon de base et de 6 cm de hauteur, par un plan perpendiculaire à la base et passant par les centres des deux bases.

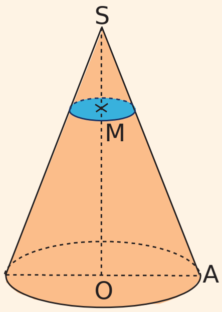
a. Quelle est la nature de la section ?

b. Représente cette section en grandeur réelle.

c. Calcule l'aire de la section en cm^2.

58 **Extrait du Brevet**

Le cône de révolution ci-contre, de sommet S, a une hauteur [SO] de 9 cm et un rayon de base [OA] de 5 cm.



a. Calculer le volume V_1 de ce cône au cm^3 près par défaut.

b. Soit M le point du segment [SO] tel que SM = 3 cm. On coupe le cône par un plan parallèle à la base passant par M. Calculer le rayon de cette section.

c. Calculer le volume V_2 du petit cône de sommet S ainsi obtenu, au cm^3 près par défaut.

59 **Avec une pyramide**

a. Dessine une représentation en perspective cavalière d'une pyramide régulière à base carrée de hauteur 9 cm et de côté de base 4,5 cm.

b. Calcule la valeur exacte de son volume.

c. Complète la représentation en traçant la section de la pyramide par un plan parallèle à la base, coupant la hauteur aux deux-tiers en partant du sommet.

d. Quelle est la nature de la section ? Justifie.

c. Calcule la valeur exacte du volume de la petite pyramide.

Grandeurs composées

60 Complète :

a. 5,4 m = … cm	**f.** 6,3 dm^3 = … m^3
b. 3 263 m = … km	**g.** 5 362 dm^3 = … cm^3
c. 14,7 m² = … cm²	**h.** 0,07 m^3 = … dm^3
d. 5,68 L = … mL	**i.** 2 500 cm^3 = … L
e. 504,2 cL = … L	**j.** 9,1 cL = … cm^3

61 **Surface**

a. Un champ rectangulaire mesure 455 mètres de long et 8 décamètres de large. Quelle est sa superficie en mètres carrés ? En décamètres carrés ? En hectomètres carrés ?

b. Recherche la définition d'un are et d'un hectare. Exprime alors la superficie du champ dans chacune de ces deux unités.

62 **Différentes unités d'énergie**

L'énergie distribuée par EDF est mesurée en kilowattheures (kWh).

Une autre unité de mesure d'énergie est le Joule (noté J).

On sait que 1 kWh = $3{,}6 \times 10^6$ J.

Les économistes utilisent pour les combustibles (gaz, bois, charbon, ...) une autre unité appelée tonne équivalent pétrole (tep), qui correspond à la quantité d'énergie libérée par la combustion d'une tonne de pétrole.

On sait que 1 tep = $4{,}18 \times 10^{10}$ J.

Tu arrondiras les résultats au centième.

a. Une tonne de charbon a un pouvoir calorifique de $2{,}8 \times 10^{10}$ J.

Exprime ce pouvoir en kWh puis en tep.

b. Calcule, en kWh, l'énergie correspondant à un tep.

c. En France, en 2006, l'énergie consommée par les transports était égale à $50{,}9 \times 10^9$ tep *(Source Insee)*.

Exprime cette énergie en kWh.

63 L'unité de trafic de voyageur est le voyageur·km. Elle représente le déplacement d'un voyageur sur une distance d'un kilomètre et permet de tenir compte de la distance parcourue par chaque voyageur.

a. Si douze personnes voyagent sur 20 km, quel sera le trafic de voyageurs ?

b. Si quatre personnes voyagent sur 10 km et qu'une cinquième voyage sur 200 km, quel sera alors le trafic de voyageurs ?

c. Au cours de son trajet, un bus a transporté huit personnes sur 1 km, quatre sur 3 km, dix sur 5 km et deux sur 12 km.
Sur une autre ligne, un bus a transporté vingt personnes sur 2 km, une sur 7 km, trois sur 8 km et deux sur 11 km.
Quel bus a eu le plus grand trafic de voyageurs ?

64 Un télésiège fonctionne de 9 h à 16 h 45 sans s'arrêter et peut transporter jusqu'à 1 200 skieurs par demi-heure.
Quel nombre maximal de skieurs ce télésiège peut-il déposer chaque jour en haut des pistes ?

Je m'entraîne

65 Quantité de mouvement

On appelle quantité de mouvement d'un système le produit de sa masse par la vitesse de son centre de gravité.

a. Donne l'unité utilisée pour exprimer la quantité de mouvement (en respectant les unités du système international).

b. Détermine la quantité de mouvement :

- d'un satellite de masse 250 kg qui se déplace autour de la Terre à la vitesse de 2 700 $m \cdot s^{-1}$;
- d'une moto et son conducteur d'une masse totale de 150 kg roulant à la vitesse de 108 km/h ;
- d'une locomotive pesant 100 t roulant à la vitesse de 150 $km \cdot h^{-1}$;
- d'un électron de masse $9{,}1 \times 10^{-31}$ kg dont la vitesse est de 25 000 km/s.

c. Quelle est la vitesse d'un système ayant pour quantité de mouvement 10^{-3} (unité trouvée en **a.**) et dont la masse serait de 10^{-15} kg ? Est-ce possible ? Justifie ta réponse.

66 Payer pour calculer

Pour effectuer des calculs longs et complexes, les entreprises louent du temps de calcul sur des super-ordinateurs. On leur facture 2 130 € l'heure de calcul. Combien paieront-elles pour un calcul qui dure :

a. 40 min ?

b. 2 h 12 min ?

c. 3 h 25 min ?

d. 1 jour 2 h 30 s ?

67 Un robinet fuit de façon régulière et remplit un seau de 6 L en 45 minutes.

a. Quel volume d'eau s'échappe en 15 minutes ?

b. Si on laisse couler le robinet pendant une heure, quel volume d'eau s'écoulera-t-il ?

c. On place une bassine de 50 L sous le robinet. En combien de temps sera-t-elle remplie ?

d. Quel est le débit (en L/h) de la fuite d'eau ?

68 Aviron

Un passionné d'aviron rame à une cadence moyenne de 45 coups de rame par minute.

a. Calcule sa cadence en nombre de coups de rame par heure.

b. En combien de temps donne-t-il 1 000 coups de rame ? Arrondis le résultat à la seconde.

69 Le moteur d'une moto tourne à la vitesse de 5 000 $tours \cdot min^{-1}$.
Calcule cette vitesse en nombre de tours par seconde.

70 La vitesse commerciale des TGV est en moyenne de 300 $km \cdot h^{-1}$.

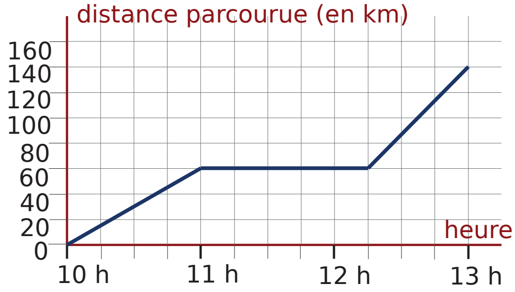
a. Combien de kilomètres un TGV parcourt-il en 10 min ?

b. Calcule la vitesse moyenne d'un TGV en $km \cdot min^{-1}$.

c. Calcule cette vitesse en $m \cdot s^{-1}$, arrondis le résultat à l'unité.

71 Cynthia est partie de chez elle à 8 h 30 et est arrivée à son lieu de vacances à 16 h 50 après avoir parcouru 625 km en voiture.
Quelle a été la vitesse moyenne du trajet ?

72 Un camion a effectué un trajet illustré par le graphique ci-dessous :



a. Quelle est la durée totale de son trajet? Quelle distance totale a-t-il parcourue ?

b. Calcule sa vitesse moyenne sur tout le trajet.

73 Masses volumiques

a. Une pièce métallique en cuivre a un volume de 2,5 dm^3 et une masse de 22,3 kg.
De plus, on sait que 1 kg d'aluminium occupe un volume de 370 cm^3 et que la masse volumique de l'acier est de 7 850 kg/m^3. Calcule, en kg, la masse d'un décimètre cube de chacun de ces métaux.

b. Une entreprise souhaite construire, pour un modèle de vélo, des cadres métalliques qui soient les plus légers possibles. Quel métal parmi le cuivre, l'aluminium et l'acier a-t-elle intérêt à choisir ? Justifie ta réponse.

74 Mécanique

a. Pour ne pas abîmer le moteur d'une voiture, le constructeur préconise de ne pas dépasser les 4 000 tours par minute. Explique ce que signifie l'expression « 4 000 tours par minute ».

b. Si le moteur effectue 4 000 rotations en une minute, combien en effectuera-t-il en une seconde ? Tu arrondiras ton résultat au centième.

c. Exprime alors cette vitesse de rotation en tours par seconde.

75 On veut remplir une piscine de 15 m^3 à l'aide d'un robinet dont le débit est de 2 m^3·h^{-1}.

a. Combien de temps faut-il pour remplir complètement cette piscine ?

b. Calcule le débit du robinet en L·min^{-1}, arrondis le résultat au centième.

76 Dans une canalisation, le débit Q de l'eau (en m^3·s^{-1}) dépend de la vitesse d'écoulement v (en m·s^{-1}) et du diamètre D du conduit (en m) selon la formule :

$$Q = 0{,}25 \times \pi \times v \times D^2.$$

a. Calcule le débit Q de l'eau (en m^3·s^{-1}) dans un conduit de diamètre 15 cm dans lequel l'eau s'écoule à la vitesse de v = 5,66 m·s^{-1} ; arrondis le résultat au centième.
Convertis ce débit en L·s^{-1}.

b. On considère une autre canalisation de diamètre 12 cm et pour laquelle le débit de l'eau est égal à 5 100 L·min^{-1}.

- Convertis ce débit en m^3·s^{-1}.
- Calcule la vitesse d'écoulement de l'eau dans cette canalisation ; arrondis le résultat au centième.

77 En janvier 2008, Francis Joyon bat le record du tour du monde à la voile en solitaire en 57 jours, 13 heures, 34 minutes et 6 secondes. La distance parcourue était d'environ 20 000 milles nautiques.

a. Détermine la vitesse moyenne de ce record en milles nautiques/h, arrondie au centième.

b. Sachant qu'un mille nautique représente 1,852 km, calcule la vitesse moyenne du parcours en km·h^{-1}. Arrondis au centième.

c. Le précédent record était détenu par Ellen MacArthur depuis 2005 en 71 jours, 14 heures, 18 minutes et 33 secondes.
À quelle vitesse moyenne a-t-elle effectué son tour du monde ?
(Tu exprimeras, en m·s^{-1}, le résultat arrondi à l'unité.)

d. Si Francis Joyon et Ellen MacArthur étaient partis le même jour du même endroit, lorsque Francis Joyon aurait franchi la ligne d'arrivée, à quelle distance se serait trouvée Ellen MacArthur ? Exprime la distance en milles nautiques et en kilomètres (arrondie à l'unité).

78 Unités

a. La Chine compte actuellement environ 1 300 000 000 habitants. Donne le nombre d'habitants de la Chine en milliards, en millions, en milliers.

b. Un parsec correspond à environ 3,086 × 10^{16} m. Convertis un parsec en cm, en km et en mm.

c. La taille moyenne d'un globule rouge est 7 × 10^{-6} m. Convertis en cm et en mm.

c. Recherche à quoi correspondent : un micromètre, un nanomètre, un picomètre et un femtomètre. Quelles abréviations correspondent à ces unités ?

d. Combien de micromètres forment un millimètre ? Combien de nanomètres forment un micromètre ? Que remarques-tu ?

e. Un cheveu mesure environ 80 micromètres de diamètre.
Convertis cette mesure en mètre.

f. Le virus du SIDA mesure approximativement 100 nanomètres.
Convertis cette mesure en mètre.

g. L'une des petites particules qu'étudient les physiciens est le proton dont la mesure est approximativement 0,8 femtomètre.
Convertis cette mesure en mètre.

79 Volume d'un cube

On considère un cube de volume 19 683 × 10^{12} mm^3.

a. Donne la notation scientifique de ce volume.

b. Convertis ce volume en mètre cube.

c. Détermine la longueur de l'arête du cube.

Je résous des problèmes

Corps, santé et sécurité

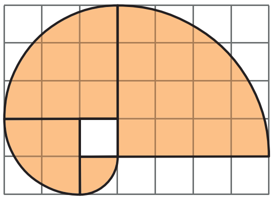
1 Pare-brise

Sur un pare-brise rectangulaire de 1,50 m par 0,80 m est fixé (au milieu de la longueur) un essuie-glace de longueur 0,65 m. Trouve une valeur approchée du pourcentage de la surface balayée par rapport à celle du pare-brise.

Sciences, technologie et société

2 Le nautile

Le nautile est un mollusque dont la coquille est spiralée et peut être schématisée de la manière suivante.



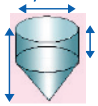
Reproduis ce schéma dans un quadrillage à carreaux de 1 cm de côté.

a. Calcule l'aire de la figure.

b. Calcule le périmètre de cette figure.

3 Pluviomètre

a. Un pluviomètre est constitué d'une partie cylindrique surmontant une partie conique.



b. Calcule le volume d'eau qu'il peut recueillir. Donne la valeur arrondie au dL.

4 La masse volumique du zinc est de 7,14 kg/dm^3.

a. Quelle est, en grammes, la masse de 5 cm^3 de ce métal ?

b. Calcule la masse volumique du zinc en g/cm^3.

5 La masse volumique du mercure est égale à 13 600 kg/m^3.
Calcule le volume, en cm^3, d'un kilogramme de mercure.

6 La masse volumique de la pierre ponce est de 910 kg/m^3.

a. Quel est le volume d'une pierre ponce de 1kg ?

b. Quelle est la masse d'une pierre ponce de 125 cm^3 ?

c. Explique pourquoi les pierres ponces flottent.

7 Un haltère en acier est composé d'un cylindre de hauteur 0,2 m dont la base est un disque de diamètre 3 cm, sur lequel sont soudées deux « boules identiques » de diamètre 1,2 dm.

a. Détermine le volume exact, en dm^3, de cet haltère puis arrondis au centième de dm^3.

b. Sachant que la masse volumique de l'acier constituant cet haltère est de 7,8 g/cm^3, calcule la masse de l'haltère arrondie au gramme.

8 Masse surfacique

Une plaque métallique a une masse surfacique de 15 kg/m^2.

a. Calcule la masse surfacique de cette plaque en g/cm^2.

b. Sachant que cette plaque a une forme rectangulaire de longueur 30 cm et de largeur 17 cm, calcule la masse de cette plaque.

9 Énergie électrique

En 2005, la production totale nette d'électricité en France s'élève à 549,4 TWh. Elle se répartit en 430,0 TWh pour les centrales nucléaires, 57,2 TWh pour les parcs hydrauliques et éoliens et 62,2 TWh pour les différentes productions thermiques classiques.

(Source : DGEMP / Observatoire de l'énergie)

a. Que représente un TWh ?
Écris chaque valeur en Wh.

b. Calcule la part, en pourcentage, de chaque catégorie dans la production totale nette d'électricité.

c. Dessine un diagramme circulaire mettant en valeur la part de chaque catégorie dans la production totale nette d'électricité en France pour l'année 2005.

10 Quelle planète est la plus rapide ?

Le tableau suivant donne la longueur de l'orbite de quatre planètes de notre système autour du Soleil (en km) ainsi que le nombre de jours qu'elles mettent pour parcourir cette orbite.

Planète	Orbite en km	Révolution en jours
Mercure	$3{,}6 \times 10^8$	88
Terre	$9{,}2 \times 10^8$	365
Mars	$1{,}4 \times 10^9$	687
Uranus	$1{,}8 \times 10^{10}$	30 708

a. Exprime la vitesse de chaque planète sur leur orbite en km/h et en m/s.

b. Range ces planètes dans l'ordre décroissant de leur vitesse.

11 Vitesse de téléchargement

Un internaute a téléchargé un fichier de 1,6 Go en 10 minutes.

a. Quelle est la vitesse de téléchargement en $\text{Go}\cdot\text{min}^{-1}$?

b. Calcule la vitesse de téléchargement en kilooctets par seconde, arrondie au dixième.

c. Combien de temps faut-il pour télécharger un fichier de 0,98 Go à la même vitesse ? Arrondis à la seconde.

12 L'unité d'enregistrement informatique

En informatique, on utilise une unité d'enregistrement appelée « octet ».

a. Calcule, en octets, la valeur des expressions suivantes :

$A = 2^{10}$ octets, $B = 2^{20}$ octets, $C = 2^{30}$ octets.

b. Explique pourquoi l'expression A est généralement appelée « 1 kilooctet ».
On note $A \approx 1$ ko (10^3 octets). Par approximation, on écrit A = 1 ko.

c. De même, B est appelé « 1 Mégaoctet » (1 Mo) et C « 1 Gigaoctet » (1 Go). Indique par quelles puissances de 10, se traduisent les préfixes « méga » et « giga ».

13 Les molécules H_2O, O_2 et H_2

Une molécule d'eau est composée de 2 atomes d'hydrogène, notés H, et d'un atome d'oxygène, noté O.
Par électrolyse de l'eau, des chimistes cassent les liaisons entre les atomes. Il est alors possible de former des molécules de dihydrogène notées H_2 et de dioxygène notées O_2.

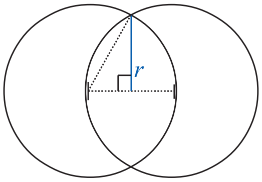
À l'état libre, le rayon d'un atome d'oxygène est de 15,2 nm et celui d'un atome d'hydrogène est de 12 nm.

a. Donne en écriture scientifique la taille d'un atome d'oxygène (1 nanomètre, noté 1 nm vaut 0,000 000 001 m). Convertis en mètre.

b. Quelle est la distance théorique entre les centres de deux atomes d'oxygène à l'état libre collés l'un à l'autre ?

c. Dans la molécule de dioxygène O_2, la distance entre les centres des atomes d'oxygène est de 14,6 nm. Cette proximité des centres est due à des forces électrostatiques qui rendent la molécule très stable.

Molécule de dioxygène (fig. 1)



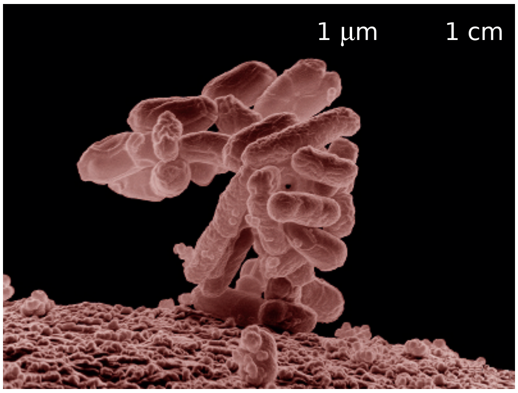
Coupe des deux atomes d'oxygène (fig. 2)

Retrouve le rayon r du « disque d'intersection » des deux atomes d'oxygène (fig. 2).

Recherche pourquoi ce gaz, le dioxygène, est si important pour l'Homme.

14 Bactérie

a. Un micromètre, noté 1 µm , vaut 10^{-6} m. Donne l'écriture décimale d'un micromètre exprimé en m.



Escherichia Coli (source : http://fr/wikipedia.org)

b. Grâce à l'unité indiquée sur la photographie, retrouve l'échelle de ce grossissement : x 10^4. Mesure la taille de cette bactérie (un bâtonnet) sur la photographie et déduis-en la taille réelle, en mètre, de la bactérie.

Je résous des problèmes

c. Dans un milieu riche, à 37°C, une population de cette bactérie peut doubler en 20 minutes. Dans ces conditions optimales, combien de bactéries peut-on obtenir, en une journée, à partir d'une population initiale de 100 individus ? Après combien de temps cette population dépasse-t-elle le million d'individus ?

d. Recherche en quoi cette bactérie est à la fois nuisible et nécessaire pour la santé humaine.

e. Plusieurs méthodes de conservation des aliments sont utilisées. Retrouves-en quelques unes et explique pourquoi ces méthodes évitent ou ralentissent la multiplication des bactéries.

15 En micro-électronique, on utilise des composants appelés transistors. De nos jours, les plus petits transistors mesurent 0,065 micromètre. Sont-ils plus petits ou plus grands que le virus du SIDA ?

16 Attention travaux !

Un peintre en bâtiment fait l'expérience suivante : il imbibe entièrement son rouleau de peinture, il le pose sur le mur, le fait rouler en lui faisant faire seulement un tour complet, puis le retire du mur.

a. Quelle va être la forme de la tache de peinture ainsi réalisée ?

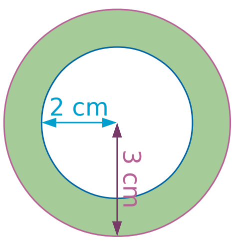
b. Le rouleau est large de 25 cm et d'un diamètre de 8 cm. Quelle surface du mur sera alors recouverte de peinture ?

c. Combien de fois, au minimum, devra-t-il réaliser ce geste pour peindre un mur long de 6 m et haut de 2,5 m ?

17 Galette des rois

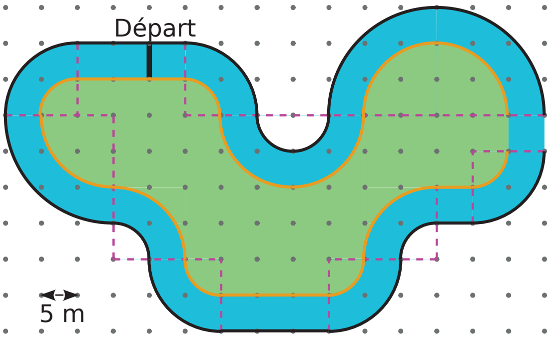
a. Un pâtissier doit confectionner une tarte recouverte de glaçage. Il sait qu'avec 100 g de sucre glace, il fabrique du glaçage pour une surface de 5 dm². Sachant qu'il dispose de moules à tarte circulaires de diamètres 22 cm, 26 cm ou 28 cm, quel moule devra-t-il utiliser pour 100 g de sucre ?

b. Calcule l'aire de la couronne circulaire ci-contre en arrondissant le résultat au mm² le plus proche.



18 Circuit de kart...

On a représenté ci-dessous le plan d'un circuit de kart dont les parties courbes sont soit des quarts de cercle, soit des demi-cercles.



On réalise un marquage des bords de la piste. Quelle sera la longueur de la bande ocre située sur le bord intérieur du circuit ?

Calcule la surface de gazon située au centre de la piste.

Calcule la surface de bitume qu'il faudra pour recouvrir entièrement la piste.

19 Volume et échelle

a. Sur une maquette à l'échelle d'un parc de loisirs, un bâtiment a pour volume 3,6 cm³. Le volume réel de ce bâtiment est 450 m³. Calcule l'échelle de la maquette. (Tu donneras le résultat sous la forme d'un nombre décimal puis sous la forme $\frac{1}{n}$ avec n un nombre entier.)

b. Dans ce même parc, un bassin a la forme d'une demi-sphère dont le rayon est égal à 2 m.

- Calcule la quantité d'eau, en litres, que peut contenir ce bassin.
- Déduis-en la quantité d'eau que peut contenir le bassin de la maquette.

20 Notre étoile

Le Soleil est assimilé à une boule de 1 392 000 km de diamètre.

a. Calcule la surface du Soleil. Donne la réponse en notation scientifique.

b. Calcule le volume du Soleil. Donne la réponse en notation scientifique.

c. Sachant que la Terre a un rayon de 6 378 km, calcule son volume et donne la réponse en notation scientifique.

d. De combien de fois le Soleil est-il plus volumineux que la Terre ?

21 **Extrait du Brevet**

Un professeur d'éducation physique et sportive fait courir ses élèves autour d'un stade rectangulaire mesurant 90 m de long et 60 m de large.

a. Calculer, en mètres, la longueur d'un tour de stade.

b. Pour effectuer 15 tours en 24 minutes à vitesse constante, combien de temps un élève met-il pour faire un tour ? On donnera la réponse en minutes et secondes.

c. Un élève parcourt six tours en neuf minutes.
Calculer sa vitesse en m/min puis en km/h.

22 La vitesse atteinte par une balle de tennis est de 95 miles par heure.
On a 1 mile ≈ 1,609 km.

Calcule la vitesse de cette balle en $m \cdot s^{-1}$; arrondis le résultat au dixième.

23 Un automobiliste parcourt 350 km à la vitesse de 90 km/h, puis 150 km à la vitesse de 130 km/h.

a. Quelle est sa vitesse moyenne sur l'ensemble de son parcours ?

b. Même question s'il s'est arrêté 30 min pour manger.

Culture et création artistique

24 **Les roues tournent à l'envers au cinéma !**

Au cinéma, quand on voit une voiture avancer, les pneus tournent souvent à l'envers !

a. La voiture filmée roule à 110 km/h. Ses pneus ont un diamètre de 54 cm. Exprime la vitesse du pneu en tours par seconde.

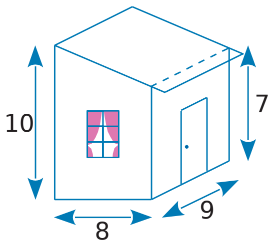
b. La vitesse de défilement d'un film sur bobine est de 24 images par seconde.Combien de tours aura fait le pneu entre deux images ?

c. Explique le phénomène.

Transition écologique et développement durable

25 **Choix d'un poêle**

On veut chauffer la maison représentée ci-contre à l'aide d'un poêle à bois. (L'unité est le mètre.)



Les caractéristiques de ce poêle à bois sont :

- puissance : 10 000 W ;
- volume de chauffe : 420 m^3 ;
- dimensions en cm : $l = 71$, $h = 126$ et $P = 44$.

La capacité du poêle choisi est-elle suffisante ?

26 **Économie d'énergie**

Voici les caractéristiques de deux lave-linge, basées sur un cycle blanc à 60°C dans des conditions normales d'utilisation.

Lave-linge « Toutnet »
- Puissance P : 540 W
- Durée moyenne d'un cycle de lavage : 105 min
- Capacité de chargement : 5 kg.

Lave-linge « Maxinet »
- Puissance P : 780 W
- Durée moyenne d'un cycle de lavage : 110 min
- Capacité de chargement : 8,5 kg.

La consommation d'énergie E, exprimée en kWh, se calcule avec la formule $E = P \times t$, où t est la durée exprimée en h.

a. Pour chaque lave-linge, calcule sa consommation d'énergie en kWh par cycle.
Quel est celui qui a la plus basse consommation d'énergie ?

b. Pour chaque lave-linge, calcule sa consommation en kWh par kg de linge lavé (en arrondissant au millième si nécessaire).
Quel est le lave-linge qui a la plus basse consommation d'énergie ?

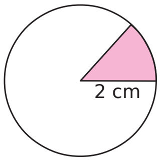
c. Le prix unitaire du kWh est 0,108 5 €.
Pour chaque lave-linge, calcule :
- le coût de l'énergie consommée par cycle ;
- le coût de l'énergie consommée par kg de linge lavé.

Je résous des problèmes

Résoudre un problème

27 Portions de disques

On considère un disque de rayon r cm ($r > 0$).

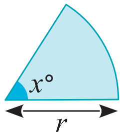


a. On suppose ici que $r = 2$. Calcule l'aire de chaque secteur circulaire dont l'angle est donné dans le tableau suivant.

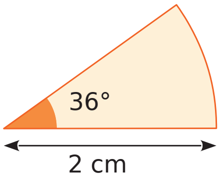
Angle (°)	360	90	45	180	120	3	1	12
Aire (cm²)								

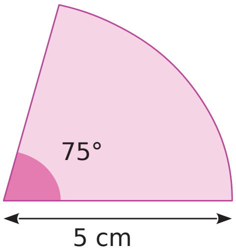
b. Calcule le coefficient de proportionnalité du tableau précédent.

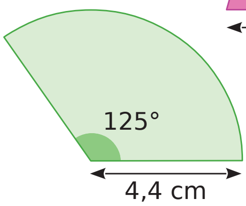
c. À l'aide du **a.**, établis la formule donnant l'aire du secteur angulaire ci-contre en faisant intervenir x, r et le nombre π.



d. En utilisant la formule établie à la question **c.**, calcule l'aire exacte des figures suivantes.



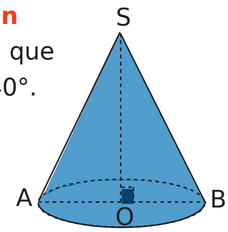




e. Déduis de la question **d.** l'aire exacte :
- d'un secteur angulaire de rayon 1 cm et d'angle 111° ;
- d'un secteur angulaire de rayon 8 cm et d'angle 50°.

28 Cône de révolution

On considère un cône tel que SO = 5 cm et $\widehat{OSA} = 40°$.



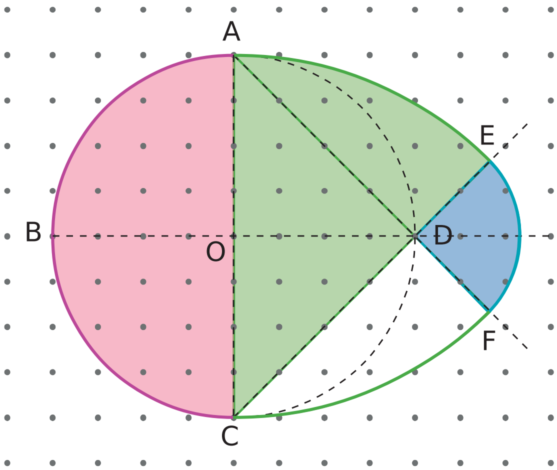
a. Calcule la longueur de la génératrice [SA] du cône arrondie au mm.

b. Calcule le rayon du disque de base arrondi au mm.

c. Calcule le volume du cône arrondi au cm³.

29 Œuf de Pâques

Voici un œuf de Pâques construit sur du papier pointé. L'unité est le centimètre. Le segment [AO] mesure 4 cm.



Construction

a. Reproduis cette figure sur ton cahier.

b. Propose un programme de construction pour cette figure.

Les différentes parties de l'œuf

c. Cherche le rayon du demi-disque rose puis calcule son aire.

d. Cherche le rayon du huitième de disque vert puis calcule son aire.

e. Le segment [AD] mesure 5,7 cm. Cherche la longueur du segment [DF] puis calcule l'aire du quart de disque bleu.

Aire de l'œuf

f. Un élève dit : « Pour calculer l'aire de l'œuf, j'additionne l'aire de la partie rose, celle de la partie bleue et deux fois celle de la partie verte.». A-t-il raison ? Sinon, explique.

g. Calcule l'aire du triangle rectangle ADC.

h. Calcule alors une valeur approchée au dixième de l'aire de l'œuf.

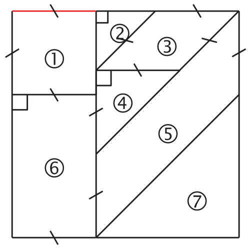
Un joli ruban

Marion veut entourer son œuf d'un joli ruban de laine en suivant le tour de l'œuf AEFCBA.

i. Calcule une valeur approchée au dixième de la longueur de ruban nécessaire pour parer l'œuf de ce joli ruban.

30 Découpages

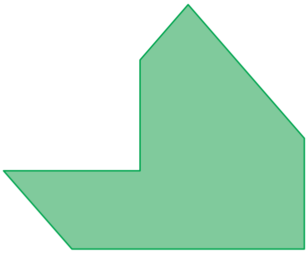
On considère un carré de côté 6 cm composé de sept polygones particuliers comme l'illustre la figure ci-contre. On sait que le segment rouge mesure 2,2 cm en vraie grandeur.

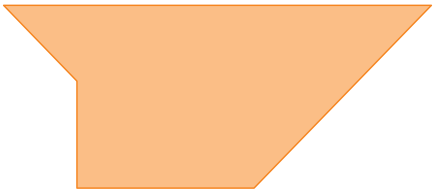


a. Précise la nature de chaque polygone puis détermine son aire.

b. Sur une feuille, construis en vraie grandeur le carré et découpe les sept pièces qui le constituent.

c. En assemblant plusieurs de ces pièces, reconstitue chacune des figures suivantes et calcule leur aire.





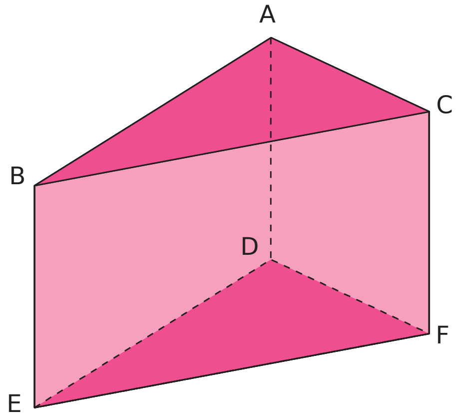
31 Dans chaque cas, construis tous les quadrilatères qui satisfont aux énigmes suivantes.

a. Je suis un quadrilatère dont les angles opposés sont égaux deux à deux. Mon aire vaut 28 cm² et mon périmètre 24 cm. Mes côtés ont des mesures entières.

b. Je suis un parallélogramme dont les diagonales sont de même longueur. La connaissance soit de la longueur d'une diagonale, soit d'un de mes côtés suffit pour que l'on puisse calculer mon aire qui est égale à 8 cm².

c. Je suis un quadrilatère non croisé qui a deux côtés consécutifs égaux et qui possède ses diagonales perpendiculaires. Mon aire vaut 24 cm². Mes diagonales ont des mesures entières et mon centre se trouve au quart de la plus grande diagonale.

32 En utilisant le calcul littéral



ABCDEF est un prisme droit dont la base est un triangle rectangle en A tel que AB = 4 cm, AC = 3 cm et BC = 5 cm.

La hauteur de ce prisme varie. On note x la hauteur de ABCDEF, en cm.

a. Pour une hauteur de 7 cm, calcule le volume de ce prisme droit.

b. Donne une expression du volume du prisme pour une hauteur de x cm.

c. Calcule ce volume pour $x = 4$ et $x = 8$. Que remarques-tu ?

d. Est-il possible d'obtenir un prisme de volume 60 cm^3 ? Si oui, quelle est alors sa hauteur ?

e. Même question pour des volumes de 21 cm^3 et 40 cm^3.

f. Trace un rectangle à main levée pour représenter la surface latérale de ce prisme et indique ses dimensions.

g. Peux-tu distinguer la longueur et la largeur de ce rectangle ?

h. Construis cette aire latérale en vraie grandeur lorsque la hauteur du prisme est de 7,5 cm.

i. Exprime son aire latérale en fonction de x.

j. Calcule cette aire latérale pour $x = 4$ et $x = 8$. Que remarques-tu ?

k. Est-il possible d'obtenir un prisme d'aire latérale 30 cm² ? Si oui, quelle est alors sa hauteur ?

Je résous des problèmes

33 Patron en calculant

On voudrait construire une maquette de la pyramide de Mykérinos.

a. C'est une pyramide régulière à base carrée. Quelle est la nature de ses faces latérales ?

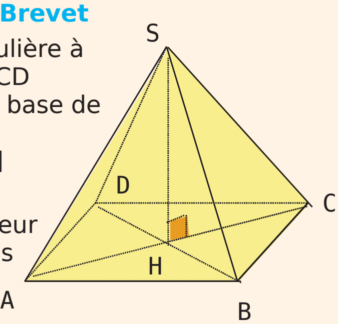
b. Sachant que les côtés de sa base mesurent 105 m et sa hauteur 66 m, représente cette pyramide en perspective cavalière. Nomme S son sommet et ABCD sa base. Soit O le centre de la base. Trace la hauteur de la pyramide et le segment joignant le sommet de la pyramide au milieu I du côté [BC].

c. Quelle est la nature du triangle SOI ? Calcule l'arrondi au mètre de la longueur SI.

d. Réalise un patron de cette pyramide à l'échelle 1/1 500.

34 Extrait du Brevet

La pyramide régulière à base carrée SABCD ci-dessous a une base de 50 cm² et une arête [SA] de 13 cm.

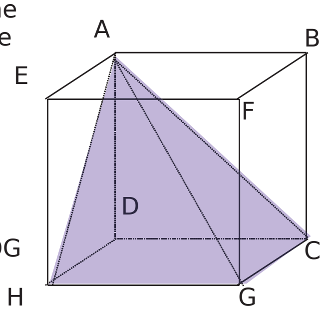


a. Calculer la valeur exacte de AB puis démontrer que : AC = 10 cm.

b. Soit H le centre de ABCD. On admet que (SH) est perpendiculaire à (AC). Démontrer que SH = 12 cm puis calculer le volume de SABCD.

35 Pyramide à base carrée

a. ACDHG est une pyramide inscrite dans un cube de côté 4 cm.



b. Calcule le volume de cette pyramide, arrondi au cm³.

c. Le triangle ADG est rectangle en D. Calcule les longueurs AH, DG et AG, arrondies au millimètre.

d. Calcule la mesure, arrondie au degré, de l'angle $\widehat{AHD}$.

e. Construis un patron de cette pyramide.

36 Aire latérale d'une pyramide

SABCD est une pyramide régulière à base carrée ABCD de centre O telle que AB = 14 dm et SA = 25 dm. Le point L est le milieu de [AB].

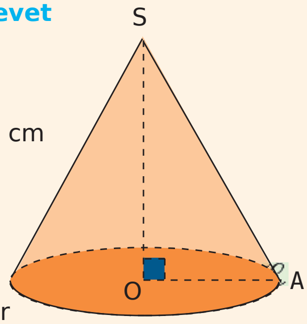
a. Calcule SL. Justifie.

b. Calcule l'aire du triangle SAB.

c. Déduis-en l'aire latérale de la pyramide puis son aire totale.

37 Extrait du Brevet

La figure ci-dessous représente un cône de révolution ($\mathscr{C}$) de hauteur SO = 20 cm et de base le cercle de rayon OA = 15 cm.



a. Calculer en cm³ le volume de ($\mathscr{C}$), on donnera la valeur exacte sous la forme kπ, k étant un nombre entier.

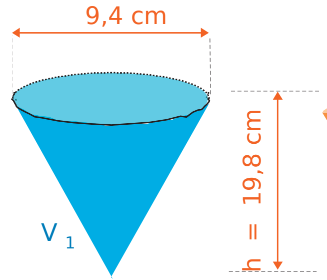
b. Montrer que SA = 25 cm.

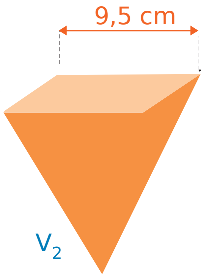
c. L'aire latérale d'un cône de révolution est donnée par la formule $\pi \times R \times SA$ (R désignant le rayon du cercle de base). Calculer en cm² l'aire latérale de ($\mathscr{C}$).

On donnera une valeur exacte sous la forme $n\pi$ (n étant un nombre entier) puis une valeur approchée à 10^{-1} près.

38 Déborde ou pas ?

On considère deux vases, l'un ayant la forme d'une pyramide régulière à base carrée et l'autre celle d'un cône de révolution.





On transvase l'eau du vase V_1, rempli entier, dans le vase V_2 vide.
Le liquide débordera-t-il ?

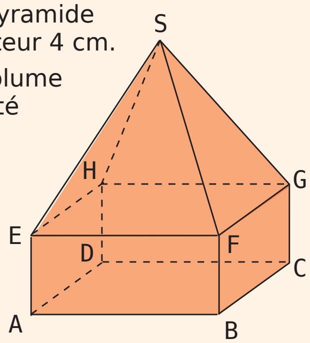
39 Extrait du Brevet

Dans tout le problème, les unités employées sont le cm, le cm² et le cm³.

Partie I

On considère le solide représenté ci-dessous :

- ABCDEFGH est un pavé droit de base carrée ABCD avec AB = 1,5 et de hauteur AE = x ;
- SEFGH est une pyramide régulière de hauteur 4 cm.



On appelle V_1 le volume du solide représenté ci-contre.

a. Démontrer que $V_1 = 2{,}25x + 3$.

b. Le volume V_1 est-il proportionnel à la hauteur x ? Justifier.

Partie II

On considère un cylindre de révolution dont la base est un disque d'aire 3 cm² et dont la hauteur variable est notée x. On appelle V_2 le volume d'un tel cylindre.

c. Exprimer le volume V_2 en fonction de x.

d. Le volume V_2 est-il proportionnel à la hauteur x ? Justifier.

Partie III

Pour quelle valeur de x les deux solides ont-ils le même volume ? Quel est ce volume ?

40 Ça déborde ?

Un verre, représenté par un cylindre de révolution, de hauteur 10 cm et de rayon 4 cm, est rempli d'eau aux quatre-cinquième.

a. Exprime le volume d'eau en fonction de π.

b. On fait tomber par mégarde dans ce verre un glaçon assimilé à une boule de diamètre 3 cm.
Montre que le volume du glaçon, en cm³, est $4{,}5\pi$.

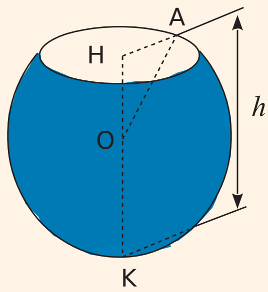
c. L'eau dans le verre va-t-elle déborder ? Si non, donne la hauteur atteinte par l'eau contenant le glaçon (après qu'il ait fondu).

d. Combien de glaçons faudrait-il pour faire déborder le verre ?

41 Extrait du Brevet

Une calotte sphérique est un solide obtenu en sectionnant une sphère par un plan.

Un doseur de lessive, représenté ci-contre, a la forme d'une calotte sphérique de centre O et de rayon OA = 4,5 cm. L'ouverture de ce récipient est délimitée par le cercle de centre H et de rayon HA = 2,7 cm.



La hauteur totale de ce doseur est HK.

a. Dessiner en vraie grandeur le triangle AHO.

b. Calculer OH en justifiant puis en déduire que la hauteur totale [HK] du doseur mesure exactement 8,1 cm.

c. Le volume V d'une calotte sphérique de rayon R et de hauteur h est donné par la formule : $V = \frac{1}{3}\pi h^2(3R - h)$.

Calculer, en fonction de π, le volume exact du doseur en cm³. En déduire la capacité totale arrondie au millilitre du doseur.

42

On convient que la peinture permet de peindre environ 10 m² par litre.

a. Quelle surface peut-on peindre avec 2,5 L de peinture ?

b. Un artisan fabrique des boules de 5 cm de diamètre. Combien peut-il en peindre avec un pot de 2,5 L ?

c. En fait, le bois absorbe 15 % de peinture en plus sur la 1re couche. Combien pourra-t-il peindre de boules en bois s'il ne passe qu'une seule couche de peinture ?

d. Même question s'il passe une 2e couche de peinture.

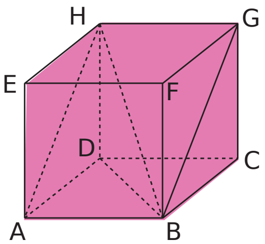
e. Il décide de se lancer dans la production de quilles en bois, qu'on pourra assimiler à un cylindre de 5 cm de diamètre et de 20 cm de hauteur surmonté d'une boule de 5 cm de diamètre. Combien pourra-t-il peindre de quilles avec 2,5 litres de peinture sachant qu'il doit passer 2 couches ?

f. Un pot de peinture de 2,5 litres lui coûte 12,80 euros. Combien lui coûte-t-il de peindre une quille ?

Je résous des problèmes

43 Un peu de tout

ABCDEFGH est un pavé droit dont les dimensions sont :
AB = 7,5 cm,
BC = 6 cm,
AE = 8 cm.



a. Montre que HA = 10 cm.

b. Justifie que ABGH est un rectangle puis fais-en une représentation en vraie grandeur.

c. Le triangle HDB est rectangle en D. Calcule la valeur exacte de HB. Déduis-en la mesure arrondie au degré de l'angle $\widehat{AHB}$.

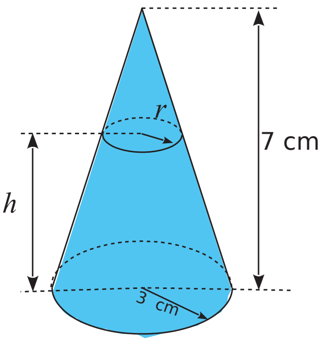
d. Calcule le volume de la pyramide HABD.

e. Soit I le point de [HD] tel que HI = 2 cm. Le plan parallèle à la face ABCD et passant par le point I coupe [HA] en J et [HB] en K. La pyramide HIJK est une réduction de la pyramide HABD. Détermine le rapport de cette réduction.

f. Déduis-en l'aire du triangle IJK et le volume de la pyramide HIJK.

44 À moitié vide ou à moitié pleine ?

Une salière est représentée par un cône de révolution de rayon 3 cm et de hauteur 7 cm. Le sel forme un tronc de cône de hauteur h en cm et dont le disque supérieur est de rayon r en cm.



a. Calcule le volume de la salière.

b. Montre que $\dfrac{7-h}{7} = \dfrac{r}{3}$.

c. Montre que la hauteur h en cm, atteinte par le sel pour que la salière soit remplie à la moitié de son volume, doit vérifier l'équation : $$(7-h)^3 = 171{,}5$$

d. En utilisant un tableur, déduis-en l'arrondi au mm de la hauteur atteinte par le sel lorsque la salière est remplie à moitié.

45 Pour aller chez ses parents, Nabil réalise le trajet suivant.

De chez lui à la gare, il doit prendre un bus ; celui-ci roule à la vitesse moyenne de 30 km/h et le trajet dure 40 minutes.

Ensuite, il doit marcher de l'arrêt de bus jusqu'au quai du TER : la distance à parcourir est de 600 mètres et il met un sixième d'heure pour les faire.

Il attend alors le TER pendant 315 secondes.

Le TER qu'il prend roule à la vitesse moyenne de 12 m·s^{-1} pendant une heure.

Après 12 minutes de marche à la vitesse de 5 km/h, Nabil arrive chez ses parents.

a. Quelle est la distance parcourue par Nabil entre chez lui et chez ses parents ?

b. Combien de temps a duré son voyage ? Donne le résultat en heures, minutes et secondes.

c. Donne la vitesse moyenne en m·s^{-1}, puis en km/h, du trajet total entre le domicile de Nabil et celui de ses parents. Arrondis au dixième.

46 Mathieu a construit une fusée à partir de différents objets :

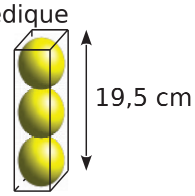
- pour le corps, une boîte de conserve cylindrique de hauteur 10 cm et dont le disque de base a un rayon de 5 cm ;
- pour le cockpit, un cône de révolution de hauteur 5 cm dont la base correspond exactement à celle du cylindre ;
- les réacteurs de la fusée sont trois pyramides à base carrée de côté 1,5 cm et de hauteur 2 cm.

Il met de la poudre dans la fusée afin de la propulser dans les airs. Il sait que 1 g de poudre occupe 250 mm^3 et que 5 g de poudre permettent à la fusée de monter de 7,5 cm.

Si Mathieu remplit totalement la fusée, de quelle hauteur va-t-elle monter ?

47 Tennis

Une boîte de forme parallélépipédique contient trois balles de tennis comme indiqué dans la figure ci-contre.
Calcule le pourcentage, arrondi à l'unité, du volume de la boîte occupé par les balles.



En utilisant le numérique

48 Problème de partage

a. Avec un logiciel de géométrie place 3 points A, B et C et construis le triangle ABC. Place le point D sur le segment [BC] puis trace la demi-droite [AD).

b. Déplace le point D pour que les aires des triangles ACD et ABD soient égales.

c. Où semble se situer alors le point D ?

d. Construis la hauteur commune aux triangles ACD et ABD. Explique alors le résultat que tu as observé.

e. Où faut-il placer le point D sur le segment [BC] pour que l'aire du triangle ACD soit dix fois plus petite que celle du triangle ABC ?

49 Démarche expérimentale

Conjecture

a. Avec un logiciel de géométrie dynamique, construis un triangle ABC, place le milieu M du côté [BC] puis trace le segment [AM].

b. Compare les aires des triangles ABM et ACM.Que constates-tu ?

Démonstration

c. Sur ton cahier, trace à main levée un schéma correspondant à la figure précédente.

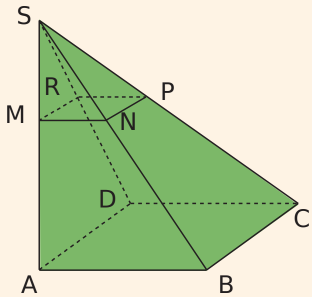
d. Place le point H, pied de la hauteur issue de A du triangle ABC.

e. Écris une expression égale à l'aire du triangle ABM puis une autre égale à l'aire de ACM.

f. Conclus.

50 Extrait du Brevet

Sur la figure ci-contre, SABCD est une pyramide à base carrée de hauteur [SA] telle que AB = 9 cm et SA = 12 cm. Le triangle SAB est rectangle en A.



Soit M un point de [SA] tel que SM = x cm, où x est compris entre 0 et 12. On appelle MNPR la section de la pyramide SABCD par le plan parallèle à la base passant par M.

a. Montrer que MN = 0,75 x.

b. Soit $A(x)$ l'aire du carré MNPR en fonction de x. Montrer que $A(x) = 0{,}562\ 5\ x^2$.

c. Recopier et compléter le tableau ci-dessous.

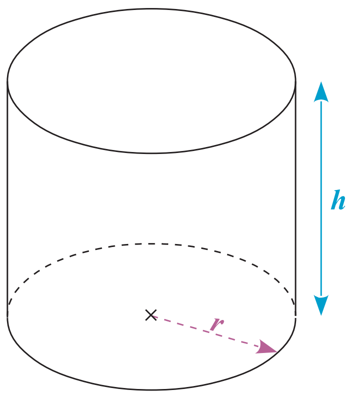
x en cm	0	2	4	6	8	10	12
$A(x)$ en cm^2							

d. Placer dans un repère les points d'abscisse x et d'ordonnée $A(x)$ donnés par le tableau.

e. L'aire de MNPR est-elle proportionnelle à la longueur SM ? Justifier à l'aide du graphique.

51 Cylindre et proportionnalité

On a représenté sur la figure ci-dessous un cylindre de hauteur h dont le rayon de la base est r.



On rappelle que le volume d'un cylindre est donné par la formule :

$$\mathcal{V}_{\text{cylindre}} = \text{aire d'une base} \times \text{hauteur}.$$

a. Calcule le volume exact en cm^3 d'un cylindre de hauteur 15 cm dont le rayon de la base est 10 cm. Donne une valeur approchée du résultat en litres au dixième.

b. À l'aide d'un tableur, reproduis la feuille de calcul suivante.

	A	B
1	Hauteur (en cm)	15
2	Rayon de la base (en cm)	10
3	Volume du cylindre (en cm^3)	
4	Volume du cylindre (en L)	

c. Programme les cellules B3 et B4 qui te permettront de calculer le volume du cylindre en cm^3 et en litres, connaissant sa hauteur et le rayon de la base.

Je résous des problèmes

1er cas : Dans les questions **d.** à **f.**, on s'intéresse à un cylindre de hauteur 15 cm.

d. Recopie puis complète le tableau suivant à l'aide de la feuille de calcul.

Rayon de la base (en cm)	2	6	10	12	15	16	20
Volume du cylindre (en L)							

e. En observant le tableau de la question **d.**, que dire du volume du cylindre si le rayon de la base est doublé ?

f. À partir du tableau de la question **d.**, réalise un graphique représentant respectivement le volume d'un cylindre en fonction du rayon de la base.
Le volume d'un cylindre dont la hauteur est donnée est-il proportionnel au rayon de la base ?

2^{e} cas : Dans les questions **g.** à **i.**, on s'intéresse à un cylindre dont le rayon de la base est 10 cm.

g. Recopie puis complète le tableau suivant à l'aide de la feuille de calcul.

Hauteur (en cm)	10	12	15	20	25	40	50
Volume du cylindre (en L)							

h. En observant le tableau de la question **g.**, que dire du volume du cylindre si sa hauteur est doublée ?

i. À partir du tableau de la question **g.**, réalise un graphique représentant le volume d'un cylindre en fonction de sa hauteur.
Le volume d'un cylindre dont le rayon de la base est donné est-il proportionnel à sa hauteur ?

52 Compléter un programme

Compléter le programme suivant pour qu'il convertisse une durée donnée en heures, en heures, minutes secondes.

- lire le nombre A
- heure = partie entière de A
- minute =A-heure * …
- ….
- seconde = …
- afficher heure + « heures » + minute + « minutes » + seconde + « secondes ».

53 Calcul de durée

Écris un programme qui
- lit deux dates (h,min,sec)
- affiche la durée (h,min,sec) entre ces dates.

54 Calcul d'aire

Écris un programme qui calcule l'aire d'un triangle à partir de la donnée de la base et de la hauteur.

55 Calcul d'une hauteur

Reprendre le programme de l'exercice 54 pour calculer la hauteur d'un triangle à partir de la donnée de la base et de l'aire.

56 Calotte sphérique

Le volume d'une calotte sphérique est :
$V=\frac{\pi}{3}\times h^2\times(3r-h)$ où r est le rayon de la boule et h la hauteur de la calotte.

a. Écris un programme qui calcule le volume d'une calotte sphérique à partir de la donnée du diamètre et de la hauteur.
b. À l'aide de ce programme, détermine le volume d'une calotte de 6 cm de diamètre et de 5 cm de hauteur.

57 Des boules

a. Écris un programme qui calcule le volume d'une boule d'après la donnée de son rayon en cm.
b. Modifie ce programme pour qu'il calcule le volume total de 5 boules dont le rayon de la plus petite est donné, et le rayon des suivantes augmentent de 2cm à chaque fois.
c. Même question, mais avec n boules où n est donné par l'utilisateur.

58 Bissextile, ou pas

a. Écris un programme qui calcule le nombre de secondes qu'il y a dans une année, selon qu'elle soit bissextile ou pas. On précisera si l'année est bissextile.

b. Modifier le programme pour qu'il demande l'année, détermine si elle est bissextile, puis calcule le nombre de secondes qu'elle contient.
Une année est bissextile si elle est divisible par 4 mais pas par 100, ou si elle est divisible par 400.

Angles et triangles

D1

Objectifs de cycle

Position relative de deux droites	test n° 1	Niveau 1
Inégalité triangulaire		
Utiliser l'inégalité triangulaire	test n° 2	Niveau 1
Vérifier si un triangle est constructible	tests n° 3 et 4	Niveau 1
Construire un triangle	test n° 5	Niveau 1
Droites remarquables du triangle		
Construire le cercle circonscrit à un triangle	test n° 6	Niveau 1
Construire une hauteur d'un triangle	test n° 7	Niveau 1
Angles et droites		
Reconnaître des angles alternes-internes	tests n° 12 et 13	Niveau 1
Démontrer que deux droites sont parallèles	test n° 14	Niveau 1
Déterminer des mesures d'angles	test n° 15	Niveau 1
Angles d'un triangle		
Utiliser la somme des angles d'un triangle	tests n° 8, 9, 10 et 11	Niveau 1

- La position relative de deux droites est revue rapidement. Le manuel numérique propose des compléments de remédiation.
- Les angles sont étudiés successivement dans un triangle (somme de deux angles), avec des droites parallèles (angles alternes-internes et angles correspondants) et avec des droites perpendiculaires (trigonométrie).
- En ce qui concerne les droites remarquables d'un triangle, sont étudiées la médiatrice et la hauteur. Pour aller plus loin, la notion du cercle circonscrit est abordée.

Activités de découverte

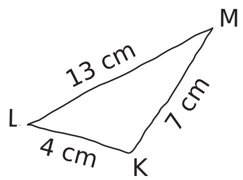
Activité 1 Hasardons-nous à construire un triangle

1. Choisis trois nombres compris entre 2 et 15. Note-les sur ton cahier. À main levée, trace un triangle dont les trois nombres choisis sont les mesures de ses côtés (en cm).

2. Essaie de tracer précisément ce triangle (en t'aidant de ta règle et de ton compas).

3. Tous les élèves de la classe ont-ils forcément réussi à tracer leur triangle ? Explique pourquoi.

4. Penses-tu qu'il soit possible de tracer en vraie grandeur le triangle représenté ci-contre à main levée ? Justifie.



5. Avec un logiciel de géométrie dynamique, place trois points A, B et M et trace le segment [AB].

6. Compare les distances AM + MB et AB. Que se passe-t-il lorsque M se trouve sur le segment [AB] ?

Activité 2 : Trois données insuffisantes

1. Trace un triangle EFG tel que $\widehat{EFG} = 48°$, $\widehat{FGE} = 70°$ et $\widehat{GEF} = 62°$. Mesure le périmètre de ce triangle. Obtiens-tu la même valeur que tous les autres élèves de la classe ?

2. Deux triangles pour les mêmes mesures

a. Trace un segment [RS] qui mesure 5 cm et une demi-droite [Sx) telle que $\widehat{RSx} = 50°$.

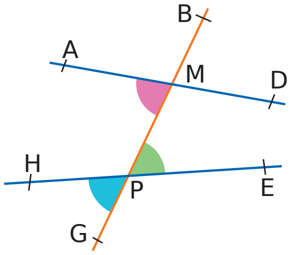
b. Trace le cercle de centre R et de rayon 4 cm.
Celui-ci coupe la demi-droite [Sx) en deux points que tu nommeras T et U.

c. Quelles mesures sont communes aux triangles RST et RSU ? Combien y en a-t-il ?

d. Trois mesures permettent-elles toujours de construire un triangle unique ? Justifie.

Activité 3 Quand ils sont symétriques, ils sont sympathiques

1. Les angles $\widehat{AMG}$ et $\widehat{EPB}$ sont des angles alternes-internes déterminés par les droites **(AD)**, **(HE)** et la sécante **(BG)**.
Cite une autre paire d'angles alternes-internes déterminés par les droites (AD), (HE) et la sécante (BG).



2. Sur ton cahier, place trois points A, M et O non alignés.

3. Construis les points B et N symétriques respectifs des points A et M par rapport à O. Trace les droites (AM), (BN) et (MN).

4. Que peux-tu dire des droites (AM) et (BN) ? Justifie ta réponse.

5. Comment peux-tu qualifier les angles $\widehat{AMN}$ et $\widehat{BNM}$?

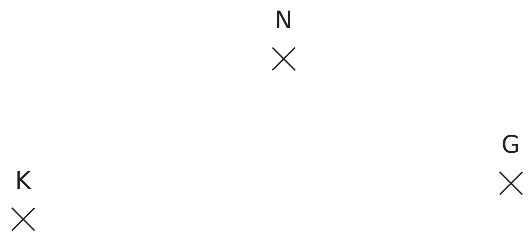
Activité 4 Un joli cercle d'amis

Kévin et Nicolas ont tous les deux leur arbre fétiche sous lequel ils aiment se reposer à l'ombre. Mais ils aiment aussi faire la course en partant chacun de leur arbre. Pour que la course soit équitable, il faut que l'arrivée soit située à la même distance des deux arbres.

1. Avec les instruments

e. Sur ton cahier, place deux points K et N (distants de 4 cm) pour représenter les arbres de Kévin et de Nicolas. Construis ensuite un point à égale distance des deux arbres K et N et places-y un drapeau.

f. Gabin a aussi son arbre et il aimerait bien jouer avec Nicolas au même jeu. Sur ton cahier, place un point G, comme sur la figure ci-dessous représentant l'arbre de Gabin.



Où peuvent-ils planter le drapeau ? Pourquoi ?

g. Yann n'a pas d'arbre à lui mais veut aussi courir avec ses amis. Nicolas est catégorique : « Si tu veux jouer avec nous, ton arbre doit être aussi loin du drapeau que les nôtres ! ».
Place plusieurs points où pourrait être l'arbre de Yann. Où semblent se situer ces points ?
Trace, au crayon de papier, l'ensemble des points où pourrait être l'arbre de Yann.

2. Avec un logiciel de géométrie dynamique

a. Trace un triangle KNG.

b. Construis les médiatrices des côtés du triangle. Place O le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

c. Déplace les sommets du triangle. Etudie la position du point O.

d. Sur une nouvelle figure, trace un triangle puis les trois hauteurs de ce triangle. Place H le point de concours des hauteurs.

e. Déplace les sommets du triangle. Étudie la position du point H.

Activité 5 Angles et triangles

1. Conjecture à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique

a. Trace un triangle et fais afficher les mesures des trois angles du triangle.

b. Que remarques-tu ?

2. Démonstration

a. Construis un triangle ABC. Place les points I et J, milieux respectifs de [AC] et [AB]. Construis les points C', symétrique de C par rapport à J et B', symétrique de B par rapport à I.

b. Démontre que les droites (AB') et (AC') sont parallèles à la droite (BC). Que peux-tu dire des points C', A et B' ?

c. Que peux-tu dire des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BAC'}$ d'une part et de $\widehat{ACB}$ et $\widehat{CAB'}$ d'autre part ? Conclus.

Cours et méthodes

1) Position relative de deux droites

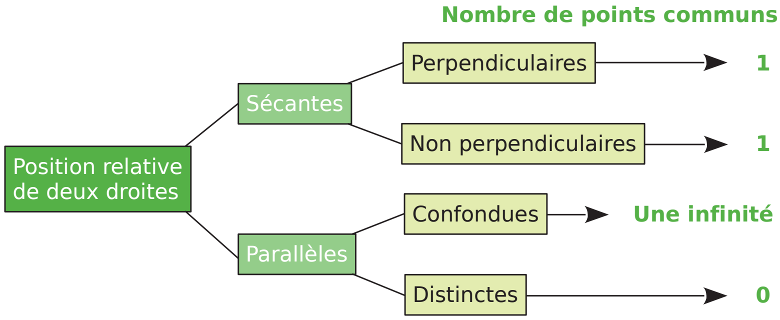
Propriété 1

Deux droites sont :
- soit sécantes ;
- soit parallèles.

Propriété 2

Deux droites sécantes sont :
- soit perpendiculaires.
- soit non perpendiculaires.

» **Remarque :** On peut résumer ceci dans un organigramme.



2) Inégalité triangulaire

Propriété

Dans un triangle, **la longueur d'un côté** est toujours **inférieure** à **la somme des longueurs des deux autres côtés**.
S'il y a égalité, les trois points sont alignés.

» **Remarque :** Pour vérifier si on peut construire un triangle, il suffit de vérifier que la plus grande longueur est inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.

Entraîne-toi à **Vérifier qu'un triangle est constructible**

Énoncé

Peut-on construire le triangle COR avec CO = 5 cm ; OR = 6 cm et RC = 4 cm ?

Correction

Dans le triangle COR, [OR] est le plus grand côté.
Donc on calcule la somme des deux autres :
RC + CO = 4 + 5 = 9 .
Comme OR < RC + CO, le triangle COR est constructible.

3) Droites remarquables du triangle

A. Médiatrice

Définition

Les **médiatrices d'un triangle** sont les médiatrices des côtés de ce triangle, c'est à dire les droites perpendiculaires aux côtés passant par leur milieu.

Propriété 1

La médiatrice d'un segment est l'ensemble des points **équidistants** des extrémités de ce segment. Soit (d) la médiatrice de [AB] : dire que M est sur la droite (d) est équivalent à dire que MA = MB.

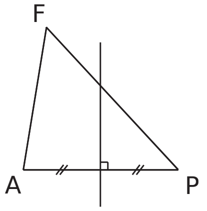
Propriété 2

Les trois médiatrices d'un triangle sont concourantes en un point qui est le **centre du cercle circonscrit à ce triangle.**

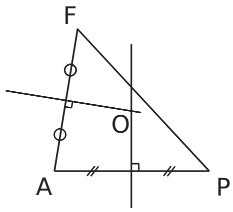
Entraîne-toi à Tracer le cercle circonscrit à un triangle

■ **Enoncé:** Trace un triangle FAP et son cercle circonscrit

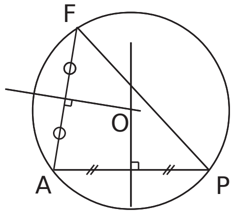
Correction:



On construit la **médiatrice** du segment [AP].



Il suffit de construire les médiatrices de deux côtés. Elles se coupent en O.



Le cercle circonscrit est le cercle de centre O et de rayon OA (ou OF ou OP).

B. Hauteur

Définition

Une **hauteur d'un triangle** est une droite perpendiculaire à un côté du triangle passant par le sommet opposé à ce côté.

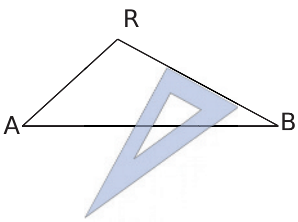
Propriété

Les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes en un point appelé **orthocentre.**

Entraîne-toi à Tracer une hauteur d'un triangle

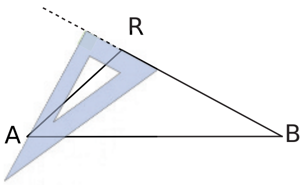
■ **Enoncé:** Trace un triangle ARB et la hauteur relative au côté [BR].

Correction:

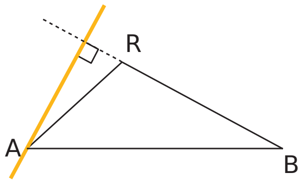


On positionne l'équerre perpendiculairement au côté [BR].

On fait glisser l'équerre jusqu'au point A.



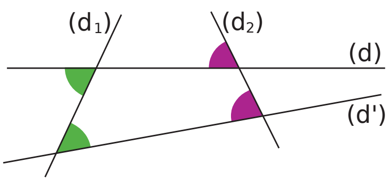
Il faut parfois prolonger le côté [BR].



La hauteur relative au côté [BR] est la droite perpendiculaire au côté [BR] et passant par A.

4) Angles et droites

Définitions



Les angles verts sont **alternes-internes**. Ils sont déterminés par les droites (d), (d') et la sécante (d_1).

Les angles violets sont **correspondants**. Ils sont déterminés par les droites (d), (d') et la sécante (d_2).

Propriétés

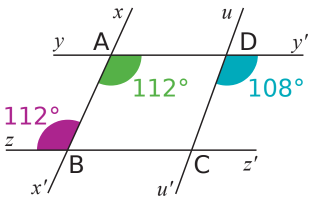
Si deux angles alternes-internes sont de même mesure
alors les deux droites coupées par la sécante sont parallèles.

Si deux angles correspondants sont de même mesure
alors les deux droites coupées par la sécante sont parallèles.

Entraîne-toi à Démontrer que deux droites sont parallèles

Énoncé

Les droites (yy') et (zz') sont-elles parallèles ? Les droites (xx') et (uu') sont-elles parallèles ?



Correction

- Les angles $\widehat{x'Ay'}$ et $\widehat{xBz}$ déterminés par les droites (yy'), (zz') et la sécante (xx') sont alternes-internes.
  Les angles $\widehat{x'Ay'}$ et $\widehat{xBz}$ ont la même mesure.
  Donc les droites (yy') et (zz') sont parallèles.
- Les angles $\widehat{x'Ay'}$ et $\widehat{u'Dy'}$ déterminés par les droites (xx'), (uu') et la sécante (yy') sont correspondants.
  Si les droites (xx') et (uu') étaient parallèles alors les angles $\widehat{x'Ay'}$ et $\widehat{u'Dy'}$ seraient de la même mesure, ce qui n'est pas le cas.
  Donc les droites (xx') et (uu') ne sont pas parallèles.

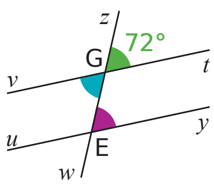
Propriétés

Si deux angles alternes-internes sont déterminés par des droites parallèles
alors ils ont la même mesure.

Si deux angles correspondants sont déterminés par des droites parallèles
alors ils ont la même mesure.

Entraîne-toi à Déterminer des mesures d'angles

Énoncé : Les droites (vt) et (uy) sont parallèles. Calcule la mesure des angles $\widehat{zEy}$ et $\widehat{vGw}$.



Les angles correspondants et sont déterminés par les droites (vt) et (uy) qui sont <u>parallèles</u>. Ils sont donc de la même mesure. L'angle $\widehat{zEy}$ mesure donc 72°.

Les angles et sont opposés par le sommet. Ils sont donc de la même mesure. L'angle mesure donc 72°.

5 Angles d'un triangle

Propriété

Dans un triangle, **la somme des mesures des angles** est égale à 180°.

Entraîne-toi à Utiliser la somme des mesures des trois angles d'un triangle

Énoncé

Le triangle PAF est tel que $\widehat{PAF} = 67°$ et $\widehat{FPA} = 56°$.
Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{PFA}$?

Correction

$\widehat{PAF} + \widehat{FPA} = 67° + 56° = 123°$.
Or, la somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°.
Donc $\widehat{PFA} = 180° - 123° = 57°$.

Je me teste

Niveau 1

1 Recopie et complète les phrases avec les mots : « parallèles », « perpendiculaires » ou « sécantes et non perpendiculaires ».

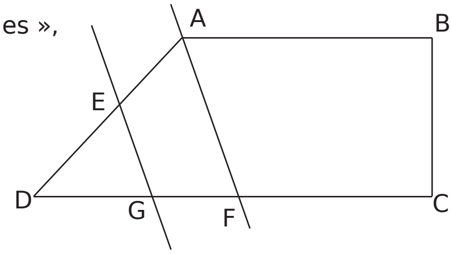
a. Les droites (AB) et (AD) semblent … .

b. Les droites (AB) et (BC) semblent … .

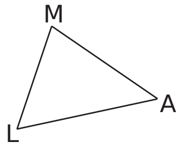
c. Les droites (GE) et (FA) semblent … .

d. Les droites (AB) et (CF) semblent … .

e. Les droites (BC) et (GE) semblent … .



2 Écris toutes les inégalités pour le triangle ci-dessous.



3 Le triangle THE avec TH = 3,4 cm ; HE = 7 cm et ET = 3,7 cm est-il constructible ?

4 Peut-on construire le triangle SEL tel que SE = 9 cm ; EL = 3 cm et LS = 4 cm ? Justifie ta réponse.

5 Construis un triangle LET tel que $\widehat{ETL}$ = 55° ; ET = 5 cm et TL = 4,3 cm.

6 Trace le cercle circonscrit au triangle EST tel que ET = 4,6 cm ; $\widehat{SET}$ = 93° et $\widehat{ETS}$ = 34°.

7 Construis un triangle TAX tel que TA = 6,3 cm ; $\widehat{TAX}$ = 57° et $\widehat{ATX}$ = 63° et trace ses hauteurs.

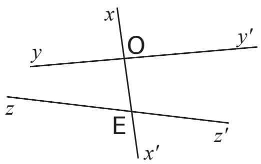
8 Peut-on construire le triangle DOG avec $\widehat{DOG}$ = 72° ; $\widehat{OGD}$ = 37° et $\widehat{GDO}$ = 73° ? Justifie ta réponse.

9 Dans le triangle RAT, l'angle $\widehat{RAT}$ mesure 34° et l'angle $\widehat{ATR}$ mesure 23°. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{TRA}$?

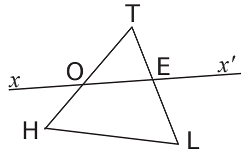
10 Le triangle BEC est isocèle en B et $\widehat{EBC}$ mesure 107°. Quelles sont les mesures des deux autres angles ?

11 Quelles sont les mesures des angles d'un triangle équilatéral ?

12 Sur la figure ci-dessous, les angles $\widehat{yOx'}$ et $\widehat{xEz'}$ sont-ils alternes-internes ? Justifie.

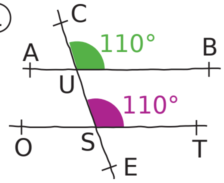


13 Sur la figure ci-dessous, nomme deux paires d'angles alternes-internes.

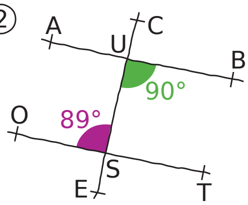


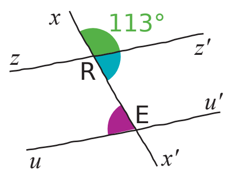
14 Dans chaque cas, indique si les droites (AB) et (OT) sont parallèles. Justifie ta réponse.

①



②





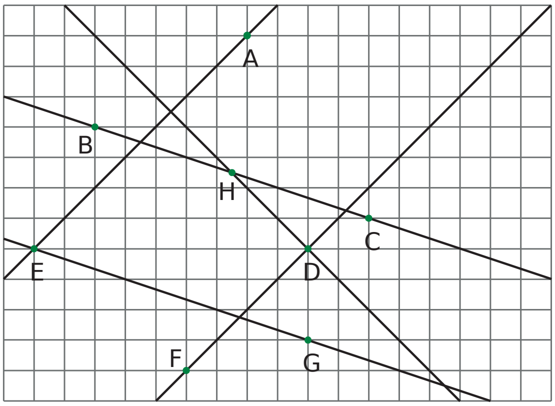
15 Sur la figure ci-contre, les droites (zz') et (uu') sont parallèles. Détermine la mesure de l'angle $\widehat{x'Rz'}$ puis celle de l'angle $\widehat{uEx}$.

➔ Voir Corrigés p. 368

Je m'entraîne

Positions relatives de deux droites

1 En utilisant le quadrillage, nomme les droites parallèles et celles perpendiculaires.



2 Pour chacune des affirmations, écris si elle est vraie ou fausse et justifie ta réponse.

a. Trois droites sécantes sont concourantes.

b. Deux droites non parallèles sont sécantes.

c. Deux droites peuvent avoir exactement trois points communs.

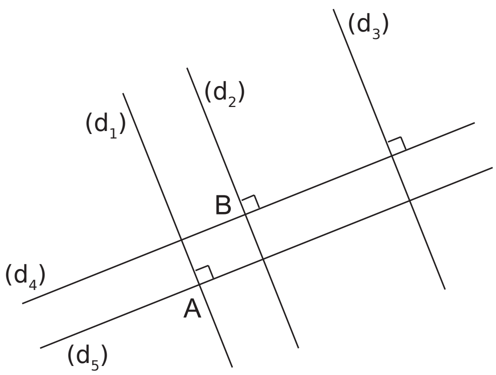
d. Deux droites non perpendiculaires sont sécantes.

3 Recopie et complète les phrases suivantes.

a. (d_5) est ... droite ... à la droite (d_1) passant par le point ... ;

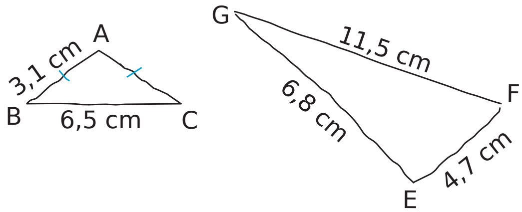
b. (d_4) est la droite ... à la droite (d_2) en ... ;

c. (d_3) est ... droite ... à la droite (d_4).



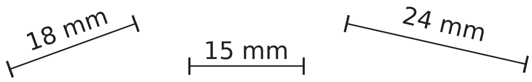
Utiliser l'inégalité triangulaire

4 Peux-tu construire ces figures ? Que remarques-tu ?



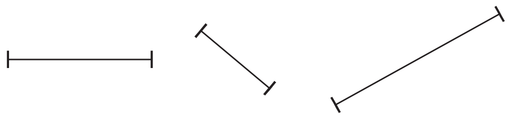
5 Dans chacun des cas suivants, indique, sans le construire, si les trois segments donnés peuvent être les côtés d'un même triangle.

a. En effectuant des calculs.



b. En mesurant et en effectuant les calculs nécessaires.

c. À l'aide du compas et d'une demi-droite à tracer sur ton cahier.



6 **À toi de choisir !**

8 cm	5 cm	12 cm	2 cm
10 cm	12 cm	15 cm	10 cm
9 cm	3 cm	5 cm	7 cm

Choisis trois nombres du tableau (chacun une seule fois) correspondant aux longueurs des côtés d'un triangle :

a. non constructible ;

b. isocèle ;

c. quelconque ;

d. de périmètre 13 cm.

7 Les trois côtés d'un triangle YHU ont pour mesures des nombres entiers d'unités de longueur. Dans chaque cas, indique les valeurs minimale et maximale possibles pour YH lorsque :

a. UH = 6 et UY = 6 ;

b. UH = 12 et UY = 3.

8 On considère trois points B, U et S.

a. On suppose que BU = 7 cm, US = 16 cm et SB = 9 cm.
Les points B, U et S sont-ils alignés ?
Si oui, dans quel ordre ?

b. À présent, on suppose que BU = 5 cm, US = 13 cm et SB = 7 cm. Les points B, U et S sont-ils alignés ?
Si non, quelle longueur peux-tu modifier pour que B appartienne au segment [US] ?

9 Marie a recopié l'exercice de mathématiques à faire pour demain.
En voici l'énoncé :

« ABCD est un quadrilatère tel que :
AB = 3 cm ; BC = 5 cm ; AC = 7 cm ;
CD = 3 cm et BD = 1 cm. ».

Après plusieurs essais sans succès, Marie réalise qu'il faudrait modifier une des longueurs. Elle ne sait pas laquelle choisir. Aide-la à modifier une des longueurs pour que la construction soit possible.

10 Soit un segment [AB] mesurant 7 cm. Construis sur la même figure, lorsque cela est possible, des points M, N, P, Q, R et S du même côté de (AB), vérifiant les conditions ci-dessous. Dans les cas où les points sont alignés, tu préciseras la position relative des trois points.

a. AM = 6 cm et BM = 4,5 cm.
b. AN = 4,8 cm et BN = 2,2 cm.
c. AP = 5 cm et BP = 12 cm.
d. AQ = 3,1 cm et BQ = 3 cm.
e. AR = 6,5 cm et BR = 2,4 cm.
f. AS = 11 cm et BS = 4 cm.

11 Le périmètre d'un triangle est 18 cm. Ce triangle peut-il avoir un côté …

a. de 7 cm ? Justifie.
b. de 6,4 cm ? Justifie.
c. de 10,5 cm ? Justifie.
d. de 9 cm ? Justifie.

Construire un triangle

12 Dans chaque cas, replace les informations sur une figure à main levée.

a. Le triangle SUR tel que :
SU = 4,5 cm, $\widehat{USR}$ = 60° et $\widehat{RUS}$ = 40°.

b. Le triangle QTD tel que :
QT = 1 dm, TD = 7 cm et $\widehat{QTD}$ = 110°.

c. Le triangle MFV tel que :
MF = 9 cm, FV = 12 cm et MV = 6 cm.

13 Dans chaque cas, dessine une figure à main levée (code les longueurs et les angles).

a. Le triangle POL isocèle en P tel que :
PO = 14 cm et LO = 5 cm.

b. Le triangle DYS isocèle en Y tel que :
DS = 7,2 cm et $\widehat{DYS}$ = 95°.

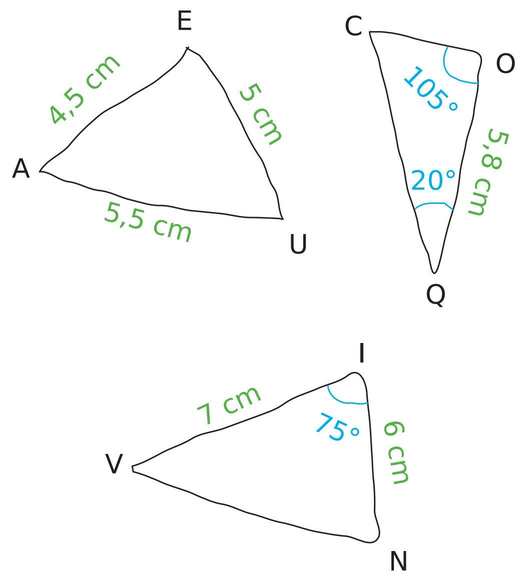
c. Le triangle GEH isocèle en G tel que :
EG = 4,8 cm et $\widehat{GEH}$ = 57,2°.

d. Le triangle MER équilatéral tel que :
ME = 5 cm.

e. Le triangle FAC rectangle en C tel que :
CA = 6,5 cm et $\widehat{AFC}$ = 50°.

f. Le triangle BUT rectangle isocèle en U tel que : BU = 3,8 cm.

14 Reproduis en vraie grandeur les triangles suivants.



Je m'entraîne

15 **Un schéma pour une figure**

Après avoir tracé une figure à main levée, construis en vraie grandeur ces triangles.

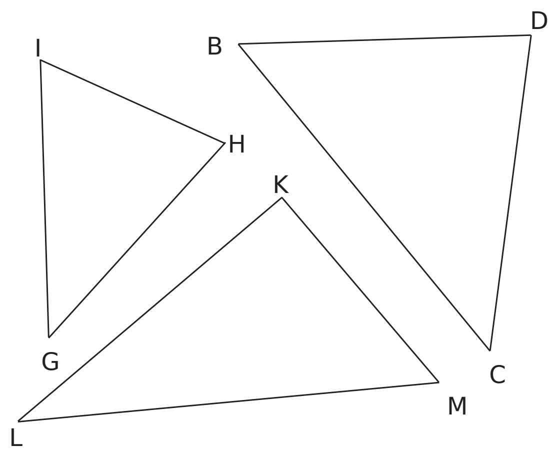
a. Le triangle GHI tel que :
GH = 8 cm, HI = 5 cm et GI = 6 cm.

b. Le triangle MNO tel que :
MN = 4,5 cm, MO = 7 cm et $\widehat{NMO}$ = 48°.

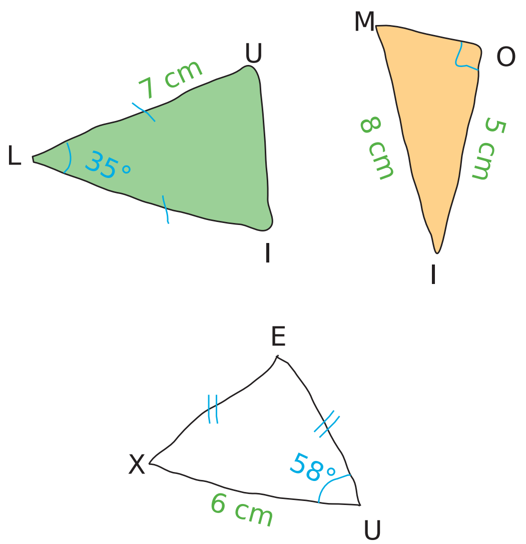
c. Le triangle DEF tel que :
$\widehat{FDE}$ = 45°, DE = 8 cm et $\widehat{FED}$ = 28°.

d. Le triangle ABC tel que :
AB = 4 cm, AC = 6,7 cm et $\widehat{BAC}$ = 132°.

16 Reproduis les triangles suivants en utilisant uniquement une règle non graduée et un compas.



17 Reproduis en vraie grandeur les triangles suivants.



18 Trace une figure à main levée puis construis, en vraie grandeur, les triangles suivants :

a. Le triangle VUZ isocèle en U tel que :
VU = 6,5 cm et VZ = 4,5 cm.

b. Le triangle KGB équilatéral tel que :
KG = 6 cm.

c. Le triangle CIA rectangle en C tel que :
$\widehat{CIA}$ = 37° et CI = 5,5 cm.

d. Le triangle RTL isocèle en T tel que :
RT = 8 cm et $\widehat{TRL}$ = 48°.

19 Après avoir effectué les calculs nécessaires, trace chacun des triangles suivants en vraie grandeur.

a. Le triangle EFG tel que :
EF = 7,5 cm, $\widehat{EFG}$ = 49° et $\widehat{EGF}$ = 72°.

b. Le triangle PLM équilatéral de périmètre 15 cm.

c. Le triangle RST isocèle en S de périmètre 13 cm et tel que ST = 4 cm.

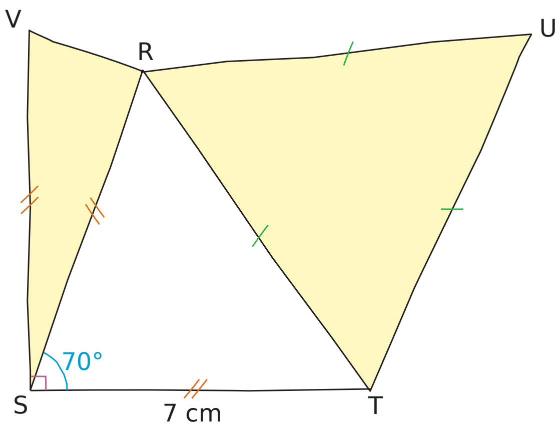
d. Le triangle AYB isocèle et rectangle en Y tel que BA = 7 cm.

e. Le triangle OCI isocèle en I tel que :
CO = 4,5 cm et $\widehat{CIO}$ = 30°.

f. Le triangle CDG isocèle en G tel que CDG=50° et CD = 3,6 cm .

20 **Construire puis décrire**

a. Sur ton cahier, reproduis en vraie grandeur la figure suivante.



b. Écris le programme de construction.

Droites remarquables du triangle

21 Vocabulaire

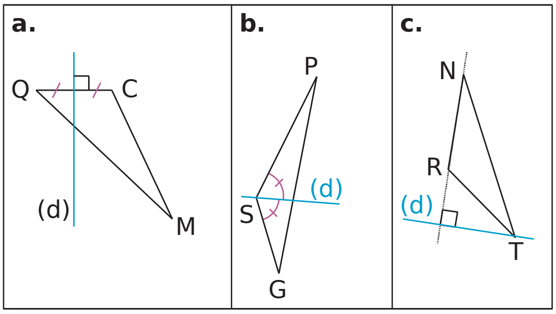
a. Construis un triangle BOA. Trace la droite (d_1) perpendiculaire à (BO) et passant par A.

b. Trace la droite (d_2) qui coupe l'angle $\widehat{BOA}$ en deux angles de même mesure.

c. Trace la droite (d_3) qui passe par O et par le milieu de [BA].

d. Reformule les questions précédentes en utilisant les mots : médiane, bissectrice et hauteur.

22 Décris précisément la droite (d) en utilisant les mots : médiatrice, bissectrice et hauteur.



23 Construis un triangle TOC à la règle. À main levée, trace puis code :

a. en bleu, la médiatrice de [TO] ;

b. en rouge, la hauteur issue de O.

24 Médiatrices d'un triangle

a. Construis un triangle CJR.

b. Trace en rouge la médiatrice de [JR] à l'aide du compas.

c. Trace en noir la médiatrice de [CJ] avec la règle graduée et l'équerre.

d. Construis la médiatrice (d) de [CR] avec seulement une équerre non graduée. Explique ta réponse.

e. Comment pouvait-on construire (d) avec uniquement une règle graduée ? Explique ta réponse.

25 Dans chaque cas, construis le triangle LYS puis son cercle circonscrit. (Tu nommeras O son centre.)

a. LS = 8 cm, $\widehat{YLS}$ = 65° et $\widehat{YSL}$ = 45°.

b. LS = 4 cm, LY = 5 cm et $\widehat{YLS}$ = 103°.

c. LYS est isocèle en L tel que LY = 8 cm et YS = 5,5 cm.

d. LYS est un triangle équilatéral de côté 6 cm.

26 Sois malin !

a. Construis un triangle MEC tel que son cercle circonscrit ait un rayon de 5 cm.

b. Construis un triangle RNB isocèle en B avec BN = 4 cm tel que son cercle circonscrit ait un rayon de 5 cm.

27 Tracés à main levée et codages

a. Construis un triangle TOC à la règle.

b. À main levée, trace puis code :

- en bleu, la médiatrice de [TO] ;
- en rouge, la hauteur issue de O.

28 « relative à » ou « issue de »

a. Construis le triangle JVE puis trace :

- en bleu, la hauteur issue du sommet E ;
- en noir, la hauteur issue du sommet J ;
- en rouge, la hauteur relative à [JE].

b. Observe ces trois hauteurs. Quelle remarque peux-tu faire ?

29 Position de l'orthocentre

Trace les hauteurs dans les cas suivants :

a. un triangle DER ayant trois angles aigus.

b. un triangle NRV tel que $\widehat{NRV}$ soit un angle obtus.

c. un triangle GHT rectangle en T.

d. Quelles remarques peux-tu faire ?

30 Étonnant centre ?

a. Trace un triangle CSR quelconque.

b. Place :

- le milieu C' du côté [SR]
- le milieu S' du côté [CR]
- le milieu R' du côté [CS].

c. Trace le triangle C'S'R' puis les hauteurs de ce triangle.

d. Place O l'orthocentre du triangle.

e. Trace le cercle de centre O et de rayon [OR].

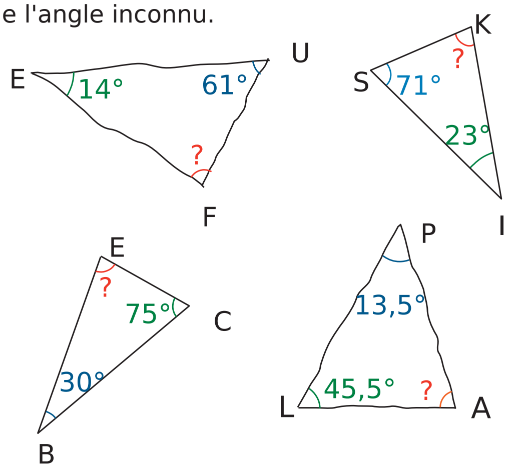
f. Quelle conjecture peux-tu écrire ?

Je m'entraîne

Utiliser la somme des mesures des angles d'un triangle

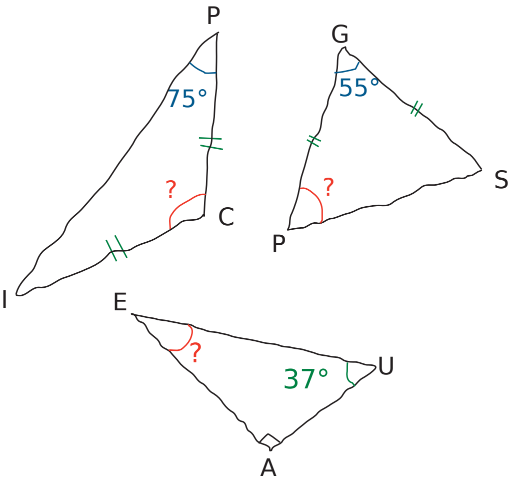
31 Calculer la mesure d'un angle

Dans chaque cas, calcule la mesure de l'angle inconnu.



32 Calculer la mesure d'un angle (bis)

Dans chaque cas, calcule la mesure de l'angle demandé.



33 Sans figure !

a. PIF est un triangle tel que $\widehat{IFP} = 44°$ et $\widehat{FPI} = 40°$. Calcule la mesure de $\widehat{PIF}$.

b. COL est un triangle tel que $\widehat{CLO} = 5{,}5°$ et $\widehat{LCO} = 160{,}5°$. Calcule la mesure de $\widehat{COL}$.

34 Presque sans figure !

Dans chaque cas, trace un schéma à main levée puis calcule l'angle $\widehat{OUI}$.

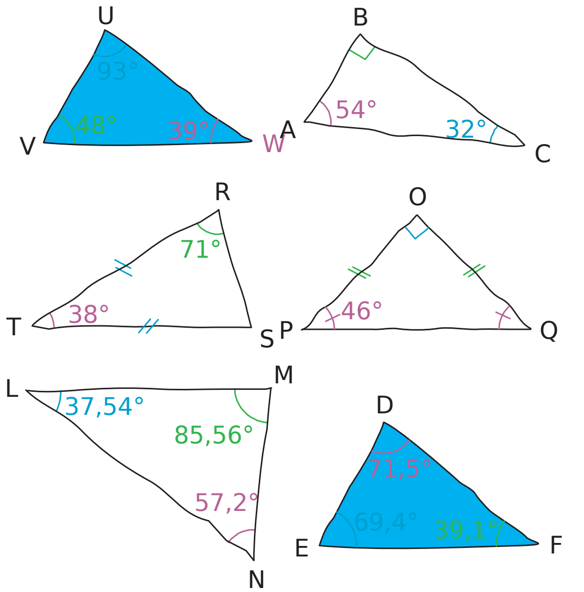
a. OUI est rectangle en I et $\widehat{IOU} = 58°$.

b. OUI est isocèle en I et $\widehat{IOU} = 58°$.

c. OUI est isocèle en O et $\widehat{IOU} = 58°$.

35 Erreurs ?

Les triangles représentés ci-dessous à main levée sont-ils constructibles ? Justifie chacune de tes réponses par un calcul.



36 À toi de choisir !

60°	50°	10°	40°
90°	80°	60°	80°
50°	60°	50°	10°

Choisis trois nombres du tableau correspondant aux mesures d'angles d'un triangle :

a. quelconque ; **c.** non constructible ;

b. équilatéral ; **d.** isocèle non équilatéral.

37 Nature du triangle

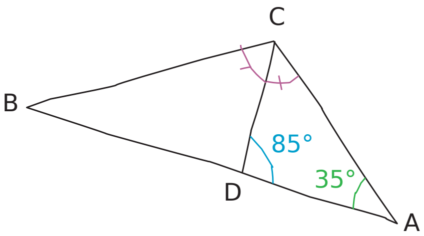
Dans chacun des cas suivants, quelle est la nature du triangle ABC ? Justifie.

a. $\widehat{BAC} = 28°$ et $\widehat{ABC} = 124°$.

b. $\widehat{BAC} = 37°$ et $\widehat{ABC} = 53°$.

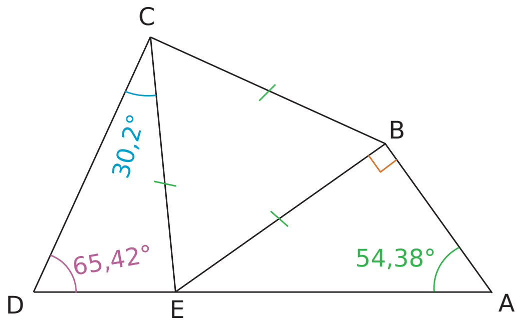
c. $\widehat{ACB} = 60°$ et BA = BC.

38 Calcule, en justifiant, la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ sachant que les points A, D et B sont alignés.

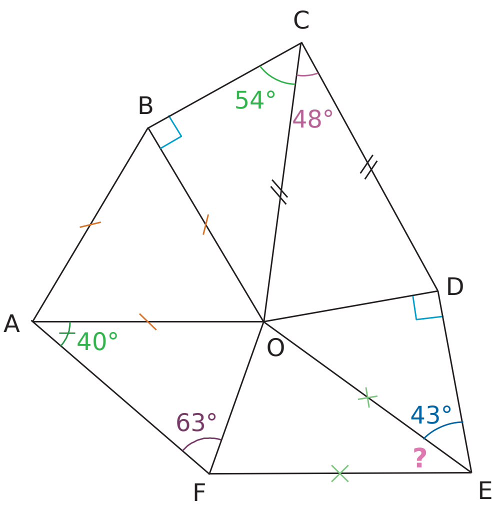


39 Vrai ou faux ?

En observant la figure ci-dessous, qui n'est pas en vraie grandeur, Aline affirme que les points D, E et A sont alignés. Qu'en penses-tu ?



40 À partir des données de la figure, calcule (sans justifier) la mesure de l'angle $\widehat{OEF}$.

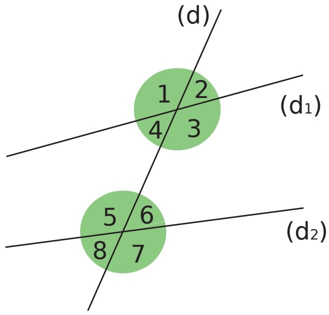


Angles et droites

41 Vocabulaire

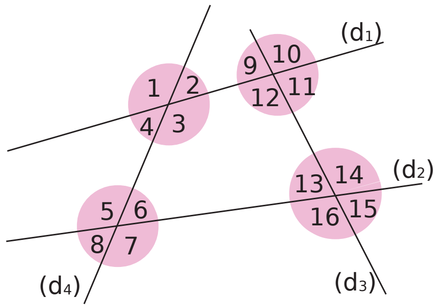
Que peut-on dire des angles :

a. 1 et 5 ?
b. 3 et 5 ?
c. 1 et 4 ?
d. 4 et 6 ?
e. 3 et 7 ?



42 Nomme deux angles de la figure et précise le nom de la sécante correspondante :

a. alternes-internes avec l'angle 3 ;
b. correspondants avec l'angle 10 ;
c. alternes-internes avec l'angle 13 ;
d. correspondants avec l'angle 7.

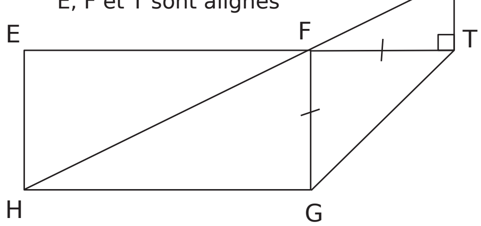


43 Recherche de mesures d'angles

Nomme deux paires d'angles de la figure :

- alternes-internes aigus ;
- alternes-internes de même mesure ;
- correspondants aigus ;

EFGH est un rectangle
H, F et S sont alignés
E, F et T sont alignés



Je m'entraîne

Caractériser des droites parallèles

44 Dans chaque cas, dire si les droites (d_1) et (d_2) sont ou non parallèles et pourquoi.

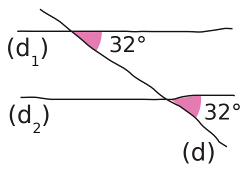


Figure 1

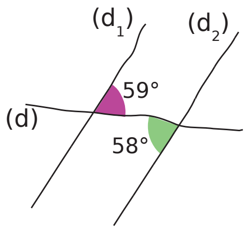
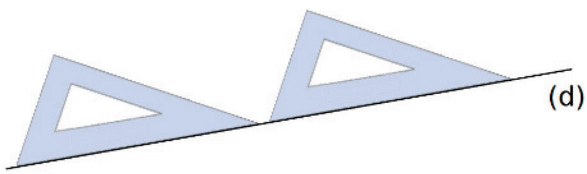


Figure 2

45 Le coup des équerres !

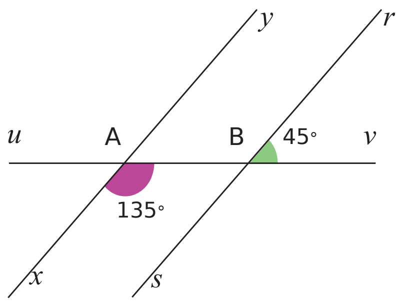
Arnaud a placé ses deux équerres identiques sur la droite (d) comme l'illustre le schéma ci-dessous.



a. Il affirme que, de cette façon, il peut tracer des droites parallèles. Est-ce vrai et pourquoi ?

b. Quelles seraient les autres façons de positionner les équerres pour obtenir deux droites parallèles ?

46 Angles et droites parallèles

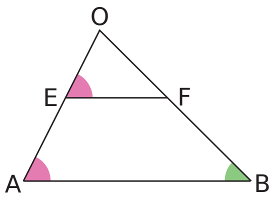


a. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{uBr}$.

b. Les droites (xy) et (sr) sont-elles parallèles ?
Justifie ta réponse.

Déterminer des angles formés par des droites parallèles

47 Parallèles ?

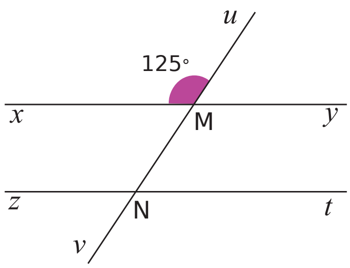


Sur la figure ci-contre, les angles $\widehat{BAE}$ et $\widehat{FEO}$ sont égaux à 58°.

a. Que peux-tu dire des droites (EF) et (AB) ? Justifie ta réponse.

b. On sait de plus que la mesure de l'angle $\widehat{FBA}$ est 45°. Déduis-en la mesure de l'angle $\widehat{OFE}$. Justifie ta réponse.

48 Droites parallèles



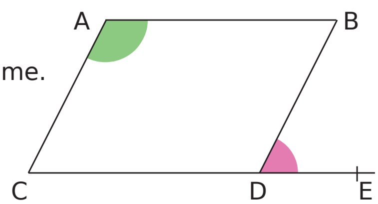
Sur la figure ci-dessus, les droites (xy) et (zt) sont parallèles. L'angle $\widehat{xMu}$ mesure 125°.

a. Donne la mesure de l'angle $\widehat{vMy}$. Justifie ta réponse.

b. Donne d'autres angles dont la mesure est de 125°. Justifie ta réponse.

49 Angles supplémentaires

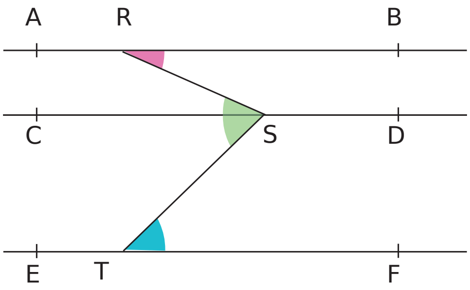
ABDC est un parallélogramme. C, D et E sont alignés.



a. Justifie que les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{BDC}$ sont de même mesure.

b. Que dire des angles $\widehat{BDC}$ et $\widehat{BDE}$? Pourquoi ? Justifie alors que les deux angles marqués sont supplémentaires.

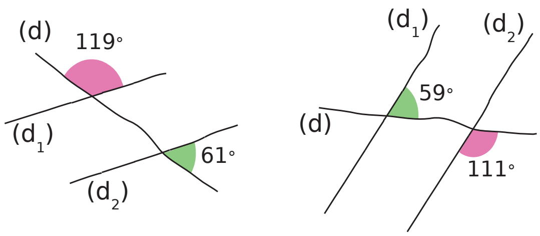
50 Zigzag



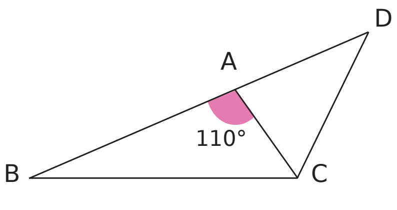
Sur la figure ci-dessus :
- les droites (AB), (CD) et (EF) sont parallèles ;
- R est un point de la droite (AB), S est un point de la droite (CD) et T est un point de la droite (EF) tels que : $\widehat{BRS} = 20°$ et $\widehat{RST} = 57°$.

Calcule la mesure de l'angle $\widehat{STF}$.

51 Dans chaque cas, précise si les droites (d_1) et (d_2) sont ou non parallèles et pourquoi.



52 Triangle isocèle



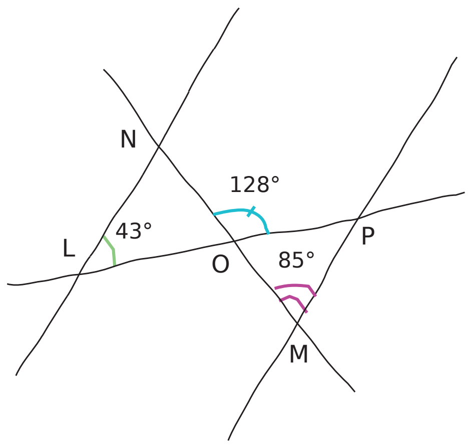
La figure ci-dessus est telle que :
- B, A et D sont des points alignés ;
- $\widehat{BAC} + \widehat{ACD} = 180°$ et $\widehat{BAC} = 110°$.

a. Montre, en justifiant, que les angles $\widehat{DAC}$ et $\widehat{ACD}$ sont égaux à 70°.

b. Montre alors que le triangle ADC est isocèle.

c. De plus, l'angle $\widehat{ACB}$ mesure 50°. Montre, en justifiant, que $\widehat{BCA} + \widehat{ADC} = 90°$.

53 Parallèles ou non ?



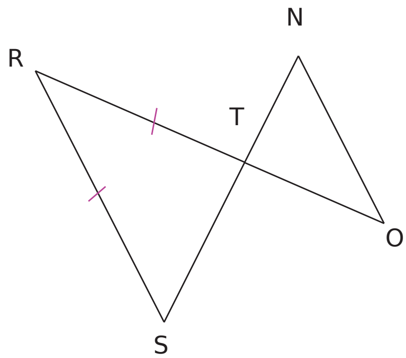
La figure est tracée à main levée.

a. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{LON}$. Déduis-en la mesure de l'angle $\widehat{ONL}$.

b. Détermine alors si les droites (LN) et (MP) sont parallèles.

c. Sachant que LN = MP, détermine la nature du quadrilatère LNPM.

54 Un isocèle de plus



La figure ci-dessus est telle que :
- les droites (RO) et (SN) sont sécantes en T ;
- le triangle RST est isocèle en R ;
- les droites (RS) et (NO) sont parallèles.

Montre que le triangle TNO est isocèle.

55. Construis un parallélogramme RIEN de centre C tel que CR = 3 cm, $\widehat{CRI} = 35°$ et $\widehat{CRN}$ est un angle droit.
Tu indiqueras sur ta figure la mesure des angles $\widehat{CEI}$ et $\widehat{CEN}$.

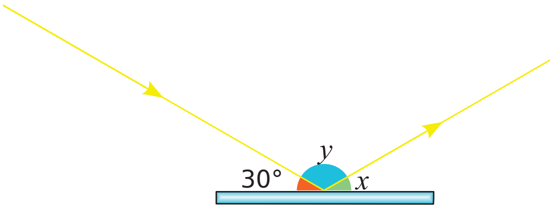
Je résous des problèmes

Sciences, technologie et société

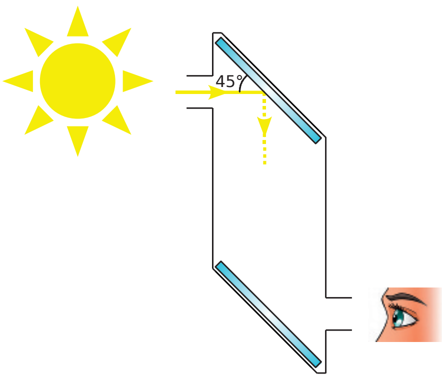
1 Un périscope de fortune !

a. Fais une recherche sur Internet concernant la loi de réflexion de la lumière.

b. Le schéma ci-dessous illustre un rayon de lumière qui se réfléchit sur un miroir avec un angle de 30°. Détermine x et y. Justifie.



c. Éric a construit un périscope avec une boîte de carton et deux miroirs parallèles comme l'illustre le schéma ci-dessous.

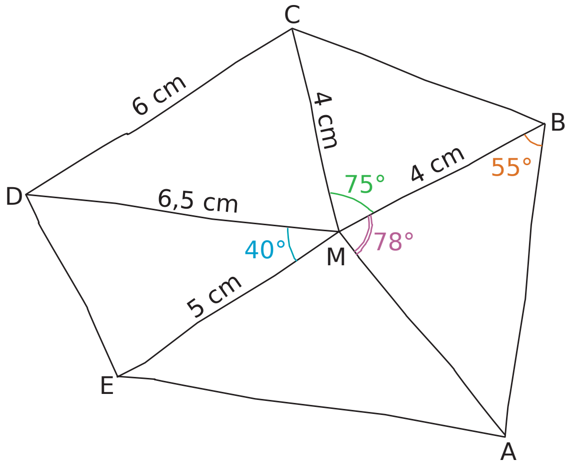


- Si un rayon entre horizontalement dans le périscope, en sortira-t-il horizontalement aussi ?
  (Tu pourras étudier si les rayons d'entrée et de sortie sont parallèles.)
- Ce résultat dépend-il de l'inclinaison des miroirs parallèles ?
  (Autrement dit, a-t-on le même résultat si l'angle formé par le rayon et le miroir est différent de 45° ?)

Résoudre un problème

2

Sur ton cahier, reproduis, en vraie grandeur, la figure ci-dessous.



3 Construction et démonstration

a. Trace un triangle ABC rectangle en A.

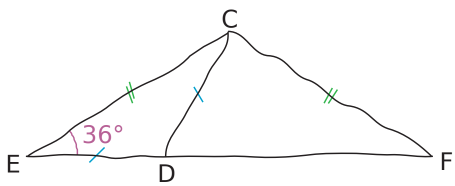
b. Place un point M sur le segment [BC].

c. La droite perpendiculaire à (AB) passant par M coupe [AB] en I et la droite perpendiculaire à [AC] passant par M coupe [AC] en J.

d. Place le point P sur la demi-droite [MI) tel que I soit le milieu de [MP] et le point Q sur la demi-droite [MJ) tel que J soit le milieu de [MQ].

e. Que représente le point A pour le triangle MQP ?

4 Calculs, démonstration, construction



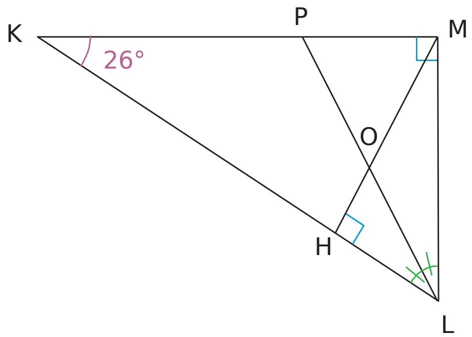
a. Sur la figure ci-dessus, réalisée à main levée, les points E, D et F sont alignés. En utilisant les indications portées sur la figure, calcule les mesures des angles $\widehat{ECD}$, $\widehat{EDC}$, $\widehat{CDF}$ et $\widehat{DCF}$.

b. Que peut-on dire du triangle CDF ? Justifie.

c. Construis la figure lorsque CD = 5 cm.

5 Triangle rectangle et bissectrice

Dans le triangle KLM ci-dessous, la bissectrice de l'angle $\widehat{KLM}$ et la hauteur issue de M se coupent en un point O.



Calcule (sans justifier) les mesures des angles nécessaires pour démontrer que le triangle POM est isocèle et précise en quel point.

6 Avec le périmètre et les angles

On veut tracer un triangle tel que son périmètre mesure 16 cm et deux de ses angles mesurent 64° et 46°.

a. Fais un dessin à main levée de ce triangle et calcule la mesure de son troisième angle.

b. Trace un segment [DE] mesurant 16 cm et place A tel que : $\widehat{ADE} = 32°$ et $\widehat{AED} = 23°$ (on a pris les moitiés de 64° et 46°).

c. Place un point B sur le segment [DE] à égale distance de A et de D puis un point C sur le segment [DE] à égale distance de A et E. Indique la nature des triangles ABD et ACE.

d. Calcule les mesures des angles des triangles ABD et ACE.

e. Démontre que le périmètre et les angles du triangle ABC correspondent bien à ceux du triangle cherché.

f. Trace un triangle RST de périmètre 20 cm tel que $\widehat{RST} = 36°$ et $\widehat{STR} = 68°$.

7 De multiples triangles

Ludie a trouvé un triangle intéressant dont tous les angles ont pour mesure un entier pair (c'est-à-dire multiple de 2) : 44°, 66° et 70°.

a. Trouve un autre exemple de triangle dont les mesures d'angles sont paires.

b. En poursuivant ses recherches, elle a trouvé un triangle dont les mesures sont des multiples de 3 : 45°, 51° et 84°.

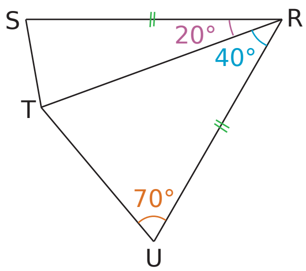
c. Trouve un autre exemple de triangle dont les mesures d'angles sont des multiples de 3.

d. Continue les recherches de Ludie en cherchant des triangles dont les mesures des angles sont des multiples de 4.

e. Cela est-il possible avec tous les nombres entiers ? Justifie.

8 Des diagonales intéressantes

a. En prenant RU = 6 cm, trace sur ton cahier la figure suivante.



b. Donne la nature des triangles TUR, STR et SUR. Justifie en t'aidant des propriétés des triangles.

c. Qu'en déduis-tu sur les diagonales du quadrilatère RUTS ?

9 Triangle et angle

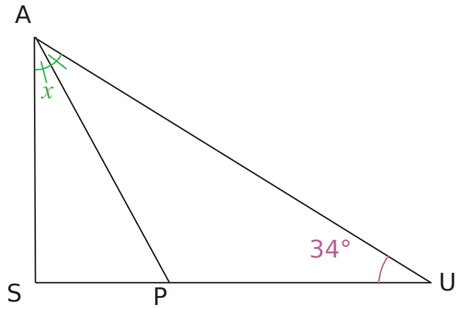
a. Construis un triangle équilatéral ABC de côté 4 cm.

b. Complète la figure en construisant le triangle ABD isocèle en D tel que $\widehat{CAD} = 105°$.

c. Quelles sont les mesures des angles du triangle ABD ? Justifie.

d. Que dire alors du triangle ABD ?

10 En fonction de x



a. Exprime la mesure de l'angle $\widehat{USA}$ en fonction de x.

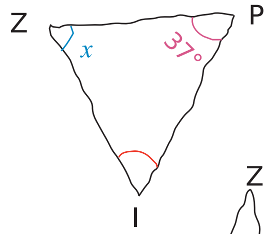
b. Est-il vrai que l'angle $\widehat{SPA}$ mesure 34° de plus que l'angle $\widehat{PAS}$? Justifie ta réponse.

Je résous des problèmes

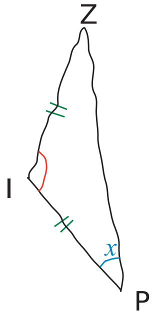
11 Avec des lettres

Dans chaque cas, exprime en fonction de x la mesure de l'angle $\widehat{ZIP}$.

a.

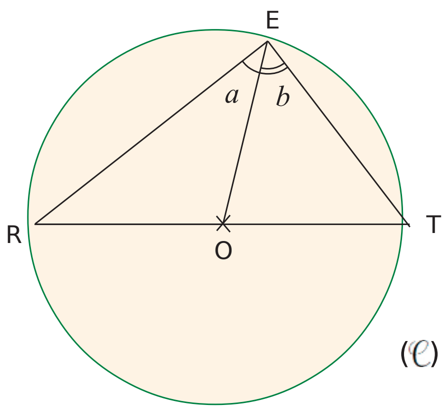


b.



12 Triangles et cercle

Soit ($\mathscr{C}$) un cercle de centre O et de diamètre [RT] et E un point quelconque de ($\mathscr{C}$).



a. Reproduis cette figure et code-la. Quelle est la nature des triangles ORE et TEO ?

b. On désigne par a et b les mesures respectives des angles $\widehat{REO}$ et $\widehat{OET}$. Quelles sont les mesures des angles $\widehat{ORE}$ et $\widehat{OTE}$?

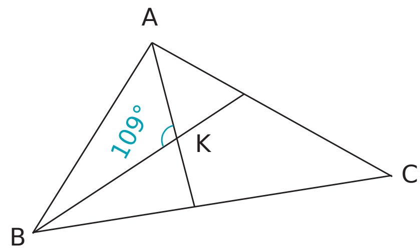
c. En te plaçant dans le triangle RET, explique ensuite pourquoi :

d. $2 \times a + 2 \times b = 180°$.

e. Déduis-en que le triangle RTE est rectangle et précise en quel point.

13 Avec deux bissectrices

Dans le triangle ABC, les bissectrices de deux des angles se coupent au point K, en formant un angle de 109°.



a. Reproduis la figure à main levée et code-la.

b. On désigne par x et y les mesures respectives des angles $\widehat{BAK}$ et $\widehat{ABK}$. Exprime les mesures des angles $\widehat{KAC}$ et $\widehat{KBC}$ en fonction de x et y.

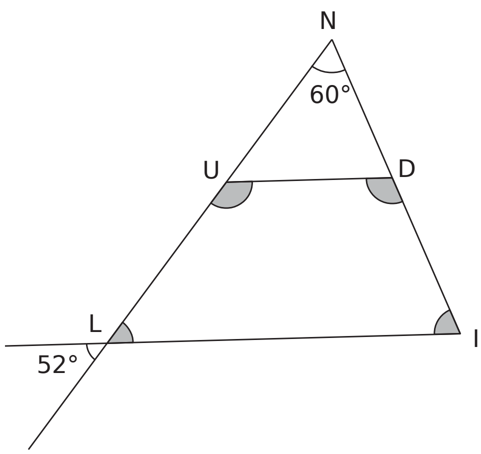
c. Sans calculer les mesures des angles $\widehat{BAK}$ et $\widehat{ABK}$, indique la valeur de $x + y$. Déduis-en la valeur de $2 \times x + 2 \times y$.

d. En te plaçant dans le triangle ABC, trouve la valeur de $2 \times x + 2 \times y + \widehat{ACB}$. Déduis-en la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$.

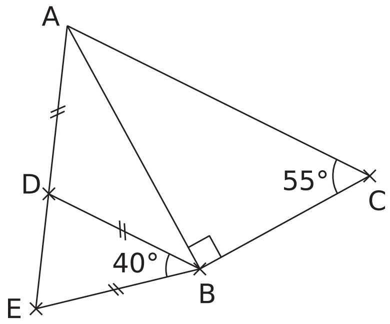
e. Construis en vraie grandeur un triangle ABC satisfaisant aux données de cet exercice.

14 À partir de LUNDI

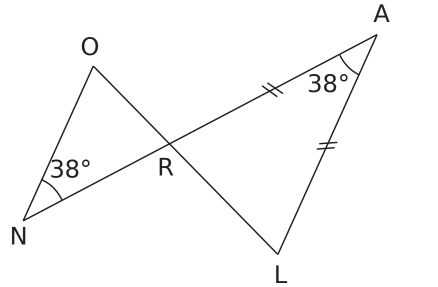
Sachant que les droites (DU) et (IL) sont parallèles, calcule la mesure de chacun des angles du quadrilatère LUDI en justifiant.



15 Les points A, D et E sont alignés. Démontre que les droites (AC) et (DB) sont parallèles.



16 On considère la figure suivante.



Quelle est la nature du triangle NOR ?

En utilisant le numérique

17 On connaît la mesure de l'angle principal d'un triangle isocèle et on cherche les mesures des deux autres angles à l'aide d'un tableur.

	A	B	C
1	Pour un triangle isocèle :		
2	Valeur de l'angle principal	66	°
3			
4	Valeur des deux autres angles		

a. Quelle formule faut-il écrire dans la cellule B4 du tableur ?

b. Dans un triangle RST isocèle en S, on sait que $\widehat{RST}$ = 48°. Rédige puis effectue les calculs des mesures des angles $\widehat{SRT}$ et $\widehat{STR}$.

c. Vérifie à l'aide de ta feuille de calcul.

Combien de triangles ABC isocèles de dimensions différentes peut-on construire sachant que $\widehat{ABC}$ = 70° et AB = 5cm ?

18 **Centre du cercle circonscrit (avec un logiciel de géométrie)**

a. Construis un triangle NRV, puis construis les médiatrices et le cercle circonscrit à ce triangle. Tu nommeras O le centre de ce cercle.

b. À quelle condition le point O se trouve-t-il à l'intérieur du triangle ?

c. À quelle condition le point O se trouve-t-il à l'extérieur du triangle ?

d. Est-il possible que O appartienne à l'un des côtés du triangle ? Si oui, à quelle condition ?

19 On connaît les mesures de deux angles d'un triangle et on cherche la mesure du troisième à l'aide d'un tableur.

	A	B	C
1	Valeur du premier angle	57	°
2	Valeur du deuxième angle	72	°
3			
4	Valeur du troisième angle		
5	(calcul sans parenthèses)		
6			
7	Valeur du troisième angle		
8	(calcul avec des parenthèses)		

a. Quelles formules faut-il écrire dans les cellules B4 et B7 du tableur ?

b. Dans un triangle KLM on suppose que $\widehat{LMK}$ = 57° et que $\widehat{KLM}$ = 72°. Rédige puis effectue le calcul de la mesure de l'angle $\widehat{MKL}$, de deux façons différentes.

c. Vérifie tes réponses à l'aide de ta feuille de calcul.

20 **Orthocentre d'un triangle**

a. Construis un triangle DER puis les hauteurs de ce triangle.

b. Propose des conditions qui permettent d'affirmer que l'orthocentre d'un triangle est situé :
- À l'extérieur du triangle
- À l'intérieur du triangle

Je résous des problèmes

21 Avec un logiciel de géométrie dynamique

a. Trace un triangle MRV.

b. Trace ses médianes qui se coupent en G.

c. Trace ses hauteurs qui se coupent en H.

d. Trace ses médiatrices qui se coupent en O.

e. Déplace les sommets M, R et V du triangle. Décris ce que tu observes pour les trois points G, H et O.

22 Avec un logiciel de géométrie dynamique

a. Trace un triangle EPA et ses trois hauteurs qui se coupent en H.

b. Nomme les trois hauteurs du triangle EPH.

c. En quel point se coupent-elles ?

d. Nomme les trois hauteurs du triangle PAH.

e. En quel point se coupent-elles ?

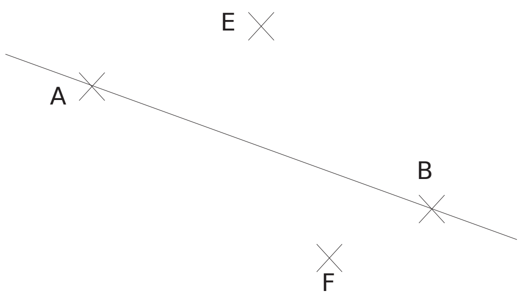
f. Nomme les trois hauteurs du triangle AEH.

g. En quel point se coupent-elles ?

h. Déplace ses sommets. Décris les cas particuliers que tu observes.

23 Un défi

On souhaiterait construire deux droites parallèles à la droite (AB) passant par les points E et F.



a. Reproduis une figure similaire à celle-ci.

b. Effectue la construction en ne construisant que des droites perpendiculaires. Quelle propriété as-tu utilisée ?

c. Effectue la construction en ne construisant que des angles. Quelle propriété as-tu utilisée ?

24 Angles et triangle

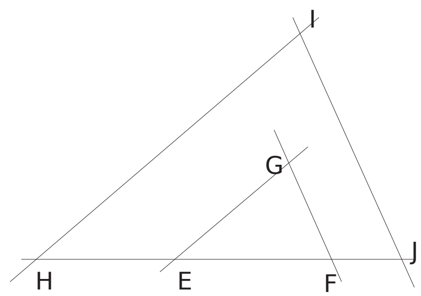
a. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, construis un triangle ABC et la parallèle (EF) à la droite (BC) passant par A.

b. Affiche les mesures des angles $\widehat{EAB}$ et $\widehat{ABC}$. Déplace le point A. Que constates-tu ?

c. Montre que $\widehat{EAB} = \widehat{ABC}$ et que $\widehat{FAC} = \widehat{ACB}$.

d. Quelle propriété connue sur les triangles peux-tu alors démontrer ?

25 Agrandissement



a. À l'aide d'un logiciel, construis un triangle EFG et deux points H et J sur (EF) comme ci-dessus. Construis la parallèle à (EG) passant par H et la parallèle à (FG) passant par J. Ces deux droites se coupent en I.

b. Affiche la mesure des angles $\widehat{EGF}$ et $\widehat{HIJ}$. Que remarques-tu ?

c. Démontre que $\widehat{IHE} = \widehat{GEF}$ et que $\widehat{IJF} = \widehat{GFE}$. Déduis-en que $\widehat{EGF} = \widehat{HIJ}$.

26 Construis à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique un quadrilatère EFGH ayant deux angles droits, en E et en G.

a. Affiche la mesure de $\widehat{EFG}$ et $\widehat{EHG}$. Que remarques-tu ?
b. Trace le segment [FH]. En raisonnant dans les triangles EFH et FHG, démontre que $\widehat{EFG}$ et $\widehat{EHG}$ sont supplémentaires.

27 Écris un programme qui « illustre » l'inégalité triangulaire à partir de la donnée des trois côtés.

- Tracé du côté le plus grand.
- Tracé des cercles pour les autres côtés
- Les cerclent se coupent -ils ?

28 Écris un programme qui construit un triangle équilatéral de côté 200 pixels.

Transformation et parallélogramme

D2

Objectifs de cycle

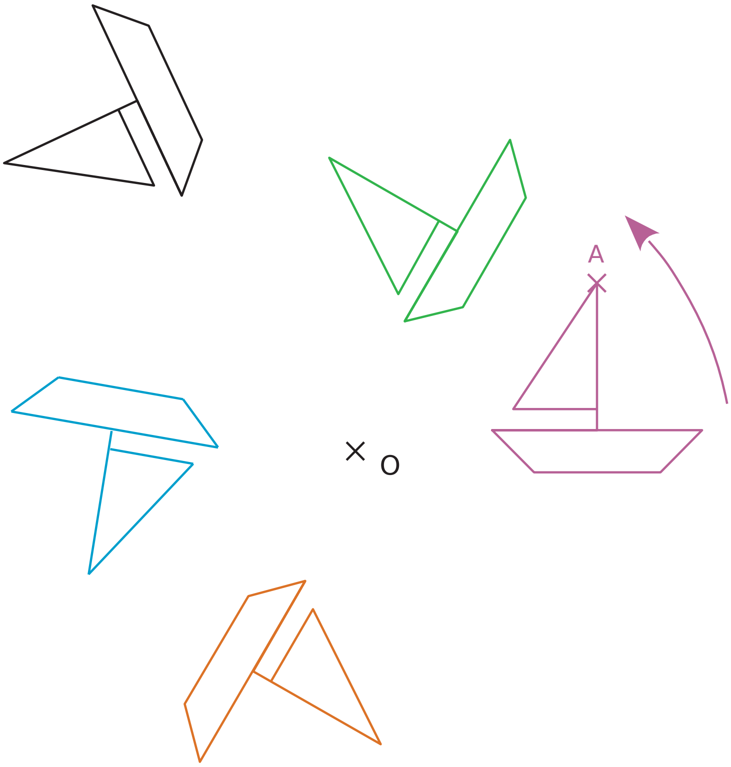
La symétrie centrale		
Construire le symétrique d'un point	tests n° 1 et 2	Niveau 1
Utiliser les propriétés de la symétrie centrale	tests n° 3 et 4	Niveau 1
Utiliser les centres de symétrie	test n° 5	Niveau 1
Le parallélogramme		
Construire un parallélogramme	test n° 6	Niveau 1
Utiliser les propriétés du parallélogramme	tests n° 7 et 8	Niveau 1
Étudier les parallélogrammes particuliers	tests n° 9, 10 et 11	Niveau 1
La rotation		
Construire des images de figures	test n° 12a. et b.	Niveau 2
Utiliser les propriétés	test n° 12c.	Niveau 2
La translation		
Construire des images de figures	test n° 13a.	Niveau 2
Utiliser les propriétés	test n° 13b.	Niveau 2
Triangles égaux		
Reconnaître des triangles égaux	test n° 14a.	Niveau 3
Utiliser les propriétés	test n° 14b.	Niveau 3

- Dans ce chapitre sont étudiées les différentes isométries : symétrie centrale, translation, rotation, associées aux figures usuelles.
- Le parallélogramme est ainsi étudié comme étant un quadrilatère ayant un centre de symétrie.
- Les triangles égaux permettent une synthèse du chapitre en fin de cycle.

Activités de découverte

Activité 1 Calque et demi-tour

Mathieu a décalqué le bateau violet puis a construit quatre autres bateaux à l'aide de celui-ci.



1. Trois de ces bateaux ont été obtenus par la même méthode.

Laquelle ?

Quel est le bateau qui ne respecte pas cette méthode et pourquoi ?

On ne tiendra plus compte de ce bateau pour la suite de l'activité.

2. Certains bateaux sont à moins d'un demi-tour, d'autres à plus d'un demi-tour du bateau de départ.

Peux-tu préciser lesquels ?

3. Parmi les bateaux dessinés, y en a-t-il deux qui se déduisent l'un de l'autre par un demi - tour autour du point O ?

Si oui, précise lesquels.

4. Mathieu aimerait bien construire un bateau rouge qui soit exactement à un demi-tour du bateau violet.

À l'aide d'un papier calque et de tes instruments de géométrie, aide Mathieu à construire ce nouveau bateau.

Activité 2 Polygones et centre de symétrie

Avec un logiciel de géométrie dynamique,

1. Construis un triangle ABC et un point O.

Construis le triangle A'B'C' symétrique du triangle ABC par rapport à O.

a. En déplaçant les points, est-il possible de superposer les deux triangles sans qu'ils soient aplatis ?

b. Si oui, quelle est alors la nature du triangle et où le point O se situe-t-il ?

2. Construis un quadrilatère ABCD.

Construis son symétrique A'B'C'D' par rapport à un point O.

a. En déplaçant les points, peux-tu superposer les deux quadrilatères sans qu'ils soient aplatis ?

b. Si oui, quelle est alors la nature du quadrilatère et où le point O se situe-t-il ?

Activité 3 Parallélogrammes particuliers

Construis un triangle MNP. On appelle I le milieu du segment [MP].

Construis le point Q symétrique du point N par rapport au point I.

1. Démontre que MNPQ est un parallélogramme.

2. Parmi les quadrilatères que tu connais, quels sont ceux qui possèdent un centre de symétrie ? Précise à chaque fois sa position.

3. Comment choisir le triangle MNP pour obtenir ces quadrilatères ?

4. Trace à main levée plusieurs parallélogrammes.

Pour chacun d'eux, place le minimum de codage pour qu'il soit un losange, un rectangle puis un carré.

Activité 4 Au quart de tour !

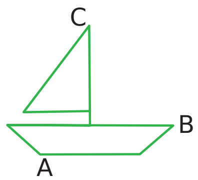
Karim a bien compris qu'une symétrie centrale correspond à un demi-tour. Mais il se pose la question suivante : « Quelle différence y a-t-il entre une symétrie centrale et une transformation correspondant à un quart de tour seulement ? ».

Aide Karim à répondre à cette question.

Estime les différences et les points communs entre ces deux transformations (méthode de construction, propriétés).

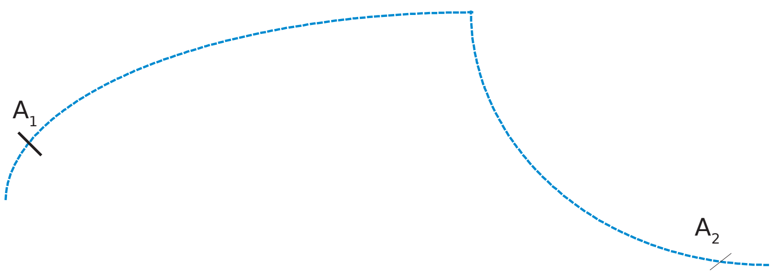
Activité 5 Sur la mer !

1. Décalque le bateau ci-contre.



2. La mer est calme. Reproduis la figue et construis les deux bateaux.

3. La mer est agitée. Place le bateau sur la feuille de telle sorte que le point A coïncide avec le point A_1. puis déplace le bateau pour que A corresponde à A_2.



4. Que peut-on dire du déplacement du bateau dans chacun des cas si on ne s'intéresse qu'aux positions de départ et de fin ?

Cours et méthodes

1) La symétrie centrale

Définition

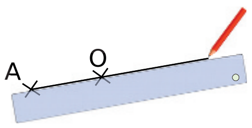
- Transformer une figure par symétrie centrale revient à lui faire faire un demi-tour autour d'un point.
- Deux points A et A' sont symétriques par rapport au point O lorsque le point O est le milieu du segment [AA'].

Entraîne-toi à **Construire le symétrique d'un point**

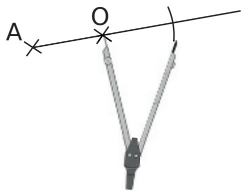
Protocole de construction du symétrique d'un point

1. Figure de base : un point et le centre de symétrie.

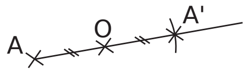
2. Tracer la demi - droite [AO).



3. Reporter la longueur OA de l'autre côté du point O.



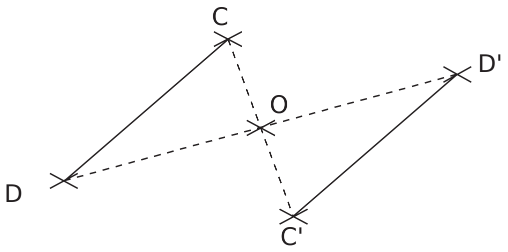
4. Coder les longueurs égales.



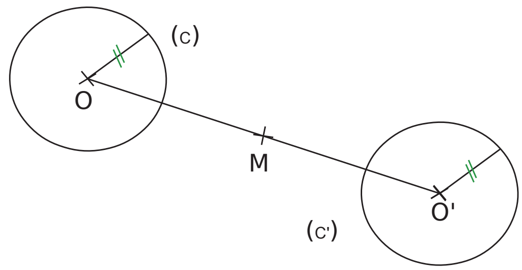
Propriété

La symétrie conserve l'alignement, les longueurs, le parallélisme et les angles.

» **Remarque :** Pour tracer le symétrique d'un segment, il suffit de tracer les symétriques de ses extrémités et pour tracer le symétrique d'un cercle, le symétrique de son centre.



Pour tracer le symétrique du segment [CD] par rapport à O, il suffit de tracer les symétriques de C et D et de les relier.



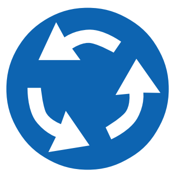
Pour tracer le symétrique du cercle (c), il suffit de tracer le symétrique de M par rapport à O et de tracer le cercle de même rayon de centre O'.

Définition

Une figure admet un **centre de symétrie** lorsqu'elle est invariante dans la symétrie par rapport à ce point.

» **Exemples**

- Le panneau de signalisation de fin de stationnement interdit admet un centre de symétrie.



- Le panneau de signalisation d'un rond-point n'a pas de centre de symétrie.

2 Le parallélogramme

Propriété

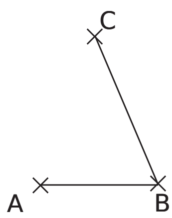
Le parallélogramme possède un centre de symétrie : le point d'intersection de ses diagonales.

Les propriétés de la symétrie impliquent que :
- Le parallélogramme a ses diagonales qui se coupent en leur milieu.
- Ses côtés opposés sont deux à deux de même longueur.

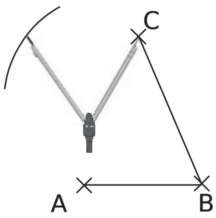
Entraîne-toi à **Construire un parallélogramme**

Protocole de construction d'un parallélogramme

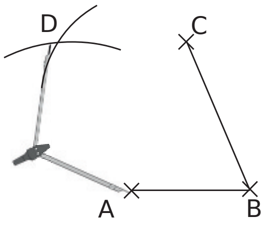
1. Figure de base.



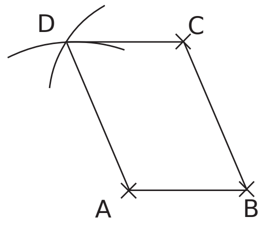
2. On reporte la longueur du côté [AB] à partir du point C.



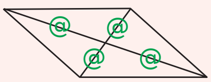
3. À partir de A, on reporte la longueur du côté [BC].



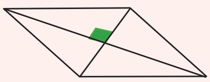
4. Figure finale.



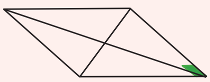
Propriétés : Parallélogrammes particuliers



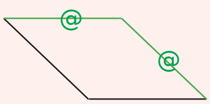
Un parallélogramme avec des diagonales de même longueur est un rectangle.



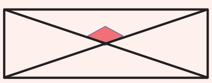
Un parallélogramme avec des diagonales perpendiculaires est un losange.



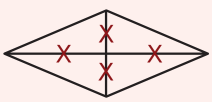
Un parallélogramme avec deux côtés consécutifs perpendiculaires est un rectangle.



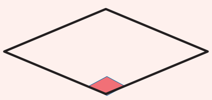
Un parallélogramme avec deux côtés consécutifs de même longueur est un losange.



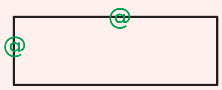
Un rectangle avec des diagonales perpendiculaires est un carré.



Un losange avec des diagonales de même longueur est un carré.



Un losange avec deux côtés consécutifs perpendiculaires est un carré.



Un rectangle avec deux côtés consécutifs de même longueur est un carré.

Cours et méthodes

3) La rotation

Définition

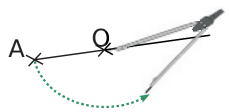
- Transformer une figure par rotation revient à la faire pivoter d'un **angle** donné autour d'un point, **son centre**. Le sens inverse des aiguilles d'une montre est appelé **sens direct**.
- Dans le sens direct, le point A' est l'image du point A par la rotation de centre O et d'angle α : lorsque OA=OA', l'angle $\widehat{AOA'}$ mesure $\alpha°$ et on tourne de A vers A' dans le sens direct.

Entraîne-toi à **Construire l'image d'un point par une rotation**

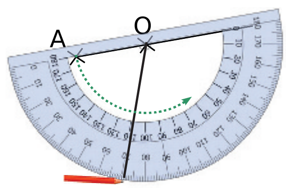
Protocole de construction de l'image d'un point par une rotation

1. Figure de base : un point et le centre de rotation.

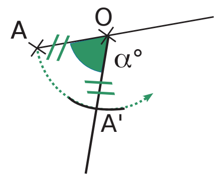
2. Tracer un arc de cercle de centre O et de rayon OA dans le sens direct.



3. Marquer l'angle de rotation avec une demi-droite coupant l'arc de cercle.

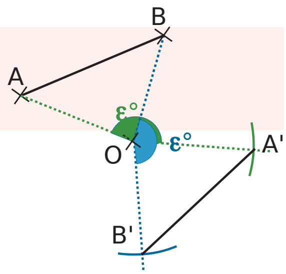


4. Coder les longueurs égales.



Propriété

- La rotation conserve l'alignement, les longueurs, le parallélisme et les angles.
- Un cercle est donc invariant par rotation autour de son centre.



» **Remarque :** Cela implique que pour tracer l'image d'un segment par une rotation, il suffit de tracer les images de ses extrémités et pour tracer l'image d'un cercle par une rotation, il suffit de tracer l'image de son centre.

4) La translation

Définition

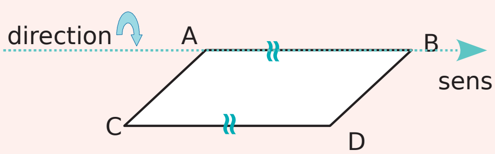
Transformer une figure par translation revient la faire glisser d'une longueur donnée, le long d'une droite donnée et dans un sens donné.

» **Remarque :** La longueur, la direction et le sens peuvent être donnés par un couple de points de référence.

Propriété

Si la translation qui transforme A en B transforme aussi C en D, alors ABDC est un parallélogramme éventuellement aplati.

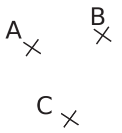
Parallélogramme aplati



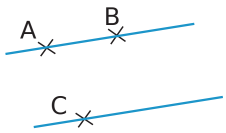
↘ Entraîne-toi à Construire l'image d'un point par une translation

Protocole de construction de l'image d'un point par une translation

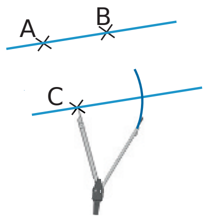
1. Figure de base : Points A et B définissant la translation et le point à translater.



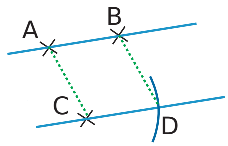
2. On trace une droite passant par C parallèle à (AB) la direction de la translation.



3. On reporte la longueur AB sur (d) à partir de C et dans le bon sens (A vers B).



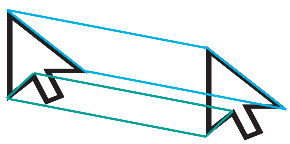
4. Figure finale.



Propriété

- La translation conserve l'alignement, les longueurs, le parallélisme et les angles.
- Une droite est invariante par toute translation dont la direction est parallèle à cette droite.

» **Remarque :** Cela implique que pour tracer le translaté d'un segment, il suffit de tracer les translatés de ses extrémités et pour tracer le translaté d'un cercle, il suffit de tracer le translaté de son centre.



5 Triangles égaux

Définition

Deux triangles sont égaux lorsqu'on peut les superposer par glissement ou par retournement.

Propriété

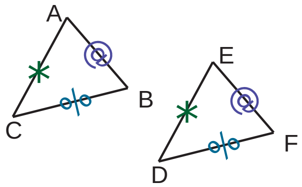
Si deux triangles sont égaux alors ils ont leurs trois côtés et leurs trois angles de même mesure.

Propriété : cas d'égalité de deux triangles

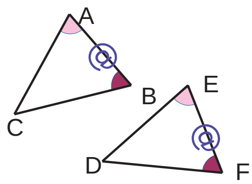
cas n°1 : Si deux triangles ont les longueurs de leurs côtés deux à deux égales, alors les triangles sont égaux.

cas n°2 : Si deux triangles ont un côté de même longueur, commun à deux angles deux à deux de même mesure, alors les triangles sont égaux.

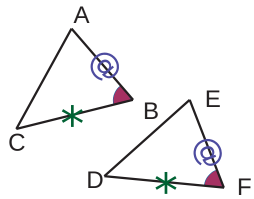
cas n°3 : Si deux triangles ont un angle de même mesure compris entre deux côtés deux à deux de même longueur, alors les triangles sont égaux.



Cas n°1



Cas n°2



Cas n°3

Je me teste

Niveau 1

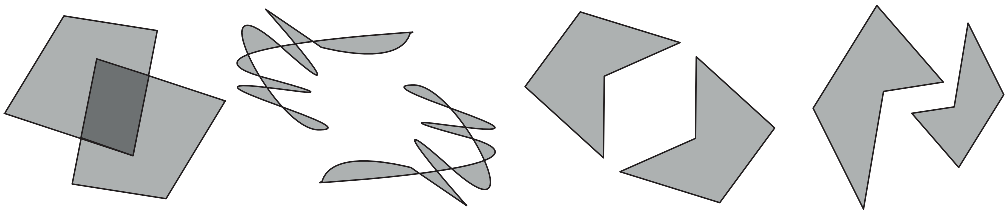
1 Trace un segment [AB] de 5 cm de longueur puis construis le point C symétrique de B par rapport à A.

2 Trace un segment [RT] de 8,4 cm de longueur puis place le point W tel que R et T soient symétriques par rapport au point W.

3 Construis un triangle THE tel que TE = 4 cm ; TH = 5 cm et EH = 6 cm. Construis le symétrique de la droite (TH) par rapport au point E.

4 Trace un rectangle ABCD tel que AB = 4 cm et BC = 2,5 cm. Trace le cercle de centre B passant par C. Construis le symétrique de cette figure par rapport au point D.

5 Parmi les figures ci-dessous, indique lesquelles sont symétriques et estime la position du centre de symétrie.



6 Construis le parallélogramme VOLE tel que VO = 4 cm, VE = 5 cm et VL = 3 cm.

7 Construis le parallélogramme PRLG tel que PR = 5 cm, PG = 6 cm et $\widehat{RPG} = 74°$ en utilisant la propriété sur le parallélisme des côtés opposés du parallélogramme.

8 Construis le parallélogramme DRAP tel que DR = 6 cm, DP = 8 cm et $\widehat{RDP} = 40°$ en utilisant la propriété sur l'égalité des longueurs des côtés opposés du parallélogramme.

9 Construis un rectangle BLAN de centre C dont les diagonales mesurent 7 cm et tel que l'angle $\widehat{BCL}$ mesure 80°.

10 Dessine un carré BEAU de centre X dont les diagonales mesurent 4 cm. Démontre que le triangle AUX est un triangle rectangle isocèle en X.

11 Dessine un parallélogramme ABCD tel que AB = 3 cm, AD = 6 cm et $\widehat{ABC} = 90°$. Démontre que ABCD est un rectangle.

Niveau 2

12 Place trois points non alignés A, B et C.
a. Place D, image du point B par la rotation de centre A, d'angle 70° dans le sens direct.
b. Place E, image du point C par la rotation de centre B, d'angle 120° dans le sens indirect.
c. Construis F tel que le triangle BEF soit l'image du triangle ABC dans la rotation précédente de centre B.

13 Place trois points non alignés A, B et C.
a. Place D, image du point B par la translation qui transforme A en C.
b. Explique pourquoi les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

Niveau 3

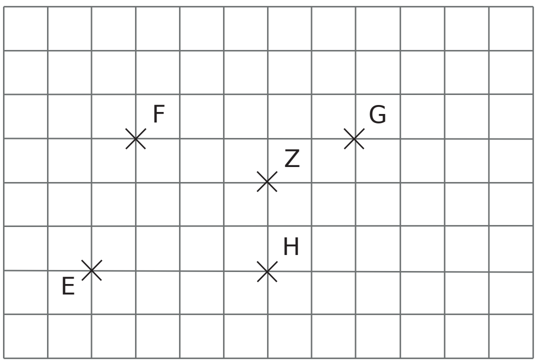
14 ABC est un triangle isocèle en A, M est le milieu du segment [AC] et N le milieu du segment [AB].
a. Démontre que BMA et CNA sont deux triangles égaux.
b. Démontre que BM=CN.

➔ Voir Corrigés p. 368

Je m'entraîne

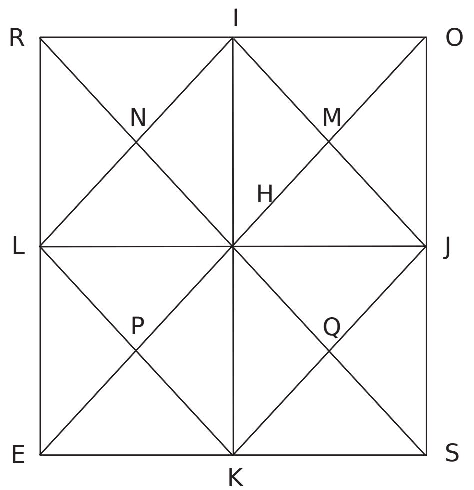
Symétrie centrale

1 Reproduis la figure ci-dessous et construis les points E', F', G' et H', symétriques respectifs de E, F, G et H par rapport au point Z.



2 Axiale ou centrale

Sur la figure ci-dessous, ROSE est un carré de centre H.



Les points I, J, K et L sont les milieux respectifs des côtés [RO], [OS], [SE] et [RE].

a. Reproduis la figure en prenant RO = 8 cm.

b. Colorie en jaune le triangle RNI.

c. Colorie en rouge le symétrique du triangle RNI par rapport à (IK).

d. Colorie en orange le symétrique du triangle RNI par rapport à (LJ).

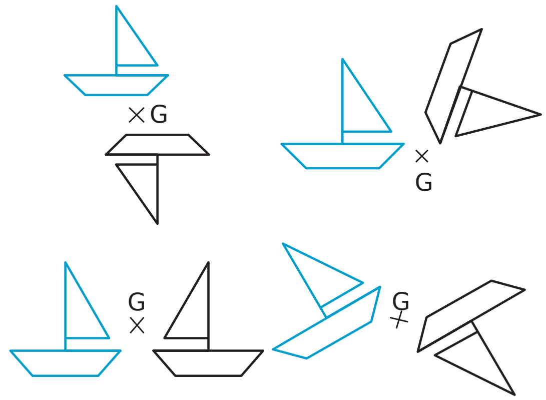
e. Colorie en bleu le symétrique du triangle RNI par rapport à N.

f. Colorie en vert le symétrique du triangle RNI par rapport à H.

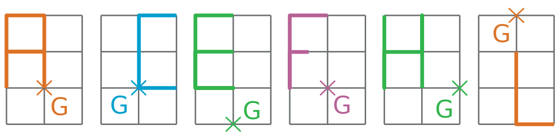
3 Dans chaque cas, des élèves ont voulu tracer la figure symétrique du bateau bleu par rapport au point G.

Les tracés sont-ils exacts ?

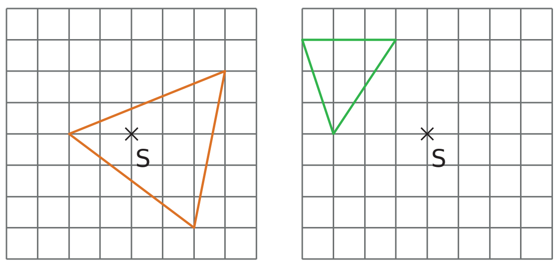
Explique pourquoi.



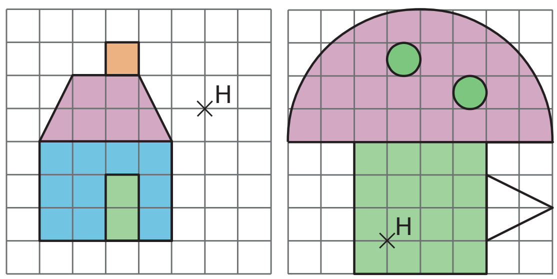
4 Dans chaque cas, reproduis la lettre sur du papier quadrillé et construis son symétrique par rapport au point G.



5 Reproduis chaque triangle sur du papier quadrillé et construis son symétrique par rapport au point S.



6 Reproduis les figures ci-dessous sur du papier quadrillé et construis le symétrique de chacune d'elles par rapport au point H.



Je m'entraîne

7 Soit ABC un triangle isocèle en A tel que BC = 3 cm et BA = 4 cm.

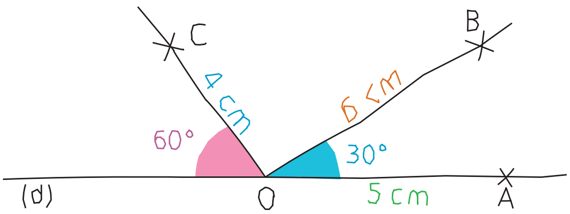
a. Construis le triangle ABC.

b. Construis le symétrique de ABC par rapport à A (D est le symétrique de B et E celui de C).

c. Construis le milieu I de [BC] et J celui de [DE].

d. Démontre que les trois points J, A et I sont alignés. Que représente la droite (IJ) pour les segments [BC] et [DE] ?

8 Le dessin ci-dessous a été réalisé à main levée. (d) est une droite passant par O.



a. Reproduis en vraie grandeur ce dessin

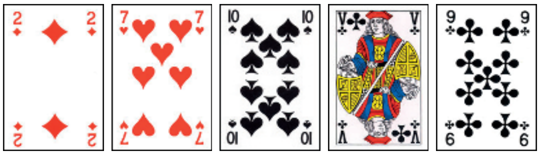
b. Construire les points D et E, symétriques respectifs de B et C par rapport à O.

c. Paul affirme que l'angle $\widehat{BOE}$ mesure 60° et l'angle $\widehat{COD}$ mesure 100°.

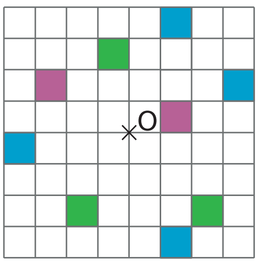
d. A-t-il raison ?

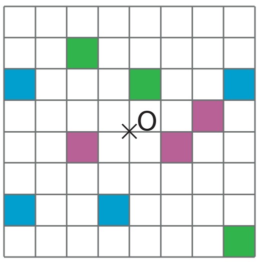
Sinon, donne la mesure de chacun de ces angles.

9 Parmi les cartes ci-dessous, quelles sont celles qui possèdent un centre de symétrie ?



10 Reproduis puis colorie le minimum de cases pour que chacune des figures ci-dessous admette le point O pour centre de symétrie.





Parallélogramme

11 Construis les parallélogrammes ABCD, EFGH et IJKL de centre M respectant les conditions suivantes.

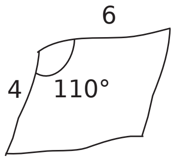
a. AB = 5 cm, AD = 3,5 cm et BD = 7 cm.

b. EF = 2 cm, EH = 4,5 cm et EG = 3,5 cm.

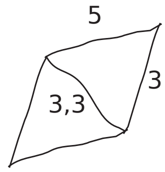
c. IJ = 6 cm, JM = 5 cm et IM = 4 cm.

12 Construis en vraie grandeur les parallélogrammes schématisés ci-dessous en utilisant les instruments de ton choix. (Les longueurs sont exprimées en centimètres.)

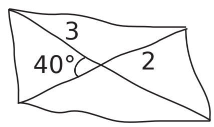
a.



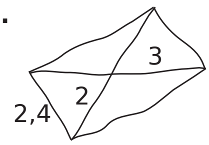
c.



b.



d.



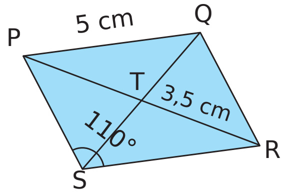
13 Après avoir tracé une figure à main levée, construis en vraie grandeur :

a. un parallélogramme VERT tel que VT = 5 cm, $\widehat{ERT}$ = 125° et VE = 4 cm ;

b. un parallélogramme BLEU de centre I tel que BL = 6 cm, UI = 3 cm et IE = 4 cm ;

c. un parallélogramme NOIR tel que NI = 62 mm, $\widehat{NIR}$ = 40° et $\widehat{RNI}$ = 30°.

14 PQRS est un parallélogramme de centre T.



a. Quelle est la mesure du segment [TP] ? Justifie.

b. Détermine toutes les mesures de longueurs ou d'angles qu'il est possible de déterminer en justifiant ton raisonnement et tes éventuels calculs.

15 En utilisant la symétrie

a. Construis un triangle BAS.

b. Construis le point I symétrique du point A par rapport au point B.

c. Construis le point L symétrique du point S par rapport au point B.

d. Démontre que le quadrilatère LISA est un parallélogramme.

16 Propriétés du parallélogramme

Pour chaque énoncé,

- trace une figure à main levée ;
- justifie tes réponses.

a. Le quadrilatère NOIR est un parallélogramme tel que RN = 4 cm.

Donne la longueur OI.

b. Le quadrilatère BLEU est un parallélogramme de centre S tel que sa diagonale [BE] a pour longueur 8 cm.

Donne la longueur BS.

c. Le quadrilatère VERT est un parallélogramme tel que l'angle $\widehat{VER}$ a pour mesure 53°.

Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{VTR}$?

17 Programme de tracé

a. Place trois points R, S et T non alignés.

b. Trace la droite (d) parallèle à (RS) passant par T.

c. Trace le cercle de centre T et de rayon RS.

Il coupe la droite (d) en deux points U et V.

d. Nomme les deux quadrilatères dont trois des sommets sont R, S et T.

e. Démontre que ces deux quadrilatères sont des parallélogrammes.

18 Petites démonstrations

Dans chaque cas,

- trace une figure codée à main levée ;
- démontre que le quadrilatère est un parallélogramme.

a. JEUX est un quadrilatère de centre K tel que KJ = KU et KX = KE.

b. GARS est un quadrilatère tel que (GA) est parallèle à (SR) et (GS) est parallèle à (RA).

c. DOUX est un quadrilatère non croisé tel que $\widehat{ODX} = \widehat{OUX}$ et $\widehat{DOU} = \widehat{DXU}$.

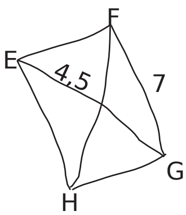
d. VERS est un quadrilatère non croisé tel que (VE) est parallèle à (SR) et VE = SR.

Parallélogrammes particuliers

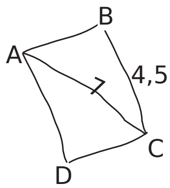
19 Constructions de rectangles

Construis en vraie grandeur les rectangles dessinés ci-dessous à main levée en respectant les mesures indiquées sur les figures. (Les longueurs sont données en centimètres.)

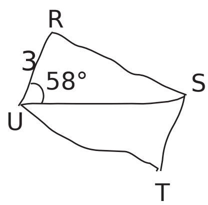
a.



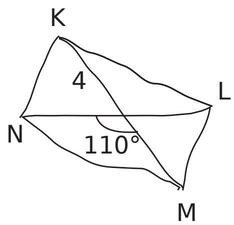
c.



b.

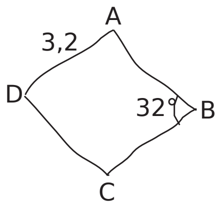


d.

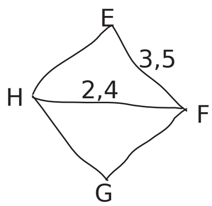


20 Construis les losanges suivants.

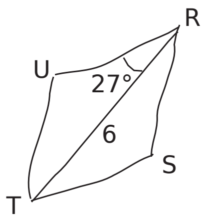
a.



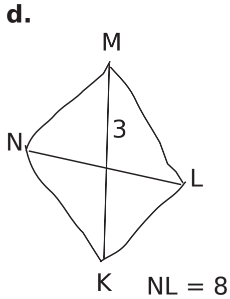
c.



b.



d.



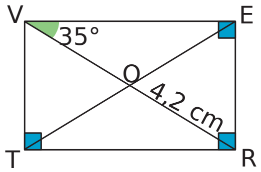
21 Réalise une figure à main levée puis construis le quadrilatère demandé.

a. Le rectangle MANU tel que MN = 9 cm et MA = 5 cm.

b. Le losange OURS tel que OR = 8 cm et US = 6 cm.

Je m'entraîne

22 Propriétés du rectangle

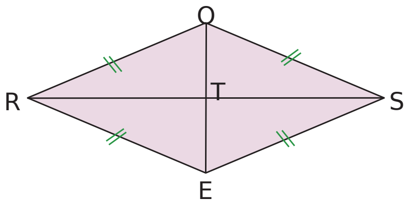


Recopie et complète en justifiant.

- OV = ... ;
- ET = ... ;
- $\widehat{RVT}$ = ... ;
- $\widehat{OEV}$ = ...

23 Propriétés du losange

Le quadrilatère ROSE est un losange de centre T.



a. Cas 1 : RO = 9,1 cm, $\widehat{ORE}$ = 50°.

Calcule son périmètre P, $\widehat{ORS}$, $\widehat{OSE}$.

b. Cas 2 : RT = 2,8 cm, OE = 4,2 cm.

Calcule : OT, RS et $\widehat{RTO}$.

Justifie tes réponses en indiquant les propriétés du losange utilisées.

24 Propriétés du carré

a. Construis, sur une feuille blanche, un carré NOIR tel que NO = 5,2 cm.

b. Place son centre et trace ses axes de symétrie.

c. Explique pourquoi $\widehat{NOR}$ = 45°.

25 Petites démonstrations

a. Le quadrilatère CHAT est un parallélogramme tel que AT = TC.

Démontre que c'est un losange.

b. Le quadrilatère GRIS est un parallélogramme tel que GI = RS.

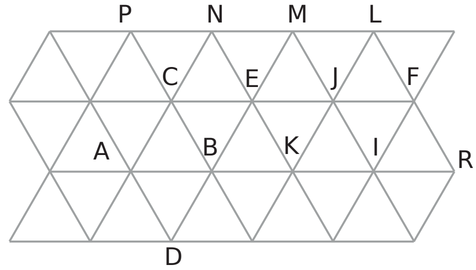
Démontre que c'est un rectangle.

c. Le quadrilatère NUIT est un parallélogramme de centre S tel que SN = SU et les droites (IN) et (UT) sont perpendiculaires.

Démontre que c'est un carré.

Rotation

26 La figure ci-dessous est composée de triangles équilatéraux.



Quelle est l'image ...

a. De B par la rotation de centre K, d'angle 60° et de sens direct ?

b. De D par la rotation de centre B, d'angle 120° et de sens direct ?

c. De I par la rotation de centre B, d'angle 60° dans le sens indirect ?

d. De L par la rotation de centre K, d'angle 60° dans le sens direct ?

e. De J par la rotation de centre E, d'angle 120° dans le sens indirect ?

f. De I par la rotation de centre J, d'angle 180° dans le sens direct ?

g. De C par la rotation de centre E, d'angle 240° dans le sens direct ?

h. De K par la rotation de centre J, d'angle 240° dans le sens indirect ?

27 Tracer un triangle équilatéral ABC de 4 cm de côté.

Construire l'image du triangle ABC :

a. dans la rotation de centre C, d'angle 120° et de sens direct ;

b. dans la rotation de centre B, d'angle 90° dans le sens indirect ;

c. dans la rotation de centre A, d'angle 60° dans le sens direct

28 Extrait du brevet, Nantes 2000

On considère un triangle ACD rectangle et isocèle de sommet principal A.

a. Placer le point B, image de D dans la rotation de centre A, d’angle 60°. On prendra le sens des aiguilles d’une montre comme sens de rotation.

b. Démontrer que le triangle ABD est un triangle équilatéral.

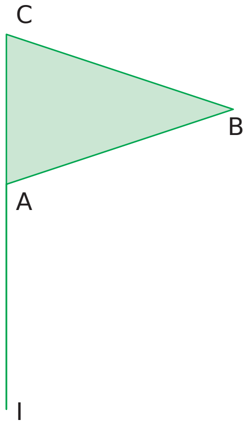
29 Pour chacun des cas suivants, indique l'angle et le sens de la rotation de centre C qui transforme A en B.

a. ABC est un triangle rectangle isocèle en C.

b. ABC est un triangle isocèle en C tel que $\widehat{A} = 70°$.

c. ABC est un triangle équilatéral.

30 On donne le drapeau ci-dessous tel que AI = 5 cm.



a. Construire son image par la rotation de centre I, d'angle 110° et dans le sens direct. Les images respectives de A, B et C seront notées A', B' et C'.

b. Quelle est alors l'image du point I ?

c. Quelle est l'image du segment [IA] ? Détermine la mesure du segment [IA'].

d. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{BIB'}$?

31 Tracer un losange ABCD de centre O tel que AC = 6 cm et BD = 4 cm.

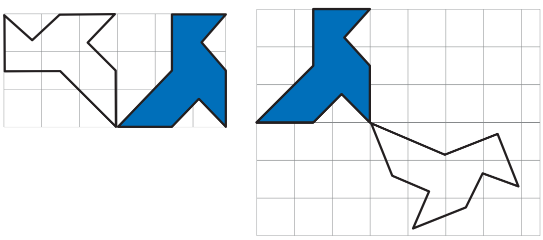
a. Dessiner l'image de ce losange par la rotation de centre O, de sens indirect et d'angle 90°. On notera A_1,B_1,C_1 et D_1 les images respectives de A,B,C et D.

b. Donner sans justification la mesure exacte du segment $[CC_1]$

c. Dessiner maintenant, l'image du losange ABCD par la rotation de centre A, d'angle 90° et dans le sens direct. On note A_2,B_2,C_2 et D_2 les images.

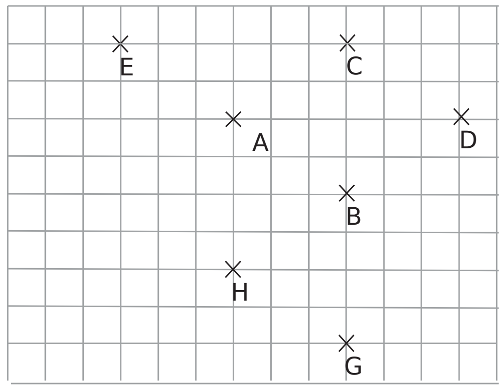
d. Donner sans justification la mesure exacte du segment $[CC_2]$

32 Dans chaque cas ci-dessous, indique les caractéristiques de la rotation qui transforme la figure bleu en la figure blanche.



Translation

33 À partir de la figure ci-contre :



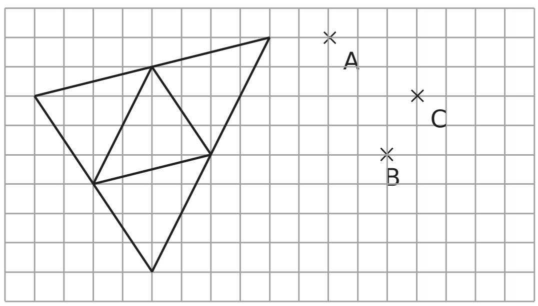
a. Par la translation qui transforme D en C, quelle est l'image du point B ? G ? A ?

b. Par la translation qui transforme D en G, quelle est l'image du point C ?

c. Place le point F tel qu'il soit l'image de G par la translation qui transforme B en D.

d. Quelle est la nature du quadrilatère BDFG ? Justifie.

34 Reproduis la figure suivante.



a. Trace en rouge l'image F_1 de la figure de base par la translation qui transforme A en B.

b. Trace en vert l'image F_2 de la figure F_1 par la translation qui transforme B en C.

c. F_2 est l'image de la figure de base par une translation. Détermine-la.

35 Construis un triangle EFG rectangle en F tel que EF=FG=4 carreaux.

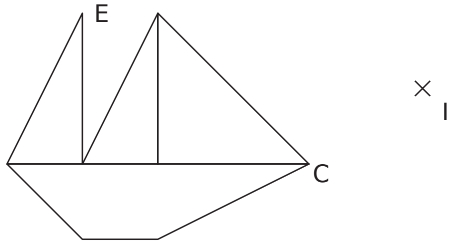
a. Place le point K, image de E par la symétrie de centre F.

b. Place le point L, image de F par la symétrie d'axe (EG).

c. Place le point J, image de G par la translation qui transforme E en F.

Je m'entraîne

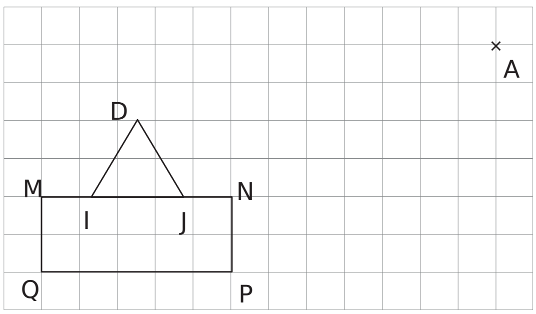
36 Reproduis la figure ci-dessous :



a. Trace en rouge l'image du bateau par la translation qui transforme C en I.

b. Trace en vert l'image du bateau par la translation qui transforme E en C.

37 Une cabine de téléphérique part en D (comme départ) et arrive en A.



a. Tracer la cabine à l'arrivée.

b. On note I', J', M', N', P', Q' les points de la cabine d'arrivée correspondant aux points de la cabine de départ.

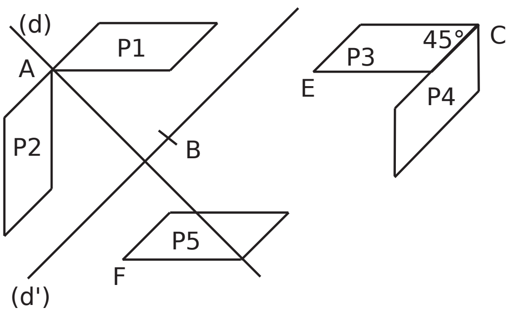
c. Donne le nom de tous les parallélogrammes.

38 Soit ABDC un parallélogramme.

a. Construis le point E, image du point B par la translation qui transforme C en D.

b. Que peux-tu dire du point B ?

39 Préciser, en donnant dans chaque cas ses éléments caractéristiques, la transformation permettant de passer : de P1 à P2 ; de P1 à P3 ; de P3 à P4 ; de P1 à P5.



Triangles égaux

40 Tracer un triangle ABC.

a. Construire le triangle AB'C, symétrique du triangle ABC par rapport à la droite (AC) et le triangle A'C'B', symétrique du triangle ACB' par rapport au point B'.

b. Pourquoi ces trois triangles sont-ils égaux ?

41 Soit ABCD un parallélogramme de centre O. Explique pourquoi les triangles OAD et OBC sont égaux et indique les angles et les côtés homologues.

42 Soit un triangle ABC isocèle en B. On note H le pied de la hauteur issue de B.

Les triangles ABH et BCH sont-ils égaux ?

43 Deux triangles ABC et DEF sont tels que $\widehat{B} = \widehat{E}$, $\widehat{C} = \widehat{D}$ et BC = EF = 3. Sont-ils égaux ?

44 GDF est un triangle isocèle en G.

On note E le milieu de [DF].

Que peut-on dire des triangles GDE et GEF ?

45 EAU est un triangle isocèle en E tel que l'angle $\widehat{UEA}$ soit obtus. La médiatrice de [EU] coupe (AU) en X. On note S le point du segment [EX] tel que ES = AX.

a. Quelle est la nature du triangle UEX ?

b. Compare les angles $\widehat{UES}$ et $\widehat{EAX}$.

c. Démontre que les triangles EAX et SEU sont égaux.

d. Quelle est la nature du triangle SUX ?

46 ABC est un triangle équilatéral. E est un point du segment [AB], F un point de [BC] et G un point de [AC] tel que AE = BF = CG.

Démontre que le triangle EFG est un triangle équilatéral.

47 Soit ABCD un parallélogramme de centre O. Une droite qui passe par O coupe [AB] en M et [DC] en N.

a. Démontrer que les triangles OMA et ONC sont isométriques.

b. Que peut-on en déduire pour les longueurs AM et NC ?

Je résous des problèmes

En éducation à la santé

1 Pour chacun de ces panneaux de signalisation, indique s'il a des axes de symétrie et/ou un centre de symétrie.

a. 

b. 

c. 

d. 

e. 

f. 

g. 

h. 

i. 

j. 

Résoudre un problème

2 Sans figure

Mélinda a réalisé une superbe figure et son image par une symétrie centrale.

Malheureusement, elle a perdu sa feuille mais elle avait pris la précaution de faire le tableau suivant sur son cahier.

Point	E	T	R	S	A	C
Symétrique	V	J	I	S	Z	D

Frédérique lui fait remarquer qu'avec un tel tableau, on n'a pas besoin de la figure pour obtenir des indications.

a. Quel est le centre de la symétrie ?

b. On sait que ET = 3,4 cm et ZD = 5,1 cm.

Donne les longueurs AC et VJ. Justifie.

c. RSA est un triangle équilatéral de 3 cm de côté.

Quel autre triangle équilatéral est-on certain d'avoir sur la figure ? Justifie.

d. On sait que VJ = JI. Quelle est la nature du triangle ETR ? Pourquoi ?

3 Qui est qui ?

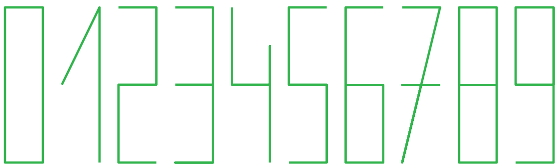
A, B, C, D, E, F, G, H, I et J sont 10 points tels que 5 d'entre eux sont les symétriques des 5 autres dans la symétrie de centre O.

Grâce aux informations ci-dessous, reconstitue les couples de points symétriques.

- O est le milieu de [AC] ;
- AJ = CG ; EJ = HG et IJ = DG ;
- I, O et D sont alignés tel que OI = OD ;
- E et H sont diamétralement opposés sur un cercle de centre O.

4 Nombres et centre de symétrie

Christian a écrit les chiffres comme ci-dessous :



a. Il dit : « Si je fais le double du produit de 17 par 29, j'obtiens le plus grand nombre de trois chiffres différents qui possède un centre de symétrie. ».

A-t-il raison ?

b. Trouve le plus petit nombre de trois chiffres différents dont l'écriture possède un centre de symétrie.

Trace une figure et place le centre de symétrie.

5 Casse-tête

Soit un angle $\widehat{BAD}$ mesurant 120° tel que AB = 4 cm et AD = 5 cm.

Soit C un point tel qu'un quadrilatère non croisé formé par les points A, B, C et D admette un centre de symétrie.

a. Trace une figure à main levée.

b. Combien y a-t-il de positions possibles pour le point C ?

Pour chaque cas, indique la position du centre de symétrie.

c. Trace autant de figures qu'il y a de centres de symétrie et indique pour chaque cas le nom et la nature du quadrilatère ainsi construit.

Je résous des problèmes

6 Rectangle et symétrie

a. Construis un rectangle ABCD tel que AB = 4 cm et AD = 3 cm.

b. Place le point E tel que les points B, C et E soient alignés dans cet ordre et que CE = 3 cm.

c. Place le point F tel que les points D, C et F soient alignés dans cet ordre et que CF = 4 cm.

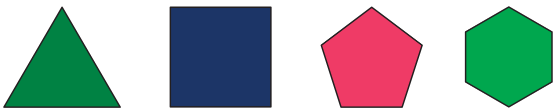
d. Démontre que les triangles BCD et ECF sont symétriques par rapport à C.

e. Déduis-en que DB = FE.

f. Que peux-tu dire des droites (DB) et (FE) ? Justifie ta réponse.

7 Polygones : axes et centre de symétrie

Voici les quatre premiers polygones réguliers à 3, 4, 5 et 6 côtés.



a. Pour chacun d'eux, indique s'il a un centre de symétrie.

b. D'après toi, qu'en serait-il pour un polygone régulier

- à 27 côtés ?
- à 28 côtés ?

Quelle pourrait être la règle ?

c. Pour chacun d'eux, indique combien il a d'axes de symétrie.

d. D'après toi, combien d'axes de symétrie aurait un polygone régulier

- à 27 côtés ?
- à 28 côtés ?

Quelle pourrait être la règle ?

8 Construis un parallélogramme dont

- le périmètre est 16 cm ;
- la longueur d'un côté est le triple de celle d'un côté consécutif.

9 Trace deux cercles concentriques de centre O.

En te servant uniquement d'une règle non graduée, trace un parallélogramme de centre O dont deux sommets appartiennent à l'un des cercles et les deux autres à l'autre cercle.

10 Avec des cercles

a. Construis un cercle $(\mathcal{C}_1)$ de centre O et de rayon 3,5 cm

b. Place deux points N et P sur $(\mathcal{C}_1)$ tels que [NP] soit un diamètre de $(\mathcal{C}_1)$.

c. Construis un cercle $(\mathcal{C}_2)$ de centre O et de rayon 5 cm.

d. Place deux autres points Q et R sur $(\mathcal{C}_2)$, non alignés avec N et P tels que [QR] soit un diamètre de $(\mathcal{C}_2)$.

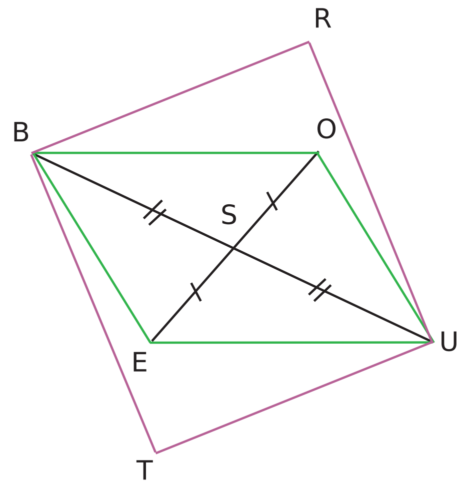
e. Démontre que le quadrilatère NQPR est un parallélogramme.

f. Donne les longueurs NP et QR.

Justifie ta réponse.

11 L'un dans l'autre

Les quadrilatères BOUE et BRUT sont des parallélogrammes.



a. Que représente le point S ?

b. Démontre que le quadrilatère TERO est un parallélogramme.

12 Bissectrices

a. Construis un parallélogramme ABCD tel que $\widehat{ADC} = 110°$, DA = 5 cm et DC = 9 cm.

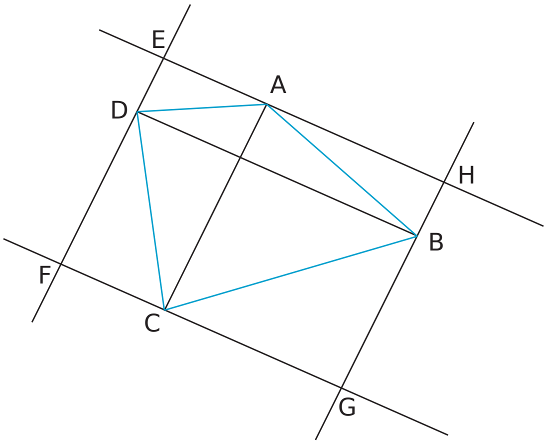
b. Construis la bissectrice de l'angle $\widehat{ADC}$ qui coupe le segment [AB] en K.

c. Construis la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$ qui coupe le segment [DC] en L.

d. Démontre que les angles $\widehat{KDC}$ et $\widehat{ABL}$ sont de même mesure.

e. Démontre que le quadrilatère LBKD est un parallélogramme.

13 D'un quadrilatère à l'autre



Sur la figure ci-dessus, on a dessiné un quadrilatère ABCD puis on a tracé les parallèles aux diagonales passant par les sommets A, B, C et D du quadrilatère.

Les droites ainsi obtenues se coupent en E, F, G et H.

a. Démontre que le quadrilatère EFGH est un parallélogramme.

b. On suppose maintenant que ABCD est un rectangle.

Construis une nouvelle figure et démontre que EFGH est un losange.

c. On suppose enfin que ABCD est un losange.

Construis une nouvelle figure et démontre que EFGH est un rectangle.

14 Les poupées russes

a. Soit ABCD un parallélogramme. Les droites (AC) et (BD) se coupent en O. Fais une figure.

b. Démontre que O est le milieu de [AC].

c. Soit E le milieu de [DO] et F le milieu de [BO]. Explique pourquoi O est le milieu de [EF].

d. Démontre que AECF est un parallélogramme.

15 Comme au cirque

a. ABCD est un trapèze de bases [AB] et [CD].

La perpendiculaire à (AC) passant par D coupe (AB) en I et la perpendiculaire à (AC) passant par B coupe (DC) en J.

Construis la figure.

b. Démontre que le quadrilatère IBJD est un parallélogramme.

16 Figures juxtaposées

a. Construis un triangle équilatéral ABC de 5 cm de côté.

b. À l'extérieur du triangle et de telle sorte que les figures ne se recouvrent pas,

- place les points D et E tels que ABDE soit un rectangle avec AD = 7 cm ;
- place les points F et G tels que ACFG soit un losange avec $\widehat{ACF} = 150°$.

c. En justifiant, donne la mesure de l'angle $\widehat{CAG}$ puis celle de l'angle $\widehat{BAG}$.

Que peut-on en déduire pour les points G, A et E ? Justifie.

17 Bissectrices de deux angles consécutifs

a. Construis un parallélogramme ABCD puis les bissectrices (d_1) et (d_2) respectivement des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BAD}$.

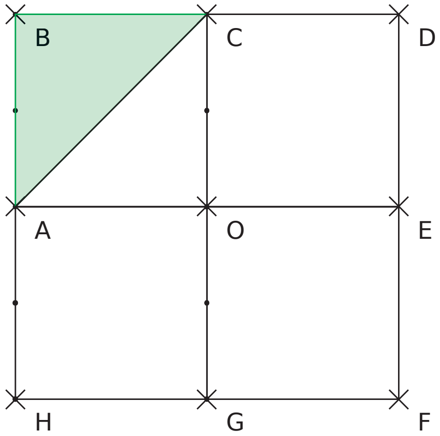
Ces droites se coupent en un point U.

b. Détermine $\widehat{BAU} + \widehat{ABU}$ sans mesurer d'angle.

Quelle est la nature du triangle ABU ?

c. Que peut-on en déduire pour les droites (d_1) et (d_2) ?

18 ABCO, CDEO, EFGO et GHAO sont des carrés. BDFH est un carré de centre O.



Quelle est l'image du triangle ABC dans les cas suivants ?

(On donnera ces résultats sans les justifier.)

a. Par la rotation de centre O, d'angle 90°, qui amène G en E.

b. Par la translation qui transforme B en O.

c. Par la symétrie d'axe (AE).

d. Par la symétrie centrale de centre O.

Je résous des problèmes

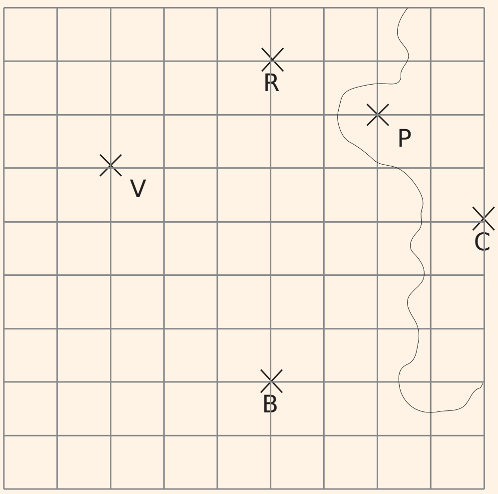
19 ABC est un triangle ;

- Le point D est le symétrique de A par rapport à B ;
- Le point E est l'image de B par la translation qui transforme A en C.

Montre que le triangle ABC est le translaté du triangle BDE par une translation qu'il faudra préciser.

20 **Brevet (Rennes, 1996)**

Sur cette figure, la ligne courbe représente la côte ; P est un phare ; C un clocher ; B une balise ; R un rocher ; V un voilier.



a. Le voilier V se déplace selon les transformations suivantes :

- V effectue une translation qui transforme R en P et parvient en V_1.
- Il se déplace de V_1 à V_2 par une rotation de centre C et d'angle 90° dans le sens indirect.
- Enfin, sa dernière position V_3 est l'image de V_2 par la symétrie de centre B.

b. Place les points V_1, V_2, V_3 sur le quadrillage.

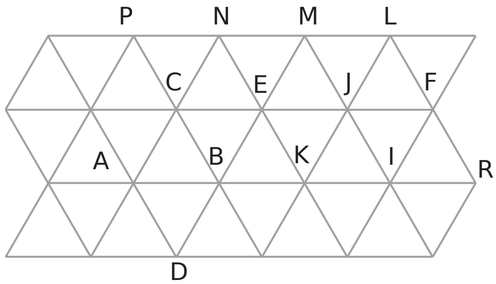
c. Sachant qu'un carreau du quadrillage représente 1 carré de 1 mille marin de côté, exprime, à l'aide de π, la mesure exacte du trajet parcouru par le voilier entre V et V_3.
On donnera la réponse en milles marins.

21 ABCD est un parallélogramme.

- Le point I est l'image de B par la translation qui transforme A en C ;
- Le point J est l'image de A par la translation qui transforme B en D.

Montrer que I, J, C et D sont alignés.

22 Sur la figure ci-dessous sont représentés des triangles équilatéraux.



a. Construire le point Q, symétrique de A par rapport à la droite (BE).

b. Construire le point P, image du point J par la rotation de centre I et d'angle 120° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

c. Quelle transformation permet de passer du triangle ABC au triangle IRF ?

Préciser ses éléments caractéristiques.

d. Quelle transformation permet de passer du triangle ABD au triangle RIF ?

Préciser ses éléments caractéristiques.

23 Construire un triangle ABC connaissant la longueur de 2 côtés (AB=4 cm et AC=6 cm) et de la hauteur issue de A (AH=3cm).

Combien de triangles pouvez-vous construire ? Sont-ils égaux ?

24 On considère le triangle MNP rectangle en M. On trace la hauteur de ce triangle issue de M. Elle coupe [NP] en H.

a. I et J sont les milieux respectifs de [MN] et [MP].

b. Montrer que les triangles MIH et MJH sont des triangles isocèles respectivement en I et en J.

c. Montrer que la droite (IJ) est la médiatrice du segment [MH].

d. En utilisant une symétrie axiale (à préciser), montrer que les droites (HI) et (HJ) sont perpendiculaires.

25 ABCD est un parallélogramme de centre O. La perpendiculaire à (AC) menée par B coupe (AC) en B’ et la perpendiculaire à (AC) passant par D coupe (AC) en D’.

Le but du problème est de démontrer de deux manières différentes que DD’BB’ est un parallélogramme.

1^re^ partie : avec une symétrie

On considère la symétrie de centre O notée s.

a. Démontre que (DD’) et (BB’) sont parallèles.

b. Quel est l’image de B par s ?

c. Déduis de ces deux questions que (DD’) est l’image de (BB’) par s.

d. Pourquoi O est-il le milieu de [B’D’] ?

e. Démontre que DD’BB’ est un parallélogramme.

2^e^ partie : avec des triangles égaux

a. Démontre que $\widehat{OBB'} = \widehat{ODD'}$.

b. Démontre que ODD’ et OBB’ sont deux triangles égaux.

c. Déduis que O milieu de [D’B’].

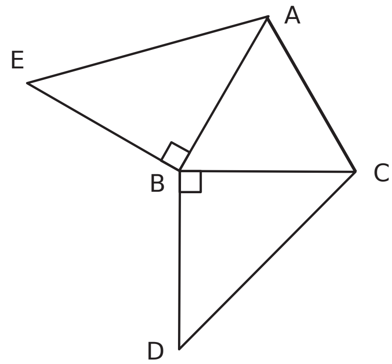
d. Démontre que DD’BB’ est un parallélogramme.

26 ABC est un triangle équilatéral, CBD et ABE sont deux triangles rectangles isocèles en B disposés comme l’indique la figure ci-après.

I est le milieu de [AC] et J celui de [ED].

On note H le point d’intersection de [AD] et [EC].

On se propose de démontrer de deux manières différentes que EC = AD et que les droites (EC) et (AD) sont perpendiculaires.



1^re^ partie : avec les rotations

On note r la rotation de centre B, d’angle 90° dans le sens direct.

a. Quelles sont les images de A et D par r ?

b. Déduis-en l’image du segment [AD] par r.

c. Démontre alors que CE=AD et que les droites (EC) et (AD) sont perpendiculaires.

2^e^ partie : avec les symétries

a. Calcule la mesure de l’angle $\widehat{ABI}$.

Pour la suite de l’exercice, on admet que les points I, B et J sont alignés et que (IJ) est la médiatrice de [DE] et [AC].

b. En utilisant une symétrie axiale (dont on précisera l’axe), démontre que EC=AD.

c. On trace le cercle (c) de centre B passant par A.

Les points E, D, C appartiennent-ils à (c) ?

d. Démontre que $\widehat{CED} = \widehat{EDA} = 45°$.

e. Déduis-en que les droites (EC) et (AD) sont perpendiculaires.

En utilisant le numérique

27 Points d'intersection de deux cercles

a. Avec un logiciel de géométrie dynamique,

- construis un cercle de centre I et de rayon 3 cm et place un point O quelconque ;
- construis le symétrique du cercle par rapport au point O.

b. Combien de points d'intersection le cercle et son symétrique peuvent-ils avoir ?

Selon la position du point O, envisage tous les cas possibles. Pour chacun des cas, fais un schéma sur ton cahier.

28 Un défi en géométrie dynamique !

a. Avec un logiciel de géométrie dynamique, construis :

- trois points A, B et C ;
- le segment [BC]
- Le point O, milieu du segment [BC].

b. Comment construire le symétrique de A par rapport à O en ne construisant que des droites et des droites parallèles ?

c. Quelle propriété de la symétrie centrale as-tu utilisée ?

Je résous des problèmes

29 Milieu de trois segments

a. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, construis trois segments [AB], [CD] et [EF] ayant le même milieu O.

b. Construis trois parallélogrammes dont les sommets sont parmi les points A, B, C, D, E et F.

c. Nomme ces trois parallélogrammes.

30 Carré en géométrie dynamique

a. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique,

- trace un segment [AB] ;
- construis les points C et D tels que ABCD soit un carré. (Attention, ABCD doit « rester carré » lorsque tu déplaces A, B, C ou D !)

b. Décris ton protocole de construction en indiquant les propriétés du carré que tu utilises à chaque étapes.

c. Y a-t-il plusieurs façons de procéder ?

31 Avec la symétrie centrale

a. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, construis un rectangle PLUS.

b. Construis les points E et A, symétriques respectifs des points U et P par rapport à L.

c. Déplace les points U et P. Quelle semble être la nature du quadrilatère PEAU ?

d. Démontre la conjecture que tu as faite à la question précédente.

32 Points cocycliques...

a. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, construis un rectangle ABCD de centre O.

b. Construis le cercle de centre O passant par A.

- Que remarques-tu ?
- Démontre ce résultat.

c. On dit que des points sont cocycliques lorsqu'ils sont situés sur un même cercle.

En règle générale, les sommets d'un parallélogramme sont-ils cocycliques ?

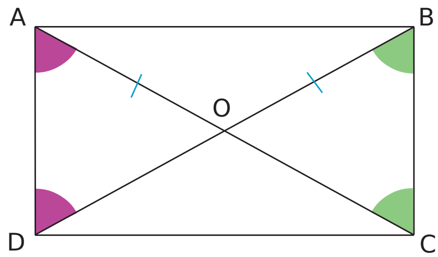
d. Éric affirme : « Si quatre points sont cocycliques, alors ils sont les sommets d'un rectangle. ».

À l'aide d'un contre-exemple que tu construiras grâce au logiciel de géométrie dynamique, montre qu'il a tort.

Modifie sa phrase pour la rendre vraie.

33 Avec les angles

Sur la figure ci-dessous : $\widehat{OAD} = \widehat{ODA}$, $OA = OB$ et $\widehat{OBC} = \widehat{BCO}$.



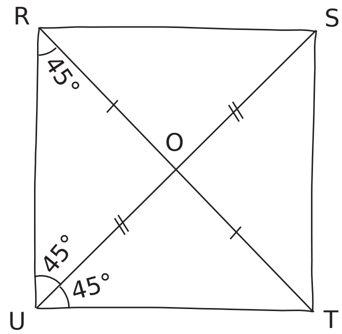
a. Quelle est la nature des triangles AOD, BOA et COB ? Justifie.

b. Que peux-tu en déduire pour les longueurs OA, OB, OC et OD ?

c. Démontre alors que le quadrilatère ABCD est un rectangle.

d. Les angles $\widehat{OAD}$ et $\widehat{OBC}$ ont-ils la même mesure ? Explique pourquoi.

34 En utilisant le codage de la figure



a. Démontre que le quadrilatère RSTU est un parallélogramme.

b. Peut-on être plus précis sur la nature du quadrilatère RSTU ? Justifie.

35 Avec un logiciel de géométrie dynamique.

a. Trace un quadrilatère quelconque.

b. Construis les symétriques de ce quadrilatère par rapport à chacun des milieux de ses côtés.

c. Par quelle transformation passe-t-on directement de l'un de ces symétriques à un autre symétrique ?

d. En poursuivant des constructions identiques au **b.** à partir des quadrilatères obtenus réalise-t-on un pavage du plan ?

e. Et si on prend un pentagone au départ ?

36 Plutôt deux fois qu'une

1re Partie : à la main

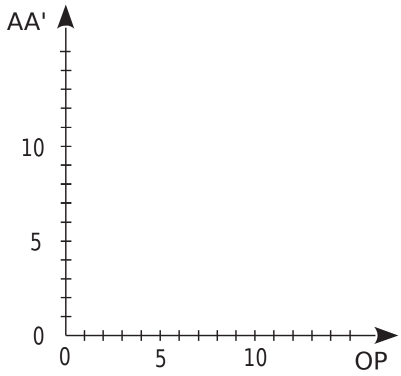
a. Sur une feuille non quadrillée, chaque élève du groupe doit effectuer le programme de construction suivant :

- Tracer un triangle ABC.
- Placer deux points O et P.
- Tracer le triangle $A_1B_1C_1$, symétrique du triangle ABC par rapport à O.
- Tracer le triangle A'B'C', symétrique du triangle $A_1B_1C_1$ par rapport à P.
- Tracer en rouge le segment [OP] et en vert le segment [AA'].
- Inscrire la longueur du segment [OP] et la longueur du segment [AA'] sur la figure.

b. Sur votre cahier, reproduisez le tableau ci-dessous et complétez-le en reportant les longueurs trouvées par les camarades de votre groupe.

	Élève 1	Élève 2	Élève 3	Élève 4
OP				
AA'				

c. Sur votre cahier, reproduisez le graphique ci-contre en prenant comme unité le centimètre et complétez-le à l'aide du tableau de la question **b.**



2e Partie : avec un logiciel de géométrie dynamique

a. Effectuez le programme de construction de la question **a.**.

b. Affichez les longueurs des segments [AA'] et [OP].

c. Déplacez le point A. Que remarquez-vous ?

d. Déplacez le point O. Que remarquez-vous ?

e. Que se passe-t-il si on place le point O sur le point P ? Pourquoi ?

3e partie : en utilisant un tableur

En utilisant un tableur, tracez un graphique représentant la longueur AA' en fonction de OP. Pour cela, vous utiliserez les résultats de la question **b.** de la **1re Partie** .

Pavage du plan

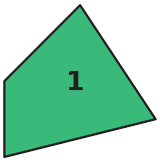
"Un **pavage** est une méthode de remplissage d'un espace à l'aide d'un motif répétitif, sans trou ni chevauchement."

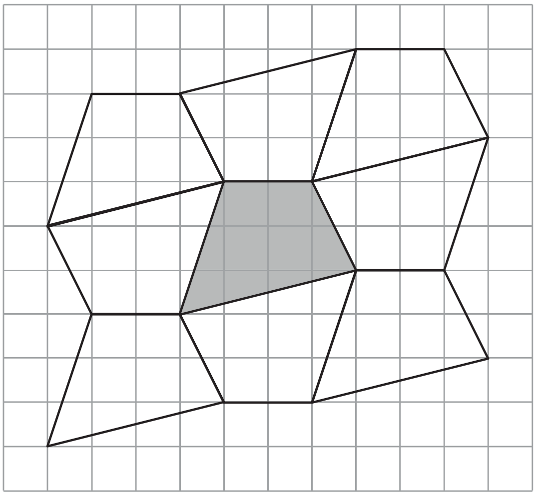
37 Pavage

a. On a réalisé le pavage ci-contre à partir du quadrilatère grisé.

Explique comment réaliser un tel pavage en utilisant uniquement des symétries centrales.

b. Trace un pavage en prenant comme figure de base le quadrilatère **1**.



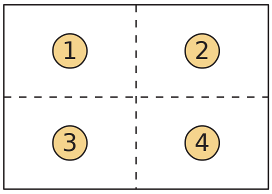


Je résous des problèmes

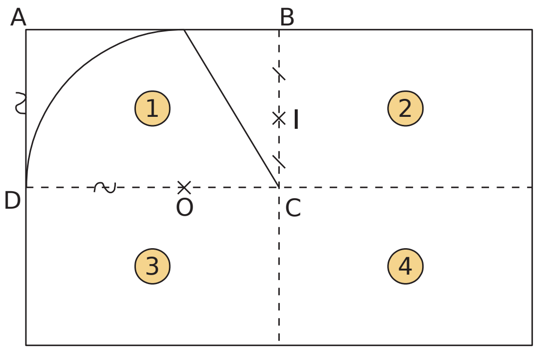
38 Pavage rectangulaire

1re partie

a. À partir d'une feuille au format A4, effectuez deux pliages pour obtenir quatre rectangles de même taille comme sur le schéma ci-dessous.



b. Sur votre feuille, construisez dans le rectangle 1, la figure ci-dessous (O est le centre de l'arc de cercle).



c. Construisez le symétrique par rapport à I de la figure tracée dans le rectangle 1. Dans quelle partie de la feuille va-t-il se situer ?

d. Construisez les symétriques par rapport à la droite (DC) des figures des parties 1 et 2.

e. Rassemblez toutes les feuilles du groupe que vous placerez les unes à côté des autres pour former un grand rectangle. C'est un pavage rectangulaire.

2e partie

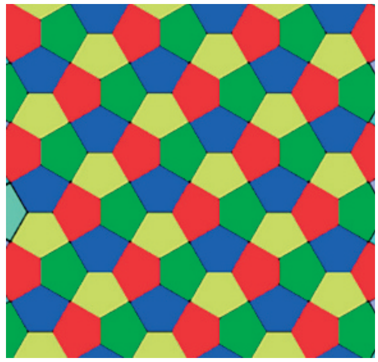
a. À partir de nouvelles feuilles A4, tracez, dans le rectangle 1, un motif géométrique composé de droites, segments ou cercles. Tous les élèves du groupe doivent avoir exactement le même motif.

b. De la même façon qu'à la 1re partie, construisez l'image, par la symétrie de centre I, de la figure tracée dans le rectangle 1 puis l'image, par la symétrie d'axe (DC), des figures tracées dans les rectangles 1 et 2.

c. En regroupant les feuilles, on obtient ainsi un nouveau pavage rectangulaire.

39

Voici une partie d'un pavage du plan. Il est construit à partir d'une seule figure de base simple.



Pour dessiner cette figure de base, Yann propose de couper un carré selon une diagonale et de faire subir à une des moitiés une rotation de 30° autour d'un des sommets de cette diagonale.

a. Réalise la construction proposée par Yann. Te paraît-elle convenir ?

b. Dessine un motif qui permettrait d'obtenir tout le pavage par des translations.

c. Dans ce motif comment passe-t-on d'une figure de base à une autre ?

40 Des pavages périodiques

Un pavage est périodique si, à l'aide des pavés de base, il est possible de constituer un motif qui se répète à l'identique

a. Construire un pavage dont le pavé de base est un hexagone régulier.

b. Construire un pavage dont le pavé de base est un octogone régulier.

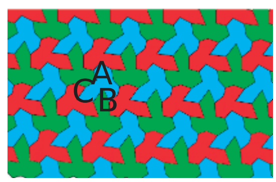
c. Construis un pavage périodique à partir d'un carré et d'un triangle équilatéral de côté 3 cm.

d. Trouve un tableau d'Escher représentant un pavage périodique et identifie le pavé de base.

41

Voici une partie d'un pavage du plan.

On a isolé trois motifs colorés qui ont un sommet commun.



a. Précise par quelle transformation passe-t-on du motif A au motif B puis du motif B au motif C.

b. Déduis-en par quelle transformation on peut passer directement de A à C.

Triangles rectangles

D3

Objectifs de cycle

Racines carrées	tests n° 1, 2 et 3	Niveau 2
Théorème de Pythagore	tests n° 4, 5 et 6	Niveau 2
Réciproque du théorème de Pythagore	tests n° 7 et 8	Niveau 2
Trigonométrie		
Utiliser une formule	tests n° 9 et 10	Niveau 3
Calculer une longueur	tests n° 11, 12 et 13	Niveau 3
Calculer une mesure d'angle	tests n° 14 et 15	Niveau 3

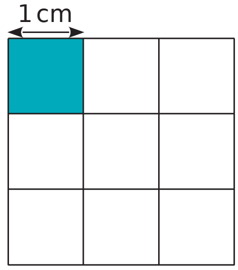
- Le théorème de Pythagore et sa réciproque sont étudiés en 4e.
- Les activités proposées permettent aux élèves de s’entraîner aux raisonnements mathématiques et à la démonstration : les propriétés conjecturées à l'aide d'outils numériques sont ensuite validées par le raisonnement et la démonstration.
- La définition de la racine carrée est introduite et l'activité permet de prendre conscience que certains nombres ne sont pas rationnels.

Activités de découverte

Activité 1 Un carré d'aire 2

1. Donne la mesure du côté d'un carré dont l'aire est 25 cm^2 ; 0,49 cm^2.

2. Peux-tu tracer un **carré** dont l'aire est le double de celle du carré bleu ci-contre ?



3. On appelle c le côté de ce carré en centimètres.
Quelle relation existe-t-il entre c et 2 ?

4. Peux-tu donner une écriture décimale de c ?
À l'aide de la calculatrice, donne une valeur approchée au dix-millième de $\sqrt{2}$.

5. Existe-t-il un nombre dont le carré soit négatif ? Justifie.

6. Certains nombres **entiers** ont une racine carrée **entière**. On dit que ces nombres sont des carrés parfaits. Cite tous les carrés parfaits compris entre 0 et 256.

Activité 2 Rationnel ou pas ?

a. $\sqrt{2}$ n'est ni un nombre entier ni un nombre décimal.
Nous allons nous poser la question : « Est-ce un nombre rationnel ? »

Dans cette partie, on suppose que $\sqrt{2}$ est un nombre rationnel et qu'il peut donc s'écrire sous la forme d'un quotient de deux entiers relatifs p et q :

$\sqrt{2} = \dfrac{p}{q}$ où $\dfrac{p}{q}$ est un quotient irréductible. Démontre que $2q^2 = p^2$.

b. Dans cette question, on va étudier la divisibilité de p^2 et de $2q^2$ par 2 et par 5.
Pour cela, recopie et complète les tableaux ci-dessous.

Si le chiffre des unités de p est...	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
alors le chiffre des unités de p^2 est...										

Si le chiffre des unités de q est...	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
alors le chiffre des unités de q^2 est...										
et le chiffre des unités de $2q^2$ est...										

c. En observant les tableaux précédents, quel(s) est (sont), selon toi, le (les) chiffre(s) des unités possible(s) de p et q quand $2q^2 = p^2$?

d. La fraction $\dfrac{p}{q}$ est-elle irréductible ? Qu'en déduis-tu pour le nombre $\sqrt{2}$?

Activité 3 Les ensembles de nombres

Voici une liste de nombres.

$$\frac{-457}{23} \ ; \ 4\sqrt{2} \ ; \ 854 \ ; \ 0{,}000\,08 \times 10^{7} \ ; \ \sqrt{49}\ ; \pi \ ;$$

$$\frac{174}{58} \ ; \ -0{,}000\,415\,7 \ ; \ -\sqrt{\frac{4}{9}}\ ; \ \frac{58}{4} \ ; \ 10^{-3}.$$

1. Dans cette liste, quels sont les nombres entiers ? Quels sont les nombres décimaux ? Quels sont les nombres rationnels ?

2. Y a-t-il des nombres qui ne peuvent pas s'écrire sous forme décimale ?

3. Y a-t-il des nombres qui ne peuvent pas s'écrire sous forme fractionnaire ?

4. Y a-t-il des nombres que tu n'as pas su classer dans l'une des catégories du 1. ?

Activité 4 Sur la piste de Pythagore

1. Ouvre un logiciel de géométrie dynamique.

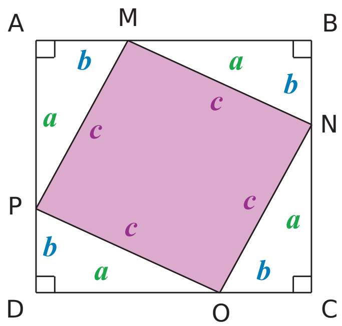
2. Construis un triangle rectangle ABC.

3. Fais apparaître les mesures des côtés du triangle ABC puis AB², AC² , BC².

4. Déplace les points A, B et C. Quelle conjecture peux-tu énoncer ?

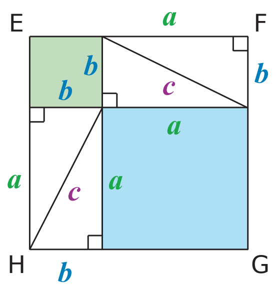
Activité 5 Démonstration du théorème de Pythagore

À partir de quatre triangles rectangles identiques, on obtient la figure ci-contre, sur laquelle A, M, B ; B, N, C ; C, O, D et D, P, A sont alignés.
a, b et c désignent les longueurs des côtés des triangles rectangles.



1. Quelle est la nature des quadrilatères ABCD et MNOP? Justifie.

2. Quelle est l'aire du quadrilatère MNOP en fonction de c ?



On dispose, à présent, les quatre triangles rectangles
comme sur la figure ci-dessous, afin que EFGH soit un carré.

3. Explique pourquoi les carrés ABCD et EFGH ont la même aire.

4. Que dire alors des aires des carrés bleu et vert par rapport à l'aire du carré rose ?

5. Déduis-en une relation entre a, b et c.

Activités de découverte

Activité 6 Et réciproquement ?

1. Recherche de nombres entiers positifs a, b et c tels que $c^2 = a^2 + b^2$

a. Avec un tableur, construis un tableau comme ci-contre, avec des valeurs allant jusqu'à 16 sur la ligne 1 et la colonne A.

b. Remplis chaque cellule avec la somme des carrés du nombre correspondant à sa ligne et du nombre correspondant à sa colonne comme le montre l'exemple ci-contre.

	A	B	C	D	E	F
1		1	2	3	4	5
2	1					
3	2					
4	3					
5	4					
6	5					

cellule C4 :
résultat de $3^2 + 2^2$

c. Sur la même feuille de tableur, construis un autre tableau permettant d'avoir les valeurs des carrés des nombres entiers de 1 à 23.

d. Trouve plusieurs triplets de nombres a, b et c tels que $c^2 = a^2 + b^2$

e. Construis maintenant, avec un logiciel de géométrie, les triangles dont les mesures sont les triplets trouvés. Quelle conjecture peux-tu faire alors ?

2. Démonstration de la réciproque du théorème de Pythagore

On considère un triangle ABC tel que $BC^2 = BA^2 + AC^2$ et un point D tel que ABD soit un triangle rectangle en A et AC = AD.

a. Montre que BD=BC. Que représente la droite (AB) pour le segment [CD] ?

b. Que peux-tu dire des points A, C, D ? Conclus.

Activité 7 Trigonométrie (dans le triangle rectangle)

1. Conjecture avec un logiciel de géométrie dynamique

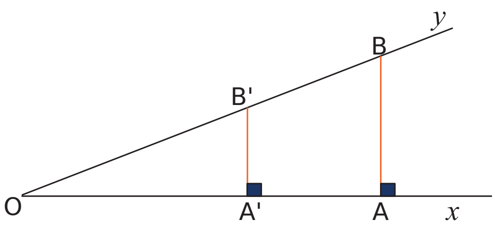
a. Construis un triangle ABC rectangle en A. Place sur le côté [AB] un point M et construis la perpendiculaire à (AB) passant par M. Nomme N le point d'intersection de cette droite avec le côté [BC].

b. Mesure l'angle $\widehat{ABC}$ et les côtés [BM] et [BN].

c. En déplaçant le point M sur [AB], que peux tu dire de $\dfrac{BM}{BN}$? de $\dfrac{MN}{BN}$? $\dfrac{MN}{BM}$?

d. Que faut-il faire pour modifier ces valeurs? De quoi dépendent-elles?

2. Démonstration



a. Sur la figure ci-contre, A et A' sont deux points de la demi-droite [Ox).Les perpendiculaires à [Ox) passant respectivement par A et A' coupent [Oy) en B et B'.

Pourquoi a-t-on $\dfrac{OA'}{OA} = \dfrac{OB'}{OB} = \dfrac{A'B'}{AB}$? Démontre que $\dfrac{OA'}{OB'} = \dfrac{OA}{OB}$. Puis que $\dfrac{A'B'}{OB'} = \dfrac{AB}{OB}$.

b. La valeur de ces quotients dépend-elle de la position de A' sur [Ox) ? Si non, de quoi dépend-elle ? Conclus. Explique pourquoi ces valeurs sont comprises entre 0 et 1.

c. Démontre maintenant que $\dfrac{A'B'}{OA'} = \dfrac{AB}{OA}$. De quoi dépend cette valeur ?

Conclus.

Cours et méthodes

1) Utiliser les racines carrées

Définition

Le nombre **positif** qui, élevé au carré, donne le nombre a s'appelle la **racine carrée** de a. On le note $\sqrt{a}$.

» **Exemple :** Il y a deux nombres qui, élevés au carré, donnent 25 : ce sont 5 et -5 car $5^2 = 25$ et $(-5)^2 = 25$. $\sqrt{25}$ est le nombre positif, c'est-à-dire 5.

Règles

Pour tout nombre **positif** a, on a $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$ et $\sqrt{a^2} = a$.

» **Exemple :** $\sqrt{1}=1$; $\left(\sqrt{3,6}\right)^2=3,6$; $\sqrt{2}\times\sqrt{2}=2$ et $\sqrt{1,3\times1,3}=1,3$

Définition

Un **carré parfait** est le carré d'un nombre entier.

» **Exemple :** Voici la liste des 15 premiers carrés parfaits :
$1^2=1$; $2^2=4$; $3^2=9$; $4^2=16$; $5^2=25$; $6^2=36$; $7^2=49$; $8^2=64$; $9^2=81$; $10^2=100$; $11^2=121$; $12^2=144$; $13^2= 169$; $14^2=196$; $15^2=225$.

2) Calculer des longueurs avec le théorème de Pythagore

Théorème de Pythagore

Si un triangle est rectangle alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

Entraîne-toi à Calculer la longueur de l'hypoténuse

Énoncé

NIV est un triangle rectangle en V tel que VI=4 cm et VN=5 cm. Détermine la longueur de l'hypoténuse [NI] et donnes-en une valeur arrondie au mm.

Correction

Le triangle NIV est rectangle en V.
D'après le théorème de Pythagore, on a :

$NI^2 = NV^2 + VI^2$

soit $NI^2 = 5^2 + 4^2 = 25 + 16 = 51$

NI est une distance, donc NI>0 et on a :

$NI = \sqrt{51}$

$NI \approx 7,1$ cm

Entraîne-toi à Calculer la longueur d'un des côtés de l'angle droit

Énoncé

RAS est un triangle rectangle en A tel que RS = 9,7 cm et RA = 7,2 cm. Calcule AS.

Correction

Le triangle RAS est rectangle en A.
D'après le théorème de Pythagore, on a :

$RS^2 = RA^2 + AS^2$

$9,7^2 = 7,2^2 + AS^2$

$94,09 = 51,84 + AS^2$

$AS^2 = 94,09 - 51,84$

$AS^2 = 42,25$

$AS = \sqrt{42,25}$ cm.

AS = 6,5 cm (**valeur exacte**).

3) Démontrer qu'un triangle est rectangle... ou pas

Réciproque et autre formulation du théorème de Pythagore

Soit un triangle ABC dans lequel [AB] est **le plus grand côté**.
Si $AB^2 = AC^2 + BC^2$ alors ce triangle est rectangle en C.
Si $AB^2 \neq AC^2 + BC^2$ alors ce triangle n'est pas rectangle.

Entraîne-toi à **Vérifier qu'un triangle est ou n'est pas rectangle**

Énoncé

NUL est un triangle tel que NU = 42 cm ; LU = 46 cm et LN = 62 cm.
Démontre que NUL n'est pas un triangle rectangle.

Correction

Dans le triangle NUL, le plus long côté est [LN]

D'une part, $LN^2 = 62^2$
$LN^2 = 3844$

D'autre part, $LU^2 + NU^2 = 46^2 + 42^2$
$LU^2 + NU^2 = 2116 + 1764$
$LU^2 + NU^2 = 3880$

Donc $LN^2 \neq LU^2 + NU^2$.
L'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée donc le triangle NUL n'est pas rectangle.

Énoncé

NEZ est un triangle tel que NE = 75 cm ; EZ = 45 cm et NZ = 60 cm.
Démontre que ce triangle est rectangle.

Correction

Dans le triangle NEZ, le plus long côté est [NE].

D'une part, $NE^2 = 75^2$
$NE^2 = 5625$

D'autre part, $EZ^2 + NZ^2 = 45^2 + 60^2$
$EZ^2 + NZ^2 = 2025 + 3600$
$EZ^2 + NZ^2 = 5625$

Donc $NE^2 = EZ^2 + NZ^2$.
L'égalité de Pythagore est vérifiée donc le triangle NEZ est rectangle en Z.

4) Écrire une relation trigonométrique

À connaître

Dans un **triangle rectangle**,
- **le cosinus d'un angle aigu** est le quotient de la longueur du côté adjacent à cet angle par la longueur de l'hypoténuse ;
- **le sinus d'un angle aigu** est le quotient de la longueur du côté opposé à cet angle par la longueur de l'hypoténuse ;
- **la tangente d'un angle aigu** est le quotient de la longueur du côté opposé à cet angle par la longueur du côté adjacent à cet angle.

Propriétés

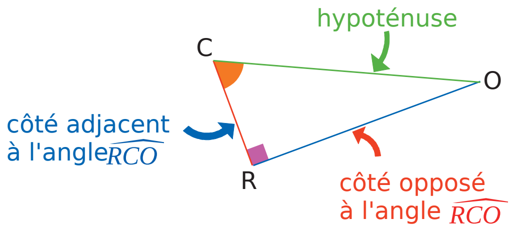
- Le cosinus et le sinus d'un angle aigu sont toujours compris entre 0 et 1.
- La tangente d'un angle aigu est un nombre supérieur à 0.
- Le cosinus, le sinus et la tangente d'un angle aigu sont des nombres sans unité.

↘ Entraîne-toi à Écrire une relation trigonométrique

■ **Énoncé**

Le triangle COR est rectangle en R. Écris les formules donnant le cosinus, le sinus et la tangente de l'angle $\widehat{RCO}$.

Correction



Le triangle COR est rectangle en R donc

$\cos\left(\widehat{RCO}\right) = \dfrac{\text{côté adjacent à } \widehat{RCO}}{\text{hypoténuse}}$

$\cos\left(\widehat{RCO}\right) = \dfrac{CR}{CO}$

$\sin\left(\widehat{RCO}\right) = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{RCO}}{\text{hypoténuse}}$

$\sin\left(\widehat{RCO}\right) = \dfrac{RO}{CO}$.

$\tan\left(\widehat{RCO}\right) = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{RCO}}{\text{côté adjacent à } \widehat{RCO}}$

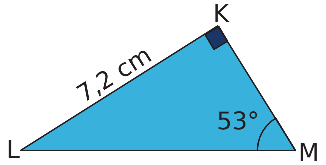
$\tan\left(\widehat{RCO}\right) = \dfrac{RO}{RC}$.

5) Calculer des longueurs avec la trigonométrie

↘ Entraîne-toi à Calculer une longueur

■ **Énoncé**

On considère KLM un triangle rectangle en K tel que KL = 7,2 cm et $\widehat{LMK}$ = 53°.
Calcule la longueur du côté [LM] arrondie au millimètre.



Correction

Dans le triangle KLM rectangle en K,
[LK] est le côté opposé à l'angle $\widehat{LMK}$;
[LM] est l'hypoténuse.
On peut utiliser le sinus de l'angle $\widehat{LMK}$.

$\sin\left(\widehat{LMK}\right) = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{LMK}}{\text{hypoténuse}}$

$\sin\left(\widehat{LMK}\right) = \dfrac{KL}{LM}$ soit $\sin 53° = \dfrac{7{,}2}{LM}$

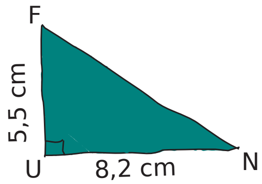
LM = 7,2 ÷ sin 53°
LM ≈ 9,0 cm.

6) Calculer la mesure d'un angle

↘ Entraîne-toi à Calculer la mesure d'un angle

■ **Énoncé**

Soit FUN un triangle rectangle en U tel que UN = 8,2 cm et UF = 5,5 cm.
Calcule la mesure de l'angle $\widehat{UNF}$ arrondie au degré.



Correction

Dans le triangle FUN rectangle en U, [FU] est le côté opposé à l'angle $\widehat{UNF}$;
[UN] est le côté adjacent à l'angle $\widehat{UNF}$.
On peut utiliser la tangente de l'angle $\widehat{UNF}$.

$\tan\left(\widehat{UNF}\right) = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{UNF}}{\text{côté adjacent à } \widehat{UNF}}$

$\tan\left(\widehat{UNF}\right) = \dfrac{UF}{UN}$

$\tan\left(\widehat{UNF}\right) = \dfrac{5{,}5}{8{,}2}$ donc $\widehat{UNF} = \tan^{-1}\left(\dfrac{5{,}5}{8{,}2}\right)$

$\widehat{UNF} \approx 34°$.

Je me teste

Niveau 2

1 Recopie et complète.

$\sqrt{0} = \ldots$ $\sqrt{81} = \ldots$ $\sqrt{7{,}3^2} = \ldots$ $\sqrt{\ldots} = 4$ $\sqrt{\pi} \times \sqrt{\pi} = \ldots$

2 À l'aide de la calculatrice, donne l'écriture décimale exacte ou approchée à 0,001 près des nombres suivants :

$F = \sqrt{3}$ $G = \dfrac{\sqrt{529}}{23}$ $H = 5\sqrt{0{,}81}$

3 Dresse la liste des douze premiers carrés parfaits.

4 TER est un triangle rectangle en T tel que TE = 6 m et TR = 4 m.
Calcule la valeur exacte de ER puis donne la valeur arrondie au centimètre.

5 ARC est un triangle rectangle en A tel que RC = 13 m et AR = 5 m.
Calcule la longueur AC.

6 Soit DEF un triangle tel que DE = 11 cm ; EF = 13 cm et DF = 15 cm.
Construis le triangle DEF puis démontre que ce n'est pas un triangle rectangle.

7 Soit XYZ un triangle tel que XY = 32 cm ; YZ = 40 cm et XZ = 24 cm.
Démontre que le triangle XYZ est rectangle. Tu préciseras en quel point.

8 Soit UVW un triangle tel que UV = 20 dm ; UW = 2,1 m et VW = 290 cm.
Démontre que le triangle UVW est rectangle. Tu préciseras en quel point.

Niveau 3

9 ENT est un triangle rectangle en E. Écris les rapports de longueurs donnant $\cos\left(\widehat{TNE}\right)$, $\sin\left(\widehat{TNE}\right)$ et $\tan\left(\widehat{TNE}\right)$.

10 NOE est un triangle rectangle en O. Pour chacun des rapports suivants, précise s'il s'agit du cosinus, du sinus ou de la tangente d'un des angles aigus du triangle NOE :

$\dfrac{NO}{NE}$; $\dfrac{OE}{ON}$; $\dfrac{EO}{EN}$ et $\dfrac{ON}{OE}$. Tu préciseras lequel.

11 Le triangle NIV est rectangle en N ; VN = 4 m et l'angle $\widehat{VIN}$ mesure 12°.
Calcule la longueur IN arrondie au centimètre.

12 Le triangle AUE est rectangle en U ; AE = 10 cm et $\widehat{EAU} = 19°$.
Donne la valeur arrondie au millimètre de la longueur du côté [UE].

13 Le triangle VLR est rectangle en V ; LR = 8,7 cm et $\widehat{VRL} = 72°$.
Donne la valeur arrondie au millimètre de la longueur du côté [VR].

14 Le triangle EXO est rectangle en X tel que EX = 3 cm et OE = 7 cm.
Calcule les valeurs arrondies au degré de la mesure des angles $\widehat{EOX}$ et $\widehat{XEO}$.

15 Le triangle JUS est rectangle en U. Calcule la valeur arrondie au degré de la mesure de l'angle $\widehat{UJS}$ sachant que UJ = 6,4 cm et US = 4,8 cm.

➔ Voir Corrigés p. 368

Je m'entraîne

Utiliser les racines carrées

1 Dis si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifie ta réponse.

a. 49 est le carré de 7.

b. 8 a pour carré 64.

c. -9 a pour carré -81.

d. 144 est le carré de -12.

e. $(-3)^2$ est le carré de 3.

2 Nombre ayant pour carré

Écris chaque nombre sous la forme du carré d'un nombre positif.

a. 16	**c.** 0	**e.** 1
b. 25	**d.** 0,36	**f.** 0,04

3 Recopie et complète les phrases suivantes.

a. $4 = \ldots^2$, … est positif donc $\sqrt{4} = \ldots$

b. $\ldots = 6^2$, … est positif donc $\sqrt{\ldots} = 6$.

c. $0{,}01 = \ldots^2$, … est positif donc $\sqrt{0{,}01} = \ldots$

d. $\ldots = 0{,}5^2$, … est positif donc $\sqrt{\ldots} = 0{,}5$.

e. $121 = \ldots^2$, … est positif donc $\sqrt{121} = \ldots$

4 Les nombres suivants ont-ils une racine carrée ? Si oui, laquelle ?

a. 16	**d.** -36	**g.** -1
b. 100	**e.** $(-8)^2$	**h.** -52
c. 9	**f.** 169	**i.** π

5 Peux-tu déterminer la racine carrée des nombres suivants ? Justifie ta réponse.

a. $(\sqrt{8})^2$	**c.** $-2 \times (-5)^2$	**e.** 5×10^{-2}
b. $\sqrt{5}$	**d.** $\pi - 4$	**f.** $4 - \pi$

6 Sans utiliser de calculatrice, donne la valeur des nombres suivants.

a. $(\sqrt{25})^2$	**c.** $(-\sqrt{16})^2$	**e.** $\sqrt{(-7)^2}$
b. $\sqrt{3^2}$	**d.** $(\sqrt{0{,}14})^2$	**f.** $\sqrt{0{,}4^2}$

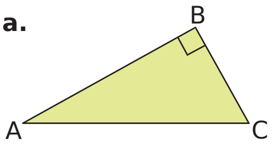
7 Sans utiliser de calculatrice, donne la racine carrée des nombres suivants.

a. 81	**c.** 0	**e.** 0,49	**g.** $\sqrt{5} \times \sqrt{5}$
b. 225	**d.** $\sqrt{81}$	**f.** 121	**h.** $(-4)^2$

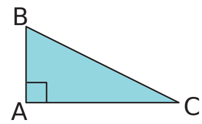
Utiliser « Pythagore »

8 Écris l'égalité de Pythagore dans chaque cas.

a.



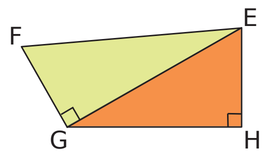
c.



b. MNP avec : $\widehat{MNP} = 90°$.

d. XYZ tel que : $(XY) \perp (YZ)$.

9 En utilisant les données de la figure ci-contre, recopie et complète les égalités suivantes.

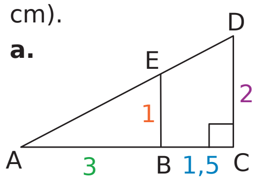


$EF^2 = \ldots^2 + \ldots^2$	$FG^2 = \ldots^2 - \ldots^2$	$EG^2 = \ldots^2 - \ldots^2$
$EG^2 = \ldots^2 + \ldots^2$	$GH^2 = \ldots$	$EH^2 = \ldots$

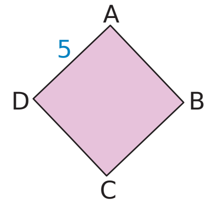
10 Des figures complexes

Pour chacune des figures suivantes, indique en expliquant ta réponse, les triangles dans lesquels le théorème de Pythagore peut s'appliquer et quelle(s) longueur(s) tu peux alors calculer (les mesures données sont en cm).

a.

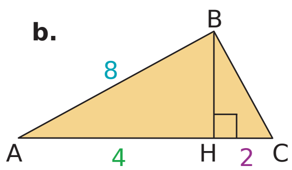


c.



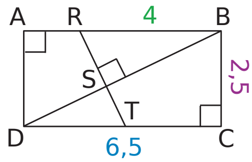
ABCD est un carré.

b.



A, H et C sont alignés.

d.



11 Carré, racine carrée

ABC est un triangle rectangle en A tel que : AB = 3 cm et AC = 1 cm.

a. Fais une figure.

b. Calcule BC^2 puis en utilisant la touche racine carrée $\boxed{\sqrt{\ }}$ de ta calculatrice, donne la valeur de BC approchée par défaut au millimètre près.

Je m'entraîne

12 Soit un triangle EDF rectangle en D.

a. Écris l'égalité de Pythagore pour ce triangle.

b. On donne : EF = 450 mm et DF = 360 mm. Calcule ED^2 puis, en utilisant la touche racine carrée de ta calculatrice, la longueur ED.

c. Calcule DF avec EF = 4,5 dm et ED = 2,7 dm.

13 ABC est un triangle rectangle en A tel que : AB = 48 mm et AC = 64 mm.

a. Construis ce triangle en vraie grandeur.

b. Quelle longueur peux-tu calculer avec le théorème de Pythagore ?

c. Calcule cette longueur en rédigeant. En mesurant sur la figure, vérifie que la longueur trouvée est cohérente.

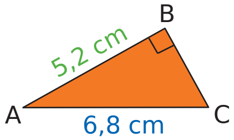
d. Reprends les questions précédentes avec le triangle MOT rectangle en M tel que TO = 7,4 cm et MT = 2,4 cm.

14 **Je rédige et je calcule**

a. Le triangle MNP est rectangle en M avec MN = 5,2 m et MP = 4,8 m.
Calcule la valeur de NP arrondie au dixième.

b. Calcule RT dans le triangle RST, rectangle en T tel que : ST = 60 mm et RS = 10,9 cm.

c. Calcule BC. Donne la valeur approchée par excès au centième près.



15 Calcule la valeur arrondie au millimètre de :

a. la longueur de la diagonale d'un carré de côté 5 cm ;

b. la longueur de la diagonale d'un rectangle dont les dimensions sont 8,6 cm et 5,3 cm ;

c. la longueur du côté d'un carré de diagonale 100 m.

16 **Saut d'obstacle**

Théo veut franchir, avec une échelle, un mur de 3,50 m de haut devant lequel se trouve un fossé rempli d'eau, d'une largeur de 1,15 m.

a. Fais un schéma de la situation.

b. Il doit poser l'échelle sur le sommet du mur. Quelle doit être la longueur minimum de cette échelle ? Arrondis au cm.

17 **Jardinage**

Un massif de fleurs a la forme d'un triangle rectangle et le jardinier veut l'entourer d'une clôture. Au moment de l'acheter, il s'aperçoit qu'il a oublié de mesurer un des côtés de l'angle droit.

Les deux seules mesures dont il dispose sont, en mètres : 6,75 et 10,59.

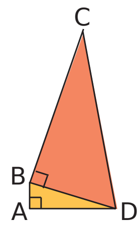
a. A-t-il besoin d'aller mesurer le côté manquant ?

b. Aide-le à calculer la longueur de la clôture qu'il doit acheter.

18 Sur la figure ci-contre :
AB = 1,5 cm ; AD = 6 cm et BC = 12 cm.

a. Calcule la valeur arrondie au mm de BD.

b. Calcule, en justifiant, la valeur exacte de DC.



19 TSF est un triangle isocèle en S tel que ST = 4,5 cm et TF = 5,4 cm.

a. Calcule la longueur de la hauteur relative à la base [TF].

b. Déduis-en l'aire de ce triangle.

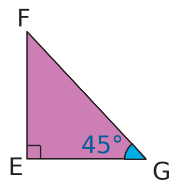
20 **Avec des angles**

Le triangle EFG est rectangle en E :

EG = 7 cm et $\widehat{FGE} = 45°$.

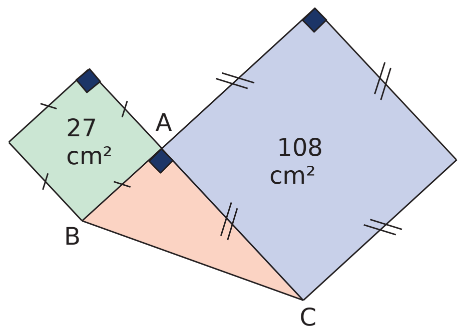
a. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{EFG}$.

b. Calcule, en justifiant, EF et FG (tu arrondiras au mm).



21 **Un petit calcul d'aire**

En utilisant les données de la figure, détermine l'aire du triangle ABC.
(Les proportions ne sont pas respectées.)



Démontrer qu'un triangle est rectangle... ou pas

22 **Rectangle ou non ?**

Le triangle XYZ est tel que XY = 29,8 cm ; YZ = 28,1 cm ; XZ = 10,2 cm.
Explique pourquoi il n'est pas rectangle.

23 **Rectangle ou non ?**

Soit le triangle ALE tel que : AL = 13,1 cm ; LE = 11,2 cm ; EA = 6,6 cm.
Construis ce triangle en vraie grandeur.
Est-il rectangle ? Justifie ta réponse.

24 Soit le triangle MNP tel que MN = 3 cm ; NP = 5 cm et PM = 4 cm.

a. Construis ce triangle en vraie grandeur.

b. Fais les calculs nécessaires pour pouvoir conclure. Écris le théorème utilisé.

c. En utilisant ton équerre, peux-tu affirmer que ce triangle est rectangle ?

25 Donne tous les triangles rectangles dont les mesures des côtés sont parmi les valeurs suivantes :

6 cm ; 8,2 cm ; 10 cm ; 1,8 cm ; 5 cm ; 8 cm.

26 Dans chacun des cas ci-dessous, indique si le triangle est rectangle. Justifie.

a. EF = 4,5 cm ; FG = 6 cm ; EG = 7,5 cm.

b. EF = 3,6 cm ; FG = 6 cm ; EG = 7 cm.

c. FG =64 mm ; EF = 72 mm ; EG = 65 mm.

d. EF = 320 dm ; FG = 25,6 m ; EG = 19,2 m.

27 Le triangle OUI est tel que : UI = 5 cm ; UO = 1,4 cm et OI = 4,8 cm.

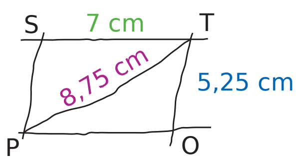
a. Construis ce triangle en vraie grandeur.

b. Par la symétrie de centre O, construis les points T et N symétriques respectifs des points U et I.

c. Quelle semble être la nature de NUIT ? Démontre ta conjecture.

28 **Du parallélogramme au rectangle**

On considère le parallélogramme STOP ci-contre dessiné à main levée.



Démontre que le parallélogramme STOP est un rectangle.

29 **Du parallélogramme au losange**

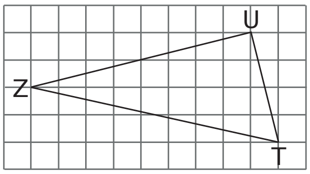
LOSA est un parallélogramme tel que :
LO = 58 mm ; LS = 80 mm et OA = 84 mm.
Démontre que LOSA est un losange.

30 **Droites perpendiculaires**

Deux droites (d_1) et (d_2) sont sécantes en O ; M est un point de (d_1) tel que : OM = 11,9 cm et N est un point de (d_2) tel que : ON = 12 cm.
On sait d'autre part que : MN = 16,9 cm.
Démontre que les droites (d_1) et (d_2) sont perpendiculaires.

31 **Quadrillage**

Le triangle ZUT est-il rectangle ? Si oui, précise en quel point et justifie ta réponse.



Écrire une formule de trigonométrie

32 Soit ABC un triangle rectangle en B.

a. Quelle est son hypoténuse ?

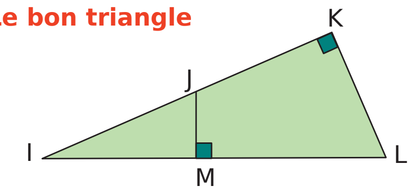
b. Quel est le côté opposé à l'angle $\widehat{ACB}$?

c. Quel est le côté adjacent à l'angle $\widehat{ACB}$?

d. Quel est le côté opposé à l'angle $\widehat{CAB}$?

e. Quel est le côté adjacent à l'angle $\widehat{CAB}$?

33 **Le bon triangle**



On se place dans le triangle IKL rectangle en K.

a. Quelle est son hypoténuse ?

b. Quel est le côté opposé à l'angle $\widehat{KLI}$?

c. Quel est le côté opposé à l'angle $\widehat{KIL}$?

On se place dans le triangle IJM rectangle en M.

d. Quelle est son hypoténuse ?

e. Quel est le côté opposé à l'angle $\widehat{JIM}$?

Je m'entraîne

34 **À toi de jouer !**

a. Construis un triangle BON rectangle en O tel que OB = 2,5 cm et ON = 4,5 cm.

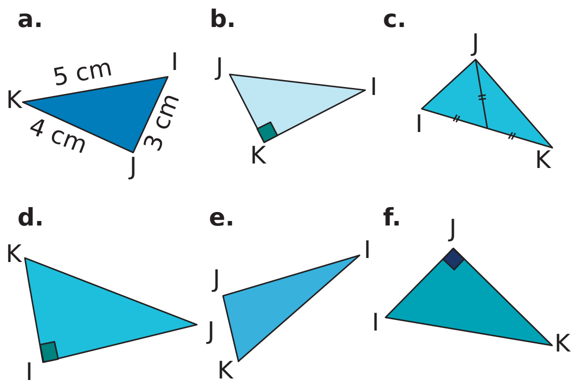
b. Repasse en rouge l'hypoténuse, en vert le côté opposé à l'angle $\widehat{BNO}$ et en bleu le côté adjacent à l'angle $\widehat{BNO}$.

35 **Écritures**

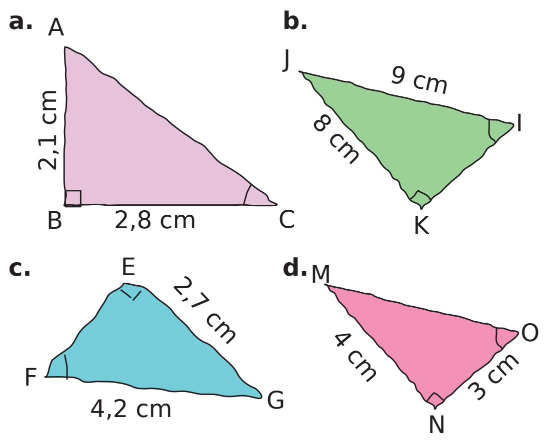
EFG est un triangle rectangle en E.
Écris les relations donnant le sinus, le cosinus et la tangente de l'angle $\widehat{EGF}$ dans le triangle EFG.

36 AMI est un triangle rectangle en I. Écris les relations donnant le sinus, le cosinus et la tangente de l'angle $\widehat{AMI}$ dans ce triangle.

37 Dans quel(s) triangle(s) peut-on écrire que $\sin\left(\widehat{IKJ}\right) = \dfrac{IJ}{IK}$? Justifie ta réponse.



38 Indique pour chaque figure à main levée si, à l'aide des données, on peut calculer le sinus, le cosinus ou la tangente de l'angle marqué.



39 **Quels rapports ?**

MOI est un triangle rectangle en O.
Que calcules-tu lorsque tu écris :

a. $\dfrac{OI}{MI}$? **b.** $\dfrac{OI}{MO}$? **c.** $\dfrac{MO}{OI}$? **d.** $\dfrac{MO}{MI}$?

Il peut y avoir plusieurs réponses possibles. Précise l'angle pour chaque réponse donnée.

Calculer une longueur avec la trigonométrie

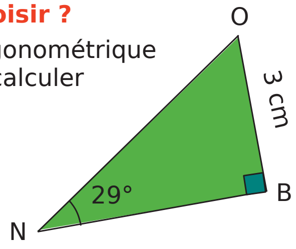
40 À l'aide de la calculatrice, donne la valeur arrondie au centième de :

a. sin(75°) **b.** cos(26°) **c.** tan(83°) **d.** sin(18°)

41 **Que faut-il choisir ?**

a. Quelle relation trigonométrique dois-tu utiliser pour calculer BN ?

b. Calcule l'arrondi au dixième de cette longueur.

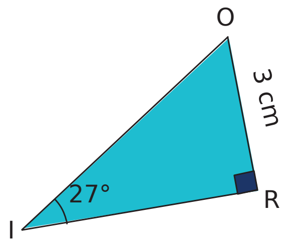


42 **À toi de construire**

a. Construis un triangle KOA rectangle en A tel que AK = 5 cm et $\widehat{AKO}$ = 40°.

b. Calcule la longueur OA arrondie au mm.

43 **Calcul de l'hypoténuse**



a. Exprime le sinus de l'angle $\widehat{RIO}$ en fonction des longueurs des côtés du triangle.

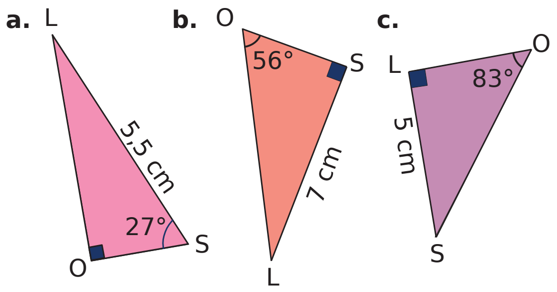
b. Déduis-en la valeur arrondie au dixième de l'hypoténuse du triangle RIO.

44 Construis un triangle TOY rectangle en O tel que TO = 4,5 cm et $\widehat{YTO}$ = 73°. Calcule la valeur arrondie au dixième de l'hypoténuse de ce triangle.

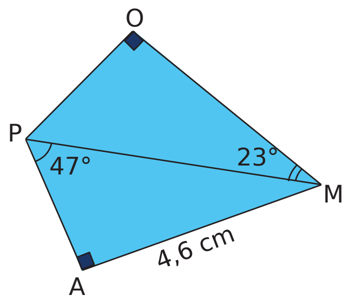
45 RAT est un triangle rectangle en T tel que $\widehat{RAT}$ = 56° et RT = 2,7 cm. Calcule les arrondis au dixième des longueurs TA et RA.

46 À toi de choisir !

Dans chaque cas, calcule la valeur arrondie au dixième de la longueur SO.

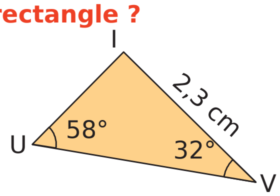


47 Avec deux triangles



Calcule la longueur OM arrondie au millimètre.

48 Triangle rectangle ?



a. Démontre que le triangle IUV est rectangle.

b. Calcule les longueurs IU et UV arrondies au dixième.

49

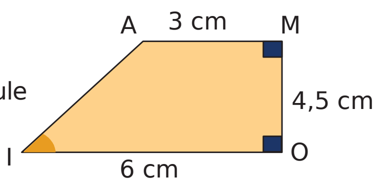
Construis un triangle ABC tel que AB = 4,5 cm, $\widehat{BAC} = 27°$ et $\widehat{CBA} = 63°$.

a. Ce triangle est-il rectangle ? Pourquoi ?

b. Calcule les longueurs AC et BC arrondies au dixième.

50

À l'aide des informations de la figure, calcule la mesure arrondie au degré de l'angle $\widehat{AIO}$.



51 Extrait du Brevet

a. Effectuer avec soin les différentes constructions suivantes.

- Tracer un demi-cercle () de centre O et de diamètre [AB] sachant que AB = 10 cm.
- Placer sur $(\mathscr{C})$ un point C tel que l'angle $\widehat{BAC}$ mesure 40°.
- Tracer la tangente (d) à $(\mathscr{C})$ en B. Celle-ci coupe la droite (AC) au point D.

b. Calculer au dixième de centimètre près les mesures des distances AC et CB, après avoir justifié la nature du triangle ABC.

c. Indiquer les mesures exactes des angles $\widehat{ADB}$ et $\widehat{DBC}$ en justifiant vos réponses.

d. Calculer au dixième de centimètre près les mesures des distances CD, BD et AD.

Calculer des angles avec la trigonométrie

52

Donne la valeur arrondie au degré de x.

a. $\sin x = 0{,}24$ **b.** $\tan x = 52$ **c.** $\cos x = 0{,}75$

d. $\tan x = \dfrac{7}{2}$ **e.** $\cos x = \dfrac{2}{3}$ **f.** $\sin x = \dfrac{9}{10}$

53

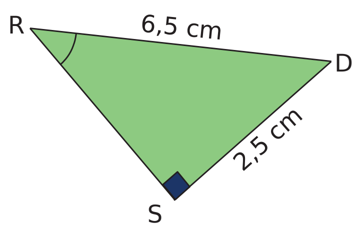
Pour chaque question, justifie la construction sans rapporteur.

a. Construis un angle $\hat{A}$ tel que $\tan\left(\hat{A}\right) = \dfrac{8}{9}$.

b. Construis un angle $\hat{B}$ tel que $\sin\left(\hat{B}\right) = 0{,}6$.

54

Soit RDS un triangle rectangle en S.



a. Exprime le sinus de l'angle $\widehat{DRS}$ en fonction des longueurs des côtés du triangle.

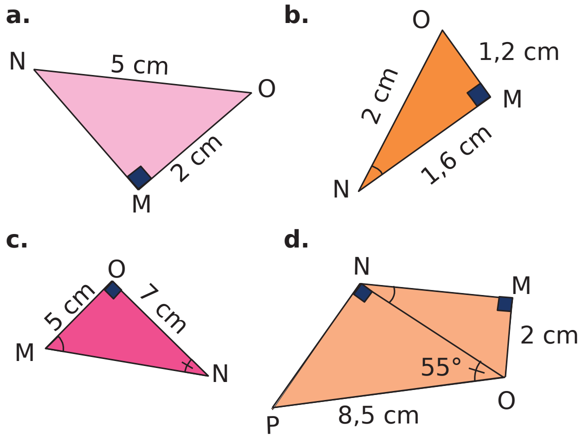
b. Déduis-en la mesure arrondie au degré de l'angle $\widehat{DRS}$.

55

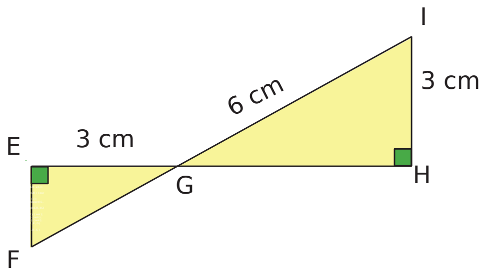
UVB est un triangle rectangle en B tel que BV = 2 cm et UV = 3,5 cm.
Calcule la mesure arrondie au degré de chacun des angles de ce triangle.

Je m'entraîne

56 Dans chaque cas, calcule la mesure de l'angle $\widehat{MNO}$; donne la valeur arrondie au degré.



57 Triangles croisés



a. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{IGH}$.

b. Déduis-en la mesure de l'angle $\widehat{EGF}$.

c. Calcule les longueurs EF et FG arrondies au dixième.

58 MOI est un triangle tel que MO = 15 cm, OI = 25 cm et IM = 20 cm.

a. Ce triangle est-il rectangle ? Justifie ta réponse.

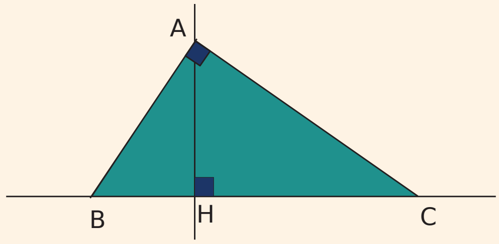
b. Calcule la mesure arrondie au degré de chacun des angles de ce triangle.

59 BIEN est un losange de centre O tel que IN = 7 cm et BE = 4 cm.
Calcule la mesure arrondie au degré de $\widehat{BIE}$.

60 MAI est un triangle isocèle en A tel que MI = 5 cm. La hauteur [AH] mesure 3 cm.
Calcule la mesure arrondie au degré de chacun des angles de ce triangle.

61 Extrait du Brevet

AHC est un triangle rectangle en H. La droite passant par A et perpendiculaire à la droite (AC) coupe la droite (HC) en B.
On sait que AH = 4,8 cm et HC = 6,4 cm.



a. Justifier l'égalité : $\widehat{ACH} = 90° - \widehat{HAC}$.

b. Justifier l'égalité : $\widehat{BAH} = 90° - \widehat{HAC}$.

c. Que peut-on en déduire pour les angles $\widehat{ACH}$ et $\widehat{BAH}$?

d. Montrer que $\tan\left(\widehat{ACH}\right) = \dfrac{3}{4}$.

e. En utilisant le triangle BAH, exprimer $\tan\left(\widehat{BAH}\right)$ en fonction de BH.

f. Déduire des questions précédentes que BH = 3,6 cm.

g. Calculer la mesure en degrés, arrondie au degré, de l'angle $\widehat{ACH}$.

62 MNOP est un rectangle de longueur MN = 18 cm et de largeur MP = 7,5 cm.

a. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{OMN}$ arrondie au degré.

b. Calcule la longueur de la diagonale de ce rectangle arrondie au millimètre.

c. Soit H le pied de la hauteur issue de N dans le triangle MNO. Calcule la longueur NH arrondie au millimètre.

63 RIEN est un rectangle tel que $\widehat{RIN} = 40°$ et RE = 8,5 cm.

a. Construis une figure en vraie grandeur.

b. Calcule la longueur et la largeur de ce rectangle, arrondies au millimètre.

64 ABCD est un trapèze rectangle de bases [AB] et [CD] tel que AB = AD = 4,5 cm et DC = 6 cm. Les diagonales se coupent en G.

a. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{ACD}$ arrondie au degré.

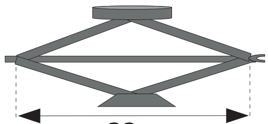
b. Calcule la longueur de la diagonale [AC].

c. Calcule la longueur BD arrondie au millimètre.

Dans d'autres disciplines

1 Le cric

Le cric d'une voiture a la forme d'un losange de 21 cm de côté.
À quelle hauteur soulève-t-il la voiture lorsque la diagonale horizontale mesure 32 cm ? Arrondis au mm.

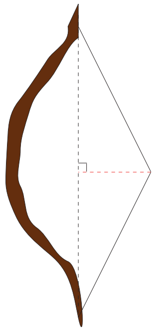


2 L'arc pour enfant

La corde élastique a une longueur de 60 cm au repos.

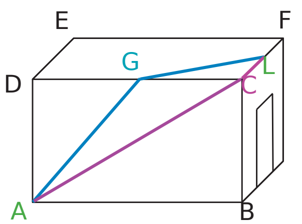
a. Quelle est la nouvelle longueur de la corde si on l'écarte de 11 cm en la tirant par son milieu ? Arrondis au cm.

b. Il est demandé de ne pas allonger la corde de plus de 8 cm. Quel est, en cm, l'écartement maximal conseillé ?



3 Longueur de câble

Une pièce d'une maison a la forme d'un pavé droit dont les dimensions sont : AB = 5 m ; BC = 2,5 m et DE = 4 m.



Un bricoleur doit amener un câble du point A au point L, milieu de [CF].
Il hésite entre les deux possibilités marquées en couleur sur la figure, sachant que G est le milieu de [DC] :

en bleu, de A vers G puis de G vers L ;
en violet, de A vers C puis de C vers L.

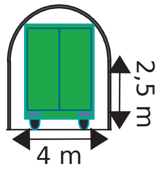
a. Dans lequel des deux cas utilisera-t-il le moins de câble ? Justifie.

b. Construis sur une même figure, à l'échelle 1/100, les faces ABCD et CDEF.
Représente les deux possibilités pour le passage du câble.

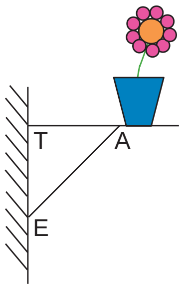
c. Le bricoleur veut utiliser le moins de câble possible. Sur la figure précédente, représente le passage du câble de longueur minimum. Justifie ton tracé et calcule cette longueur.

4 Tunnel

Un tunnel, à sens unique, d'une largeur de 4 m est constitué de deux parois verticales de 2,5 m de haut, surmontées d'une voûte semi-circulaire de 4 m de diamètre.
Un camion de 2,6 m de large doit le traverser.
Quelle peut être la hauteur maximale de ce camion ?



5 Fleurs sur une étagère

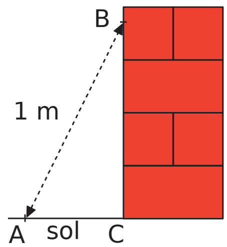


Sur un mur vertical, Arnaud a installé une étagère pour y poser un pot de fleurs.
Les mesures qu'il a utilisées sont les suivantes :
AT = 42 cm ; AE = 58 cm et TE = 40 cm.

L'étagère d'Arnaud est-elle horizontale ? Justifie.

6 Construction d'un mur

Pour apprendre son métier, un apprenti maçon a monté un mur en briques de 0,90 m de hauteur. Son patron arrive pour vérifier son travail : il marque un point B sur le mur à 80 cm du sol et un point A à 60 cm du pied du mur. Il mesure alors la distance entre les points A et B et obtient 1 m.



L'apprenti a-t-il bien construit son mur perpendiculaire au sol ? Justifie.

7

La puissance électrique dissipée dans une résistance est calculée à l'aide de la formule : $P = RI^2$, où P est la puissance en watts (W), R la résistance en ohms (Ω) et I l'intensité en ampères (A).

La puissance dissipée dans un radiateur a une valeur de 3 000 W et lors de son utilisation la mesure de la résistance a donné 18 Ω.

Calcule la valeur arrondie au millième de l'intensité du courant.

Je résous des problèmes

8 Distance de freinage

La distance de freinage est la distance nécessaire pour immobiliser un véhicule à l'aide des freins. Elle dépend de la vitesse et de l'état de la route (sèche ou mouillée).

On peut calculer cette distance à l'aide de la formule $d = k \times v^2$ où d est la distance en mètres (m), v la vitesse en km/h et k une constante.

Sur une route sèche, on a $k = 4{,}8 \times 10^{-3}$.

a. Y a-t-il proportionnalité entre la vitesse et la distance de freinage ? Justifie.

b. Calcule la distance de freinage, arrondie à l'unité, d'un véhicule roulant à 90 km/h sur route sèche.

c. Sachant qu'un conducteur a freiné sur 12 m, quelle était sa vitesse ?

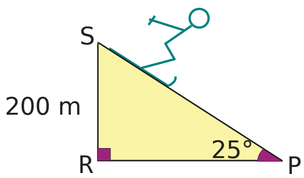
d. Sur une route mouillée, on a $k = 9{,}8 \times 10^{-3}$. Si le conducteur roule à la même vitesse qu'à la question précédente, quelle sera sa distance de freinage ?

e. Un conducteur ne laisse devant lui qu'une distance de 20 m. À quelle vitesse peut-il rouler sans risquer un accident en cas de freinage brutal sur route sèche ?

f. S'il roule à la même vitesse mais sur route mouillée, quelle distance minimale entre sa voiture et la voiture qui le précède ce conducteur doit-il respecter s'il ne veut pas risquer un accident ?

9 Piste noire

Un skieur descend une piste ayant une pente de 25°. Des fanions sont plantés aux positions S et P de la piste.

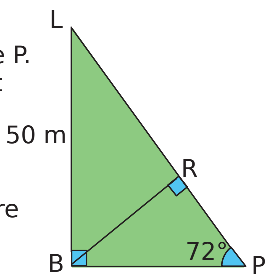


Calcule la distance entre les deux fanions S et P arrondie au dixième de mètre.

10 Course

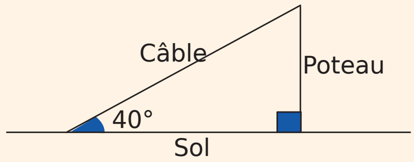
Rafaël et Léo nagent pour atteindre la bouée P. Ils sont respectivement en position R et L. On a BL = 50 m et $\widehat{BPL} = 72°$.

Calcule la distance entre les deux nageurs, arrondie au mètre.



11 Extrait du Brevet

Un câble de 20 m de long est tendu entre le sommet d'un poteau vertical et le sol horizontal.
Il forme un angle de 40° avec le sol.

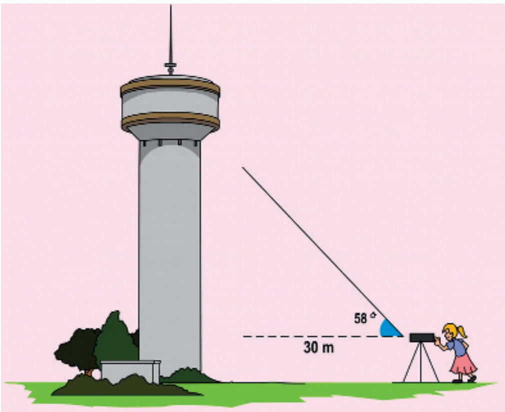


a. Calculer la hauteur du poteau ; donner la valeur approchée au dixième près par défaut.

b. Représenter la situation par une figure à l'échelle 1/200. (Les données de la situation doivent être placées sur la figure.)

12 Château d'eau

Juliette mesure l'angle entre l'horizontale et le haut du réservoir d'un château d'eau grâce à un appareil placé à 1,70 m du sol. Elle trouve 58°.



a. Calcule la hauteur du château d'eau arrondie au mètre.

b. La contenance de celui-ci est de 500 m^3 d'eau. Calcule le diamètre de la base en considérant que le réservoir du château d'eau est cylindrique. Arrondis au décimètre.

13 Cerf-volant

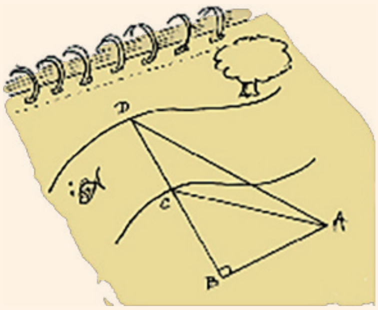
Elsa joue au cerf-volant sur la plage.
La ficelle est déroulée au maximum et tendue.
L'angle de la ficelle avec l'horizontale est de 48°. Elsa tient son dévidoir à 60 cm du sol.
Le cerf-volant vole à 12 m du sol.

a. Dessine un schéma de la situation.

b. Calcule la longueur de la ficelle déroulée. Donne la valeur arrondie au décimètre.

14 **Extrait du Brevet**

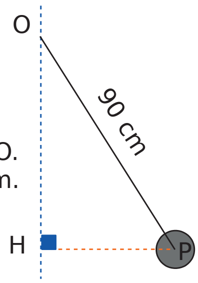
Monsieur Schmitt, géomètre, doit déterminer la largeur d'une rivière. Voici le croquis qu'il a réalisé : AB = 100 m ; $\widehat{BAD}$ = 60°
$\widehat{BAC}$ = 22° ; $\widehat{ABD}$ = 90°.



a. Calculer la longueur BC et BD au dixième près.

b. En déduire la largeur de la rivière à un mètre près.

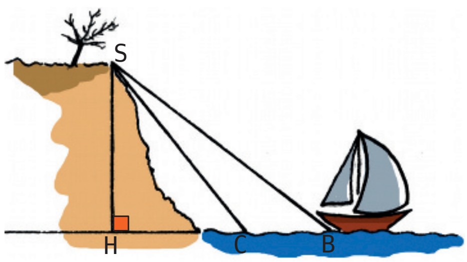
15 Un pendule est constitué d'une bille suspendue à un fil inextensible, fixé en un point O. La longueur du fil est de 90 cm. Le fil du pendule est initialement vertical.



a. Premier cas : on l'écarte de 520 mm de sa position initiale. Détermine la mesure arrondie au degré de l'angle obtenu entre le fil et la verticale.

b. Deuxième cas : une fois écarté, le fil fait un angle de 48° avec la verticale. Détermine la distance entre le pendule et la verticale.

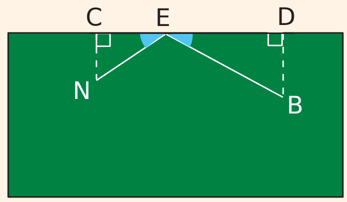
16 Charlotte navigue le long d'une falaise. Elle ne doit pas aller au-delà du point C et jette l'ancre au point B.
On a SH = 100 m, $\widehat{HCS}$ = 75° et $\widehat{HBS}$ = 65°.



À quelle distance du point C le bateau de Charlotte se trouve-t-il ? Donne la valeur approchée par excès au dixième de mètre près.

17 **Extrait du Brevet**

L'unité de longueur est le centimètre.
Le rectangle ci-dessous représente une table de billard. Deux boules de billard N et B sont placées telles que CD = 90 ; NC = 25 et BD = 35. (Les angles $\widehat{ECN}$ et $\widehat{EDB}$ sont droits.)
Un joueur veut toucher la boule N avec la boule B en suivant le trajet BEN, E étant entre C et D, et tel que $\widehat{CEN}$ = $\widehat{DEB}$.



On pose ED = x.

a. Donner un encadrement de x.

b. Exprimer CE en fonction de x.

c. Dans le triangle BED, exprimer tan $\widehat{DEB}$ en fonction de x.

d. Dans le triangle NEC, exprimer tan $\widehat{CEN}$ en fonction de x.

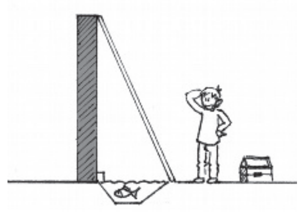
e. En égalant les deux quotients trouvés aux questions **c.** et **d.**, on trouve l'équation $35(90 - x) = 25x$. (On ne demande pas de justification.) Résoudre cette équation.

f. En déduire la valeur commune des angles $\widehat{CEN}$ et $\widehat{DEB}$ arrondie au degré.

18 Pour effectuer une réparation sur un toit, Esteban doit poser son échelle contre un mur. Pour qu'elle soit suffisamment stable et pour éviter de glisser, cette dernière doit former un angle d'au moins 65° avec le sol. L'échelle mesure 2,20 m. Géné par un bassin à poissons rouges, Esteban n'a pu poser son échelle qu'à 1,20 m du mur.

a. Cette échelle sera-t-elle suffisamment stable ? Justifie.

b. À quelle distance maximale du mur doit-il placer son échelle pour qu'elle soit stable ?



Je résous des problèmes

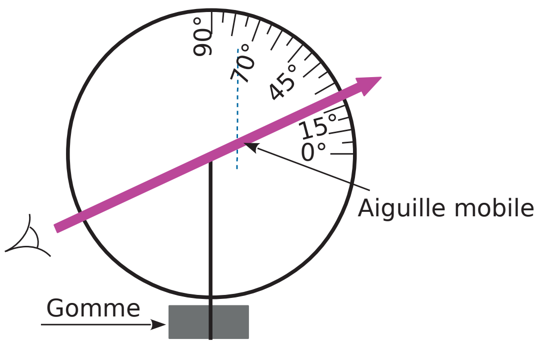
19 **Triangulation**

1re partie : Fabrication d'un viseur

a. Dans une feuille de carton rigide, découpe un disque de rayon 10 cm.

b. En son centre, avec une attache parisienne, fixe une aiguille plus longue que le diamètre du cercle et un fil au bout duquel tu noueras une petite gomme.

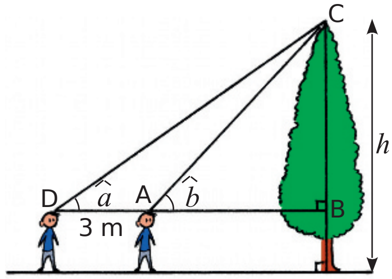
c. Sur un quart du cercle, gradue tous les 5 degrés (inspire-toi du modèle ci-dessous.). Trace le diamètre au niveau de la graduation 90°. (Il servira à positionner le viseur verticalement au moment de prendre des mesures sur le terrain.)



2e partie : Sur le terrain

Choisis un objet à mesurer (clocher, arbre...). Munis-toi du viseur et d'un mètre.

À l'aide du viseur, prends les deux mesures d'angles $\hat{a}$ et $\hat{b}$ comme indiqué ci-dessous.



3e partie : Interprétation des observations

a. Dans le triangle ABC, exprime la longueur AB en fonction de BC et de $\hat{b}$. Déduis-en la longueur DB en fonction de BC et de $\hat{b}$.

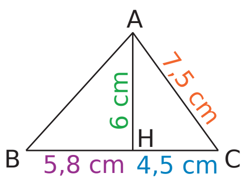
b. Dans le triangle BCD, exprime tan $\hat{a}$.
Tu viens d'obtenir une équation d'inconnue BC. Résous cette équation.

c. Utilise les données obtenues avec le viseur pour calculer la longueur BC. Déduis-en une valeur approchée de la hauteur h.

Résoudre un problème

20 ABC est un triangle tel que :

AC = 7,5 cm ;
BH = 5,8 cm ;
CH = 4,5 cm et
AH = 6 cm, avec
H ∈ [BC].



a. Faire une figure en vraie grandeur.

b. Démontrer que ACH est rectangle en H.

c. Calculer le périmètre et l'aire du triangle ABC.

21 ABC est un triangle rectangle en B tel que : AB = 5 cm et AC = 8 cm.

a. Calcule BC (arrondis au mm).

b. D est un point tel que : CD = 20 cm et BD = 19 cm. D est-il unique ?

c. Montre que le triangle BCD est rectangle. Précise en quel point.

d. Déduis-en que les points A, B et D sont alignés.

22 **Diagonale d'un carré**

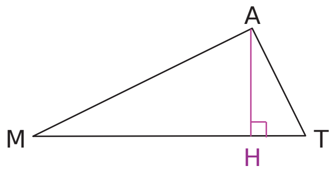
MANI est un carré de côté 2,5 cm.

a. Calcule la longueur exacte de la diagonale AI du carré MANI.

b. Si AN = a ($a > 0$), que vaut AI ?

23 La figure ci-dessous n'est pas en vraie grandeur, les points M, H et T sont alignés et on dispose des longueurs suivantes :

AH = 46 mm ;
HT = 23 mm ;
MH = 92 mm.

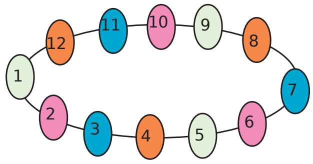


a. Calcule la longueur AT puis la longueur AM.

b. Démontre que le triangle MAT est rectangle en A.

c. Calcule l'aire du triangle MAT de deux façons différentes.

24 Le collier de Clémence



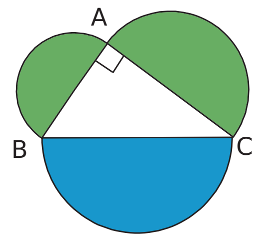
Clémence possède un collier qui contient 12 perles espacées régulièrement. Elle affirme pouvoir vérifier à l'aide de son collier qu'un triangle est rectangle. Pour cela, elle a besoin de former un triangle et de tendre son collier. Elle numérote ses perles de 1 à 12.

a. Dessine le collier de Clémence dans une position qui lui permet d'obtenir un angle droit.

b. Explique et justifie ton choix.

25 Les lunules d'Hippocrate

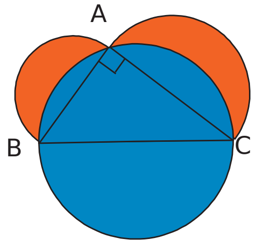
ABC est un triangle rectangle en A. On a construit les demi-cercles de diamètres [AB], [AC] et [BC] comme le montre la figure ci-dessous.



a. Exprime l'aire totale de la figure en fonction de AB, AC et BC.

b. Montre que l'aire du demi-disque bleu est égale à la somme des aires des demi-disques verts. Déduis-en que l'aire totale de la figure est égale à la somme des aires du triangle ABC et du disque de diamètre [BC].

c. Montre que l'aire des lunules (les parties en orange ci-contre) est égale à l'aire du triangle ABC.



26 Agrandissement, réduction

a. Démontre que le triangle AMI tel que : AM = 6 cm ; MI = 10 cm et AI = 8 cm est rectangle.

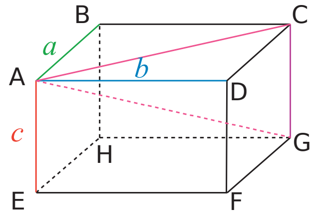
b. On multiplie les trois mesures du triangle par 0,8 pour avoir le triangle A'M'I'.
Le triangle obtenu est-il rectangle ?
Même question si les mesures de AMI sont multipliées par 3.

c. Soit un triangle rectangle dont les mesures, dans une même unité, sont notées a, b et c. On suppose que : $a > b > c$.
Quelle relation a-t-on entre a, b et c ?

d. Démontre que, si on multiplie a, b et c par un même nombre positif non nul k, le triangle obtenu est encore rectangle.

27

ABCDEFGH est un pavé droit tel que AB = a, AD = b et AE = c, en cm. On admet que le triangle ACG est rectangle en C.



a. Montre que :
$AC^2 = a^2 + b^2$ et $AG^2 = a^2 + b^2 + c^2$.

b. Calcule AG pour : $a = 6$ cm, $b = 3$ cm et $c = 4$ cm.

c. Ici, ABCDEFGH est un cube d'arête d.
Déduis de **a.** que $AC^2 = 2d^2$ et que $AG^2 = 3d^2$.
Calcule AG pour $d = 5$ m.

28

Trace un carré ABCD de côté 1 cm.

a. Calcule la valeur exacte de la longueur AC.

b. Place le point E sur [AB) tel que AE = 3 × AB. Construis ensuite le carré AEGH de telle sorte que D soit un point de [AH]. Calcule la valeur exacte de la longueur AG.

c. Montre que AG est un multiple de AC.

d. Place le point F sur [EG] de telle sorte que AEFD soit un rectangle.
Calcule la longueur exacte de AF.

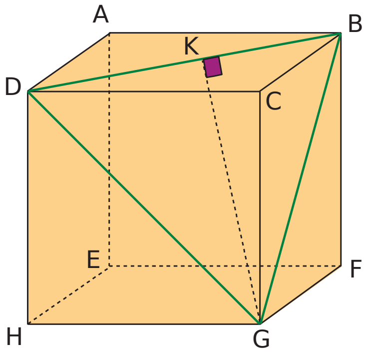
e. Place sur [AG] le point P tel que AP = AF. La longueur de [AP] est-elle un multiple de celle de [AC] ?

f. Prouve que CG = $\sqrt{8}$ cm.

g. Compare $\sqrt{2} + \sqrt{8}$ et $\sqrt{10}$.

Je résous des problèmes

29 ABCDEFGH est un cube de 4 cm d'arête.



a. Calcule la valeur exacte de GD et écris le résultat sous la forme $a\sqrt{2}$ avec a entier.

b. Quel est le périmètre du triangle BDG ?
Tu donneras la réponse sous la forme $a\sqrt{2}$.

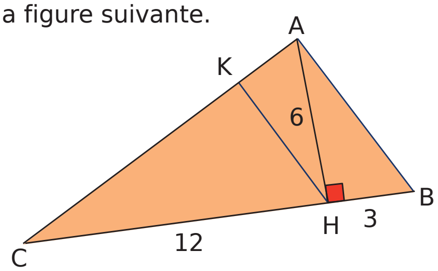
c. Calcule la valeur exacte de GK.

d. Calcule l'aire du triangle BGD.
Donne la valeur exacte puis une valeur arrondie au centième.

30 Avec l'aide de Pythagore

Observe la figure suivante.

(KH) // (AB)

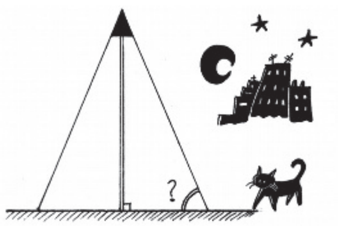


a. Calcule les valeurs exactes de AC et AB.

b. Démontre que le triangle ABC est rectangle en A.

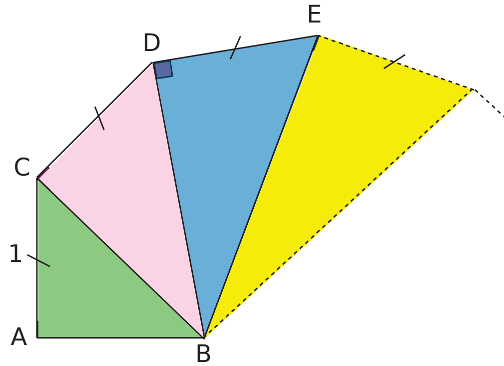
c. Calcule la valeur exacte de KH.

31 Dans la nuit, un lampadaire de 2,60 m de haut, dessine sur le sol un disque de 95 cm de rayon.Quelle est la mesure de l'angle, arrondie au degré, formé par le cône de lumière avec le sol ?



32 Spirale de Théodore de Cyrène

Observe la figure suivante.



a. Sachant que le triangle ABC est un triangle rectangle isocèle en A, calcule la valeur exacte de BC.

b. En t'aidant de la question **a.** et de la figure ci-dessus, calcule les valeurs exactes de DB et EB.

c. À l'aide des questions précédentes, construis un segment de longueur $\sqrt{7}$.

33 (Extrait du Brevet)

ABC est un triangle tel que AB = 4,2 cm ; AC = 5,6 cm et BC = 7 cm.

a. Démontrer que ABC est un triangle rectangle.

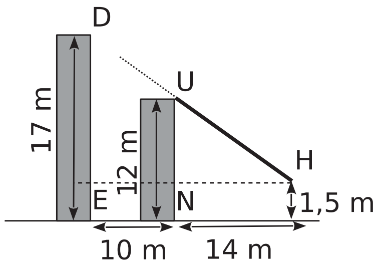
b. Calculer son aire.

c. On sait que si R est le rayon du cercle circonscrit à un triangle dont les côtés ont pour longueurs a, b, c données en cm, l'aire de ce triangle est égale à $\dfrac{abc}{4\text{R}}$.

En utilisant cette formule, calculer le rayon du cercle circonscrit à ABC.

Pouvait-on prévoir ce résultat ? Justifier.

34 Deux immeubles distants de 10 m, sont situés l'un derrière l'autre. Le premier immeuble mesure 12 m. Hakim se trouve à 14 m du premier immeuble, ses yeux sont à 1,50 m du sol.
Peut-il voir le deuxième immeuble qui mesure 17 m ?



En utilisant le numérique

35 MER est un triangle rectangle en E.
Le tableau suivant présente plusieurs cas de dimensions du triangle MER.

	n°1	n°2	n°3	n°4	n°5
MR	...	...	5,3 cm	9,1 cm	7 m
RE	15 cm	36 cm	...	9 cm	... m
ME	8 cm	7,7 dm	2,8 cm	...	53 cm

a. Écris l'égalité de Pythagore pour ce triangle.

b. Recopie ce tableau dans un tableur et complète-le.

36 Utilise un tableur pour démontrer que le triangle ABC est un triangle rectangle et précise à chaque fois en quel point.

a. AB = 52 cm ; AC = 39 cm et BC = 65 cm.

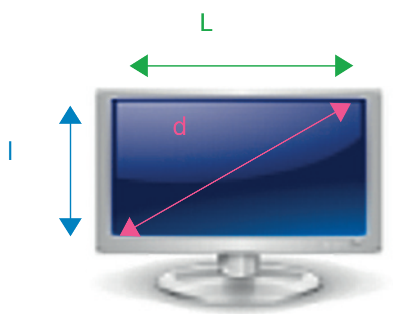
b. AB = 3,25 m ; AC = 3,97 m et BC = 2,28 m.

c. AC = 8,9 dm ; AB = 3,9 dm et CB = 80 cm.

d. CB = 33 mm ; AC = 65 mm et AB = 56 mm.

37 Le bon format

Pour répertorier ses moniteurs, un brocanteur relève leurs caractéristiques, notamment leurs longueurs et leurs largeurs :
L_1 = 30,6 cm et l_1 = 23 cm ;
L_2 = 34,6 cm et l_2 = 26 cm.
Or, dans son logiciel, la taille des moniteurs est répertoriée selon la diagonale des écrans en pouces.



a. Sachant qu'un pouce (noté 1") vaut 2,54 cm, retrouve les diagonales d_1 et d_2 des moniteurs, en pouces, arrondies à l'unité.

b. Le brocanteur va recevoir un nouveau moniteur de 21". Il veut retrouver ses dimensions l et L. Son employé lui dit : « C'est simple car il n'existe qu'un seul rectangle de diagonale donnée. ». Prouve qu'il a tort en donnant deux exemples.
On sait d'autre part que :
$L = \frac{4}{3}l$ (tu pourras utiliser $\frac{4}{3} \approx 1,33$).
Trouve alors les valeurs l et L.

c. Aide le brocanteur à créer un fichier "Calculateur de dimensions" avec un tableur pour renseigner :
1) la largeur l et la longueur L en cm et on obtiendrait la diagonale d en cm puis en pouces ;
2) la diagonale d en pouces et on obtiendrait les dimensions l et L en cm d'un moniteur 4/3.

d. Trouve les dimensions en cm de l'écran 13,3'' d'un ordinateur ultraportable puis la longueur de la diagonale en pouces d'un écran de 29 cm par 38,6 cm.

38 Comparaison

a. Utilise le tableur pour compléter le tableau ci-dessous ($a \geqslant 0$).

a	a^2	$2a$	$\frac{a}{2}$	$\sqrt{a}$
9				
	16			
		2		
			1	
				6

b. Affiche des graphiques de type ligne pour comparer :
- a et a^2
- a et 2a
- a et $\frac{a}{2}$
- a et $\sqrt{a}$

Je résous des problèmes

39 On considère les trois séries de nombres suivantes.

S_1 : 16 ; 4 ; 8 ; 32 ; 256.

S_2 : 12,5 ; 625 ; 50 ; 5 ; 25.

S_3 : 72 ; 288 ; 20 736 ; 12 ; 144.

a. Dans un tableau similaire à celui de l'exercice précédent, place chacune des séries sur une ligne en rangeant les nombres dans les bonnes cases.

b. Trouve une quatrième série S_4 où le nombre 7 sera à placer dans une des colonnes.

40 Avec un tableur

L'algorithme de Héron d'Alexandrie est une méthode de calcul pour déterminer une valeur approchée de la racine carrée d'un nombre positif N.

a. Recherche qui était Héron d'Alexandrie et à quelle époque il a vécu.

b. Cette méthode est définie par la formule :

$$a' = \frac{\left(a + \frac{N}{a}\right)}{2}$$

où a est un nombre choisi au départ et a' remplace a dans l'étape suivante.

On veut programmer avec un tableur la recherche d'une valeur approchée de $\sqrt{10}$ avec cette méthode : ici, N = 10 et a = 1. On n'utilise que la colonne A.

c. Dans la cellule A2, tape =(1+10/1)/2 et dans la cellule A3, tape =(A2+10/A2)/2 puis poursuis la programmation comme dans la feuille de calcul ci-dessous.

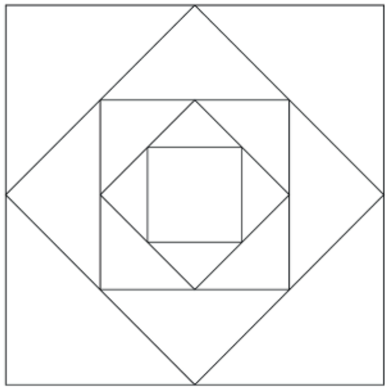
	A	B	C
1	Racine carrée de 10		
2	5,50000		
3	3,65909		
4	3,19601		
5	3,16246		
6	3,16228		

Note la valeur approchée au dix-millième de $\sqrt{10}$.

d. Recommence pour déterminer une valeur approchée au dix-millième de $\sqrt{2}$, $\sqrt{11}$ et $\sqrt{20}$.

41 Construction

Écris un programme qui reproduit cette figure à base de carrés.

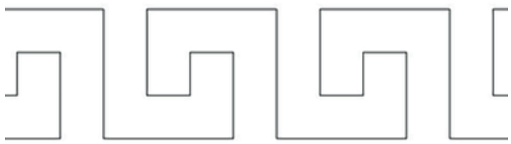


42 Nature d'un triangle

Écris un programme qui dit si un triangle est rectangle à partir de la donnée des trois côtés.

43 Construction

Écris un programme qui reproduit cette frise (à base de carrés).



44 Calculer le côté d'un triangle rectangle

Écris un programme qui :

a. demande :

-le nom d'un triangle rectangle et le sommet de l'angle droit.

-quelle valeur calculer

-les longueurs des deux autres côtés

b. calcule la longueur du troisième côté.

45 Calculer la mesure d'un angle

Écris un programme qui :

a. demande :

-le nom d'un triangle rectangle et le sommet de l'angle droit.

-quelle mesure d'angle calculer

-les longueurs et les noms de deux côtés

b. calcule la mesure de l'angle demandée.

Triangles et proportionnalité

D4

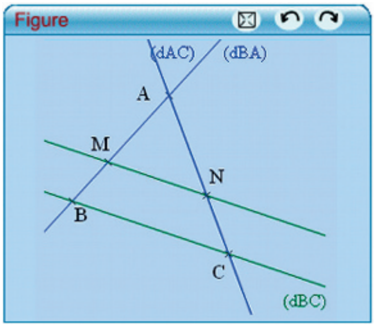
Objectifs de cycle

■ **Utiliser le théorème de Thalès**	tests n° 1, 2 et 3	Niveau 3
■ **Utiliser la réciproque du théorème de Thalès**	test n° 4	Niveau 3
■ **Agrandir ou réduire une figure**	tests n° 5, 6 et 7	Niveau 3
■ **Utiliser l'homothétie**	test n° 8	Niveau 3
■ **Triangles semblables**	test n° 9	Niveau 3

- Dans ce chapitre est étudié le lien entre les triangles et la proportionnalité, en commençant par le théorème de Thalès et sa réciproque.
- L'apprentissage de l'homothétie permet de poursuivre l'étude en utilisant des coefficients négatifs et ainsi d'unifier toutes les configurations du théorème de Thalès.
- L'agrandissement/réduction de figure permet également une généralisation à toutes les figures et d'introduire les figures semblables, où les triangles semblables sont plus particulièrement étudiés.
- En fin de chapitre sont regroupés des exercices sur les thèmes : construire à la règle et au compas, mesurer des longueurs inaccessibles, déterminer le rayon de la Terre, déterminer la distance Terre-Lune.

Activités de découverte

Activité 1 Théorème de Thalès



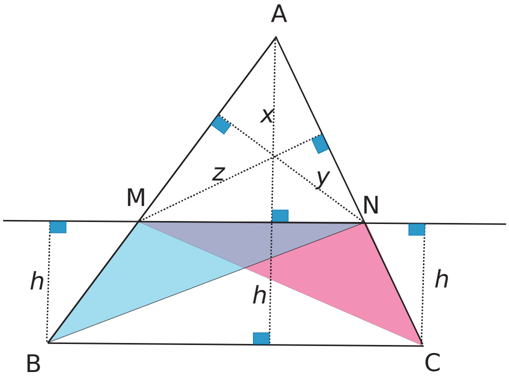
1. Place trois points distincts A, B et C, non alignés.
Trace les droites (AB), (BC) et (CA).
Place un point M sur la droite (AB) puis construis la droite parallèle à la droite (BC) passant par le point M. Appelle N le point d'intersection de cette droite avec la droite (AC).

2. Quelles sont les différentes possibilités pour la position du point M ? Pour chacune d'elles, fais un dessin sur ton cahier.

3. Affiche les longueurs AM, AB, AN, AC, MN et BC sur la figure. Affiche le résultat du calcul des rapports $\frac{AM}{AB}$, $\frac{AN}{AC}$ et $\frac{MN}{BC}$. Compare-les et émets une conjecture.

4. Déplace les points libres A, B, C et le point lié M l'un après l'autre à la souris.
La conjecture se confirme-t-elle ?

Activité 2 Un nouveau théorème



Sur la figure ci-contre : ABC est un triangle quelconque et **(MN) est parallèle à (BC).**
On a tracé plusieurs hauteurs et on a repéré leurs longueurs par les lettres *x*,*y*,*z* et *h*.

1. En considérant le triangle AMN prouve que :
$AM \times y = AN \times z$

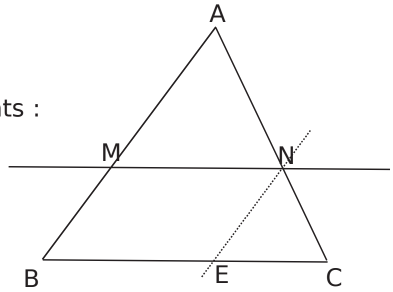
2. Prouve que les triangles BMN et CMN ont des aires égales.

3. Déduis-en que les triangles ANB et AMC ont des aires égales.

4. Déduis-en que : $AB \times y = AC \times z$

5. En divisant membre à membre les égalités de **1.** et de **4.** prouve que $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$.

6. On veut étudier le troisième rapport $\frac{MN}{BC}$.
On trace la parallèle à (AB), elle coupe [BC] en E.



7. D'après la propriété du **5.** que peut-on dire des rapports suivants :
$\frac{CN}{AC}$ et $\frac{CE}{CB}$?

8. En exprimant CN avec AC et AN et CE avec BC et BE :
a. Que deviennent les rapports précédents ?
b. Montre qu'on a l'égalité : $\frac{AC}{AC}-\frac{AN}{AC} = \frac{BC}{BC}-\frac{BE}{BC}$
c. Comme $\frac{AC}{AC}=\frac{BC}{BC}=1$ que peut-on en déduire pour $\frac{AN}{AC}$ et $\frac{BE}{BC}$?

9. Quelle est la nature du quadrilatère MNEB ?
Que peut-on en déduire pour BE et MN ?

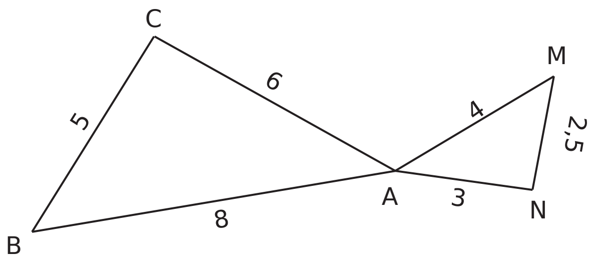
10. En déduire que $\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$ et donc en reprenant le résultat de **5.**
que $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

Activité 3 Réciproque ?

On va se demander s'il suffit que deux triangles aient des longueurs de côtés proportionnelles pour obtenir des droites parallèles.

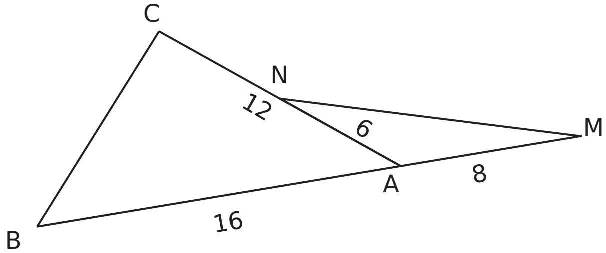
1. Situation 1

A-t-on $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$? Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ?



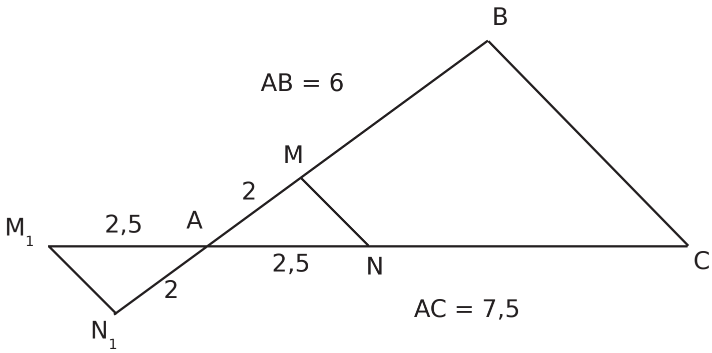
2. Situation 2

A-t-on $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$? Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ?



3. Situation 3

A-t-on $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$?
Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ?



4. Conjecture un énoncé de la réciproque du théorème de Thalès.

5. Démonstration

On suppose que les points O, M, A d'une part et les points O, N, B d'autre part sont alignés dans le même ordre et que $\frac{OM}{OA} = \frac{ON}{OB}$.

On appelle K le point d'intersection de (OB) et de la parallèle à (AB) passant par M.

a. Si M appartient à [OA], où se trouve le point K ? Fais un dessin.
Et si M appartient à (OA) mais pas à [OA] ? Fais un dessin.

b. Dans quelle configuration peux-tu appliquer le théorème de Thalès ? Écris alors les égalités de quotients.

c. Qu'en déduis-tu pour les rapports $\frac{ON}{OB}$ et $\frac{OK}{OB}$? Justifie.

d. Que peux-tu conclure pour les points K et N ?

e. Que peux-tu dire alors des droites (MN) et (AB) ?

f. Qu'en conclus-tu ?

Activités de découverte

Activité 4 Le même dessin ?

On considère un triangle POT tel que $\widehat{POT} = 47°$, $\widehat{PTO} = 33°$ et $\widehat{TPO} = 100°$.

a. Explique pourquoi un tel triangle est constructible.

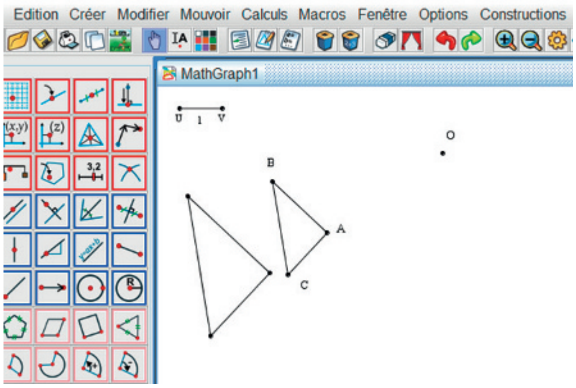
b. Construis un triangle correspondant à ces données.

c. Compare ta figure avec celle d'un voisin. Tu pourras utiliser du papier calque et/ou organiser les mesures prises sur vos figures respectives dans un tableau.

d. Les deux triangles construis sont-ils identiques ? Que peut-on dire des mesures de leurs côtés ?

Activité 5 Une nouvelle transformation.

On va utiliser un logiciel de géométrie dynamique comme Mathgraph 32 par exemple. (http://www.mathgraph32.org/)



1. Construis trois points A, B et C puis le triangle ABC.

2. Construis un point O à l'extérieur du triangle.

3. Active le bouton de l'homothétie.

4. Clique sur le point O, puis choisis comme rapport 2.

5. Clique alors sur le triangle ABC. Tu obtiens alors l'image de ABC par l'homothétie de centre O et de rapport 2.

6. Déplace le point O pour observer ce qui se passe. Modifie également la position des points A, B et C.

7. Que remarques-tu sur les côtés du triangle homothétique par rapport à ceux de ABC ? (longueur, position ...)

8. Si on superpose le point O à l'un des sommets du triangle on retrouve une configuration déjà étudiée précédemment, laquelle ?

9. A ton avis quelle est la fonction du rapport 2 ?

10. Refais l'expérience avec un rapport inférieur à 1.

11. Qu'est-ce qui change dans ce cas ?

12. « Une homothétie est une transformation géométrique qui produit des agrandissements ou des réductions. » Es-tu d'accord avec cette définition ?

13. Que se passe-t-il lorsqu'on choisit un rapport négatif ? (Pour mieux observer on pourra tracer les droites passant par le centre O et par les sommets du polygone ABCD.)

14. Quelle transformation connue retrouve-t-on avec le rapport -1 ?

Cours et méthodes

1 Utiliser le théorème de Thalès

Propriété

Soient deux droites (d) et (d') sécantes en A.
B et M sont deux points de (d) distincts de A.
C et N sont deux points de (d') distincts de A.

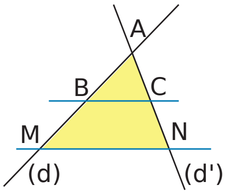
Si les droites (BC) et (MN) sont **parallèles** alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

Entraîne-toi à Calculer une longueur avec le théorème de Thalès

Énoncé

Sur la figure ci-dessous, les droites (BC) et (MN) sont parallèles. AB = 3 cm ; AN = 4 cm et AM = 7 cm.

Calcule la longueur AC.



Correction

Les droites (BM) et (CN) sont sécantes en A.

Les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a

$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$, soit $\frac{3}{7} = \frac{AC}{4} = \frac{BC}{MN}$.

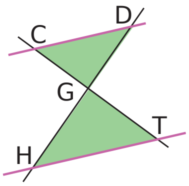
Calcul de AC : $7 \times AC = 3 \times 4$ soit

$AC = \frac{3 \times 4}{7} = \frac{12}{7}$ donc $AC = \frac{12}{7}$ cm.

Énoncé

Sur la figure ci-dessous, les droites (CD) et (HT) sont parallèles.

On donne DG = 25 mm ; GH = 45 mm ; CG = 20 mm et HT = 27 mm. Calcule GT.



Correction

Les droites (DH) et (CT) sont sécantes en G.

Les droites (CD) et (HT) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a

$\frac{GC}{GT} = \frac{GD}{GH} = \frac{CD}{HT}$, soit $\frac{20}{GT} = \frac{25}{45} = \frac{CD}{27}$.

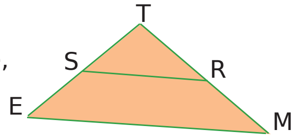
Calcul de GT : $25 \times GT = 45 \times 20$.

$GT = \frac{45 \times 20}{25}$ donc GT = 36 mm.

Entraîne-toi à Justifier que deux droites ne sont pas parallèles

Énoncé

Sur la figure ci-contre,
TR = 11 cm ;
TS = 8 cm ;
TM = 15 cm et TE = 10 cm.
Montre que les droites (RS) et (ME) ne sont pas parallèles.



Correction

Les droites (ES) et (MR) sont sécantes en T.

$\frac{TR}{TM} = \frac{11}{15} = \frac{22}{30}$ et $\frac{TS}{TE} = \frac{8}{10} = \frac{24}{30}$. On constate que $\frac{TR}{TM} \neq \frac{TS}{TE}$. D'après le théorème de Thalès, (RS) et (ME) ne sont pas parallèles.

2 Utiliser la réciproque du théorème de Thalès

Réciproque du théorème de Thalès

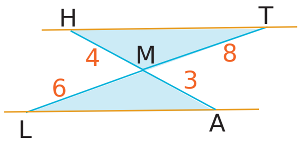
Soient (d) et (d') deux droites sécantes en A. B et M sont deux points de (d) distincts de A et C et N sont deux points de (d') distincts de A.

Si les points A, B, M d'une part, et les points A, C, N d'autre part, sont alignés dans le même ordre et si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

↘ Entraîne-toi à Justifier que deux droites sont parallèles

■ **Énoncé**

Les droites (LA) et (HT) sont-elles parallèles ?



Correction

On a $\frac{MH}{MA} = \frac{4}{3}$ et $\frac{MT}{ML} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$.

On constate que $\frac{MH}{MA} = \frac{MT}{ML}$.

De plus, les points A, M, H d'une part et les points L, M, T d'autre part sont alignés dans le même ordre.
Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (AL) et (HT) sont parallèles.

3 Agrandir ou réduire une figure

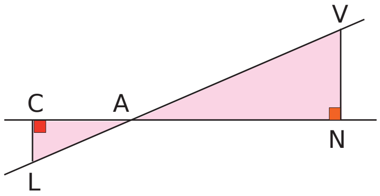
Propriété

Lorsque deux figures ont la **même forme** et des **longueurs proportionnelles**, on dit que l'une est un agrandissement ou une réduction de l'autre.

↘ Entraîne-toi à Reconnaître une réduction ou un agrandissement

■ **Énoncé**

Les droites (VL) et (CN) sont sécantes en A.
(LC) et (VN) sont perpendiculaires à (CN).
Le triangle LAC est-il une réduction du triangle VAN ? Justifie ta réponse.



Correction

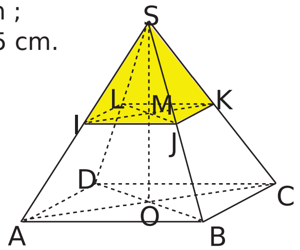
Les droites (CN) et (VL) sont sécantes en A.
Les droites (LC) et (NV) sont perpendiculaires à la même droite (AN) donc elles sont parallèles. D'après le théorème de Thalès, on en déduit que $\frac{AN}{AC} = \frac{AV}{AL} = \frac{NV}{LC}$.
Les longueurs de VAN et LAC sont proportionnelles.
LAC est une réduction de VAN.

» **Remarque :** Les triangles LAC et VAN sont deux triangles qui ont la même forme.

↘ Entraîne-toi à Calculer des longueurs réduites ou agrandies

■ **Énoncé**

La pyramide SIJKL est une réduction de la pyramide SABCD.
On donne AB = 6 cm ;
SA = 15 cm et SI = 5 cm.
Calcule IJ.



Correction

On sait que la pyramide SIJKL est une réduction de rapport k de la pyramide SABCD.
Donc les longueurs des deux pyramides sont proportionnelles.
[SI] étant une réduction de rapport k de [SA], on en déduit que : $k = \frac{SI}{SA} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$.

De même, [IJ] est une réduction de rapport $\frac{1}{3}$ de [AB].

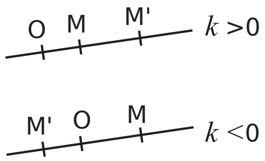
Donc $IJ = k \times AB = \frac{1}{3} AB = \frac{1}{3} \times 6 = 2$ cm.

4) Transformer avec l'homothétie

Définition

M' est l'image de M par l'homothétie de centre O et de rapport k (k un nombre réel différent de 0) lorsque :

- OM= k OM'
- si k est positif : M' ∈ [OM) ou si k est négatif : O ∈ [MM']



» **Remarque 1**

- Si $k > 1$ ou $k < -1$, la figure image est un agrandissement de la figure initiale.
- Si $-1 < k < 0$ ou $0 < k < 1$, la figure image est une réduction de la figure initiale.

Propriétés

Par une homothétie de rapport k (k étant un nombre réel), l'image
- d'une droite est une droite qui lui est parallèle
- d'un segment [MN] est un segment [M'N']
  de longueur k MN (si $k > 0$) ou $-k$ MN (si $k < 0$)

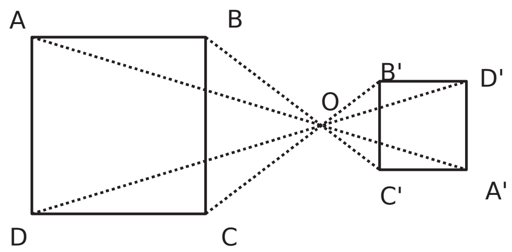
» **Remarque 2 :** L'image d'un triangle par une homothétie est un triangle dont les côtés sont parallèles et proportionnels aux côtés initiaux. Le théorème de Thalès s'applique !

Entraîne-toi à **Construire l'image d'une figure par homothétie**

Énoncé

Trace un carré ABCD et place un point O à l'extérieur. Construis A'B'C'D', image du quadrilatère ABCD par l'homothétie de centre O et de rapport -0,5.

Correction



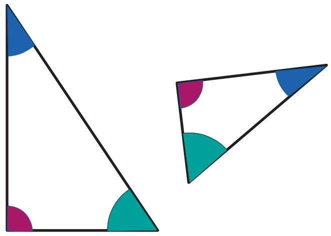
5) Triangles semblables

Définition

Deux triangles sont **semblables** si les angles de l'un sont égaux aux angles de l'autre.

Propriété

Si deux triangles sont semblables alors les longueurs des côtés de l'un sont proportionnelles aux longueurs des côtés de l'autre. Et réciproquement.



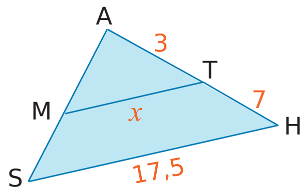
Je me teste

Niveau 3

1 Dans le triangle DST, E est un point de [DS] et F un point de [DT] tels que DS = 6,3 cm ; EF = 2,9 cm ; ST = 8,7 cm et DF = 1,8 cm. De plus, (EF) et (ST) sont parallèles. Calcule DE et DT.

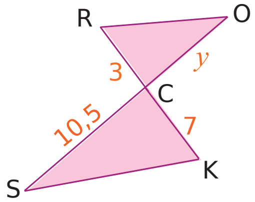
2 Dans chacun des cas suivants, calcule, si c'est possible, la valeur de x, y et z indiquée sur la figure.

a.



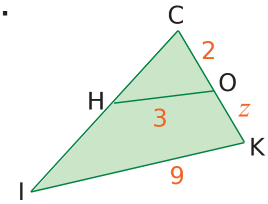
(MT) // (SH)

b.



(RO) // (SK)

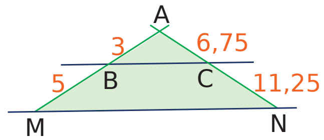
c.



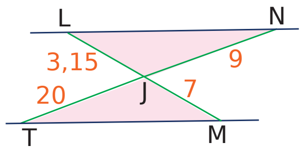
3 Dans le triangle DOT, E est un point de [DO]. La parallèle à (OT) passant par E coupe [DT] en F. On sait que DO = 6 cm ; DT = 5 cm ; OT = 8 cm et DF = 1 cm. Calcule DE et EF.

4 Montre que les droites bleues sur les figures ci-dessous sont parallèles.

a.



b.



5 Le triangle BEC est une réduction de rapport 0,75 du triangle TOP de côtés 3,6 cm ; 5,2 cm et 7,2 cm. Donne les longueurs du triangle BEC puis construis-le.

6 Donne les mesures des côtés d'un agrandissement de rapport 2,5 d'un triangle PAS tel que $\widehat{APS}$ = 100°, $\widehat{SAP}$ = 50° et PA = 3 cm.

7 Soit un rectangle BLEU de longueur 5 cm et de largeur 4 cm. Soit ROSE une réduction de BLEU de rapport $\frac{3}{5}$. Quelle est la nature du quadrilatère ROSE ? Justifie ta réponse puis construis ROSE.

8 Soit TRAN un losange tel que TR = 5 cm et tel que l'angle $\widehat{TRA}$ mesure 30°. Place un point O à l'extérieur du losange et construis JEDI, image de TRAN par l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{3}{2}$.

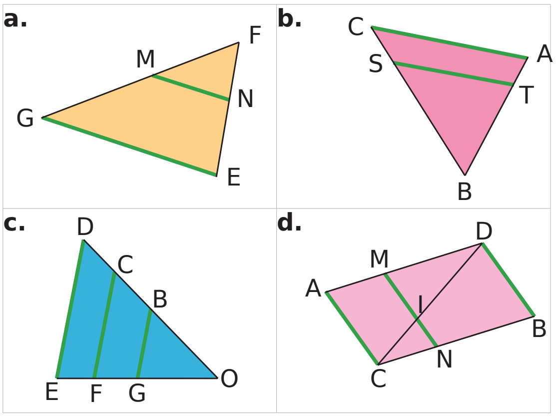
9 ABC est un triangle rectangle en A tel que $\widehat{ABC}$ =70°. DEF est un triangle rectangle en E tel que $\widehat{EDF}$ =20°. Démontre que ABC et DEF sont deux triangles semblables et écris l'égalité des rapports de longueurs.

➔ Voir Corrigés p. 368

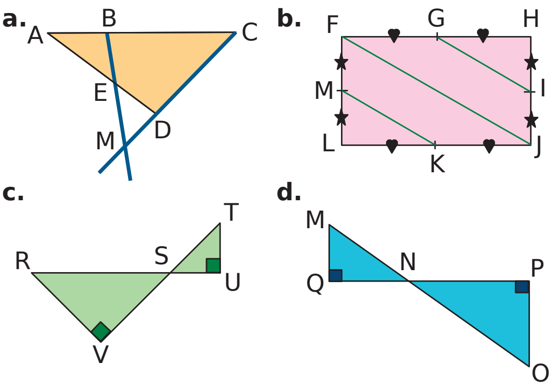
Je m'entraîne

Écrire l'égalité du théorème de Thalès

1 Écris toutes les égalités des rapports de longueurs dans chacun des cas suivants. Les droites vertes sont parallèles.

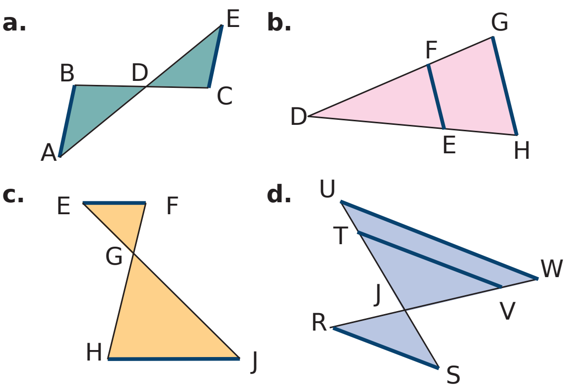


2 Peux-tu utiliser le théorème de Thalès dans les figures ci-dessous ? Justifie ta réponse.



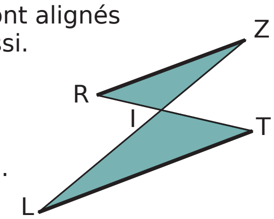
3 **Rapports égaux**

Dans chacun des cas suivants, écris tous les rapports de longueurs égaux. Tu préciseras les droites parallèles utilisées. Les droites représentées en bleu sont parallèles.



4 Les points L, I, Z sont alignés et les points R, I, T aussi. Les droites (RZ) et (LT) sont parallèles.

On donne RZ = 5 cm ; RI = 2 cm et IT = 3 cm.

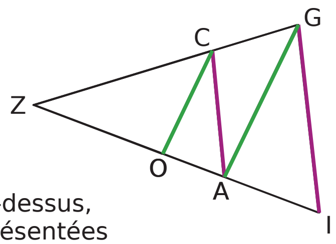


a. Reproduis cette figure à main levée et reportes-y les données de l'énoncé.

b. Écris les rapports de longueurs égaux.

c. Quelle(s) longueur(s) pourrais-tu calculer ?

5 **Des lacets**



Sur la figure ci-dessus, les droites représentées en vert et en violet sont parallèles deux à deux.

a. Décris les deux configurations de Thalès présentes dans cette figure.

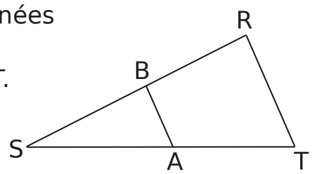
b. Écris tous les rapports de longueurs égaux à $\frac{ZC}{ZG}$. Tu préciseras les droites parallèles que tu as utilisées.

Calculer des longueurs

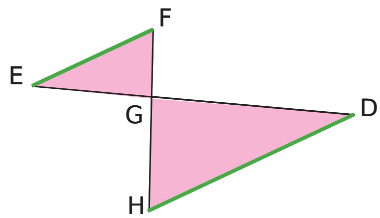
6 Sur la figure ci-dessous, les droites (AB) et (TR) sont parallèles. On donne SA = 4 cm ; ST = 15 cm ; AB = 2,4 cm et SR = 7,5 cm.

a. Reporte les données sur un croquis.

b. Calcule SB et RT.



7 Les droites en vert sont parallèles.



On sait que GH = 15 cm ; GF = 6 cm ; GD = 14,2 cm et HD = 7,3 cm.

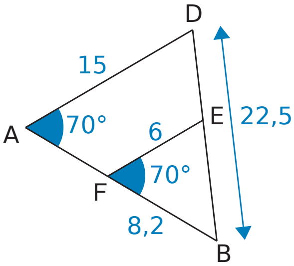
Calcule les longueurs EF et EG.

Je m'entraîne

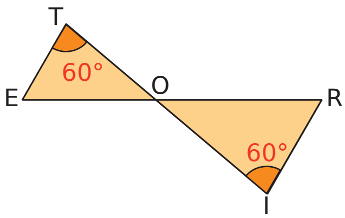
8 Soit PEM un triangle. A est un point du segment [PE] et B est un point du segment [PM] tels que BM = 30 cm ; AB = 30 cm ; ME = 50 cm et (AB) // (ME). À l'aide du théorème de Thalès, on obtient PM = 45 cm. Vrai ou faux ? Explique ta démarche.

9 On considère la figure suivante :

Calcule BE et AB.



10 Les points T, O, I sont alignés et les points R, O, E aussi.



On donne ET = 2,4 cm ; OT = 6,4 cm ; OR = 7 cm et RI = 3 cm.

Calcule, en justifiant, les longueurs OE, OI et ER.

11 Construis le triangle NAF tel que

NA = 5,6 cm ; FA = 4,2 cm et $\widehat{NAF} = 70°$.

Place sur [NA] le point R tel que AR = 8 cm. La parallèle à la droite (NF) passant par R coupe (FA) en T.

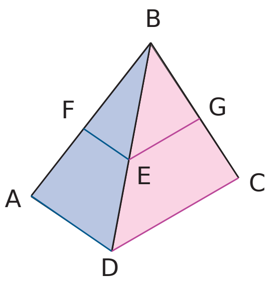
a. Trace en couleur les droites parallèles. Écris les rapports de longueurs égaux.

b. Calcule la longueur AT. Vérifie sur ta figure.

12 Sur la figure ci-dessous : EF = 3 cm ; BG = 4 cm et GC = 2 cm.
Les droites (FE) et (AD) sont parallèles et les droites (EG) et (DC) sont parallèles.

a. Calcule $\dfrac{BE}{BD}$.

b. Déduis-en AD.



13 **À la recherche des parallèles perdues**

BANC est un parallélogramme tel que BA = 4 cm ; BC = 6 cm et AC = 8 cm.
P est le point de [AC] tel que AP = 2,4 cm.
La parallèle à (BC) passant par P coupe [CN] en O.

a. Trace une figure en vraie grandeur.

b. Montre que les droites (PO) et (AN) sont parallèles.

c. Calcule les longueurs CO et PO.

14 Construis le triangle FOT tel que FO = 6 cm ; OT = 8 cm et FT = 5,6 cm.

Place le point R sur [FO] tel que FR = $\dfrac{5}{4}$ FO.

La parallèle à la droite (OT) passant par R coupe (FT) en E.

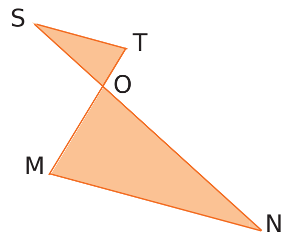
a. Calcule RE.

b. Calcule TE.

Démontrer que des droites sont parallèles

15 Démontre que les droites (MN) et (ST) sont parallèles.

On donne OM = 2,8 cm ;
ON = 5,4 cm ;
OS = 2,7 cm
et OT = 1,4 cm.

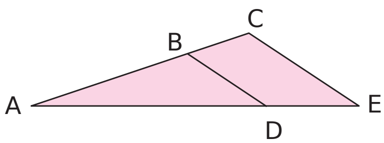


16 ABC un triangle tel que BC = 3,3 cm ; AC = 2,4 cm et AB = 2,5 cm.

a. Réalise une figure. Place le point D sur [AC] tel que CD = 6 cm et le point E sur [BC] tel que CE = 9 cm.

b. Explique pourquoi les droites (ED) et (AB) ne sont pas parallèles.

17 On donne les longueurs suivantes : AB = 6,3 cm ; BC = 4,9 cm ; AE = 16 cm et DE = 7 cm.



Les droites (BD) et (CE) sont-elles parallèles ?
Justifie ta réponse.

Agrandir ou réduire une figure

18 Reconnaître une situation de réduction ou d'agrandissement

Parmi les images ci-dessous, quelles sont celles qui sont des réductions, des agrandissements de l'arbre ci-contre et celles qui ne sont ni l'une ni l'autre ?

Fig 1

Fig 2

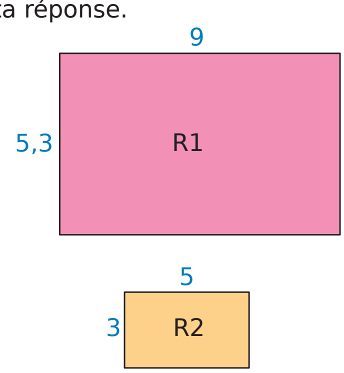
Fig 3

Fig 4

Fig 5

19 Réduction ?

Soit deux rectangles R1 et R2. Le rectangle R2 est-il une réduction du rectangle R1 ? Justifie ta réponse.



Utiliser les propriétés de l'agrandissement-réduction

20 Agrandissement ou non

a. Construis un parallélogramme ABCD tel que AB = 3 cm ; BC = 5 cm et $\widehat{ABC} = 55°$.

b. Construis un parallélogramme EFGH tel que EF = 2AB ; FG = 2BC et qui soit un agrandissement du parallélogramme ABCD de rapport 2. Écris la propriété utilisée.

c. Construis un parallélogramme IJKL tel que IJ = 2AB ; JK = 2BC et qui ne soit pas un agrandissement de ABCD. Explique pourquoi ce n'est pas un agrandissement.

21 Agrandissement et parallélisme

a. Construis un triangle ABC tel que AB = 3,4 cm ; AC = 4,5 cm et BC = 7 cm.

b. Construis un triangle CDE qui soit un agrandissement de rapport 2 du triangle ABC et tel que D appartient à la demi-droite [CA) et E appartienne à la demi-droite [CB).

c. Démontre que (DE) et (AB) sont parallèles.

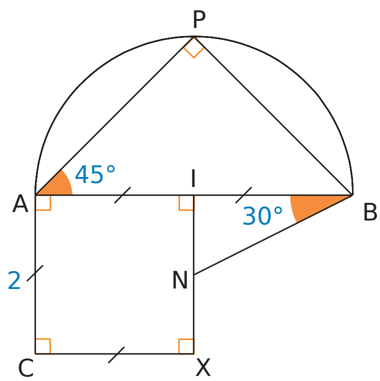
22 Réduction et trapèze

a. Construis un trapèze ABCD rectangle en D tel que (AB) soit parallèle à (CD), AB = 3,9 cm ; CD = 6,6 cm et AD = 4,5 cm.

b. Construis une figure qui soit une réduction de rapport $\frac{2}{3}$ du trapèze ABCD.

c. Quelle est la nature du quadrilatère obtenu ? Justifie ta réponse.

23 Construction et agrandissement



Construis un agrandissement de rapport de la figure ci-dessus. Explique ta démarche. L'unité de longueur est le centimètre.

Je m'entraîne

24 **Grandir**

a. Construis un parallélogramme RAVI tel que RI = 6 cm ; IV = 4 cm et $\widehat{RIV} = 130°$.

b. Construis un agrandissement de rapport $\frac{5}{4}$ du parallélogramme RAVI.

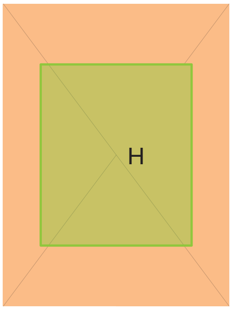
c. Quelle est la nature de la figure obtenue ? Justifie ta réponse.

d. Déduis-en la mesure des angles de la figure agrandie. Justifie.

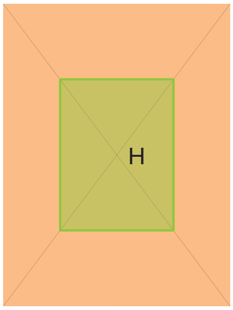
Homothétie

25 La figure verte est-elle l'image de la figure orange par une homothétie de centre H ?

a.

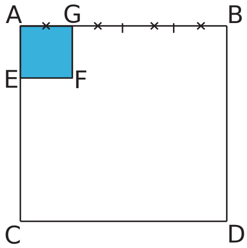


b.



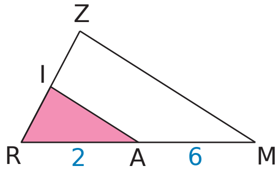
26 Pour chacune des situations ci-dessous, détermine les rapports des homothéties.

a. AGFE est l'image de ABDC.

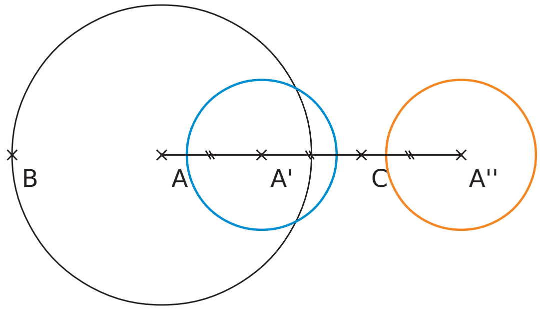


b. A est l'image de R par l'homothétie de centre B.

c. RZM est l'image de RIA.



27 Les cercles de couleurs sont les images du cercle de centre A passant par B par deux homothéties de centre C.

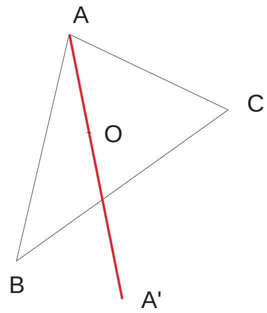


a. Pour chacune des homothéties, détermine le rapport.

b. Où se situent les images du point B par ces deux homothéties ?

28 **Construction**

a. Reproduis la figure ci-dessous et construis le triangle A'B'C', image du triangle ABC par l'homothétie de centre O qui transforme A en A'.



b. Que peux-tu dire du rapport de cette homothétie ?

29 Soit trois points O, A, A' alignés dans cet ordre tel que OA = 2 cm et OA' = 6 cm.

a. Détermine l'homothétie h de centre O qui transforme A en A'.

b. Soit B un point n'appartenant pas à (OA). Construis le point B', image de B par l'homothétie h.

c. Quelle figure reconnais-tu ?

30 Soit [AA'] un segment de 11 cm et O un point de ce segment tel que OA=4 cm.

a. Détermine l'homothétie h de centre O qui transforme A en A'.

b. Soit B un point n'appartenant pas à (OA). Construis le point B', image de B par l'homothétie h.

c. Quelle figure reconnais-tu ?

31 Soit [AB] et [CD] deux segments parallèles tels que AB=3 cm et CD=2 cm.

a. Construis le centre de l'homothétie h_1 qui transforme A en C et B en D.

b. Construis le centre de l'homothétie h_2 qui transforme A en D et B en C.

c. Quels sont les rapports de h_1 et de h_2 ?

32 Trace un triangle ABC tel que AB=3 cm, BC=4 cm et AC=5 cm.

a. Quelle est la nature du triangle ABC ?

b. Trace un segment [A'B'] de longueur 10,5 cm.

c. On appelle l'homothétie h qui transforme A en A' et B en B'. Construis C', image par l'homothétie h du point C et calcule B'C'.

33 Constructions et démonstration

a. Construis un triangle ABC quelconque. Place un point O extérieur à ABC.

Sur la demi-droite [OA), place le point A' tel que OA' = 3OA. Trace la parallèle à (AB) passant par A', elle coupe (OB) en B'.

Construis la parallèle à (AC) passant par A', elle coupe (OC) en C'.

b. Que peux-tu dire du triangle A'B'C' par rapport au triangle ABC ? Démontre-le.

Triangles semblables

34 Est-ce que ...

a. Deux triangles équilatéraux sont semblables ?

b. Deux triangles isocèles rectangles sont semblables ?

c. Deux triangles isocèles sont semblables ?

35 On considère (d) et (d') deux droites parallèles. Soit A et B deux points de (d), A' un point de (d') et O un point de la droite (AA') distinct de A et A'. La droite (BO) recoupe (d') en B'.

Les triangles OAB et OA'B' sont -ils semblables ?

36 Les côtés d'un triangle T ont pour longueur 6 cm, 8 cm et 9 cm. Un triangle T' est semblable à T et deux de ses côtés mesure 9 cm et 13,5 cm. Calcule la longueur du dernier côté de T'.

37 Soit ABC un triangle. On note A', B', C' les milieux respectifs de [BC], [AC] et [AB].

Démontre que les triangles ABC et A'B'C' sont semblables.

38 ABCD est un trapèze de bases [AB] et [CD] dont les diagonales se coupent en I.

(AD) et (BC) se coupent en J.

a. Démontrer que les triangles IAB et ICD sont semblables.

b. Démontrer que les triangles JAB et JDC sont semblables.

39 Soit ABC un triangle.

a. Place deux points E et F à l'extérieur du triangle ABC.

b. Construire le point G tel que le triangle EFG soit semblable au triangle ABC.

40 ABCD est un trapèze de bases [AB] et [CD] dont les diagonales se coupent en I.

La droite parallèle à la droite (AB) passant par I recoupe [AD] en E et [BC] en F.

a. Démontre que les triangles ABI et DCI d'une part et DAB et DIE d'autre part sont semblables.

b. Quel est le rapport de réduction de DAB à DIE ?

c. Démontre que les triangles ABC et IFC sont semblables.

d. Démontre que I est le milieu de [EF].

41 Trace deux triangles EFG et RST semblables tels que

- $\widehat{E} = \widehat{T} = 20°$,
- $\widehat{F} = \widehat{R} = 100°$,
- $\widehat{G} = \widehat{S} = 60°$.

a. Écris l'égalité de trois rapports de longueurs.

b. Explique comment obtenir :
- $EF \times TS = EG \times TR$
- $\dfrac{GE}{GF} = \dfrac{ST}{SR}$

42 ABCD est un parallélogramme, N un point du segment [DC] distinct de D et de C. La droite (AN) coupe (BC) en M.

a. Démontrer que les triangles ADN et ABM sont des triangles semblables.

b. Déduis-en que $DN \times BM = AB \times AD$.

Je résous des problèmes

En lien avec d'autres disciplines

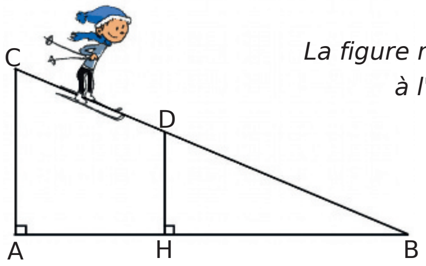
1 Aux sports d'hiver

Un skieur dévale, tout schuss, une piste rectiligne représentée ci-dessous par le segment [BC] de longueur 1 200 m.

À son point de départ C, le dénivelé par rapport au bas de la piste, donné par la longueur AC, est de 200 m.

Après une chute, il est arrêté au point D sur la piste.

Le dénivelé, donné par la longueur DH, est alors de 150 m.



La figure n'est pas à l'échelle.

Calcule la longueur DB qu'il lui reste à parcourir.

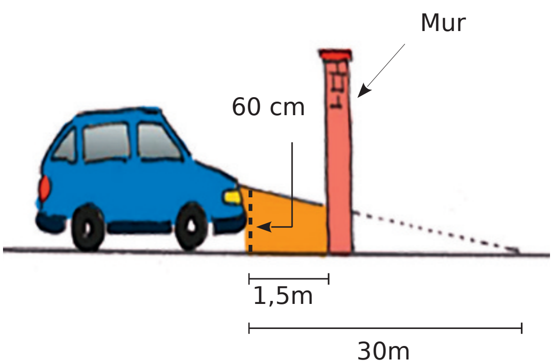
2 Sécurité routière

D'après le code de la route (Article R313 - 3) :

Les feux de croisement d'une voiture permettent d'éclairer efficacement la route, la nuit par temps clair, sur une distance minimale de 30 m.

Afin de contrôler régulièrement la portée des feux de sa voiture, Jacques veut tracer un repère sur le mur au fond de son garage.

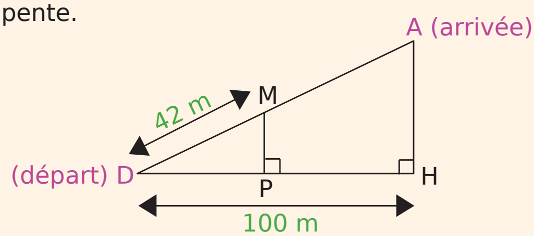
La figure n'est pas à l'échelle.



Les feux de croisement sont à 60 cm du sol. À quelle hauteur doit-il placer le repère sur son mur pour pouvoir régler correctement ses phares ?

3 (Extrait du Brevet) Le funiculaire

<u>Funiculaire :</u> chemin de fer à traction par câble pour la desserte des voies à très forte pente.



La longueur AD de la voie du funiculaire est de 125 m.

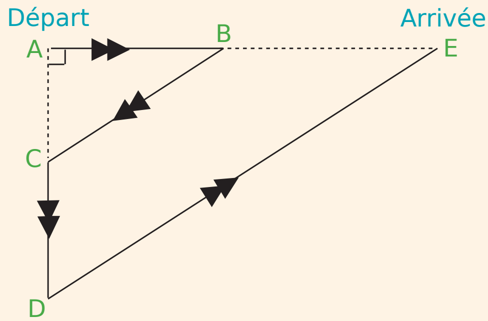
a. De quelle hauteur AH s'est-on élevé à l'arrivée ?

b. Lorsque le funiculaire a parcouru 42 m, il s'est élevé d'une hauteur MP.

- Faire un dessin à l'échelle 1/1 000.
- Que peut-on dire des droites (MP) et (AH) ? Justifier la réponse.
- Calculer MP.

4 (Extrait du Brevet) Le cross du collège

Des élèves participent à un cross. Avant l'épreuve, un plan leur a été remis. Il est représenté ci-après :



On peut y lire les indications suivantes :

AB = 400 m ; AC = 300 m ; l'angle $\widehat{CAB}$ est droit ; BE = 2AB et les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

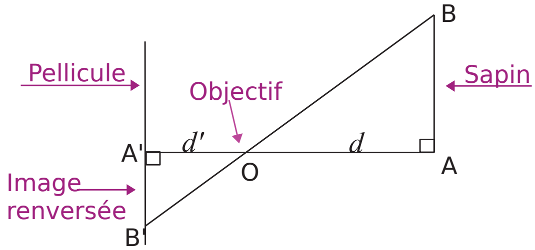
a. Calculer BC.

b. Calculer AD puis CD.

c. Calculer DE.

d. Vérifier que la longueur du parcours ABCDE est 3 000 m.

5 L'appareil photo



Voici un schéma du fonctionnement d'un appareil photographique argentique : un objet [AB] situé à une distance d de l'objectif O a une image [A'B'] située à une distance d' de O.

a. Prouve que les droites (AB) et (A'B') sont parallèles.

b. Démontre l'égalité : $\dfrac{d}{d'} = \dfrac{AB}{A'B'}$.

c. Pour un certain appareil, $d' = 50$ mm.

d. Un sapin d'une hauteur de 12 m se trouve à 15 m de l'objectif. Quelle est la hauteur de l'image qui se forme sur la pellicule ?

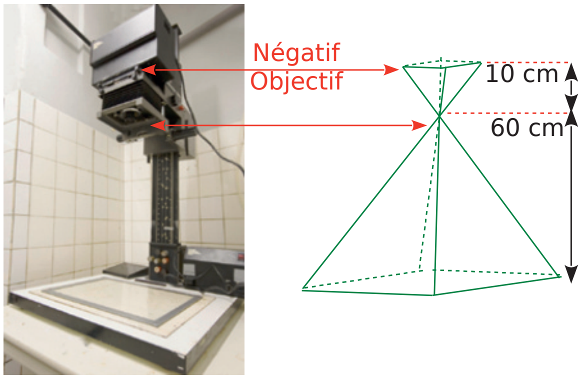
6 L'agrandisseur de photo

La photo ci-après représente un agrandisseur pour le tirage des photographies noir et blanc argentiques.

Une source de lumière est diffusée à travers le négatif et une lentille, appelée objectif. Une image agrandie du négatif est alors projetée sur un plateau.

Les deux pyramides ci-dessous représentées en perspective schématisent le faisceau de lumière.

La petite hauteur mesure 10 cm et la grande hauteur mesure 60 cm.



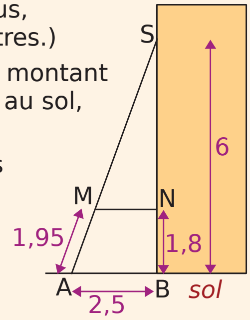
Les formats des négatifs utilisés sont 24 mm × 36 mm, 6 cm × 6 cm et 4'' × 5''.
(*Le symbole '' représente l'unité de longueur anglo-saxonne, appelée inch, qui correspond environ à 2,54 cm.*)
Avec chacun des négatifs, quel agrandissement maximum peut-on obtenir ?

7 (extrait de brevet) Pour consolider un bâtiment, des charpentiers ont construit un contrefort en bois.
(Sur le schéma ci-dessous, les mesures sont en mètres.)

a. En considérant que le montant [BS] est perpendiculaire au sol, calculer la longueur AS.

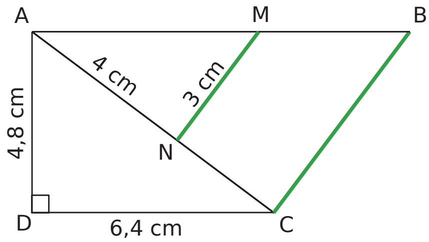
b. Calculer les longueurs SM et SN.

c. Démontrer que la traverse [MN] est bien parallèle au sol.



Résoudre un problème

8 Sur la figure ci-dessous, les droites (MN) et (BC) sont parallèles et AB = 10 cm.



a. Calcule BC.

b. Démontre que le triangle ABC est rectangle.

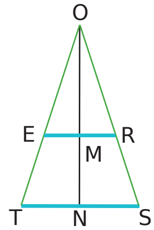
9 Sur la figure ci-dessous, qui n'est pas à l'échelle, RE = 8 cm ; OM = 5 cm et ON = 25 cm. Les droites (RE) et (ST) sont parallèles. On souhaite calculer ST.

a. Montre que $\dfrac{OE}{OT} = \dfrac{OM}{ON}$.

b. Montre que $\dfrac{OE}{OT} = \dfrac{ER}{TS}$.

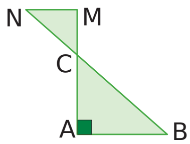
c. Que peux-tu en déduire pour $\dfrac{OM}{ON}$ et $\dfrac{ER}{TS}$?

d. Calcule ST.



Je résous des problèmes

10 Le triangle ABC est rectangle en A.



On donne AB = 6 cm et BC = 10 cm.
Démontre que AC = 8 cm.
On donne CM = 2,56 cm et CN = 3,2 cm.
Explique pourquoi les droites (AB) et (MN) sont parallèles.

11 Dans un triangle ABC, on place un point D sur le segment [BC]. La parallèle à (AB) passant par D coupe [AC] en E et la parallèle à (AC) passant par D coupe [AB] en F.

a. Compare $\frac{AF}{AB}$ et $\frac{CD}{CB}$ puis $\frac{AE}{AC}$ et $\frac{BD}{BC}$.

b. Où faut-il placer le point D pour que les droites (EF) et (BC) soient parallèles ?

12 Construis un triangle EFG rectangle en E tel que EG = 15 cm et EF = 10 cm.

a. Calcule FG arrondie au millimètre.

b. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{EFG}$ arrondie au degré.

c. La bissectrice (d) de l'angle $\widehat{EFG}$ coupe [EG] en H. Calcule FH et EH, arrondies au millimètre.

d. La parallèle à (EF) passant par G coupe (d) en K. Calcule GK arrondie au millimètre.

13 Agrandissement ou non

a. Construis deux quadrilatères ayant leurs angles respectifs de même mesure et qui pourtant ne sont pas un agrandissement (ou une réduction) l'un de l'autre.

b. Peux-tu répondre à la même question avec des triangles à la place des quadrilatères ?

14 Triangle et orthocentre

ABC est un triangle. [AA'], [BB'] et [CC'] sont les hauteurs de ce triangle et se coupent en H.

a. Démontre que les triangles HA'B' et HBA sont semblables.

b. Déduis-en HA × HA' = HB × HB'=HC × HC'

c. Démontre que les triangles ACC' et ABB' sont de même forme ainsi que les triangles AHC' et AA'B.

d. Écris les égalités correspondantes.

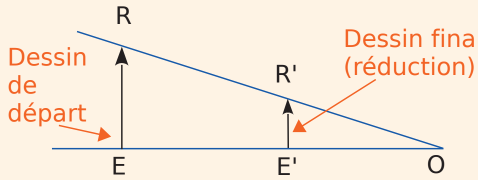
e. Déduis-en :
AC' × BA' × CB' = AB' × BC' × CA' et
AC' × BA' × CB' = k × AB × AC × BC

15 (Extrait du Brevet)

On veut réduire la taille de la flèche RE.

Pour cela, on réalise le schéma ci-après dans lequel (RE) et (R'E') sont parallèles.

Données :
RE = 8 cm ; OE' = 9 cm ; EE' = 15 cm.



a. Calculer la longueur de la flèche réduite R'E'.

b. Quel est le coefficient de réduction?

c. En utilisant le même schéma, on veut obtenir une flèche R''E'' dont la longueur est la moitié de la flèche de départ RE. À quelle distance de O sera placé le nouveau point E'' ?

16 Agrandir, réduire

a. Si tu réduis deux fois une figure puis que tu réduis à nouveau la figure obtenue trois fois, de combien auras-tu réduit la figure initiale ?

b. Un microscope grossit vingt fois. Si tu places sous ce microscope une loupe qui grossit deux fois, quel grossissement obtiens-tu ?

c. Le triangle ABC dont les mesures sont AB = 8 cm ; BC = 10 cm et AC = 6 cm est rectangle (vérifie-le !).
On augmente chacun de ses côtés de 5 cm. Démontre de deux façons différentes que le triangle obtenu n'est pas un agrandissement du triangle ABC.

17 ABCD est un trapèze de bases [AB] et [CD] tel que AB=28 mm et CD=35 mm.

a. Place le point M de [AD] tel que AM = $\frac{3}{7}$ AD.

b. Trace la droite parallèle aux bases du trapèze. Elle coupe (BD) en P et (BC) en N.

c. Montre que les triangles MPD et ABD sont semblables.

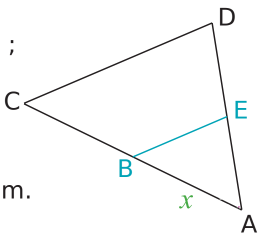
d. Montre que les triangles BPN et BDC sont semblables.

e. Calcule les longueurs MP, PN et MN.

En utilisant le calcul littéral

18 Avec x

Sur la figure ci-contre :
(CD) est parallèle à (BE) ;
BC = 5 cm ;
CD = 19 cm ;
BE = 7 cm
et on désigne par x la longueur de [AB] en cm.

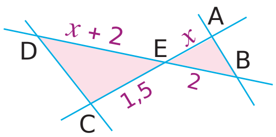


a. Calcule x.

b. Le triangle ABE est-il une réduction du triangle ACD ? Si oui, quel en est le coefficient ?

19 L'unité de longueur choisie est le mètre.

Pour $x = 2{,}5$, les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles. Vrai ou faux ? Explique ta démarche.



20 RST est un triangle tel que : RS = 4 cm ; ST = 6 cm et TR = 7 cm.
M est un point du segment [RS] et la parallèle à (ST) passant par M coupe [RT] en N.

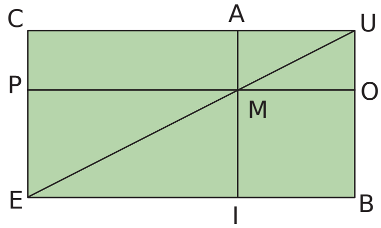
On désigne par x la longueur de [MS].

a. Calcule x pour que le triangle SMN soit isocèle en M.

b. Dans ce cas, que représente la droite (SN) dans le triangle RST ? Justifie ta réponse.

21 Des rectangles

a. Construis un rectangle CUBE. On pose CU = L et CE = l.



b. Construis à la règle et au compas le point M du segment [UE] tel que UM = $\frac{2}{5}$ UE.

c. On appelle A, P, I et O les points d'intersection respectifs des droites passant par M et perpendiculaires aux droites (CU), (CE), (EB) et (BU).

d. Exprime en fonction de L ou l les longueurs MA, MI, MP et MO.

e. Compare les aires des rectangles CAMP et MOBI.

22 Thalès sans valeur numérique

Dans un triangle ABC, la hauteur issue de B coupe [AC] en D et la hauteur issue de C coupe [AB] en E. Dans le triangle ADE, la hauteur issue de D coupe [AE] en F et la hauteur issue de E coupe [AD] en G.

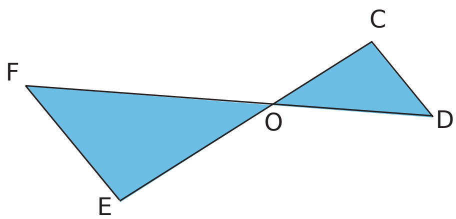
a. Démontre les égalités :

$$AD \times AE = AB \times AG = AC \times AF.$$

b. Démontre que les droites (FG) et (BC) sont parallèles.

En utilisant le numérique

23 Thalès et les grands nombres



Sur la figure ci-dessus, les droites (DF) et (CE) sont sécantes en O.

De plus, on donne OE = 1 203,17 ;
OC = 1 056,23 ; OF = 1 264,09 et
OD = 1 109,71.

Démontre que les droites (EF) et (CD) sont parallèles.

24 Périmètre égaux

1re partie : conjecturer

a. Avec un logiciel de géométrie dynamique, construis un triangle RST tel que RS = 10 cm ; RT = 14 cm et ST = 12 cm.

b. Place un point M sur [RS] et trace la droite parallèle à (ST) passant par M. Elle recoupe [RT] en N.

c. Conjecture la position du point M pour que les deux périmètres soient égaux.

2e partie : démontrer

On pose RM = x cm.

a. Exprime le périmètre du triangle RMN et du trapèze MSTN en fonction de x.

b. Conclus.

Je résous des problèmes

25 Égalité de longueurs

1re partie : conjecturer

a. Avec un logiciel de géométrie dynamique, construis ABC un triangle tel que AC = 11 cm ; AB = 7 cm et BC = 8 cm.

b. Place un point M sur le segment [BC]. La parallèle à (AC) passant par M coupe [AB] en P et la parallèle à (AB) passant par M coupe [AC] en Q.

c. Conjecture la position du point M pour que MP + MQ = 9 cm.

2e partie : démontrer

On pose BM = x.

a. Exprime MP puis MQ en fonction de x.

b. Conclus.

26 Agrandissement ou réduction ?

a. Sur ton cahier, construis un triangle DEF tel que EF = 4 cm ; $\widehat{FED}$ = 80° et $\widehat{EFD}$ = 60°.

b. Sur ton cahier, construis un triangle GHI tel que GH = 10 cm ; $\widehat{IGH}$ = 80° et $\widehat{GIH}$ = 40°.

c. Réalise les dessins des questions à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.

d. Le triangle DEF semble-t-il être un agrandissement ou une réduction du triangle GHI ? Quel semble-être le rapport d'agrandissement/réduction ?

e. Démontre-le.

Construction à la règle et au compas

27 Construire la multiplication à la règle et au compas

Dans tout l'exercice, [Ox) et [Oy) sont deux demi-droites d'origine O et E est le point de [Ox) tel que OE = 1 cm.

a. Construis la figure. Place sur [Ox) les points A et B tels que OA = 2 cm et OB = 3 cm puis sur [Oy), place un point M. La droite parallèle à (EM) passant par A coupe [Oy) en N et la droite parallèle à (BM) passant par N coupe [Ox) en C. Vérifie que OC = 6 cm.

b. Sur une nouvelle figure, place sur [Ox) deux points A et B puis sur [Oy), place un point M. La droite parallèle à (EM) passant par A coupe [Oy) en N et la droite parallèle à (BM) passant par N coupe [Ox) en C. Démontre que OC = OB × OA.

c. Écris une méthode analogue permettant de construire le point C' tel que $\text{OC}' = \dfrac{\text{OA}}{\text{OB}}$ avec OA < OB.

d. Sur une autre figure, place un point A puis construis un point B tel que OB = OA^2.

e. Avec un logiciel de géométrie dynamique, construis une figure. Place un point A. Construis un point C tel que $\text{OC} = \sqrt{\text{OA}}$.

28 Réduire sans mesurer

a. Construis un triangle ABC tel que AB = 6 cm ; BC = 10 cm et CA = 8 cm. Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifie ta réponse.

b. Place un point O à l'extérieur de ABC tel que OA = 4 cm puis le point A' appartenant à la demi-droite [OA) tel que OA' = 1 cm.

Le but des questions suivantes est de construire une réduction de rapport 1/4 du triangle ABC sans utiliser la règle graduée.

c. Construis la droite parallèle à (AB) passant par le point A'. Elle coupe la droite (OB) en B'.

d. Le triangle A'B'C' est une réduction du triangle ABC. Quelle doit être la mesure de l'angle $\widehat{C'A'B'}$?

e. Déduis-en la position du point C' et construis-le sans utiliser la règle graduée.

29 Construction d'un pentagone régulier selon Dürer

Albrecht Dürer a énoncé une construction approchée d'un pentagone régulier à l'aide de cinq cercles de même rayon.

a. Recherche qui était Albrecht Dürer et la définition d'un pentagone régulier.

b. Construction à la règle non graduée et au compas

- Trace un segment [AB]. Trace le cercle ($\mathcal{C}$) de centre A passant par B et le cercle ($\mathcal{C}'$) de centre B passant par A. Ces deux cercles se coupent en F et G, trace le segment [FG].

- Trace le cercle de centre G passant par A, il recoupe ($\mathscr{C}$) en I, ($\mathscr{C}$') en J et le segment [FG] en K.
  La droite (JK) coupe ($\mathscr{C}$) en E à l'extérieur de ($\mathscr{C}$'). La droite (IK) coupe ($\mathscr{C}$') en C à l'extérieur de ($\mathscr{C}$).
- Trace le cercle de centre E passant par A et le cercle de centre C passant par B.
  Ils se coupent en D en dehors du quadrilatère ABCE. Trace en couleur le pentagone ABCDE. Semble-t-il régulier ? Justifie.

c. Réalise la construction précédente à l'aide d'un logiciel de géométrie en faisant apparaître les mesures permettant de savoir si le pentagone ABCDE est régulier.
Que penses-tu de la construction ?

30 Effectue une recherche documentaire pour savoir s'il est possible de construire π à la règle et au compas.

31 Construction de $\sqrt{7}$ à la règle et au compas

ABC est un triangle rectangle en A et H le pied de la hauteur issue de A.

a. Démontre que les triangles HAC et HAB sont semblables.

b. Déduis-en que $HA^2 = HB \times HC$.

c. Explique comment construire un segment de longueur $\sqrt{7}$ à la règle et au compas.

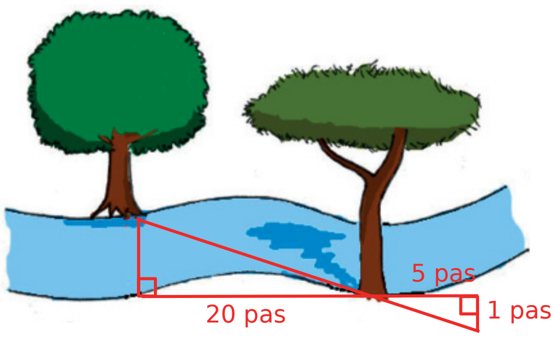
Mesurer des longueurs inaccessibles

32 Largeur d'une rivière

Par un beau dimanche ensoleillé, Julien se promène au pied de la montagne Sainte Victoire au bord de la rivière Arc.

Il se demande quelle est la largeur de cette rivière.

Il prend des repères, compte ses pas et dessine le schéma ci-contre.

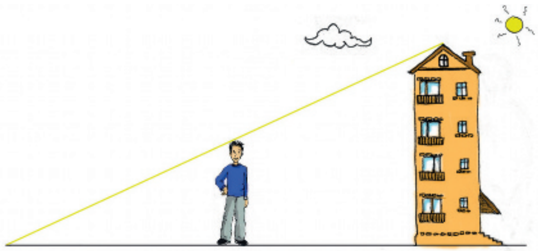


a. Quelle est, en nombre de pas, la largeur de la rivière qu'obtient approximativement Julien ?

b. Julien estime la longueur de son pas à 65 cm. Donne une valeur approximative de la largeur de cette rivière au centimètre près.

33 Hauteur de bâtiment avec sa taille

On veut calculer la hauteur d'un bâtiment ou d'un arbre que l'on ne peut pas mesurer sans instruments professionnels. Cet exercice nécessite de travailler un jour de beau temps et si possible en soleil rasant. Tu dois connaître ta taille pour faire cet exercice.



a. Constituez des groupes. Munissez-vous d'une feuille de papier, d'un décamètre ou à défaut d'une corde de longueur connue, et d'une calculatrice.

b. Dans la cour du collège ou dans la rue, repérez un bâtiment (mairie, église, beffroi, tour, etc...), ou un arbre assez haut puis repérez la position du soleil et placez-vous dans l'alignement du bâtiment et de son ombre.

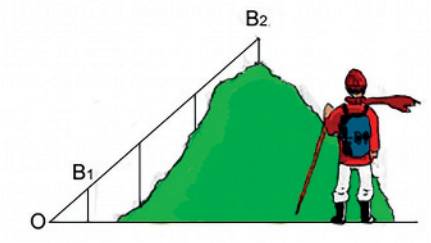
c. Faites coïncider le sommet de votre ombre avec le sommet de l'ombre du bâtiment. Mesurez alors la longueur de votre ombre et la distance entre vous et le bâtiment.

d. Calculez la hauteur du bâtiment en appliquant la propriété de proportionnalité des longueurs dans un triangle et en vous inspirant du dessin ci-dessous.

e. Recommencez l'opération pour d'autres bâtiments puis, de retour en classe, comparez vos résultats avec les autres groupes.

Je résous des problèmes

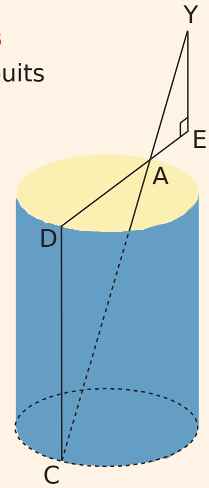
34 Hauteur d'une colline avec des bâtons



Un jeune mathématicien veut mesurer la hauteur d'une colline. Pour cela, il place un premier bâton de 2 mètres au pied de cette colline et y monte progressivement en plantant des bâtons de différentes hauteurs et en vérifiant bien leur alignement. Le dernier bâton se trouve au sommet de la colline.La corde reliant tous les bâtons peut alors être considérée comme un segment : elle est tendue du point O en passant par le point B_1 au sommet du premier bâton jusqu'au point B_2 au sommet du dernier bâton.

Le dernier bâton mesure 2,5 mètres,
$OB_1 = 4$ m et $B_1B_2 = 66$ m.
Avec ces données relevées par le jeune mathématicien, aide-le à calculer la hauteur de la colline.

35 Extrait du Brevet
La profondeur d'un puits



[AD] est un diamètre d'un puits de forme cylindrique.
Le point C est à la verticale de D, au fond du puits.

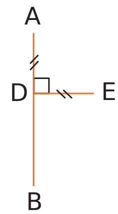
Une personne se place en un point E de la demi-droite [DA) de sorte que ses yeux soient alignés avec les points A et C.
On note Y le point correspondant aux yeux de cette personne.

On sait que AD = 1,5 m ;
EY = 1,7 m et EA = 0,6 m.

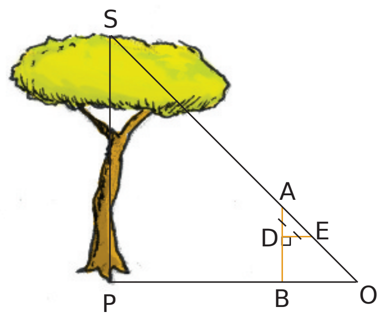
a. Démontrer que les droites (DC) et (EY) sont parallèles.

b. Calculer DC, la profondeur du puits.

36 L'instrument de Gerbert



L'instrument de Gerbert est constitué de deux bâtons [AB] et [ED] perpendiculaires tels que AD = ED.
Soit S le sommet de l'arbre. Pour mesurer sa hauteur, il faut se placer de telle sorte que les points S, A et E soient alignés.



a. On veut mesurer la hauteur SP de l'arbre (on considérera qu'il est perpendiculaire au sol).

b. L'instrument est planté verticalement, c'est-à-dire que (AB) est perpendiculaire à (OB). On sait que AD = 0,40 m ;
AB = 1,50 m et BP = 8 m.
Le triangle ADE est rectangle et isocèle en D.

Calcule la distance OB. Déduis-en la nature du triangle ABO.

c. Démontre que (AB) et (SP) sont parallèles.

d. Démontre que le triangle SPO est rectangle isocèle en P.

e. Déduis-en la hauteur SP de l'arbre.

f. Quelles sont les seules mesures utiles pour utiliser l'instrument de Gerbert, une fois bien positionné comme sur le dessin ?

g. Quel calcul doit-on faire pour trouver la hauteur de l'objet ?

37 Utiliser la triangulation

Naomie souhaite mesurer la distance qui la sépare d'un l'immeuble (I sur le schéma).

Elle pointe son doigt (en vert) dans sa direction puis se déplace le long d'une ligne droite. Son doigt ne pointe plus vers l'immeuble. Elle pivote sur elle-même pour pointer à nouveau vers l'immeuble et elle mesure l'angle de sa rotation au sol.

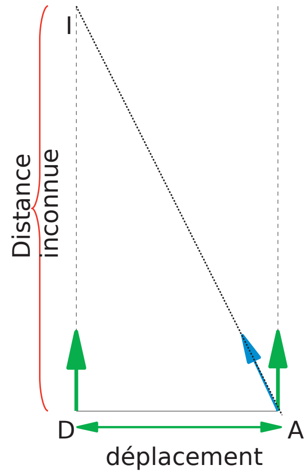
a. Reproduis le schéma.

b. On note α l'angle de la rotation. Reporte α sur ton schéma.

c. Calcule la distance inconnue en fonction de AD et de α.

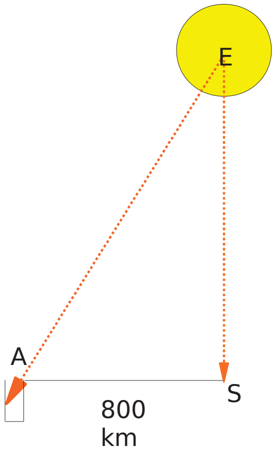
d. Quelles propriétés as-tu utilisées ?

e. Que cela suppose-t-il pour réaliser les mesures ?



Déterminer les rayons du Soleil et de la Terre

1re partie : Détermination du diamètre du soleil par la méthode d'Anaxagore



Vers l'an 434 av. J.-C. le philosophe grec Anaxagore voulait estimer la distance de la terre au soleil (noté E sur le schéma) et le diamètre du soleil qu'il voyait rond.

Des voyageurs revenant de la ville de Syène (S sur le schéma), en haute vallée du Nil (près du barrage d'Assouan) lui avaient appris que le 21 juin, jour du solstice d'été, à midi, que les objets verticaux n'avaient pas d'ombre portée.

D'autre part, il savait que dans le Delta du Nil (à l'emplacement d'Alexandrie, noté A sur le schéma), 5000 stades égyptiens (800 km environ) au nord de Syène, à la même heure, le soleil éclairait jusqu'à 16 mètres un puit large de 2 mètres.

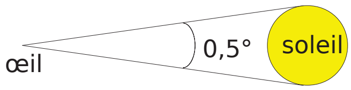
Pourquoi EAS peut-être assimilé à un triangle rectangle ?

a. Détermine l'angle $\widehat{EAS}$.

b. Détermine la distance d'Alexandrie au Soleil par la méthode d'Anaxagore.

c. Détermine cette distance sans utiliser l'angle.

d. De plus, Anaxagore mesure le diamètre apparent du soleil et trouve un angle dont la mesure est égale à 0,5°



- Calcule le diamètre voisin du soleil.
- Comment expliquer les différences entre les calculs par la méthode d'Anaxagore et les distances connues à ce jour ?

2e partie : Détermination du rayon de la Terre par la méthode d'Ératosthène

Ératosthène, deux siècles plus tard, reprend les mesures menées par Anaxagore avec deux hypothèses :

- Le Soleil est très éloigné de la Terre : les rayons du soleil sont parallèles.
- La Terre est sphérique.

Quand le soleil éclaire le fond d'un puits à Syène (notée S sur le schéma), une tour de 25 m fait une ombre de 9,1 m à Alexandrie (notée A sur le schéma).

Je résous des problèmes

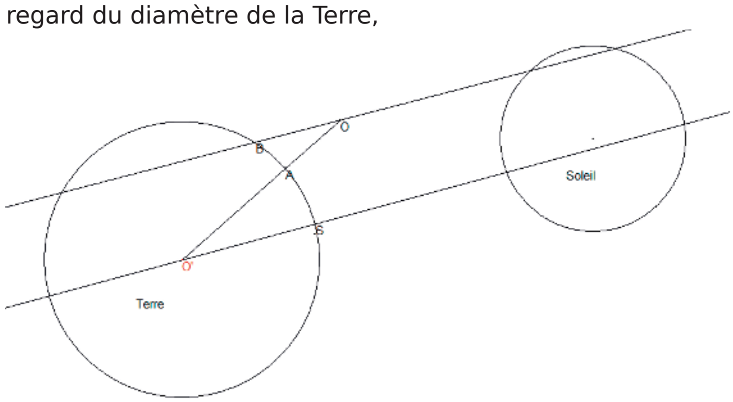
a. Reproduis le schéma et reporte les mesures connues.

b. La distance AB étant très petite au regard du diamètre de la Terre, on suppose que l'arc AB est assimilé à un segment et le triangle OAB est un triangle rectangle en A.
Détermine l'angle $\widehat{BOA}$ puis $\widehat{AO'S}$.

c. On note d le diamètre de la Terre. Quelle est la mesure de l'arc de la Terre intercepté par un angle de 180° ?

d. Calcule le rayon de la Terre par la méthode d'Ératosthène.

e. Quel est le pourcentage d'erreur d'Ératosthène ?

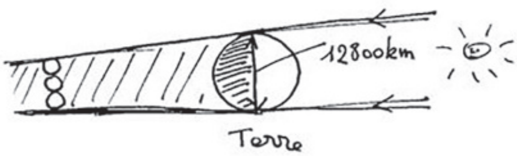


Déterminer la distance Terre-Lune

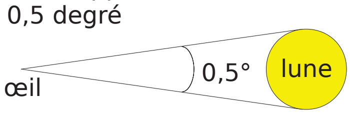
1re partie : par la méthode d'Aristarque de Samos

Aristarque de Samos, qui vit entre -210 et -230 (avant J.C) observe les mouvements périodiques de la Lune autour de la Terre.
Aristarque constata que

- le diamètre apparent de la lune pouvait se reporter trois fois dans le disque sombre.



- Le diamètre apparent de la Lune est de 0,5 degré

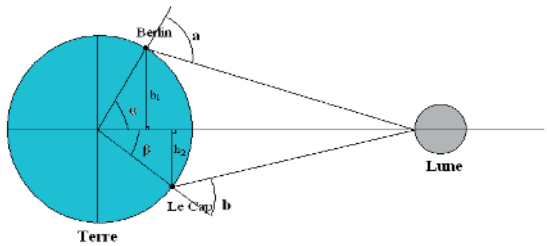


a. Calcule la distance Terre-Lune à partir des informations fournies.

b. Compare les résultats trouvés par la méthode d'Aristarque de Samos avec les valeurs connues actuellement.
Comment expliquer les différences ?

2e partie : par la méthode de Lalande et La Caille

Les deux scientifiques se rendirent à deux endroits différents en 1751 pour observer la Lune au moment de son passage au méridien.
LaLande se rendit à Berlin (coordonnée : **52°31'12'' Nord** et **13°24'36'' Est)** et nota que la Lune était à 53,52° de verticale vers le Sud.
La Caille au Cap en Afrique du Sud (coordonnée : **34°21'25'' Sud** et **18°28'26'' Est)** et nota que la Lune était à 34,66° de la verticale vers le nord.



a. Calcule l'écart de longitude.
En quoi est-ce important ?

b. Reproduis le schéma et reporte les mesures obtenues par observation.

c. Exprime l'angle Berlin-Lune-Le Cap en fonction de a, b, α, β.

d. Détermine la distance Berlin-Le Cap en fonction de α, β et le rayon de la Terre (notée R)
Conclus. Quand cette mesure a-t-elle été précisée ? Avec quel instrument ?

D5

Repérage

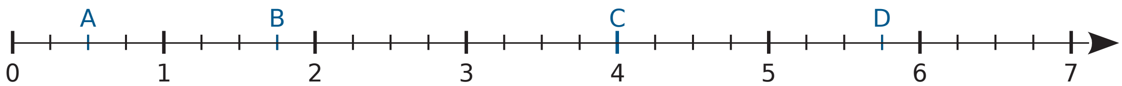
Objectifs de cycle

Repérage sur la demi-droite graduée		
Nombres entiers positifs		Niveau 1
Nombres positifs en écriture fractionnaire	test n° 1	Niveau 1
Nombres positifs décimaux	test n° 2	Niveau 1
Repérage sur la droite graduée	tests n° 3, 4, 5 et 6	Niveau 1
Repérage dans le plan	test n° 7	Niveau 2
Repérage sur la sphère		Niveau 3

- Ce chapitre est transversal entre géométrie et nombres.
- Il regroupe les exercices de repérage sur une demi-droite avec une progressivité en fonction des nombres rencontrés. La droite graduée est étudiée avec les nombres relatifs.
- Ensuite le repérage sur le plan et la sphère sont abordés.

Activités de découverte

Activité 1 Quotients et demi-droite graduée



1. On a tracé ci-dessus une demi-droite graduée.

Donne de deux façons différentes les abscisses des points A, B, C et D.

2. Dessine une demi-droite graduée et partage l'unité en 12 parts égales.

3. Combien de ces parts faut-il prendre pour avoir $\frac{1}{6}$ de l'unité ? $\frac{1}{3}$? $\frac{1}{4}$? puis $\frac{1}{2}$?

4. Place sur cette demi-droite les points E, F, G et H d'abscisses respectives $\frac{13}{12}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{2}$ et $\frac{5}{4}$.

Activité 2 Avec des nombres relatifs

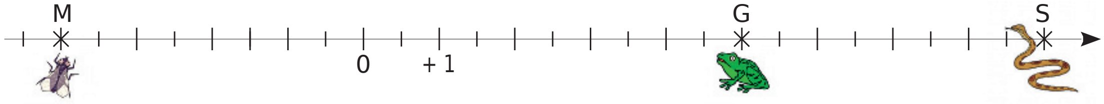
1. Trace une demi-droite graduée d'origine le point O en prenant le centimètre comme unité. Place les points A(3), B(4) et D(9).

2. Construis le point C tel que A soit le milieu du segment [BC].
Quelle est l'abscisse du point C ?

3. On veut placer le point E tel que O soit le milieu du segment [DE].
Que constates-tu ?
Comment compléter cette graduation pour résoudre complètement ce problème ?
Quelle est alors l'abscisse du point E ?

Activité 3 La bonne distance

Une grenouille se promène sur un axe gradué. D'un côté de celui-ci, elle aperçoit son mets préféré : une mouche bien grasse. De l'autre côté (ô frayeur extrême !), un serpent luisant aux crochets dégoulinants de venin. De-ci de-là, il y a de belles feuilles vertes qui masquent ou bien l'une ou bien l'autre ! La grenouille (point G), le serpent (point S) et la mouche (point M) essaient, en permanence, de savoir à quelle distance ils sont les uns des autres...



1. Cet axe est gradué en centimètres. Donne les distances GS et GM.

2. Lis puis écris les abscisses des points G, S et M.

3. Comment calculer les distances GS et GM en utilisant les abscisses de G, S et M ?

4. Recommence les questions **1.** à **3.** avec les points G(+21), M(−12) et S(14).

Activité 4 Manque de repères ?

On a dessiné un repère du plan sur une carte de France. L'origine de ce repère est la ville de **Clermont-Ferrand** représentée par le point **C**.

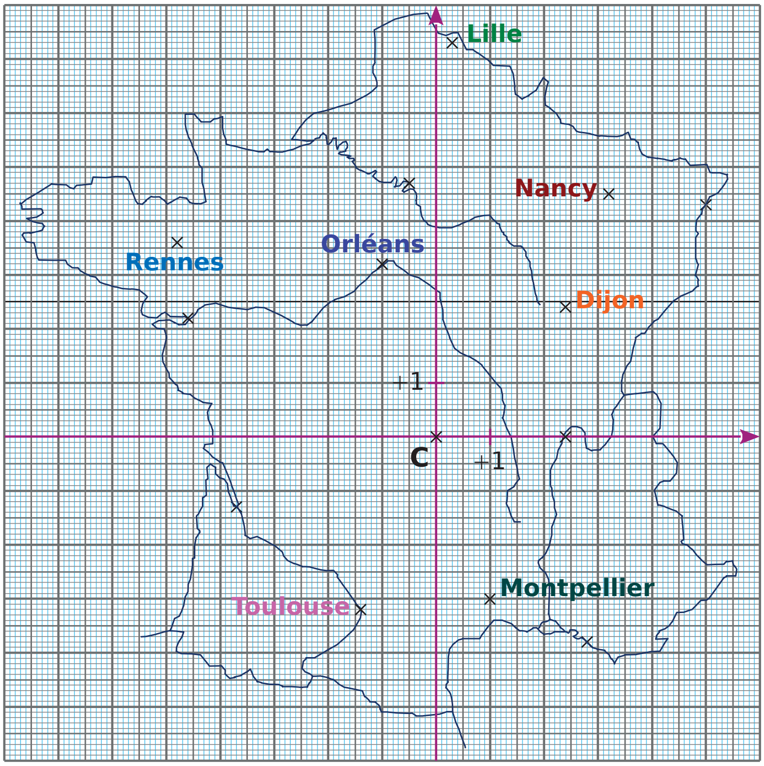
Le professeur propose de chercher les coordonnées de **Montpellier** qui permettent de la situer par rapport au point **C** dans ce repère.

Voici les réponses de trois élèves de la classe :

Dylan dit : « Les coordonnées de **Montpellier**, c'est +1. » ;

Julia dit : « Les coordonnées de **Montpellier** sont d'abord +1 puis −3. » ;

Medhi dit : « Les coordonnées de **Montpellier** sont d'abord −3 puis +1. ».



1. Dylan a-t-il donné suffisamment d'informations pour repérer la ville de **Montpellier** ?
Dans un repère du plan, combien de nombres sont nécessaires pour repérer un point ?

2. Les réponses de Julia et Medhi manquent de précision. Pourquoi ?
Réécris-les afin qu'elles soient complètes.

3. Écris les coordonnées de **Montpellier**, de **Rennes**, de **Toulouse**, de **Nancy** et d'**Orléans**.

4. Donne les noms des villes dont les coordonnées sont :
(+2,4 ; 0) ; (+5 ; +4,3) ; (−4,6 ; +2,2) et (−3,7 ; −1,3).

5. Quand on va d'Ouest en Est, que remarques-tu concernant le premier nombre des coordonnées ? Quand on va du Nord vers le Sud, que remarques-tu concernant le deuxième nombre des coordonnées ?

6. Fabien donne les coordonnées d'une ville du quart Nord-Est : (−0,3 ; +7,3).
Luciana lui dit qu'il y a forcément une erreur. Pourquoi ? Corrige l'erreur de Fabien et nomme la ville dont il voulait parler.

1) Repérer un point sur un axe gradué

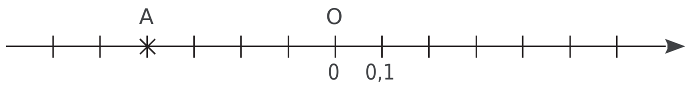
Définition

L'**abscisse** d'un point sur un axe gradué sert à repérer le point sur l'axe. C'est un nombre relatif qui indique la distance du point à l'origine (la distance à zéro).

Son signe est
- positif si le sens de l'origine vers le point est celui de l'axe,
- négatif dans le sens contraire.

» **Remarque :** à chaque point d'un axe gradué correspond un nombre relatif et à tout nombre relatif correspond un point d'un axe gradué.

» **Exemple :** Sur la droite graduée ci-dessous, l'abscisse du point A est – 0,4 et il se note A(–0,4)



2) Repérer un point dans un repère du plan

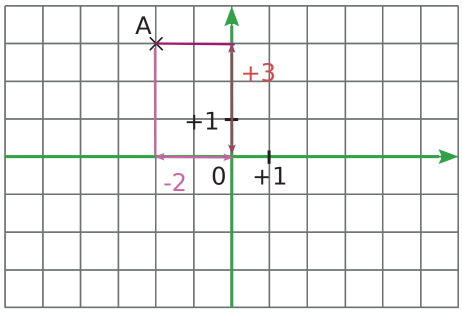
Définitions

Un **repère orthogonal** est constitué de deux axes gradués perpendiculaires et de même origine.

Il permet de repérer les points du plan par un couple de nombres.

Ce sont les **coordonnées** du point :
- en premier la coordonnée horizontale, appelée **abscisse** ;
- en deuxième la coordonnée verticale, appelée **ordonnée**.

» **Exemple :** Les coordonnées du point A sont (–2 ; +3).



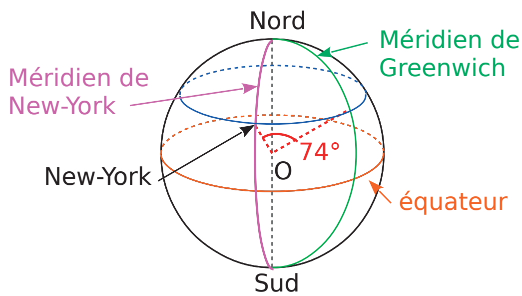
3) Repérer sur la Terre

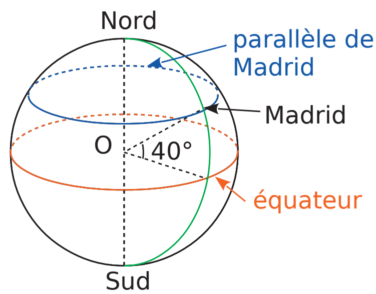
Définitions

La Terre est assimilée à une sphère.
- Les axes sont
  – un cercle : l'**équateur**
  – un demi-cercle : le méridien de **Greenwich**.

L'origine est le centre de la Terre.
- La Terre est quadrillée par des cercles **parallèles** à l'équateur et des demi-cercles, d'extrémités les pôles, appelés **méridiens**.
- L'abscisse d'un point correspond à l'angle entre le méridien de Greenwich et le méridien du point orienté Ouest ou Est. On l'appelle la **longitude**.
- L'ordonnée d'un point correspond à l'angle entre l'équateur et le parallèle du point orienté Nord ou Sud. On l'appelle la **latitude**.

» **Exemple :** La latitude de Madrid est 40°Nord, la longitude de New-York est 74°Ouest.





Je me teste

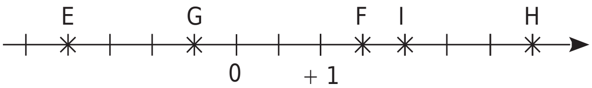
Niveau 1

1 Sur une même demi-droite graduée, place les points $C\left(\frac{3}{4}\right)$; $D\left(2-\frac{1}{4}\right)$ et $E\left(\frac{5}{2}\right)$.

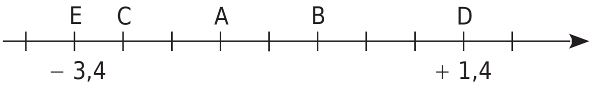
2 Sur une demi-droite graduée, place les points M d'abscisse 2,7 et N d'abscisse 5,2.

3 Trace une droite d'origine O puis gradue-la en prenant pour unité 2 cm.
Places-y les points A, B, C et D d'abscisses respectives $+3$; $-1{,}5$; $+2{,}5$ et -3.
Que peux-tu dire des abscisses de A et D ? Que peux-tu dire des points A et D ?

4 Donne l'abscisse de chacun des points E, F, G, H et I.

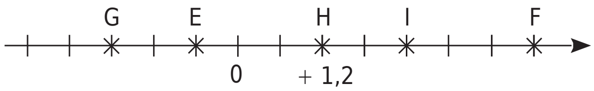


5 Réponds par Vrai ou Faux à chacune des affirmations suivantes et justifie la réponse.



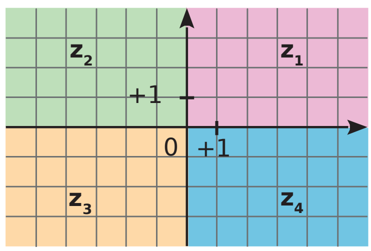
a. Il y a exactement quatre entiers relatifs compris entre les abscisses des points E et D.
b. Le point A a pour abscisse $-1{,}2$.
c. L'abscisse de B est positive.
d. L'abscisse de C est $-2{,}8$.
e. L'abscisse du milieu du segment [AB] est un nombre entier relatif positif.
f. Exactement deux points ont une abscisse positive.
g. L'origine de cet axe se situe entre les points B et D.
h. Le symétrique du point E par rapport au point d'abscisse -1 est le point D.

6 Donne l'abscisse de chacun des points E, F, G, H et I.



Niveau 2

7 Les axes de coordonnées d'un repère partagent le plan en quatre zones, notées z_1, z_2, z_3 et z_4.
Pour chacune des zones, donne le signe de chacune des coordonnées (abscisse et ordonnée) d'un point de cette zone.

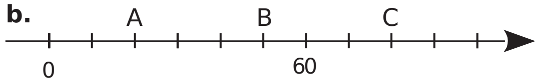


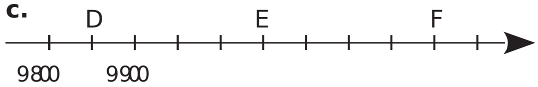
➔ Voir Corrigés p. 368

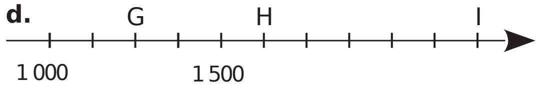
Je m'entraîne

Repérer sur une droite

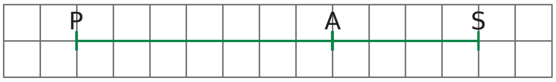
1 Pour chaque axe gradué, indique les abscisses des points marqués.

b.


c.


d.


2 En observant cette figure, recopie puis complète chaque égalité par une fraction.



a. PA = × PS

d. PS = $\frac{\dots}{\dots}$ × PA

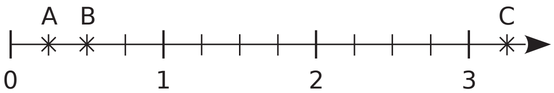
b. PA = $\frac{\dots}{\dots}$ × AS

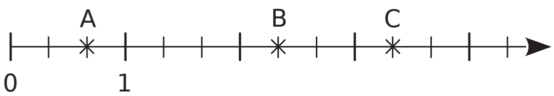
e. AS = $\frac{\dots}{\dots}$ × PA

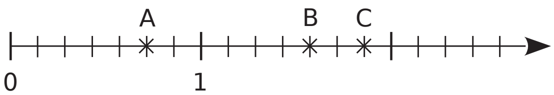
c. PS = $\frac{\dots}{\dots}$ × AS

f. AS = $\frac{\dots}{\dots}$ × PS

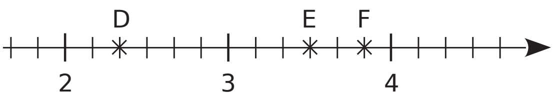
3 Dans chaque cas, donne, sous forme d'une fraction, l'abscisse de chacun des points A, B et C placés sur la demi-droite graduée.

a.


b.


c.


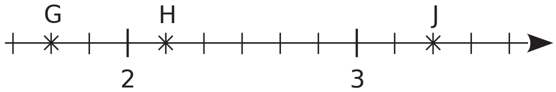
4 Observe cette demi-droite graduée.

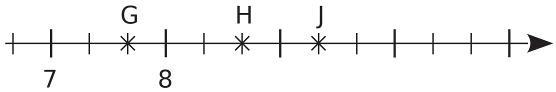


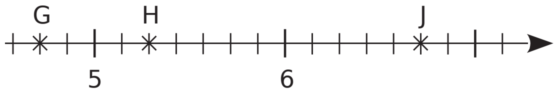
Recopie puis complète par une fraction.

D$\left(2+\frac{\dots}{\dots}\right)$ E$\left(3+\frac{\dots}{\dots}\right)$ F$\left(3+\frac{\dots}{\dots}\right)$

5 Même consigne qu'à l'exercice **3** pour les points G, H et J.

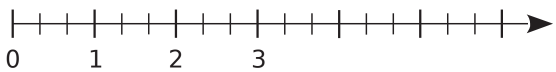
a.


b.


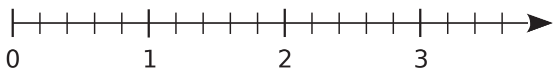
c.


6 Reproduis chaque demi-droite graduée puis place les points indiqués.

a. A$\left(\frac{1}{3}\right)$, B$\left(\frac{8}{3}\right)$ et C$\left(\frac{16}{3}\right)$.

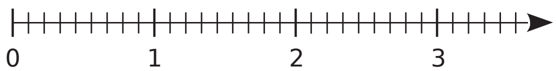


b. D$\left(\frac{2}{5}\right)$, E$\left(\frac{8}{5}\right)$ et F$\left(\frac{14}{5}\right)$.

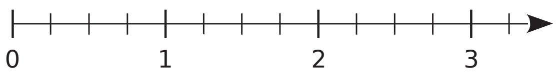


7 Même consigne qu'à l'exercice **6**.

a. G$\left(\frac{7}{9}\right)$, H$\left(\frac{17}{9}\right)$ et J$\left(\frac{30}{9}\right)$.



b. K$\left(\frac{5}{4}\right)$, L$\left(\frac{9}{4}\right)$ et M$\left(\frac{12}{4}\right)$.



8 **En changeant d'unité**

a. Trace une demi-droite graduée en prenant 7 carreaux pour une unité puis place les points suivants.

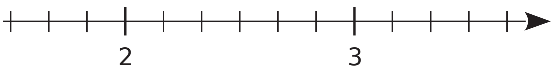
N$\left(\frac{2}{7}\right)$, P$\left(1+\frac{3}{7}\right)$ et R$\left(1-\frac{4}{7}\right)$.

b. Trace une demi-droite graduée en prenant 3 carreaux pour une unité puis place les points suivants.

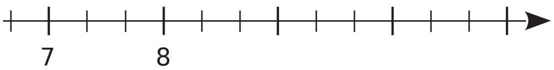
S$\left(2+\frac{1}{3}\right)$, T$\left(6-\frac{2}{3}\right)$ et U$\left(3+\frac{4}{3}\right)$.

9 Reproduis chaque demi-droite graduée puis place les points indiqués.

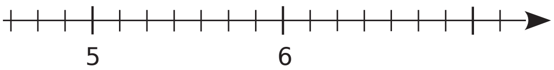
a. $A\left(\frac{11}{6}\right)$, $B\left(\frac{16}{6}\right)$ et $C\left(\frac{22}{6}\right)$.



b. $D\left(\frac{20}{3}\right)$, $E\left(\frac{25}{3}\right)$ et $F\left(\frac{31}{3}\right)$.



c. $G\left(\frac{39}{7}\right)$, $H\left(\frac{42}{7}\right)$ et $J\left(\frac{50}{7}\right)$.



10 Trace une demi-droite graduée en prenant 12 carreaux pour une unité.

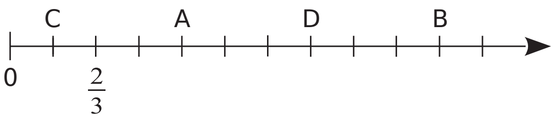
a. Combien de carreaux faut-il prendre pour avoir $\frac{1}{6}$ de l'unité ?

b. Même question pour $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$ puis $\frac{1}{2}$ de l'unité.

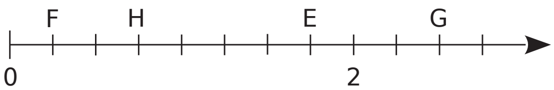
c. Sur cette demi-droite, place les points E, F, G et H d'abscisses respectives $\frac{11}{12}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{4}$ et $\frac{3}{2}$.

11 Donne l'abscisse de chaque point sous la forme d'une fraction ou d'un nombre entier.

a.



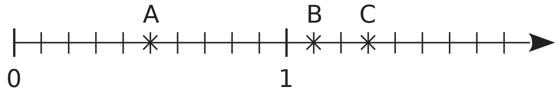
b.



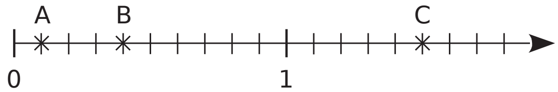
c.

12 Dans chaque cas, donne, sous forme d'une fraction décimale, les abscisses des points A, B et C placés sur la demi-droite graduée.

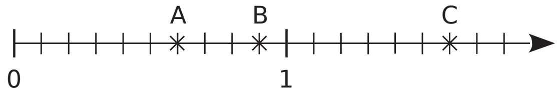
a.



b.



c.



13 Sur du papier millimétré, trace une demi-droite graduée en prenant 10 cm pour une unité. Place alors les points A, B, C et D.

A → 12 dixièmes

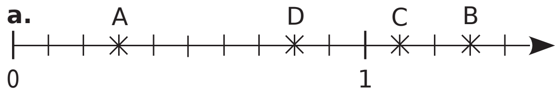
B → 84 centièmes

C → $\frac{5}{10}$

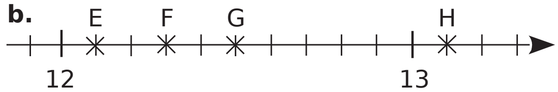
D → $1 + \frac{4}{10} + \frac{6}{100}$

14 Écris l'abscisse de chaque point.

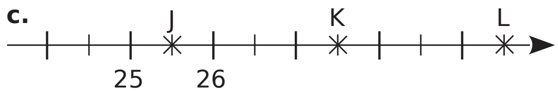
a.



b.

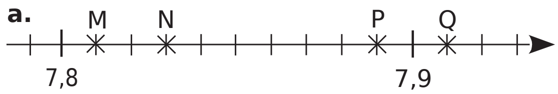


c.

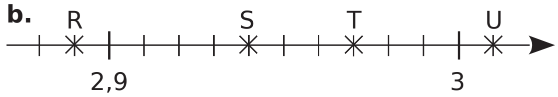


15 Même consigne qu'à l'exercice **14**.

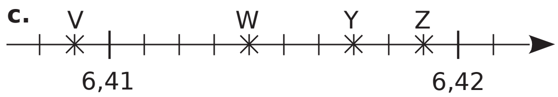
a.



b.



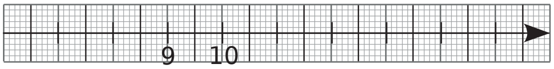
c.



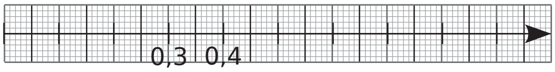
Je m'entraîne

16 Sur du papier millimétré, reproduis chaque demi-droite graduée puis places-y les points demandés.

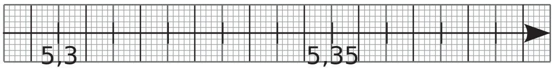
a. A(13,5) ; B(8,9) ; C(10,7) et D(15,1).



b. E(0,2) ; F(0,9) ; G(0,45) et H(0,63).



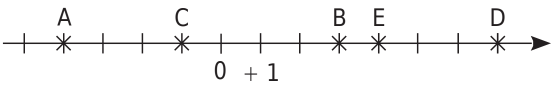
c. J(5,34) ; K(5,38) ; L(5,315) et M(5,304).



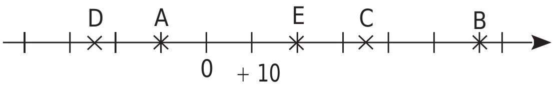
17 **Lecture sur un axe gradué**

Pour chaque cas, lis puis écris les abscisses des points A, B, C, D et E.

a.

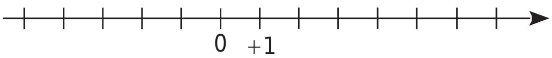


b.



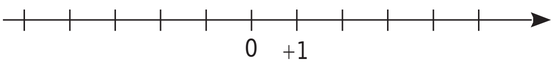
18 Reproduis les dessins de chaque droite graduée et place les points A, B, C, D et E d'abscisses données.

a.



A(−1) ; B(4) ; C(−3) ; D(3) ; E(−5).

b.



A(−2) ; B(+4) ; C(−6) ; D (+8) ; E(−8).

19 **Coordonnées du milieu**

a. Trace une droite graduée en prenant le centimètre comme unité.

b. Place sur cette droite les points suivants :

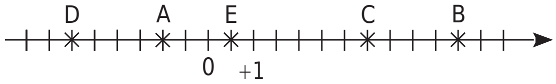
A(−5) ; B(+3) ; C(+2) ; D(−4) ; E(+5).

c. Place le milieu L du segment [AC]. Lis, puis écris l'abscisse du point L.

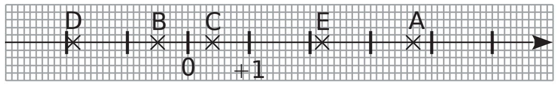
d. Place le point M tel que C soit le milieu du segment [EM]. Lis, puis écris l'abscisse du point M.

20 Pour chaque cas, lis, puis écris les abscisses des points A, B, C, D et E.

a.

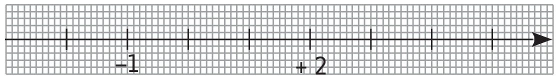


b.



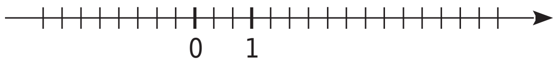
21 Reproduis chaque droite graduée et place les points A, B, C, D et E d'abscisses données.

a.



A(4) ; B(−0,5) ; C(0,8) ; D (3,4) ; E(−2,1).

b.



A $\left(\frac{1}{3}\right)$; B $\left(\frac{7}{3}\right)$; C $\left(-\frac{5}{3}\right)$; D(−2) ; E $\left(\frac{14}{3}\right)$.

22 **Points symétriques**

a. En choisissant correctement l'unité de longueur, place sur une droite graduée d'origine O, les points R, S, T, U et V d'abscisses respectives :

−0,1	0,65	−0,9	0,9	−0,3

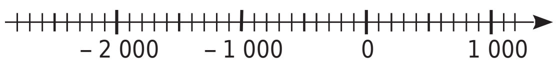
b. Place le point M ayant pour abscisse l'opposé de l'abscisse du point V.

c. Que peux-tu dire du point O pour le segment [VM] ?

d. Place le point N symétrique du point U par rapport au point S. Lis l'abscisse du point N.

e. Plus généralement, que peux-tu dire de deux points d'abscisses opposées ?

23 **Frise chronologique**



Reproduis cette droite graduée pour que 5 cm correspondent à 1 000 ans et place les événements le plus précisément possible.

K : construction de la pyramide de Khéops, vers −2 600 ;
J : naissance de Jules César, en −100 ;
N : début du Nouvel Empire, vers −1 550 ;
C : couronnement de Charlemagne, vers 800.

24 Calculs de durées

a. Cicéron est né en l'an −23 et est mort en l'an 38. Combien de temps a-t-il vécu ?

b. Antoine est né en l'an −35 et est mort à l'âge de 57 ans. En quelle année est-il mort ?

c. L'Empire de Césarius a été créé en −330 et s'est terminé en 213. Combien de temps a-t-il duré ?

25 Échelle des temps géologiques

L'histoire de la Terre se divise en quatre éons : les trois éons précambiens de −4 500 millions d'années à −550 millions d'années, puis l'éon phanérozoïque qui s'étale jusqu'à nos jours.

a. Dessine une frise chronologique (1 cm pour 250 000 000 années) et repère, en couleur, les quatre éons.

b. Le dernier éon se décompose en quatre ères :
l'ère primaire de $-5,42 \times 10^8$ (années) à $-2,54 \times 10^8$;
l'ère secondaire de $-2,5 \times 10^8$ à -7×10^7 ;
l'ère tertiaire de -7×10^7 à $-1,8 \times 10^6$;
l'ère quaternaire de $-1,8 \times 10^6$ à nos jours.

Dessine un zoom du dernier éon en prenant 5 cm pour 100 000 000 années. Repère, en couleur, sur cette échelle les trois premières ères. Quelle est la durée de l'ère tertiaire ?

c. On considère, ci-dessous, les dates de quelques événements majeurs (M signifie « millions d'années ») :

−4 550 M : solidification de la croûte terrestre

−2 500 M à −2 000 M : apparition de l'oxygène

−542 M à −500 M : premières algues

−443 M à −419 M : premières plantes terrestres

−339 M à −303 M : premiers reptiles

−251 M à −203 M : premiers dinosaures

−161 M à −150 M : premiers oiseaux

−99 M à −70 M : extinction des dinosaures

−56 M à −37 M : apparition des premiers mammifères modernes

−1,8 M à −0,1 M : évolution de l'homme moderne

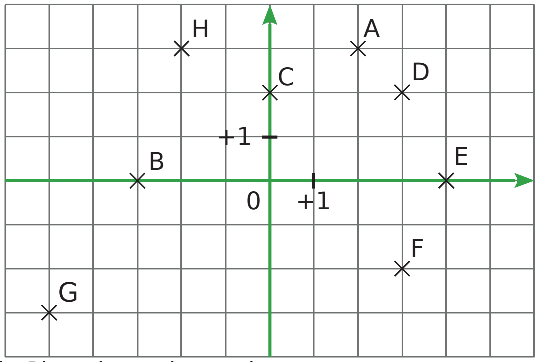
−11 400 années : sédentarisation de l'homme

Place ces évènements sur les deux frises. Quelles difficultés rencontres-tu ? Quel nouveau zoom proposes-tu pour repérer les derniers événements ?

Repérage dans un plan

26 Lire et écrire

a. Lis puis écris les coordonnées des points A, B, C, D, E, F, G et H ci-dessous.



b. Place les points suivants.

P(+2 ; +5) T(−5 ; −2) W(−3 ; −5)
R(+2 ; −6) U(0 ; −4) X(+2 ; +6)
S(−7 ; +4) V(+6 ; 0) Z(+1 ; −5)

27 Fusion et ébullition

	Fusion (°C)	Ébullition (°C)
Hydrogène	−259	−253
Fluor	−220	−188
Mercure	−39	357
Brome	−7	59
Éther	−116,2	34,5

a. Pour chaque composé chimique, calcule l'écart entre les températures d'ébullition et de fusion.

b. Range ces composés chimiques dans l'ordre croissant de leur écart entre les températures d'ébullition et de fusion.

28 Températures de la semaine

Jour	Maximum	Minimum
Lundi	−7	−11
Mardi	−3	−8
Mercredi	3	−8
Jeudi	5	−8
Vendredi	0	−10
Samedi	7	−7
Dimanche	3	−9

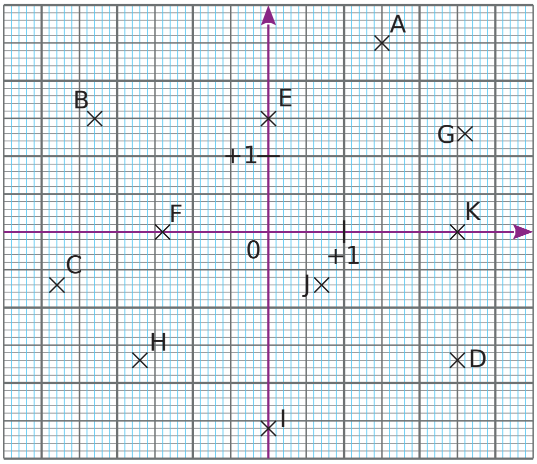
a. Pour chaque jour de la semaine, calcule l'écart de température.

b. Range les jours de la semaine dans l'ordre décroissant de leur écart de température.

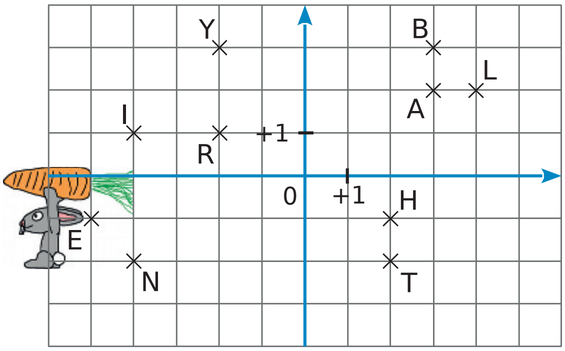
Je m'entraîne

29 Dire quelle était la température à Lille sachant que :
- l'écart avec Nancy était le même que celui avec Paris ;
- la température de Paris était la moitié de celle de Nîmes où il faisait 8°C ;
- la température de Nancy était l'opposée de celle de Nîmes.

30 Lis puis écris les coordonnées des points A à K ci-dessous.



31 Lapin et carotte



Sur la grille ci-dessus, Monsieur Lapin aimerait dessiner l'itinéraire le conduisant à la carotte. Pour ce faire, il doit :
- partir du point L ;
- passer par tous les points de la figure une et une seule fois de telle sorte que deux points consécutifs aient une des deux coordonnées commune (abscisse ou ordonnée).

a. Reproduis la figure et dessine le parcours.

b. En écrivant dans l'ordre de passage chacune des lettres rencontrées, quel mot trouves-tu ?

32 Mon beau ...

a. Sur une feuille de papier millimétré, trace un repère d'unité 10 cm pour chaque axe puis place les points suivants.

A(0 ; 0,4)	F(−0,45 ; 0)
B(−0,25 ; 0,28)	G(−0,05 ; 0)
C(−0,16 ; 0,28)	H(−0,05 ; −0,18)
D(−0,37 ; 0,16)	K(0 ; −0,18)
E(−0,25 ; 0,16)	

b. Place les points L, M, N, P, Q, R, S, T et U symétriques respectifs des points K, H, G, F, E, D, C, B et A par rapport à l'axe des ordonnées.

c. Relie les points dans l'ordre alphabétique. Si tes tracés sont exacts, tu devrais reconnaître un arbre célèbre. Quel est le nom de cet arbre ?

33 Symétrie et repère

a. Dessine un repère d'origine O ayant pour unité le centimètre.

b. Places-y les points suivants :

I(1 ; 0)	C(7 ; 3)
A(2 ; 3)	D(− 1 ; 1)
B(6 ; − 1)	E(3 ; 0).

c. Construis les points F, G, H et K symétriques respectifs de A, B, C et D par rapport à O.

d. Donne les coordonnées de F, G, H et K.

e. Que remarques-tu ?

f. Donne les coordonnées des symétriques par rapport à O des points T(4 ; − 5) et U(5 ; 0) sans les placer dans le repère.

g. Place les points M, N, P et R, symétriques respectifs des points A, B, C et D par rapport à E.

h. Donne les coordonnées de M, N, P et R.

i. La remarque du **e.** est-elle encore valable ici ? À quelle condition est-elle vérifiée ?

34 Dans un repère

a. Dessine un repère d'origine O ayant pour unité le centimètre.

b. Place dans un repère les points suivants : J(−1 ; 0), K(1 ; 1) et L(4 ; −2).

c. Place les points M et N pour que JKLM et JKMN soient des parallélogrammes.

d. Que remarques-tu ?

e. Donne les coordonnées des points M et N.

35 Transformations

Dans un repère orthogonal (O, I, J), où OI = OJ = 1 cm.

a. Placer les points suivants :
A(1 ; −1) B(2 ; 3) C(−2 ; 2) D(4 ; 2)

b. Place le point E tel qu'il soit l'image de C par la translation qui transforme A en D.

c. Place le point F tel qu'il soit l'image de A par la translation qui transforme D en B.

d. Que peut-on dire des segments [AD] et [FB]. ?

e. Quelle est la nature du quadrilatère CEBF ? Justifier.

36 Coordonnées entières

Dans un repère (O, I, J), on joint l'origine O au point A de coordonnées (72 ; 48).

On veut savoir combien de points dont les deux coordonnées sont entières appartiennent au segment [OA].

a. On appelle $(x ; y)$ les coordonnées d'un point du segment [OA].
Exprime y en fonction de x.

b. Pour que l'ordonnée y de ce point soit entière, que doit vérifier x ?

c. Conclus en donnant les coordonnées de tous les points, à coordonnées entières, appartenant au segment [OA].

37 Paris 1999

(O, I, J) est un repère orthogonal du plan, l'unité est le centimètre. On utilisera une feuille de papier millimétré.

a. Placer les points A(3 ; 1), B(-1 ; 4), C(-3 ; 4), D(-1 ; 3) et E(-1 ; 2).

b. Dans cette question, on ne demande aucun trait de construction ni aucune justification.

On appelle F la figure représentée par le polygone ABCDE. Tracer sur le même graphique :

• L'image F_1 de F par la rotation de centre E, d'angle 90°, dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

• L'image F_2 de F par la translation qui transforme C en E .

On nommera les figures F_1 et F_2 dans le repère.

38 Coordonnées mystère

a. Construis un repère et places-y les points A, B, C, D, E et F sachant que :

- les valeurs des coordonnées des six points sont parmi : 0 ; 0 ; 3 ; 4 ; −2 ; 2 ; −4 ; 1 ; −1 ; 3 ; −1 et −2 ;
- les ordonnées des six points sont toutes différentes et si on range les points dans l'ordre décroissant de leurs ordonnées, on obtient : E, B, F, C, A et D ;
- les abscisses de tous les points sauf D sont différentes et si on range les points dans l'ordre croissant de leurs abscisses, on obtient : F, B, A, E et C ;
- le point E est sur l'axe des ordonnées ;
- l'ordonnée de E est l'opposé de l'abscisse de F ;
- le point C est sur l'axe des abscisses à une distance de 3 de l'origine ;
- les deux coordonnées du point B sont opposées.

b. Que dire de la droite (CD) ?
Justifie ta réponse.

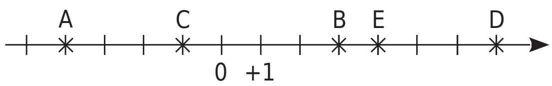
39 Milieu

a. Dans un repère, place les points suivants :
P(−2 ; 5) ; Q(4 ;−3) ; R(−4 ; 5)

b. Construis le milieu I de [PQ] et le milieu J de [QR]. Quelles sont les coordonnées de I et J ?

c. Essaie de trouver la formule qui donne les coordonnées du milieu d'un segment quand on connaît les coordonnées des extrémités.
Teste ta formule sur le milieu K de [PR].

40 Distance et axe gradué



a. Observe l'axe gradué ci-dessus puis recopie et complète les calculs suivants :

AB = $x_B - x_A$	EC = $x_C - x_E$
AB = (....) − (....)	EC = (....) − (....)
AB = ... unités	EC = ... unités

b. En prenant exemple sur la question **a.**, calcule les distances ED, EB et AC.

c. Vérifie tes résultats à l'aide de l'axe gradué.

Je m'entraîne

41 Axe gradué en centimètres

a. Sur un axe gradué en centimètres, place les points A(+ 2,5), B(− 4) et C(− 2,5).

b. Calcule les distances AC et BC.

c. Place un point D à 4 cm de A. Combien y a-t-il de possibilité(s) ? Donne son (ou ses) abscisse(s).

42 Pour chaque cas, trace un axe gradué en choisissant avec soin l'unité puis calcule les longueurs demandées en écrivant l'opération adéquate.

a. A(−10), B(5) et C(−4). Calcule AB, AC et BC.

b. D(0,8), E(−1,2) et F (1,9). Calcule DE et EF.

c. G(−2 500), H(−3 000) et K(−2 800). Calcule GH et HK.

43 Pour chaque cas, calcule la distance entre les deux points donnés.

a. A et B d'abscisses respectives 8 et 14.

b. C et D d'abscisses respectives −3 et 7.

c. E et F d'abscisses respectives −5,4 et −12,6.

d. K et L d'abscisses respectives −2,15 et 2,3.

44 Distances et milieux

Sur un axe gradué, on donne les points A(+37), B(−67), C(−15), D(+3) et E(+44).

a. Calcule les distances AB, AC, AD, AE, BD, DE et BC.

b. Quel est le milieu du segment [AB] ? Justifie ta réponse par un calcul.

c. A est-il le milieu de [DE] ? Pourquoi ?

Repérage sur la sphère

45 Antipodes

Sur la Terre deux villes sont « aux antipodes » si elles sont diamétralement opposées. Voici les coordonnées des grandes villes (valeurs approchées au degré près).

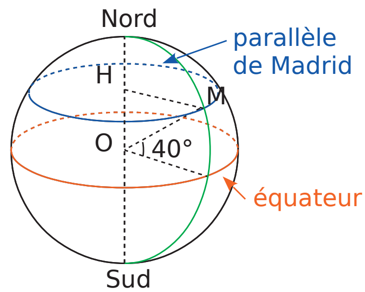
Villes	latitude en °		longitude en °	
Seoul	N	37	E	127
Shanghai	N	31	E	121
Montevideo	S	35	O	56
Buenos Aires	S	37	O	60

a. Détermine les couples de villes « antipodales »

b. Si une vile se situe à (N x°- E y°) quelles sont les coordonnées exactes du point aux antipodes ?

46 Repérage sur la sphère terrestre

On assimile la Terre à une sphère de centre O et de rayon 6 378 km.
La ville de Madrid est située sur le parallèle de latitude 40° Nord. H est le centre du cercle correspondant à ce parallèle.



a. Quelle est la longueur HM ? Justifie.

b. Calcule la longueur du parallèle de Madrid.

c. La longitude de Madrid est 3° Ouest. Recherche les coordonnées géographiques d'une ville de même latitude que Madrid. Calcule alors la distance séparant ces deux villes sur leur parallèle, sachant que la longueur d'un arc de cercle est proportionnelle à l'angle au centre.

47 Repérage sur la sphère terrestre

On assimile la Terre à une sphère de centre O et de rayon 6 378 km. Les coordonnées géographiques de Stockholm, Le Cap et Pécs sont données dans le tableau suivant.

Lieu	Latitude	Longitude
Le Cap	33° S	18° E
Stockholm	59° N	18° E
Pécs	46° N	18° E

a. Que remarques-tu concernant les coordonnées géographiques de ces trois villes ? Représente les données de l'énoncé par un schéma similaire à celui de l'exercice précédent où figurera le méridien de Greenwich.

b. Quel est l'angle entre Stockholm, le centre de la Terre et Le Cap ? Déduis-en la distance séparant ces deux villes sur ce méridien, sachant que la longueur d'un arc de cercle est proportionnelle à l'angle au centre.

c. De même, calcule la distance entre Pécs et Stockholm le long de leur méridien commun.

d. Donne les coordonnées géographiques du point de la Terre aux antipodes de Stockholm. Dans quel océan est-il situé ? Près de quel pays ?

Je résous des problèmes

En lien avec d'autres disciplines

1 Construis une frise chronologique d'origine 0, en prenant 1 cm pour 100 ans.

a. Recherche puis place le plus précisément possible les dates des événements suivants.

A : Naissance de Mozart

B : Mort de Charlemagne

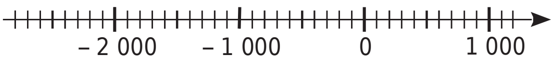
C : Bataille de Marignan

D : Fin de l'Empire romain

E : Accords d'Évian

b. Range ces dates dans l'ordre croissant.

2 Frise chronologique



Reproduis cette droite graduée pour que 5 cm correspondent à 1 000 ans et place les événements le plus précisément possible.

K : construction de la pyramide de Khéops, vers −2 600 ;

J : naissance de Jules César, en −100 ;

N : début du Nouvel Empire, vers −1 550 ;

C : couronnement de Charlemagne, vers 800.

3 Calculs de durées

a. Cicéron est né en l'an −23 et est mort en l'an 38. Combien de temps a-t-il vécu ?

b. Antoine est né en l'an −35 et est mort à l'âge de 57 ans. En quelle année est-il mort ?

c. L'Empire de Césarius a été créé en −330 et s'est terminé en 213. Combien de temps a-t-il duré ?

d. Antonionus est mort en l'an −158 à l'âge de 63 ans. En quelle année est-il né ?

4 Températures de fusion et d'ébullition

	Fusion (°C)	Ébullition (°C)
Hydrogène	−259	−253
Fluor	−220	−188
Mercure	−39	357
Brome	−7	59
Éther	−116,2	34,5

a. Pour chaque composé chimique, calcule l'écart entre les températures d'ébullition et de fusion.

b. Range ces composés chimiques dans l'ordre croissant de leur écart entre les températures d'ébullition et de fusion.

5 Températures de la semaine

Jour	Maximum	Minimum
Lundi	−7	−11
Mardi	−3	−8
Mercredi	3	−8
Jeudi	5	−8
Vendredi	0	−10
Samedi	7	−7
Dimanche	3	−9

a. Pour chaque jour de la semaine, calcule l'écart de température.

b. Range les jours de la semaine dans l'ordre décroissant de leur écart de température.

6 Quelle était la température à Lille sachant que :

- l'écart avec Nancy était le même que celui avec Paris ;
- la température de Paris était la moitié de celle de Nîmes où il faisait 8°C ;
- la température de Nancy était l'opposée de celle de Nîmes.

Je résous des problèmes

7 Échelle des temps géologiques

L'histoire de la Terre se divise en quatre éons : les trois éons précambiens de $-4\ 500$ millions d'années à -550 millions d'années, puis l'éon phanérozoïque qui s'étale jusqu'à nos jours. Dessine une frise chronologique (1 cm pour 250 000 000 années) et repère, en couleur, les quatre éons.

a. Le dernier éon se décompose en quatre ères :
- l'ère primaire de $-5{,}42 \times 10^8$ (années) à $-2{,}54 \times 10^8$;
- l'ère secondaire de $-2{,}5 \times 10^8$ à -7×10^7 ;
- l'ère tertiaire de -7×10^7 à $-1{,}8 \times 10^6$;
- l'ère quaternaire de $-1{,}8 \times 10^6$ à nos jours.

Dessine un zoom du dernier éon en prenant 5 cm pour 100 000 000 années. Repère, en couleur, sur cette échelle les trois premières ères. Quelle est la durée de l'ère tertiaire ?

b. On considère, ci-dessous, les dates de quelques événements majeurs (M signifie « millions d'années ») :

$-4\ 550$ M : solidification de la croûte terrestre

$-2\ 500$ M à $-2\ 000$ M : apparition de l'oxygène

-542 M à -500 M : premières algues

-443 M à -419 M : premières plantes terrestres

-339 M à -303 M : premiers reptiles

-251 M à -203 M : premiers dinosaures

-161 M à -150 M : premiers oiseaux

-99 M à -70 M : extinction des dinosaures

-56 M à -37 M : apparition des premiers mammifères modernes

$-1{,}8$ M à $-0{,}1$ M : évolution de l'homme moderne

$-11\ 400$ années : sédentarisation de l'homme

Place ces évènements sur les deux frises.
Quelles difficultés rencontres-tu ?
Quel nouveau zoom proposes-tu pour repérer les derniers événements ?

Résoudre un problème

8 En choisissant judicieusement une unité de longueur sur une demi-droite graduée, place précisément les points :

$A\left(\frac{5}{6}\right)$; $B\left(\frac{1}{2}\right)$; $C\left(\frac{11}{6}\right)$; $D\left(\frac{3}{4}\right)$ et $E\left(1+\frac{1}{3}\right)$.

9 Coordonnées mystères

a. Construis un repère et places-y les points A, B, C, D, E et F sachant que :
- les valeurs des coordonnées des six points sont : 0 ; 0 ; 3 ; 4 ; -2 ; 2 ; -4 ; 1 ; -1 ; 3 ; -1 et -2 ;
- les ordonnées des six points sont toutes différentes et si on range les points dans l'ordre décroissant de leurs ordonnées, on obtient : E, B, F, C, A et D ;
- les abscisses de tous les points sauf D sont différentes et si on range les points dans l'ordre croissant de leurs abscisses, on obtient : F, B, A, E et C ;
- le point E est sur l'axe des ordonnées ;
- l'ordonnée de E est l'opposé de l'abscisse de F ;
- le point C est sur l'axe des abscisses à une distance de 3 de l'origine ;
- les deux coordonnées du point B sont opposées.

b. Que dire de la droite (CD) ?
Justifie ta réponse.

10 Milieu

a. Dans un repère, place les points suivants : P(-2 ; 5) ; Q(4 ; -3) ; R(-4 ; 5)

b. Construis le milieu I de [PQ] et le milieu J de [QR]. Quelles sont les coordonnées de I et J ?

c. Essaie de deviner la formule qui donne les coordonnées du milieu d'un segment quand on connaît les coordonnées des extrémités. Teste ta formule sur le milieu K de [PR].

Espace

D6

Objectifs de cycle

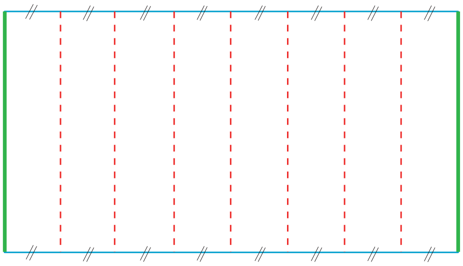
- **Prisme droit et cylindre de révolution** — tests n° 1 et 2 — Niveau 1
- **Pyramide et cône de révolution** — tests n° 3 et 4 — Niveau 2
- **Sphère et boule** — Niveau 3

- Ce chapitre étudie les solides usuels, leurs représentations et leurs patrons.

Activités de découverte

Activité 1 La machine à prismes

1. Prends une feuille de papier A4 puis réalise les pliages nécessaires pour obtenir les marques en pointillés de la figure ci-contre.



2. Repasse **en rouge** les marques de pliage, **en vert** les deux largeurs de la feuille et **en bleu** ses deux longueurs.

3. Fais coïncider les bords **verts** de la feuille. On obtient ainsi un solide sans « fond » ni « couvercle ».
Quelle est la forme des deux faces de contour **bleu** appelées « bases » ?

4. Observe ton solide puis réponds aux questions suivantes :
- Combien de faces comporte ton solide (y compris les bases) ?
- Quelles sont les formes des autres faces appelées « faces latérales » ?
- Combien de sommets comporte ton solide ?
- Si tu poses ton solide sur une des deux bases, que dire des arêtes **rouges** par rapport aux bases ?

Résume chaque réponse en une seule phrase utilisant les mots : *latérales*, *parallèles*, *rectangles*, *bases*, *superposables*.

5. Quels objets de la vie courante ont la forme d'un prisme droit ?

6. En procédant de la même façon, utilise une feuille de papier A4 pour matérialiser :
- un prisme droit dont une base est un triangle équilatéral ;
- un prisme droit à base pentagonale ;
- un prisme droit à base carrée. Quel est l'autre nom de ce solide ?

7. Que dire de la forme des bases si on fait coïncider les bords **verts** de la feuille mais qu'on ne la plie pas ?

Activité 2 Du côté des boîtes de conserve...

1. Les boîtes de conserve ont souvent la forme de cylindres de révolution. Quelles sont les caractéristiques de tels solides ?

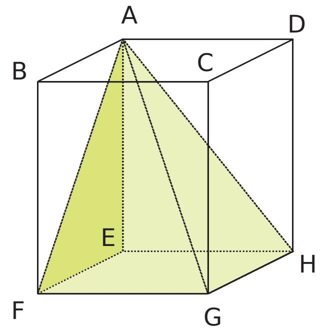
2. Lorsque tu enlèves l'étiquette d'une boîte de conserve, quelle forme a-t-elle ? Quelle est donc la forme de la surface latérale d'un cylindre de révolution ?

3. Si on ouvre une boîte de conserve (sans enlever les couvercles) des deux côtés et qu'on la déplie, on obtient le patron d'un cylindre de révolution. À main levée, trace un tel patron et reporte les mesures.

4. Quels autres objets de la vie courante ont la forme de cylindres de révolution ?

Activité 3 Patron sans calcul

On a représenté ci-contre, en couleur, une pyramide construite à partir de certains sommets du pavé droit ABCDEFGH. Le point A est le sommet de la pyramide et le quadrilatère EFGH est sa base. On veut construire un patron de cette pyramide. On donne AB = 3 cm, AE = 5 cm et AD = 4 cm.



1. Quelle est la nature du quadrilatère EFGH ?
Construis-le en vraie grandeur sur une feuille de papier blanc.

2. Quelle est la nature du triangle AFE ? Du triangle AHE ?
Justifie tes réponses.
Construis les deux triangles sur ta feuille de papier blanc en partant des points E, F et H déjà placés.

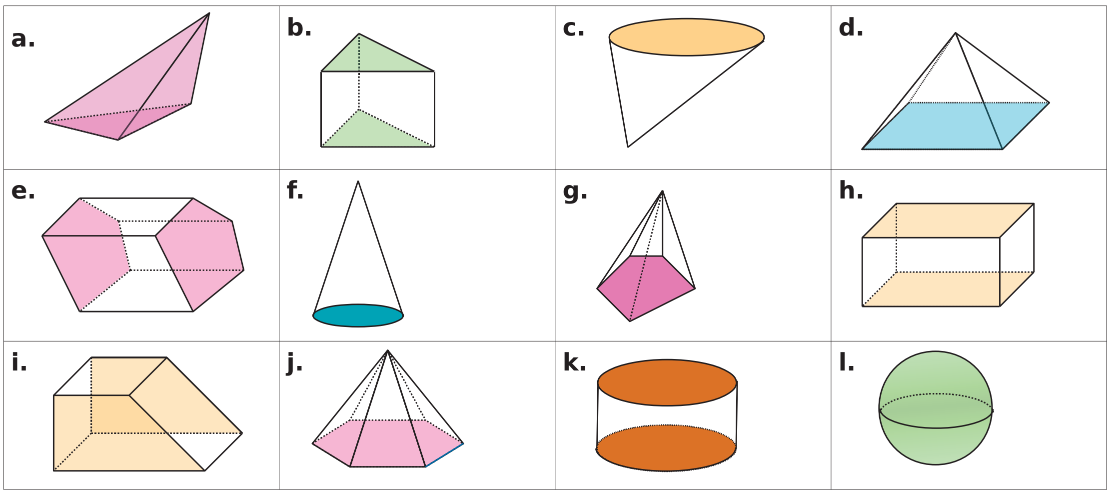
3. En utilisant la propriété de l'espace encadrée ci-dessous, détermine la nature des triangles AGH et AFG puis complète ta figure en reportant au compas les longueurs AH et AF déjà présentes sur la figure.

> Si une droite est perpendiculaire en un point à deux droites sécantes d'un plan, alors elle est perpendiculaire à toutes les droites du plan passant par ce point.

4. Découpe le patron obtenu en mettant éventuellement des languettes et vérifie qu'il s'agit bien d'un patron de la pyramide AEFGH.

Activité 4 Des solides

On a représenté ci-dessous des solides en perspective cavalière.
Propose un classement de ces solides. Explique.

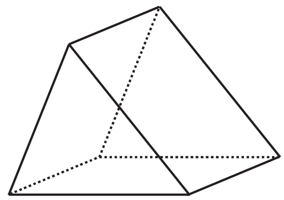


Cours et méthodes

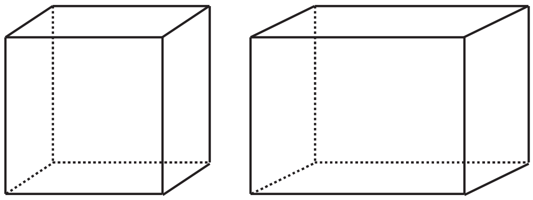
1 Étudier un prisme droit

Définition

Un **prisme droit** est un solide formé de deux bases polygonales *(de même taille)* superposables, parallèles, reliées par des faces latérales rectangulaires.



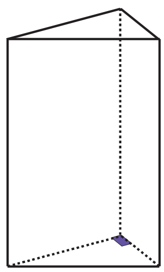
» **Remarque :** Le cube est un prisme à base carrée et le pavé droit est un prisme droit à base rectangulaire.



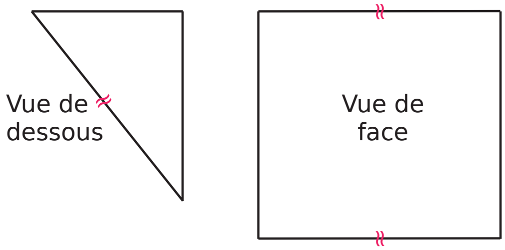
Entraîne-toi à Construire une face de prisme en vraie grandeur

Énoncé

La hauteur du prisme droit schématisé ci-contre mesure 3 cm. Sa base est un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent respectivement 2 cm et 2,5 cm.
Trace en vraie grandeur une vue de dessous et une vue de la face avant.



Correction



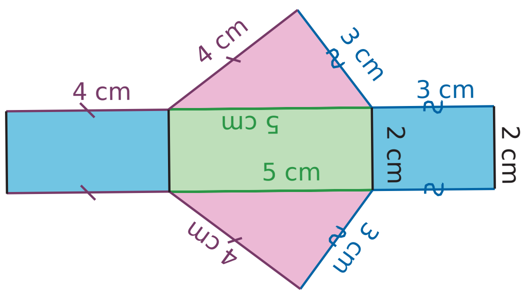
» **Remarque :** Le mesure de la largeur de la face avant correspond à l'hypoténuse de la base et se reporte au compas.

Entraîne-toi à Construire un patron de prisme

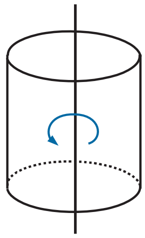
Énoncé

Construis un patron d'un prisme droit dont la base est un triangle de côtés 5 cm, 4 cm et 3 cm, et dont la hauteur est égale à 2 cm.

Correction



2 Étudier un cylindre de révolution



Définition

Un **cylindre de révolution** est un solide engendré par la rotation d'un rectangle autour de l'un de ses côtés.
La surface latérale est un rectangle enroulé autour de la base.

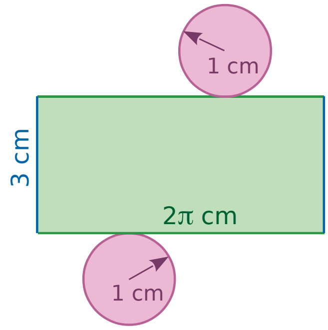
Entraîne-toi à Construire un patron de cylindre

Énoncé

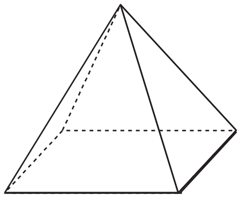
Construis un patron d'un cylindre de révolution de hauteur 3 cm ayant pour base un disque de rayon 1 cm.

» **Remarque :** La surface latérale est un rectangle. L'une de ses dimensions est la hauteur du cylindre, l'autre est la longueur de la base (ici, $2 \times \pi \times 1^2 \approx 6{,}28$ cm).

Correction



3 Étudier une pyramide



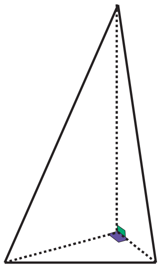
Définition

Une **pyramide** est un solide constitué d'une base polygonale.
Chaque côté de la base est relié au sommet par une face triangulaire.

Entraîne-toi à Construire une face de pyramide en vraie grandeur

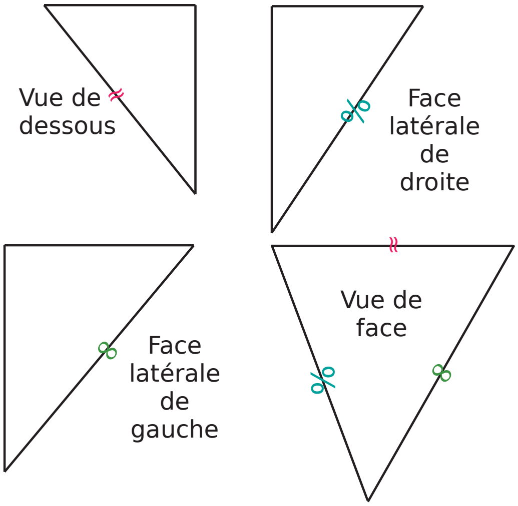
Énoncé

La hauteur de la pyramide schématisée ci-contre mesure 3 cm. Sa base est un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent respectivement 2 cm et 2,5 cm.
Trace en vraie grandeur une vue de la face avant.



» **Remarque :** Quand le tracé d'une face nécessite des mesures non données, le tracé d'autres faces peut s'avérer nécessaire afin de reporter les longueurs au compas.

Correction

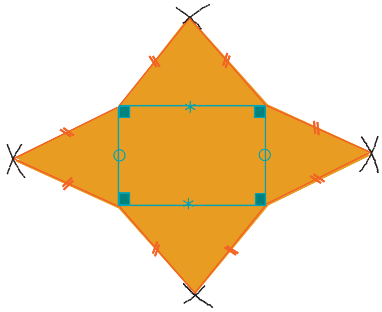


↘ Entraîne-toi à Construire un patron de pyramide

Énoncé

Construis un patron d'une pyramide dont la base est un rectangle.

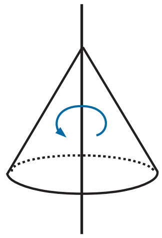
Correction



4) Étudier un cône de révolution

Définition

Un **cône de révolution** est un solide engendré par la rotation d'un triangle rectangle autour de l'un des côtés de l'angle droit.
La surface latérale est une portion de disque enroulée autour de la base.



↘ Entraîne-toi à Construire un patron de cône

Énoncé

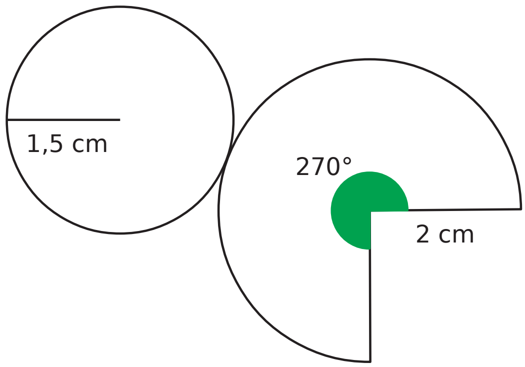
Construis un patron d'un cône dont le rayon de la base mesure 1,5 et dont une génératrice mesure 2 cm.

» **Remarque :** La surface latérale est une portion de disque. La mesure de l'angle au centre de cette portion se calcule avec un tableau de proportionnalité.

Rayon de la base=1,5	Rayon de la génératrice=2
Angle au centre de la portion	360°

Ici, 360° × 1,5 ÷ 2 = 270°

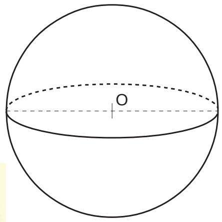
Correction



5) Étudier une sphère

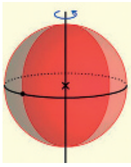
Définition

Une **sphère** de centre O est l'ensemble des points de l'espace à égale distance du point O. Cette distance s'appelle le rayon.



» **Remarques**

Une sphère n'a pas de patron. Les planisphères sont des approximations obtenues par projections.
La sphère est aussi un solide engendré par une rotation, celle d'un demi-cercle (ou d'un cercle) autour d'un diamètre.



Je me teste

Niveau 1

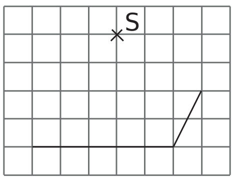
1 Dessine un patron d'un prisme droit de hauteur 3 cm ayant pour base un triangle ABC rectangle en A tel que AB = 2,5 cm et AC = 4 cm.

2 Dessine un patron d'un cylindre de révolution de rayon de base 2,5 cm et de hauteur 7 cm.

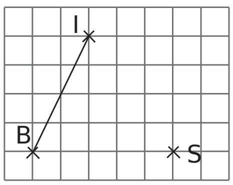
Niveau 2

3 Complète les tracés en perspective ci-après pour obtenir un solide de sommet S.

a. Une pyramide à base rectangulaire.



b. Un cône de révolution ayant pour diamètre de base le segment [IB].



4 Trace un patron de la pyramide dont la base est un carré de côté 5 cm et dont chaque arête latérale mesure 6,5 cm puis code les longueurs égales.

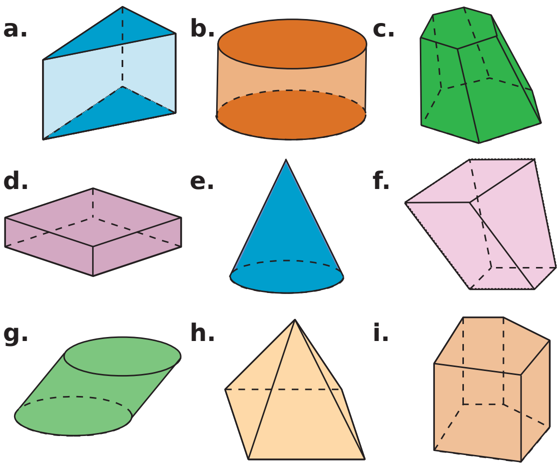
➔ **Voir Corrigés p. 368**

Je m'entraîne

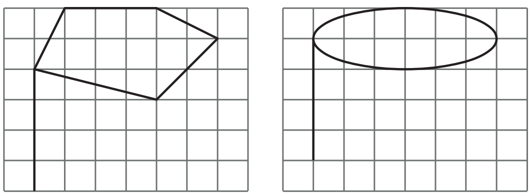
Prisme et cylindre

1 Reconnaître des solides

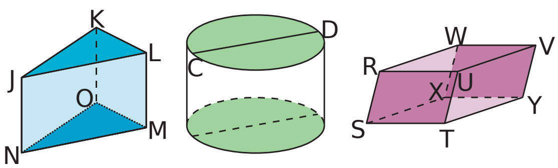
Parmi les solides suivants, quels sont ceux qui sont des cylindres de révolution ?
Des prismes droits (précise alors la nature des bases) ?
Explique tes réponses.



2 Reproduis les figures suivantes sur ton cahier puis complète-les pour obtenir des représentations en perspective cavalière d'un prisme droit et d'un cylindre de révolution.



3 Décrire des solides



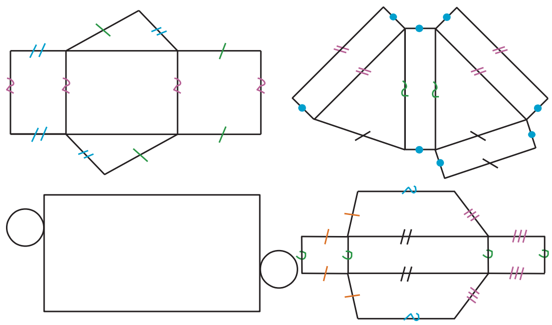
a. Observe les solides ci-dessus puis recopie et complète les phrases suivantes avec les mots :
sommet, base, diamètre, arête, face latérale, surface latérale.

- Pour le prisme droit JKLNOM, KJL est ... , [LM] est ... , KLMO est ... et L est ... .
- Le cylindre est composé de deux ... et d'une ... . [CD] est ... d'une ... .

b. Pour le prisme droit RSTUWXYV, indique les arêtes de même longueur et décris la nature des faces.

c. Dessine, à main levée, un patron du prisme RSTUWXYV et code les longueurs égales.

4 Parmi les patrons suivants, lesquels sont des patrons de prismes droits ? De cylindres ? Pour ceux qui ne le sont pas, explique pourquoi.



5 Un prisme droit ayant pour base un triangle dont les côtés mesurent 3 cm, 4 cm et 4 cm a une hauteur de 2 cm.

a. Donne la nature de chaque face du prisme puis dessine chacune d'elles en vraie grandeur.

b. Construis trois patrons non superposables de ce prisme.

c. Dessine trois représentations en perspective cavalière de ce prisme avec la face avant différente pour chacune.

d. Sur la première représentation, repasse d'une même couleur les arêtes parallèles.

e. Sur la deuxième représentation, repasse en rouge deux arêtes perpendiculaires.

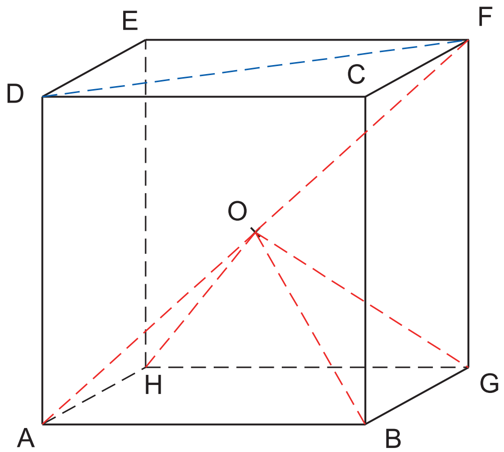
f. Sur la troisième représentation, colorie en vert deux faces parallèles.

6 Un cylindre de révolution de hauteur 7 cm a pour base un disque de rayon 2 cm.

a. À main levée, dessine deux représentations différentes de ce cylindre de révolution en perspective cavalière puis inscris les longueurs données sur tes dessins.

b. Construis deux patrons non superposables de ce cylindre.

7 Dodécaèdre rhombique



1re partie : Calculs préliminaires

a. ABCDHGFE est un cube. O est le milieu de [AF].

Quelle est la nature du triangle DFA ? Justifie.

b. Sachant que AB = 6 cm, donne la valeur approchée par excès au mm près de DF, AF et AO.

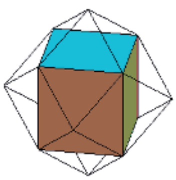
c. Explique pourquoi AO = BO = GO = HO. Quelle est la nature du solide OABGH ?

2e partie : Construisons !

a. Construis un patron de OABGH puis découpe-le et colle-le pour obtenir la pyramide.

b. Fais cinq autres exemplaires de cette pyramide.
Avec les six pièces ainsi constituées, essaye de reformer le cube ABCDEFGH.

c. Construis un patron du cube ABCDEFGH, colle chacune des pyramides sur une face du cube. Assemble ensuite le cube en plaçant les pyramides à l'extérieur.



d. Le solide obtenu s'appelle un dodécaèdre rhombique car chacune de ses faces est un losange (du grec « rhombos » qui veut dire losange).

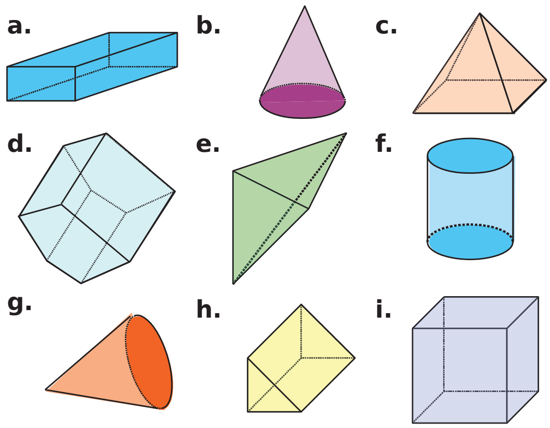
Combien a-t-il de faces ?
Quel est son volume ?

e. Construis un patron du dodécaèdre rhombique et assemble-le directement.

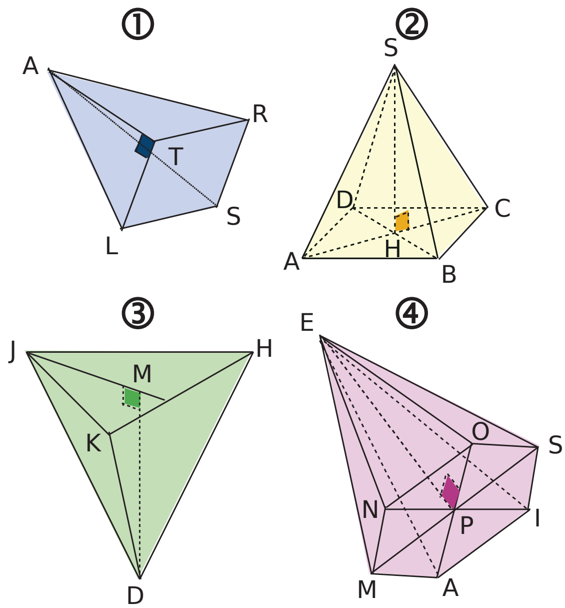
Pyramide et cône

8 Reconnaître un solide

Nomme chaque solide représenté ci-dessous.



9 Pyramides en vrac !

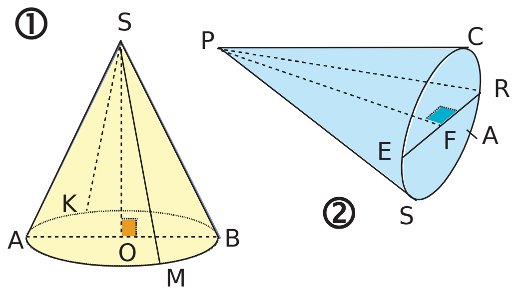


Recopie et complète le tableau ci-dessous :

	①	②	③	④
Sommet				
Nature de la base				
Nom de la base				
Hauteur				
Nombre d'arêtes				
Nombre de faces				

Je m'entraîne

10 Cônes de révolution en vrac !

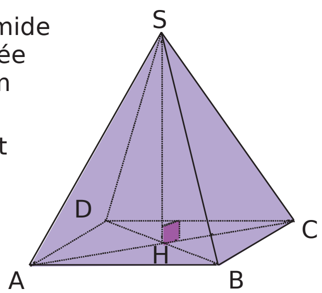


a. Pour chaque cône de révolution, nomme :
- son sommet ;
- le centre et un diamètre de sa base ;
- sa hauteur ;
- tous les segments représentant des génératrices.

b. Quelle est la nature de SKO et KSM dans le cône ① ? Et celle de PAF dans le cône ② ?

11 Pyramide régulière à base carrée

SABCD est une pyramide régulière à base carrée telle que SA = 7,3 cm et AB = 5 cm.



a. Nomme le sommet et la base de cette pyramide.

b. Que représente le segment [SH] pour la pyramide ? Justifie.

c. Indique, en centimètres, la longueur de chacune des arêtes de cette pyramide. Justifie.

d. Quelle est la nature du triangle ADC ? Justifie. Construis-le en vraie grandeur.

e. Quelle est la nature du triangle SAB ? Justifie. Construis-le en vraie grandeur.

12 Perspective cavalière et cône

Un cône de révolution de hauteur 8,2 cm a pour base un disque de rayon 3,5 cm.

À main levée, dessine une représentation de ce cône de révolution en perspective cavalière puis code ton dessin.

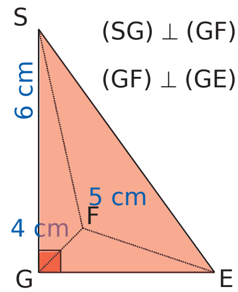
13 Perspective cavalière et pyramide

Une pyramide régulière de hauteur 7 cm a pour base un carré de côté 5 cm.

a. À main levée, dessine une représentation de cette pyramide en perspective cavalière puis code ton dessin.

b. Construis à la règle une représentation en perspective cavalière de cette pyramide.

14 Pyramide à base triangulaire



a. Donne le nom de cette pyramide.

b. Quelle est la hauteur de cette pyramide ?

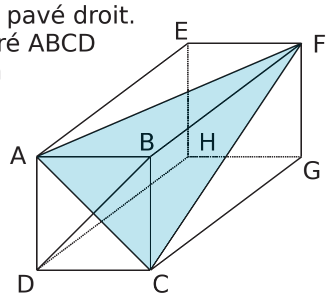
c. Quelle est la nature de la face SGF ?

d. Construis, en vraie grandeur, les faces SGF, SGE et SFE.

e. Déduis-en la construction, en vraie grandeur, de la face SFE.

15 Pyramide dans un pavé droit

ABCDEFGH est un pavé droit. Sa base est le carré ABCD tel que AB = 5 cm et AE = 8,5 cm.



a. Donne la nature du triangle FBA. Justifie.

b. Précise la hauteur de la pyramide FABC si l'on prend pour base : ABC, BFC ou ABF.

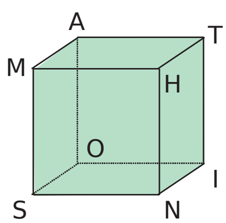
c. Quelle est la nature du triangle FAC ? Justifie.

d. Construis, en vraie grandeur, la base de la pyramide FABC de sommet F.

e. Construis, en vraie grandeur, la face ABF puis la face FAC.

16 Solides dans un cube

MATHSOIN est un cube de côté 6 cm. Pour chaque solide, donne sa nature puis construis-en une représentation en perspective cavalière.



a. NMHT

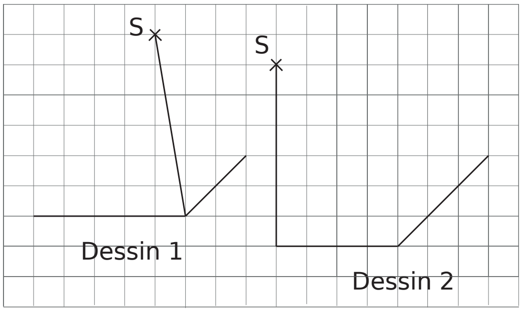
b. SOMNIH

c. ATOS

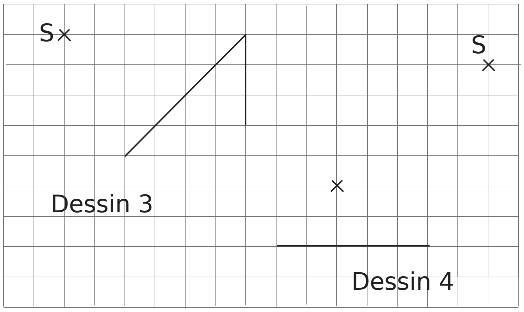
d. ASNIO

17 Reproduis et complète les dessins suivants pour obtenir des représentations en perspective cavalière d'une pyramide de sommet S :

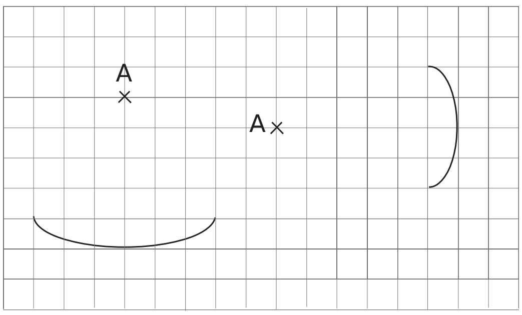
a. de base rectangulaire.



b. de base triangulaire.

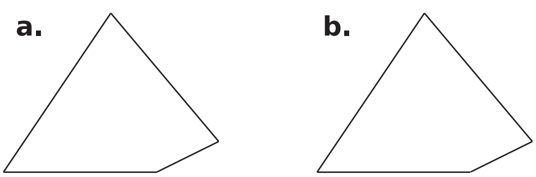


18 Reproduis et complète les dessins suivants pour obtenir des représentations en perspective cavalière d'un cône de révolution de sommet A.



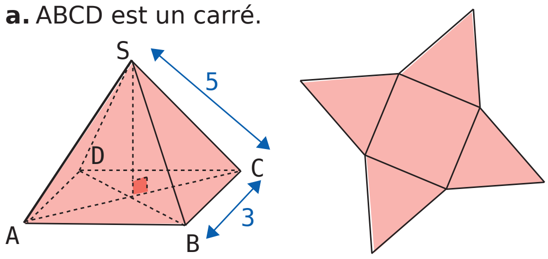
19 Reproduis et complète les dessins des pyramides suivantes pour obtenir :

a. une pyramide à base triangulaire ;
b. une pyramide à base carrée.

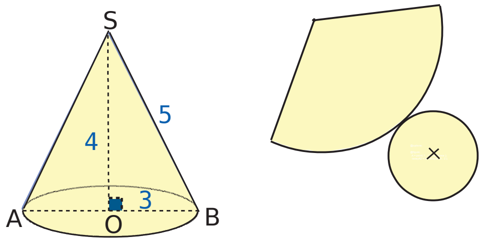


20 On a dessiné un solide en perspective cavalière puis son patron. Reproduis, à main levée, le patron. Indique dessus les points et les longueurs que tu connais et code les segments de même longueur.

a. ABCD est un carré.

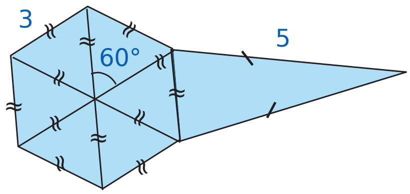


b.

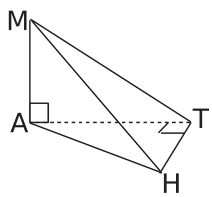


21 **Pyramide à base hexagonale**

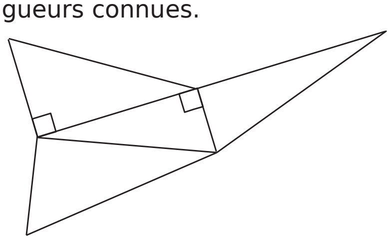
Reproduis en vraie grandeur le dessin et complète-le pour qu'il représente un patron d'une pyramide régulière à base hexagonale.



22 MATH est une pyramide telle que MA = 3 cm ; AT = 4 cm et TH = 2 cm.



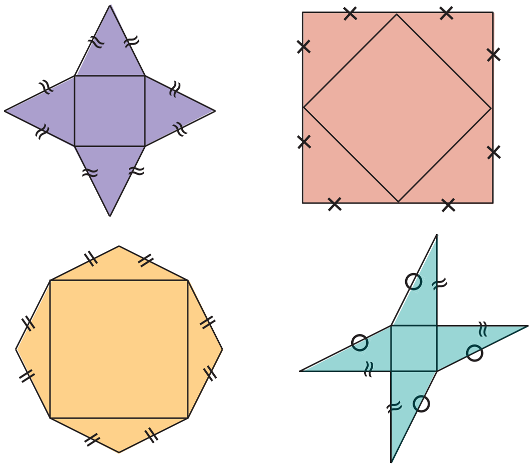
a. Reproduis et reporte sur la représentation en perspective cavalière les longueurs connues.
b. Reproduis le patron et écris les noms des sommets de chaque triangle, code les segments de même longueur et indique les longueurs connues.



Je m'entraîne

23 Pyramides à base carrée ?

Quels sont parmi les patrons ci-dessous, ceux d'une pyramide à base carrée ?



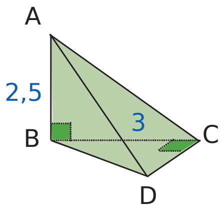
24 Tétraèdre régulier

Un tétraèdre régulier est une pyramide dont toutes les faces sont des triangles équilatéraux.

Trace un patron d'un tétraèdre régulier d'arête 5,5 cm.

25 Pyramide à base triangulaire

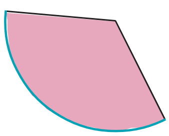
a. ABCD est une pyramide dont la base est un triangle rectangle isocèle en C telle que AB = 2,5 cm et BC = 3 cm.



b. Trace un patron de cette pyramide.

26 Rayon de la base

La longueur de l'arc bleu du développement d'un cône de révolution est de 28,4 cm. Donne la valeur arrondie au millimètre du rayon de sa base.



27 Un artisan confectionne des lampes coniques de 10 cm de rayon et 50 cm de hauteur.

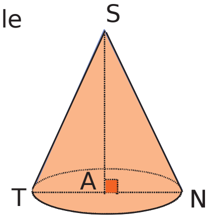
Il les conditionne dans des boîtes en forme de parallélépipède rectangle le plus petit possible.

Donne les dimensions d'une boîte.

28 Patron d'un cône de révolution

Pour calculer la mesure de l'angle de la surface latérale d'un cône, on utilise la formule : $\hat{a} = \dfrac{360\,° \times R}{g}$ où R est le rayon du disque de base et g la longueur d'une génératrice du cône.

a. Calcule la mesure de l'angle du développement du cône représenté ci-contre où SN = 6,5 cm et AN = 2,6 cm.

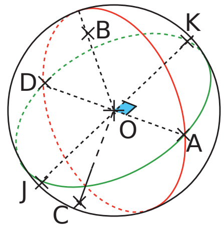


b. Trace le patron de ce cône.

Sphère et boule

29 Définitions

Le dessin ci-contre, qui n'est pas en vraie grandeur, représente une sphère de centre O et de rayon 5 cm.
Les cercles rouge et vert sont des grands cercles.



a. Sur la figure, quels sont les points qui appartiennent à cette sphère ? Justifie.

b. En réalité, quelle est la longueur du segment [AD] ? Pourquoi ?

c. En réalité, quelle est la nature du triangle KAD ? Pourquoi ?

d. Calcule la longueur réelle du segment [AK].

30 Perspective

a. Représente en perspective une sphère de 4 cm de diamètre. On appelle O le centre de cette sphère.

b. Place sur cette sphère un point M puis un point N diamétralement opposé à M.

c. Place un point P à 2 cm du point O.

d. Indique la nature du triangle MPN. Justifie.

31 Un cornet de glace est assimilé à un cône de révolution de diamètre de base 6 cm et de hauteur 10 cm, surmonté d'une demi-boule de même diamètre.

a. Donne la hauteur totale du cornet de glace.

b. Représente ce cornet en perspective.

Algorithmique et programmation

E

Objectifs de cycle

- **Introduction à la programmation** Activité 0 Activité 7 Activité 8
- **Les variables** Activité 1
- **Les tests** Activité 2
- **Les boucles « POUR »** Activité 3
- **Les boucles « TANT QUE »** Activité 4
- **Événements et scripts simultanés** Activité 2
- **Les tableaux, les listes** Activité 5 Activité 6
- **Les fonctions et procédures**

- Ce chapitre permet aux élèves de découvrir les algorithmes et la programmation. Il ne peut pas se résumer à un cours, mais il aide l'élève à progresser à travers diverses notions.
- Algorithmes : on étudiera les entrées-sorties, la notation, sans aller plus loin.
- Programmation : les élèves peuvent programmer avec les logiciels « Scratch » ou « Python », en utilisant progressivement tests, boucles et tableaux.
- Une partie spécifique au logiciel « Scratch » permet de se familiariser avec les événements et scripts simultanés.
- Les **exercices débutant par « * »** ne sont pas réalisables avec le logiciel « Scratch » au niveau où ils sont donnés.

Activités de découverte

Activité 0 Le robot et moi, comment réaliser une action simple

1. Comment fais-tu pour traverser la route ? Peut-on programmer un robot pour qu'il en fasse autant ?
2. Comment fais-tu pour sortir de la salle de classe ? Peut-on programmer un robot pour qu'il en fasse autant ?

Activité 1 Recettes et algorithmes (variables)

Un robot d'aide à la personne sait faire des recettes de cuisine s'il est bien programmé. La recette des crêpes a beaucoup de succès :

Recette pour 15 crêpes

Ingrédients

- 300 g de farine
- 3 œufs entiers
- 3 cuillères à soupe de sucre
- 2 cuillères à soupe d'huile
- 50 g de beurre fondu
- lait (environ 30 cl), à doser jusqu'à jusqu'à obtenir la consistance souhaitée

Préparation de la recette

Mettre la farine dans une terrine et former un puits. Mettre les œufs entiers, le sucre, l'huile et le beurre.

Mélanger délicatement avec un fouet en ajoutant au fur et à mesure le lait. La pâte ainsi obtenue doit avoir la consistance d'un liquide légèrement épais.

Faire chauffer une poêle anti-adhésive et y déposer quelques gouttes d'huile. Faire cuire les crêpes à feu vif.

Partie I. « Recette fixe » pour 15 crêpes

1. La préparation est-elle assez simple pour un robot ? Faut-il préciser certains points ? Comment ?
2. En supposant que le robot sache maintenant bien exécuter la recette, peut-on faire exactement :

   5 crêpes ?   10 crêpes ?   4 crêpes ?

   Quel est le nombre minimum de crêpes possible ?
3. Écris l'algorithme de réalisation de cette recette.

Tu dois afficher des messages du type « Je mets ...de farine » « Je mélange » « Je fais cuire ... de liquide ».

Partie II. « 5 crêpes par personne » (variable)

En fait, les personnes qui utilisent ce robot sont parfois seules, parfois accompagnées. Elles peuvent demander de réaliser la recette pour **un nombre quelconque de personnes**.

Programme un algorithme qui demande le nombre de personnes et qui calcule les quantités d'ingrédients nécessaires et les affiche.

Activité 2 Déplacer un lutin (événement extérieur)

Avec le logiciel Scratch, écris les scripts suivants :

1. Le lutin se déplace vers la droite (de 10 pas) quand la touche « flèche droite » est appuyée.

2. Complète ton script pour que le lutin se déplace aussi vers la gauche, le haut, le bas suivant la touche activée.

3. Complète ton script pour que le lutin ne sorte pas de l'écran.

Activité 3 Construction de figures (variable, boucles « pour »)

Avec un logiciel permettant de dessiner, écris un programme qui trace :

1. Un triangle quelconque (ABC avec AB = 5cm, AC =7cm, et $\widehat{BAC}$ =100°)

2. Un carré de côté 5cm.

3. Un polygone régulier de 5 côtés, puis de 8 (ou plus) côtés.

4. Un polygone régulier de 360 côtés. A quoi ressemble-t-il ?

Activité 4 Divisions entières (variable, boucles « tant que »)

On saisit deux nombres entiers A et B avec A<B. Il faut trouver q et r tels que B=Aq+r. Écris un programme qui permet de trouver q et r.

1. Par soustractions : on soustrait A à B autant de fois que possible.

2. Par additions : on ajoute A autant de fois que nécessaire.

Activité 5 Coder un message (Liste)

On veut coder un message. Pour cela, on remplace l'alphabet (A,B, ..., Z, sans majuscule, ni accent, ni espace) par chaque lettre du texte :« **bonjour je suis contente** ».
Exemple : « a la cale » devient « b ib nbio ».

1. Est-ce que cela fonctionne ? Peut-on relire le message codé ?

2. Comment améliorer le codage ?

3. Écris un algorithme codeur, puis écris un programme pour tester ton algorithme.

Activité 6 Les cadavres exquis (Liste)

Chaque élève écrit une partie de phrase sur une feuille, plie pour cacher le texte, et passe la feuille à son voisin. La phrase et composée de sujet-verbe-complément d'objet-adverbe.

1. Faire jouer les élèves sur du papier.

2. Écris un programme qui crée des phrases **aléatoires** du même type, à partir de listes de mots par catégorie (sujet-verbe-complément d'objet-adverbe).

Exemple de listes :

Catégories	sujet	verbe	Complément d'objet	adverbe
Indice 0	je	mange	des carottes	souvent
Indice 1	tu	habite	une maison	jamais
Indice 2	la maison	sort	le jardin	assez

Activité 7 Stratégie et programmation

Voici les règles du jeu de Nim :

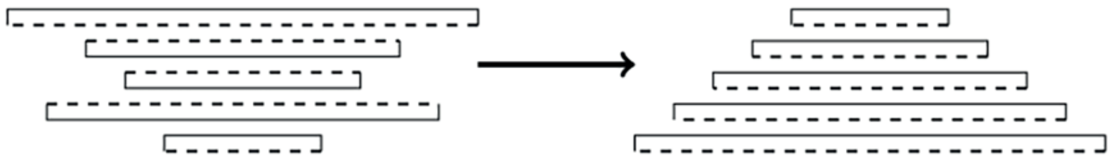
« Deux joueurs s'affrontent. On dispose de 20 allumettes (ou jetons). Chaque joueur, à son tour, peut enlever 1, 2 ou 3 allumettes. Celui qui enlève la dernière allumette gagne la partie. »

1. On expérimente. Y a-t-il une stratégie gagnante ?

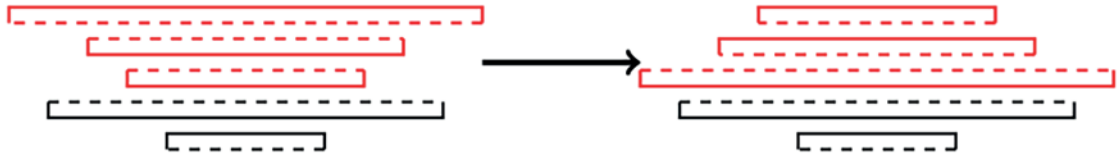
2. Écris un programme pour faire jouer le lutin « Scratch » contre toi.

Activité 8 Le crêpier psycho-rigide de SMN (sciences manuelles du numérique)

A la fin de sa journée, un crêpier dispose d'une pile de crêpes désordonnée.
Le crêpier étant un peu psycho-rigide, il décide de ranger sa pile de crêpes, de la plus grande (en bas) à la plus petite (en haut), avec le coté brûlé (- - - -) caché .



Pour cette tâche, le crêpier ne peut faire qu'une seule action : glisser sa spatule entre deux crêpes et retourner le haut de la pile. Comment doit-il procéder pour trier toute la pile ?



1. Expérimente.

2. Comment amener la plus grande crêpe en haut ? Puis en bas ?

(http://people.irisa.fr/Martin.Quinson/Mediation/SMN/)

Cours et méthodes

1 Introduction à la programmation

A. Algorithme

Définition

Un **algorithme** est une liste ordonnée et logique d'instructions permettant de résoudre un problème.

Remarques :

- Il y a des algorithmes dans la vie courante : planter un clou, fermer à clé, visser, exécuter une recette de cuisine, monter un meuble préfabriqué ...
- Ils sont décrits en langage courant. Il peut y avoir plusieurs algorithmes différents pour effectuer une même tâche.

» **Exemple :** Planter un clou pour un droitier

- prendre le clou de la main gauche
- poser la pointe du clou à l'emplacement voulu
- prendre le marteau dans la main droite
- répéter « taper le clou avec le marteau » jusqu'à ce que le clou soit suffisamment enfoncé pour tenir seul
- retirer la main gauche
- répéter « taper le clou avec le marteau » jusqu'à ce que le clou soit complètement enfoncé

Remarques :

Un algorithme peut être traduit, grâce à un langage de programmation, en un programme exécutable par un ordinateur. Ce sera l'objet du paragraphe B. Nous nous intéressons dans ce chapitre aux algorithmes qui seront utilisés par des machines.

Règle 1

Un **algorithme** se compose de trois grandes parties :
- les informations dont on a besoin au départ ;
- la succession d'instructions à appliquer ;
- la réponse que l'on obtient à l'arrivée.

» **Exemples**

Parties	Exemple 1	Exemple 2
Informations de départ	addition de deux nombres ; nombres A et B	recherche de la position de la lettre « a » dans un mot ; un mot
Succession d'instructions	calculer A+B	rechercher la position du caractère « a » dans le mot
Réponse à l'arrivée	la somme obtenue	la position trouvée

Remarques :

- La succession d'instructions n'est pas toujours détaillée explicitement au sein de l'algorithme, mais parfois dans une autre partie, à travers ce que l'on appelle des fonctions ou des procédures (voir le paragraphe 8).
- Cela permet de découper l'algorithme en plusieurs sous-algorithmes et de le rendre plus facile à comprendre.

Règle 2

Par souci de clarté, un algorithme doit éviter de comporter plusieurs fois la même série d'instructions.
Pour éviter cela on utilise, quand on le peut, les boucles (voir paragraphes 4 et 5) ou les fonctions et procédures.
On fait appel à la procédure au lieu de ré-écrire les mêmes instructions.
Cela permet aussi d'avoir des algorithmes et des programmes plus lisibles.

» **Exemple :** Pour tracer un carré de côté 3 cm

Algorithme :	Procédure « côté » : • Tracer un segment de 3 cm • Tourner de 90 ° à droite	
	Programme :	Programme plus efficace :
tracer un segment de 3 cm tourner de 90° à droite	« côté »	Répéter 4 fois « côté »
tracer un segment de 3 cm tourner de 90° à droite	« côté »	
tracer un segment de 3 cm tourner de 90° à droite	« côté »	
tracer un segment de 3 cm tourner de 90 ° à droite	« côté »	

Entraîne-toi à Écrire un algorithme Niveau 1

- qui dessine un triangle équilatéral de côté 5cm.
- qui dessine un « Z » de « côté » 4 cm et de 5,7 cm de « diagonale ».

Correction

Algorithme :	Procédure « côté » : • tracer un segment de 5 cm • tourner de 120° à droite	
	Programme :	Programme plus efficace :
tracer un segment de 5 cm tourner de 120° à droite	« côté »	Répéter 3 fois « côté »
tracer un segment de 5 cm tourner de 120° à droite	« côté »	
tracer un segment de 5 cm tourner de 120° à droite	« côté »	

Correction

Algorithme :	Fonction « segment »(*longueur*) : tracer un segment de *longueur* cm
	Programme :
tracer un segment de 4 cm tourner de 135° à droite tracer un segment de 5,7cm tourner de 135° à gauche tracer un segment de 4 cm	segment (4) tourner de 135 ° à droite segment (5,7) tourner de 135 ° à gauche segment (4)

↘ Entraîne-toi à **Comprendre un algorithme** Niveau 1

Que fait l'algorithme suivant ?

Information de départ : le nombre x
Succession d'instructions :
donner à x la valeur x-3
donner à x la valeur $(x)^2$
Réponse à l'arrivée : la valeur de x

Correction

Il affiche la valeur de $(x-3)^2$ pour un nombre donné x.

B. Programmation

Remarques :

- Pour pouvoir communiquer avec les machines on utilise un langage de programmation (avec une syntaxe très précise). **Utilisateur** → algorithme → langage → ordinateur
- Pour nous aider, il existe des logiciels qui utilisent des langages plus simples (pseudo-codes) proches du langage courant. Le logiciel traduit ensuite en langage compréhensible par l'ordinateur sans que l'utilisateur ne le voie. **Utilisateur** → algorithme → pseudo-code → logiciel → langage → ordinateur

» **Exemple 1 :**

Logiciel de géométrie	Avec un tableur	Avec Scratch
Tracer [AB]	Calculer le nombre A+2	Avancer de 50 pas
Choix de l'action « tracer un segment » Clic sur le point A, Clic sur le point B.	Ecrire le nombre A en A1 Choisir la cellule A2 écrire : « =A1+2 »	Choisir la brique « avancer de 10 pas » Changer 10 par 50

Règle 3

En programmation les trois grandes parties d'un algorithme deviennent :
- les informations dont on a besoin au départ : les entrées ou la lecture
- la succession d'instructions à appliquer : le traitement
- la réponse que l'on obtient à l'arrivée : les sorties ou l'écriture

Remarques :

- Quand on dit « **lire** » ou « **écrire** » on se place du point de vue du programme ou de la machine.
- On **lit** les entrées : au clavier, à la souris (position ou clic) , à partir d'un fichier (image, texte, son), à partir d 'un capteur ... Cela arrête le programme et attend qu'une action soit réalisée par l'usager ou un autre programme afin d'obtenir une valeur.
- Le **traitement** n'est pas toujours détaillé dans le programme, mais dans une autre partie : les fonctions et procédures. Cela permet de découper un programme en plusieurs « sous programmes » et de le rendre ainsi plus facile à lire.
- Le traitement peut aussi comporter des entrées et des sorties.
- On « **écrit** » les sorties : affichage à l'écran, sur une imprimante, dans un fichier…
- Le langage algorithmique n'existe pas. C'est une convention d'écriture entre le livre, ou le professeur, et les élèves. Nous utiliserons dans la suite de ce livre un « langage algorithmique » couramment utilisé.

» **Exemple 2 :** Un algorithme pour ajouter 2 à un nombre A qui vaut 4.

Langage courant	Pseudo-code		Langage de programmation
	Scratch	Langage algorithmique	Python3

nombre de départ : A
attribuer à A la valeur 4
ajouter 2
le résultat est 6
	mettre A à 4
	mettre A à A + 2
	montrer la variable A
		donner à A la valeur 4
		ajouter 2 à A
		écrire A
			`A=4`
			`A=A+2`
			`print(A)`

Entraîne-toi à Programmer un algorithme Niveau 1

Programme un algorithme qui calcule 5(x + 3) pour un nombre donné x.

Correction

Langage courant	Pseudo-code		Langage de programmation
	Scratch	Langage algorithmique	Python3

choisir le nombre x
ajouter 3
multiplier le résultat par 5
le résultat est 5(x+3)
	demander valeur de x : et attendre
	mettre x à réponse
	mettre x à x + 3
	mettre x à 5 * x
	montrer la variable x
		lire le nombre x
		donner à x la valeur x+3
		donner à x la valeur 5*x
		écrire x
			`s = input('x= ')`
			`x=int(s)`
			`x=x+3`
			`x=5*x`
			`print(x)`

2 Les variables

A. Définition

Définition

Une **variable** est une information contenue dans une « boîte », que le programme va repérer par son nom. Pour avoir accès au contenu de la boîte, il suffit de la désigner par son nom. Le contenu de cette « boîte » dépend du type de variable. Il y a plusieurs types de variables:

- numérique : entier, réel — 1, -1 ou 2 sont entiers ; 0,5, π sont réels
- texte : caractère, chaîne — a ou h (caractères) « coucou » (chaîne)
- booléen — ne peut prendre que deux valeurs : vrai ou faux

» **Exemples :**

- la variable « A » peut représenter le nombre de frères et sœurs, c'est une variable numérique entière.
- la variable « Mot » peut représenter un nom, c'est une variable de type chaîne.
- la variable « VF » peut représenter un « vrai/faux », c'est une variable booléenne.

Remarques :

- Certains langages n'utilisent pas la déclaration de type. C'est le cas de Scratch et de Python.
- Attention ! Les nombres sont sans unité. L'unité dépend du logiciel utilisé.
- Pour les images, les dessins, on utilise souvent le pixel : le pixel (abréviation px) est le plus petit élément d'une image, il ne peut contenir qu'une seule couleur.

B. Affectation

Définition

Affecter une valeur à une variable, c'est donner une valeur à cette variable.

» **Exemple 1 :** Si j'affecte la valeur 3 à la variable A, la « boîte » A contiendra le nombre 3.
Ce qui signifie que j'ai 3 frères et sœurs.

Définition

On est tenté d'écrire A=3 , mais le signe « = » en programmation ne correspond pas au signe « = » en mathématiques. Il signifie qu'on attribue une valeur à une variable. C'est pourquoi on utilise une autre notation.

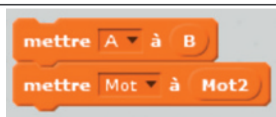
Écriture	Signification	Notation algorithmique
A=B	La « boîte » A reçoit la valeur qui était dans la « boîte » B	A ← B
B=A	La « boîte » B reçoit la valeur qui était dans la « boîte » A	B ← A
A=A+1	La « boîte » A reçoit sa valeur augmentée de 1	A ← A + 1

Dans la suite, nous utiliserons le symbole ← pour indiquer une affectation en « langage algorithmique ».

» **Exemple 2 :** L'instruction d'affectation consiste à « remplir » la « boîte » de la variable.

Langage algorithmique	Scratch	Python3
A ← 4 Mot ← « coucou »		`A=4` `Mot="coucou"`

» **Exemple 3 :** On peut aussi affecter à une variable la valeur d'une autre variable de même type.

Langage algorithmique	Scratch	Python3
A ← B Mot ← Mot2		`A=B` `Mot=Mot2`

» **Exemple 4 :** Entrée (ou saisie) de variable. Quand on lit une variable, c'est l'utilisateur qui donne la valeur.

Lange algorithmique	Scratch	Python3
lire un nombre A ← nombre		

C. Agir sur les variables

Définition

Pour agir sur les variables, on utilise des opérateurs qui dépendent du type de variables.

- numériques : + - * (multiplier) / (diviser) ^ (puissance)
- texte : & + (met bout à bout deux chaînes)
- logiques (booléen): « et » « ou » « non »

On utilise aussi de nombreuses fonctions prédéfinies (Voir l'annexe numérique des fonctions usuelles).

Cours et méthodes

» **Exemple 1** : la syntaxe dépend des langages ou logiciels choisis.
ENT(nombre) renvoie la partie entière du nombre : ENT(2,5) = 2
MOD(entier1,entier2) renvoie le reste dans la division entière de entier1 par entier2 :
MOD(11,2)= 1

» **Exemple 2 :**

Langage algorithmique	Scratch	Python3
A ← 2(B+5) Mot ← Mot2 & « oui »		`A=2*(B+5)` `Mot=Mot2+"oui"`

↘ Entraîne-toi à Affecter des valeurs à des variables Niveau 1

Écris un programme qui calcule $(x+y)^2$ pour deux nombres donnés x et y.

Correction

Langage algorithmique	Scratch	Python3

variable x : réel
variable y : réel
lire x
lire y
x ← x+y
x ← x²
écrire x
		`x=float(input("x="))`
		`y=float(input("y="))`
		`x=x+y`
		`x=x*x`
		`print("x=",x)`

↘ Entraîne-toi à Comprendre les différents types de variables Niveau 1

1) Que fait le programme suivant si on saisit la valeur « N » ?

variable x : caractère
lire x
écrire « vous avez saisi : » +x

Correction
Il affiche « vous avez saisi : N»

2) Que fait le programme suivant si on saisit la valeur -5 ; -3,4 ; 0 .

variable x : nombre
variable test : booléen
lire x
test = (x<0)
écrire test

Correction
Il lit le nombre x et affiche « vrai » si x<0 et « faux » sinon.
Pour -5 : vrai
Pour -3,4 : vrai
Pour 0 : faux

3 Les tests

Définition

Un **test** permet de choisir une action suivant une condition.

Structures d'un test

Si « condition est vraie » alors action1 fin de si
Si « condition est vraie » alors action1 Sinon action2 fin de si

» **Exemple 1 :** « Si j'ai faim alors je mange ».

» **Exemple 2 :** Division de B par A.

Langage algorithmique	Scratch	Python3

lire A et B
Si A n'est pas nul
alors
diviser B par A
écrire B
Sinon
écrire « impossible »
fin de si
		A=int(input("A = "))
		B=int(input("B = "))
		if A!=0 :
		    B=B/A
		    print(" B= ",B)
		else :
		    print("impossible")

Remarque : Qu'est-ce qu'une condition ?

En général une condition est une comparaison, elle est vraie ou fausse. La condition peut aussi être une variable de type booléen. On peut utiliser des opérateurs : « égal à » « différent de » « plus petit que » ....
Avec Python, il n'y a pas de « fin de... » mais on utilise l'**indentation** (retrait du texte qui permet de distinguer la partie de programme qui sera exécutée si la condition est réalisée).

» **Exemple 3 :** Dire si un nombre A est strictement négatif.

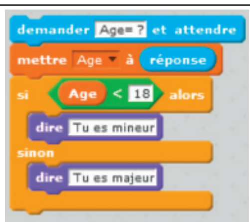
Langage algorithmique	Scratch	Python3
lire A Si A<0 alors écrire « A est strictement négatif » fin de si		A=int(input("A = ")) if A<0 : print(" A est strictement négatif")

↘ Entraîne-toi à Utiliser un test « si... sinon... » Niveau 1

Écris un programme qui demande ton âge en années et te répond si tu es mineur ou majeur.

Correction

Langage algorithmique	Scratch	Python3

lire age
Si age<18 alors
écrire « Tu es mineur »
Sinon
écrire« Tu es majeur »
fin de si
		Age=int(input("Age = "))
		if Age<18 :
		    print("Tu es mineur")
		else :
		    print("Tu es majeur")

↘ Entraîne-toi à Comprendre un programme utilisant un test Niveau 1

Dis ce que fait le programme suivant si N vaut 6 ; 5 ; -3 .

lire N
Si N est pair alors N ← N/2
Sinon N ← 3*N+1
fin de si
afficher N

Correction

Pour N=6 on affiche 3

Pour N=5 on affiche 16

Pour N=-3 on affiche -8

4) Les boucles « POUR » ou itération

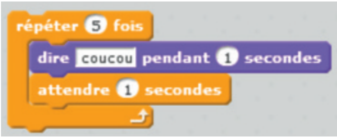
Définition

Une **itération** sert à répéter une même action.

Remarque : On connaît le nombre de fois où l'action devra être répétée.
Une fois la répétition finie, le programme continue.
On doit décrire ce que l'on appelle un « **compteur de boucle** » :

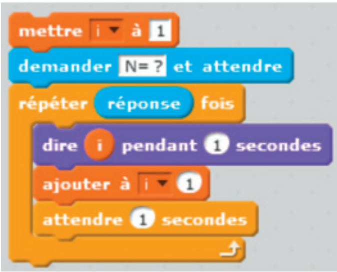
- début : premier nombre
- fin : dernier nombre
- « pas » utilisé : de combien on augmente à chaque fois (ou 1 par défaut) .

» **Exemple 1 :** afficher 5 lignes de « coucou » (Avec Scratch on affiche 5 fois la ligne)

Langage algorithmique	Scratch	Python3
Répéter 5 fois : écrire « coucou » fin de répéter		`for i in range(5) :` `    print("coucou")`

» **Exemple 2 :** Afficher tous les entiers de 1 à N (donné) Avec Scratch, le lutin « compte ».

Langage algorithmique	Scratch	Python3

lire N entier
Répéter
pour i de 1 à N :
écrire i
fin de répéter
		`N=int(input("N= "))`
		`for i in range(1,N+1) :`
		`    print(i," ",end='')`

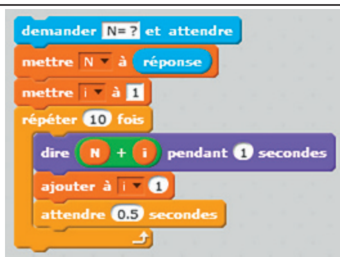
» **Exemple 3:** L'algorithme « Pour N allant de 1 à 10 pas 3 afficher N » donnera 1 puis 4 puis 7 puis 10.

Entraîne-toi à **Utiliser une boucle « pour »** Niveau 2

Écris un programme qui demande un nombre entier N et affiche tous les nombres de N+1 à N+10.

Correction Avec Scratch, le lutin « compte ».

Langage algorithmique	Scratch	Python3

lire N
Pour i allant de 1 à 10 (pas de 1)
écrire N+i
fin de pour
		`N=int(input("N= "))`
		`for i in range(1,11) :`
		`    print(N+i," ",end='')`

↘ Entraîne-toi à Comprendre un programme utilisant une boucle « pour » Niveau 2

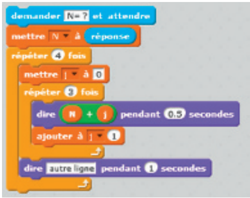
Dis ce que fait le programme suivant si N vaut 2 ; 4 ; 1 ; 0 .

lire N entier
X =10
Répéter de 1 à N (pas de 1)
    X← 2*X
afficher X

Correction
Pour N=2 on affiche 40 (2×2×10)
Pour N=4 on affiche 160 (2×2×2×2×10)
Pour N=1 on affiche 20
Pour N=0 on affiche 10
Il affiche le nombre $2^N \times 10$

```
N= 8
8  9  10
8  9  10
8  9  10
8  9  10
```

» **Exemple 4 :** Pour afficher l'écran ci-contre à partir d'un nombre N.

<table>
<tr><th>Langage algorithmique</th><th>Scratch</th><th>Python3</th></tr>
<tr><td>lire N entier
Répéter de i=1 à 4 :
  Répéter de j=0 à 2 :
    écrire N+j,« »
  fin de répéter
  sauter une ligne
fin de répéter</td><td></td><td><pre>N=int(input("N= "))
for i in range(1,5) :
    for j in range(0,3) :
        print(N+j," ",end='')
    print(" ")</pre></td></tr>
</table>

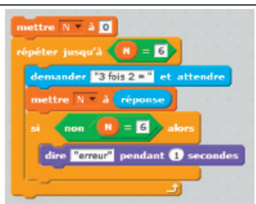
5 Les boucles « TANT QUE »

Définition

Une boucle « **Tant que** » sert à répéter une même action, jusqu'à ce qu'une condition se réalise.

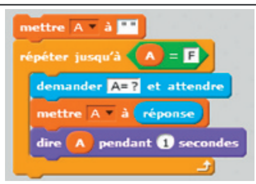
Remarque : On ne sait pas à l'avance le nombre de fois que la boucle sera répétée.

» **Exemple 1 :** Demander « 3 fois 2 ». Lire la réponse N.
Tant que N est différent de 6 dire « erreur » .

<table>
<tr><th>Langage algorithmique</th><th>Scratch</th><th>Python3</th></tr>
<tr><td>afficher « 3 fois 2 = »
N ← 0
Tant que N ≠ 6 :
  lire N
  Si N ≠6
    Afficher « erreur »
  fin de si
fin de tant que</td><td></td><td><pre>N=0
while N!=6 :
    N=float(input("3 fois 2 = "))
    if (N!=6) :
        print("erreur")</pre></td></tr>
</table>

On peut utiliser aussi cette boucle pour programmer un «faire … jusqu'à ...» :

» **Exemple 2:** Lire un caractère A et l'afficher, jusqu'à ce que ce soit un « F ».

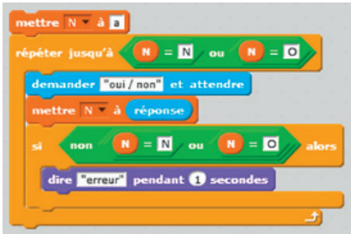
<table>
<tr><th>Langage algorithmique</th><th>Scratch</th><th>Python3</th></tr>
<tr><td>Répéter :
  lire A
  afficher A
jusqu'à ce que A soit « F »</td><td></td><td><pre>A=" "
while A!="F" :
    A=input("A= ")
    print(A)</pre></td></tr>
</table>

↘ Entraîne-toi à Utiliser une boucle « tant que » Niveau 2

Écris un programme qui demande une réponse à « oui/non » et n'accepte que « O » ou « N » comme réponse valable. Sinon, il affiche « erreur ».

Correction

Langage algorithmique	Scratch	Python3

N ← «A »
Tant que (N n'est pas
«O » ou «N ») :
afficher « oui / non »
lire N
Si (N n'est pas
«O »ou «N ») :
afficher « erreur »
fin de si
fin du tant que
		N="a"
		while (N!="N") & (N!="O") :
		N=input(" Oui / Non = ")
		if (N!="N") & (N!="O") :
		print("erreur")

↘ Entraîne-toi à Comprendre un programme utilisant une boucle « tant que » Niveau 2

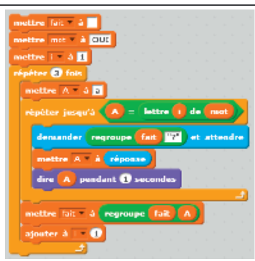
Dis ce que fait le programme suivant si N vaut 45 ; 27 ; 8 ; 10.

lire N entier
X ←10
Tant que N>=X
N ← N-X
fin de tant que
écrire N

Correction

Pour N=45 on affiche 5
Pour N=27 on affiche 7
Pour N=8 on affiche 8
Pour N=10 on affiche 0
C'est le reste de la division euclidienne de N par 10

» **Exemple 3 :** Lire un caractère A et l'afficher, jusqu'à ce que ce soit le caractère, dans l'ordre, de « OUI »

Langage algorithmique	Scratch	Python3
Pour chaque caractère de « oui » : Répéter : lire A écrire A jusqu'à ce que A soit le bon caractère fin de pour		mot="OUI" fait="" for i in range(0,3): A=" " while A!=mot[i] : A=input(fait+"?= ") fait=fait+A

6 Scripts simultanés et événements déclencheurs

Cette partie ne concerne que le logiciel Scratch.

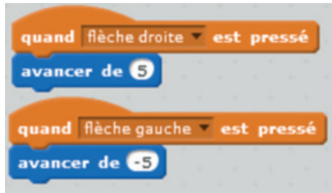
Avec Scratch, tu peux écrire un script pour un lutin.
Ce script est lancé par un **événement déclencheur.**
L'événement est à choisir dans le menu « événement ».
Pour chaque lutin et pour l'arrière-plan on peut définir un script différent.
Ces **scripts** seront **« simultanés »** s'ils sont lancés par le même événement.

» **Exemple 1 :** Par exemple, si les scripts débutent tous par alors le clic sur le drapeau vert va lancer les différents scripts.

Un **événement** lance le bloc qui lui est lié. C'est à dire la série d'instructions (briques) qui est collée dessous. On peut utiliser aussi différents événements à l'intérieur d'un même script.

Il suffit de séparer des blocs d'actions à exécuter en fonction de l'événement.

» **Exemple 2 :** Pour déplacer le lutin au clavier on utilise les touches « flèches » gauche et droite.



Événement

Un **événement** lance le bloc qui lui est lié. C'est à dire la série d'instructions (briques) qui est collée dessous. On peut utiliser aussi différents événements à l'intérieur d'un même script. Il suffit de séparer des blocs d'actions à exécuter en fonction de l'événement. Dans ce cas, le bloc qui interrompt est exécuté, puis le bloc interrompu reprend là où il s'était arrêté.

Message

Le programme en cours d'exécution peut aussi lancer un événement, en utilisant les **messages.** Cet événement ne dépend pas d'une action extérieure (clavier, souris,…) mais de l'exécution du programme.

7) Les tableaux, les listes

Définition

Ce sont des variables particulières. Elles sont utilisées pour stocker plusieurs variables de même type.

Un **tableau** est un ensemble de valeurs portant le même nom de variable et repérées par un nombre appelé **indice**.

Pour désigner un élément du tableau, on fait figurer le nom du tableau, suivi de l'indice de l'élément, entre crochets.

Attention, dans la plupart des langages de programmation, les indices des tableaux commencent à 0, et non à 1. C'est le cas de Python3. Dans un tableau nommé T, le 1er élément est alors T[0]. Pour Scratch les indices des listes commencent à 1.

» **Exemple 1 :** Lire 6 nombres et les ranger dans Tab.

Langage algorithmique	Scratch	Python3

Pour i de 0 à 5:
  lire un nombre
  Tab[i] ←valeur lue
fin de pour
		`Tab = []`
		`for i in range(6):`
		`    Tab.append(int(input("tab["+str(i)+"]= ")))`

Entraîne-toi à **Comprendre l'utilisation d'une liste** Niveau 3

Dis ce que fait l'algorithme suivant :

variable x : tableau de 10 caractères
x ← [a,b,c,d,e,f,g,h,i,j]
écrire x[2] +x[8]

Correction

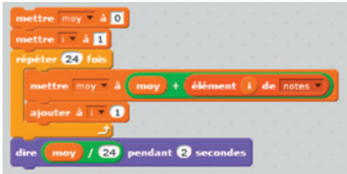
Il affiche « ci»

↘ Entraîne-toi à Utiliser une liste — Niveau 3

Écris un algorithme qui calcule la moyenne des notes de 24 élèves, données dans un tableau « notes ».

Correction

Langage algorithmique	Scratch	Python3

moy ← 0
Pour i de 1 à 24 :
  moy ← moy +notes[i]
fin de pour
 	
moy← moy/24
écrire moy
		`moy=0`
		`for i in range(24):`
		`    moy=moy+notes[i]`
		`print(notes)`
		`print("moyenne = ",moy/24)`

Définition

La partie « tableaux multidimensionnels » qui suit ne concerne pas le logiciel Scratch.

Les Tableaux multidimensionnels sont utilisés pour faciliter la lecture (damier, image) ou tableau de tableaux : ce sont des tableaux dont chaque élément est lui-même un tableau.

» **Exemple 2 :** Pour utiliser les coordonnées (x;y) d'une série de points, on peut regrouper x et y en un seul tableau T. Voici un série de 6 points :

A (5 ; 2) B (8 ; -6) C (7 ; -1) D (9 ; 3) E (0 ; -4) F (6 ; 4)

	abscisse	ordonnée			
A	5	2	T[0][0] vaut 5		T[0][1] vaut 2
B	8	-6	T[1][0] vaut 8		T[1][1] vaut -6
C	7	-1		…	
D	9	3		…	
E	0	-4		…	
F	6	4	T[5][0] vaut 6		T[5][1] vaut 4

Le premier crochet correspond à la ligne et le deuxième à la colonne : T[ligne][colonne]

» **Exemple 3 :** pour une image de 100 x 200 pixels on peut utiliser un tableau pix (dessiné ci-dessous). pix contient tous les pixels rassemblés par ligne et colonne.
pix[3][5] correspond au 6^{e} pixel de la 4^{e} ligne de pix soit « A ».

N°	0	1	2	3	4	5	6	7	…	…	…								
0	e					c													
1				m															
2		s																	
3					n	A													
4		b					P												
….																			

↘ Entraîne-toi à Comprendre l'utilisation d'un tableau — Niveau 3

Dis ce que fait l'algorithme suivant :

```
variable x : tableau [10, 2] de  caractères
x←[(a,b,c,d,e,f,g,h,i,j),(k,k,k,k,k,k,k,k,k,k)]
x[5,1]← x[5,0]

x[9,0]← x[5,1]

écrire x[9,0]
```

Correction
après x[5,1]= x[5,0]
on a x=[(a,b,c,d,e,f,g,h,i,j),(k,k,k,k,k,f,k,k,k,k)]
après x[9,0]= x[5,1]
on a x=[(a,b,c,d,e,f,g,h,i,f),(k,k,k,k,k,f,k,k,k,k)]

Il affiche « f »

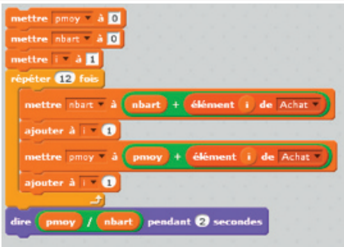
↘ Entraîne-toi à Utiliser un tableau — Niveau 3

Écris un algorithme qui calcule le prix moyen d'un article.
On dispose d'un tableau « Achat », contenant pour chaque achat (12 en tout) :

- le nombre d'articles achetés
- le montant total payé.

Correction (Avec Scratch, on peut utiliser deux listes)

Langage algorithmique	Scratch	Python3

pmoy ← 0
nbart ← 0
 	
Pour i de 1 à 12 :
  pmoy←pmoy +Achat[i][1]
  nbart←nbart +Achat[i][0]
fin de pour
 	
pmoy← pmoy/nbart
afficher pmoy
		pmoy=0
		nbart=0
		for i in range(0,12,1):
		    pmoy=pmoy+Achat[1][i]
		    nbart=nbart+Achat[0][i]
		print(Achat)
		print("moyenne = ",pmoy/nbart)

8 Les fonctions et procédures

Définition

Les **fonctions** et **procédures** sont des « morceaux de programme » que l'on peut appeler en leur indiquant des paramètres.
On réutilise souvent la même partie d'un programme. Au lieu de ré-écrire cette partie, on en fait une fonction ou une procédure.

» **Exemple 1 :**
Proc () est une procédure nommée « Proc » sans paramètre.
Fonc (par1,par2) est une fonction nommée « Fonc » avec deux paramètres.
int FONC (par1) est une fonction nommée « FONC » avec un paramètre et qui renvoie une valeur entière.

» **Exemple 2 :** Pour tracer un carré de côté 5 cm on répète 4 fois : tracer un segment de 5 cm puis tourner de 90° à droite.

Au lieu de :
tracer un segment de 5 cm
tourner de 90° à droite
tracer un segment de 5 cm
tourner de 90° à droite
tracer un segment de 5 cm
tourner de 90° à droite
tracer un segment de 5 cm
tourner de 90° à droite

Cote () :
    tracer un segment de 5 cm
    tourner de 90° à droite

Programme :
répéter 4 fois Cote()
Ici, on a une procédure sans paramètre.

» Exemple 3 :

Nous avions vu le programme : Demander « 3 fois 2 » ». Lire la réponse N. Tant que N est différent de 6 dire « erreur ».
Ce petit programme peut devenir une fonction « Dem (texte,valeur) » et on peut l'appeler avec des paramètres différents. Avec Scratch, la fonction ne peut pas « retourner » une valeur, on doit utiliser une variable.

<table>
<tr><th>Langage algorithmique</th><th>Scratch</th><th>Python3</th></tr>
<tr>
<td>Dem (texte, valeur) :
écrire texte
N ← 0
Tant que N ≠ valeur :
lire N
Si N ≠valeur
écrire« erreur »
fin de si
fin de tant que

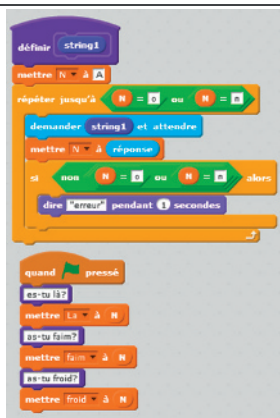
Programme :
Dem («3 fois 2»,6)
Dem («3 fois 1»,3)
Dem («2 fois 4»,8)</td>
<td>
</td>
<td><pre>
def Dem(texte,valeur):
    N=0
    while N!=valeur :
        N=float(input(texte))
        if (N!=valeur) :
            print("erreur")
    return N

Dem("3 fois 2 ",6)
Dem("3 fois 1 ",3)
Dem("2 fois 4 ",8)
</pre></td>
</tr>
</table>

» Exemple 4 :

Nous avions vu le programme : Demande une réponse à « oui/non » et n'accepte que « O » ou « N » comme réponse valable. Sinon, affiche « erreur ».
Ce petit programme peut devenir une fonction qui renvoie la réponse à « oui/non ».
C'est très utile lors de la saisie de questionnaire.
Avec Scratch, la fonction ne peut pas « retourner » une valeur, on doit utiliser une variable.

<table>
<tr><th>Langage algorithmique</th><th>Scratch</th><th>Python3</th></tr>
<tr>
<td>Rep :
N ← «A »
Tant que (N n'est pas «O »ou «N ») :
écrire « oui / non »
lire N
Si (N n'est pas «O »ou «N ») :
écrire « erreur »
fin de si
fin de tant que
renvoyer N

Programme :
écrire («es-tu là?»)
la ← Rep
écrire(«as-tu faim?»)
faim← Rep
écrire («as-tu froid?»)
froid← Rep</td>
<td>
</td>
<td><pre>
def Rep():
    N="a"
    while (N!="N") & (N!="O") :
        N=(input("oui / non = "))
        if (N!="N") & (N!="O") : print("erreur")
    return N

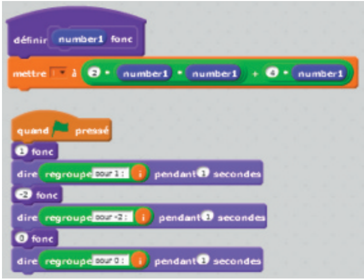
print("es-tu là ?")
la=Rep()
print("as-tu faim ?")
faim=Rep()
print("as-tu froid ?")
froid=Rep()
</pre></td>
</tr>
</table>

↘ Entraîne-toi à Utiliser une fonction qui renvoie une valeur Niveau 3

Écris une fonction qui utilise le nombre X en paramètre et renvoie le résultat :
$2X^2 + 4X$.

Correction Avec Scratch, la fonction ne peut pas « retourner » une valeur, on doit utiliser une variable.

<table>
<tr><th>Langage algorithmique</th><th>Scratch</th><th>Python3</th></tr>
<tr><td>Fonc(X) :
C ← 2*X² + 4*X
renvoyer C

Programme :
écrire(Fonc(1))
écrire(Fonc(-2))
écrire(Fonc(0))</td><td>
</td><td>

```
def Fonc(X):
    C=2*X*X+4*X
    return C

print("pour 1 :",Fonc(1))
print("pour -2 :",Fonc(-2))
print("pour 0 :",Fonc(0))
```

</td></tr>
</table>

↘ Entraîne-toi à Utiliser une procédure Niveau 3

Écris une fonction qui utilise les nombres X, Y et C en paramètres et affiche le cercle de centre (X;Y) et de rayon 100 pixels en couleur C. L'utiliser pour tracer les anneaux olympiques

Correction

<table>
<tr><th>Langage algorithmique</th><th>Scratch</th><th>Python3</th></tr>
<tr><td>Cercle(X,Y, C) :
aller en position (X;Y)
choisir la couleur C
tracer le cercle de 100 px

Programme :
Cercle(-100,0,noir)
Cercle(30,0,rouge)
Cercle(-230,0,bleu)
Cercle(-165,-80,jaune)
Cercle(-35,-80,vert)</td><td>
</td><td>

```
from tkinter import *

def cercle(x,y,c):
    canvas.create_oval(x-50, y-50, x+50, y+50, outline=c, width=5)

# Ouverture de fenêtre
fenetre = Tk()
label = Label(fenetre, text="Anneaux Olympiques")
label.pack()
canvas = Canvas(fenetre, width=400, height=400, background='white')
canvas.pack()
# Dessin
cercle(200, 130, 'black')
cercle(330, 130, 'red')
cercle(70, 130, 'blue')
cercle(135, 180, 'yellow')
cercle(265, 180, 'green')

fenetre.mainloop()
```

</td></tr>
</table>

Je m'entraîne

Introduction à la programmation

A. Algorithme

1 Écris un algorithme qui dessine un rectangle de longueur 10 cm et de largeur 5 cm.

2 Écris un algorithme qui dessine un « N » de côté 10 cm.

3 Que fait l'algorithme suivant ?

lire le nombre x
donner à x la valeur x+5
donner à x la valeur x-2
écrire x

4 Que fait l'algorithme suivant ?

lire le nombre x
donner à x la valeur x-5
donner à x la valeur 3x
écrire x

B. Programmation

5 * Écris un programme qui affiche :

Bonjour, 12/4 = 3

6 Écris un programme qui affiche un nombre entier aléatoire :

- compris entre 0 et 10
- compris entre 10 et 20

Les Variables

7 Que fait l'algorithme suivant ?

lire A lire B A ← B B ← A afficher A afficher B

8 Écris un programme qui lit deux nombres A et B et les échange.

9 Écris un programme qui calcule et affiche A= $(x+y)^2 - (x-y)^2$ pour x et y deux nombres donnés.
Essaye ton programme avec plusieurs nombres. Que remarques-tu ?

10 Écris un programme qui demande un prénom P et affiche :

Bonjour P,

11 Écris un programme qui demande un prénom P et un nom N et affiche :

Bonjour P, Votre nom est N

12 Écris un programme qui lit deux nombres N et M, et affiche « vous avez demandé N fois M : » et le résultat (N*M)

13 Écris un programme qui lit une chaîne A et affiche sa longueur.

14 Écris un programme qui lit une chaîne A de 5 caractères et affiche le troisième caractère.

15 Écris un programme qui affiche deux nombres aléatoires A et B puis leur somme, leur différence, leur produit.

16 * Écris un programme qui lit deux nombres entiers A et n puis affiche la valeur de $\sqrt{A}$ et de A^n .

17 Écris un programme qui lit deux nombres entiers a et b puis affiche le développement de $(ax+b)^2$ soit :
$a^2x^2+2abx+b^2$

Les Tests

18 Corrige le programme suivant pour qu'il réponde « positif » ou « négatif ou nul » à la saisie d'un nombre entier.

```
variable x : nombre
lire x
Si (x>=0 )alors :
      écrire (« positif »)
Sinon  écrire (« négatif ou nul»)
```

19 Écris un programme qui lit un nombre décimal et affiche :

« vrai » si ce nombre est strictement supérieur à 3,
« faux » dans les autres cas

20 Conditions composées

2<x<5 doit s'écrire   (x>2) et (x<5)

Écris un programme qui lit un nombre décimal et affiche :
« dedans» si ce nombre est strictement compris entre 7 et 10,
« dehors » dans les autres cas

21 Tests imbriqués

Écris un programme qui lit un nombre décimal et affiche, selon la valeur saisie :

«N< 3 » ou « N=3 » ou « N>3 »

22 Écris un programme qui demande un mois de l'année en chiffres et affiche :

« début d'année » pour les mois entiers de 1 à 6
« fin d'année » pour les mois entiers de 7 à 12
« erreur » dans tous les autres cas.

23 * **Booléen**

Que fait le programme suivant ? Teste avec différentes valeurs.

```
variable x : nombre
variable test : boolean
lire x
test ← (x>0) ou (x<0)
écrire test
```

24 * Écris un programme qui lit un nombre décimal et affiche sa partie entière.

25 * Écris un programme qui lit un nombre décimal et affiche le chiffre des dixièmes.

Les Boucles « POUR »

26 * Écris un programme qui affiche 5 lignes de « bonjour ! »

27 * Écris un programme qui affiche les 5 lignes :

« ligne 1 » « ligne 2 » « ligne 3 » « ligne 4 » « ligne 5 »

28 * Écris un programme qui demande N, le nombre de fois, et affiche les N lignes de l'exercice **27**

29 Écris un programme qui demande N et qui dessine un carré de côté 10x N pixels.

30 * Écris un programme qui demande N et M, et qui affiche N lignes contenant M fois le caractère « a ».

31 * Écris un programme qui affiche :

```
0 1 2 3 4 5
1
2
3
4
5
```

32 * Écris un programme qui affiche :

```
0
 1
  2
   3
    4
     5
```

33 Corrige le programme suivant pour qu'il affiche un polygone régulier de N côtés (2 erreurs).

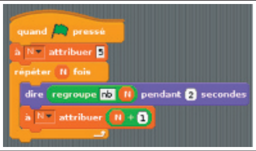
```
variable N : nombre entier
lire N
Si (N >=2) :
    angle ←360/(N+1)
    répéter N fois :
        tracer un segment de 20 pixels
        tourner de angle à droite
    fin du répéter
Sinon dire « erreur »
```

Je m'entraîne

34 Corrige le programme suivant pour qu'il affiche N lignes de la forme:

nb 1 nb 2 nb N	*Avec Scratch on affiche N fois la ligne.*

Langage algorithmique	Scratch	Python3

Répéter N fois :
Écrire« nb :»&N
N ←N+1
fin de répéter
		`for i in range(5) :`
		`print("nb ",' ',str(i))`
		`i=i+1`

Les Boucles « TANT QUE »

35 Écris un programme qui affiche une même phrase jusqu'à ce que l'on appuie sur une touche du clavier.

36 Que fait le programme suivant ?

```
Lire le nombre Pos-mur
x←0
se positionner en x
afficher un point
Tant que ((x+5)<Pos-mur)
    avancer le point de 5
    x←x+5
fin Tant que
```

37 Écris un programme qui lit deux nombres entiers A et B et divise A par B par des soustractions successives. Il devra afficher le quotient et le reste.

38 Écris un programme qui affiche une balle qui rebondit entre deux murs verticaux fixes.

39 Écris un programme qui lit un nombre décimal strictement inférieur à 100 et affiche sa partie entière, sans utiliser la fonction ENT.

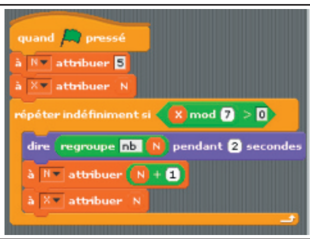
40 Écris un programme qui lit un nombre décimal et affiche ce nombre en écriture scientifique.

41 * Écris un programme qui affiche une balle qui rebondit sur les bords d'un rectangle.

42 Corrige le programme suivant pour qu'il affiche des lignes de la forme:

nb N nb N+1 .... nb N+m	*Avec Scratch on affiche N fois la ligne.* Le programme s'arrête quand N+m est divisible par 7

Langage algorithmique	Scratch	Python3

X ←N
Tant que
X modulo7>0 :
écrire« nb :»&N
N ←N+1
X ←N
fin de tant que
		`N=5`
		`X=N`
		`while X%7>0 :`
		`print("nb ",' ',str(N))`
		`N=N+1`
		`X=N`

Les Tableaux, les Listes

43 On utilise une liste de 5 légumes.

Écris un programme qui lit un nombre entier compris entre 1 et 5 et affiche le légume correspondant en lettres.

44 Écris un programme qui lit un nombre entier compris entre 1 et 12 et affiche le mois correspondant en lettres.

45 Corrige le programme suivant pour qu'il demande un nombre entre 1 et 7 et affiche le jour correspondant . Le programme s'arrête quand on saisit « 8 ».

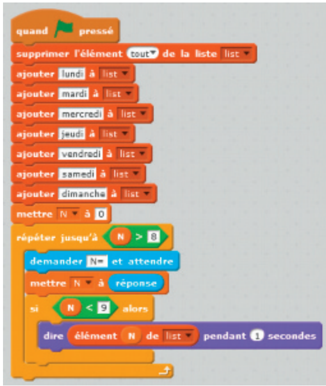
Algorithme

N ←0

list ←[lundi,mardi,mercredi, jeudi,vendredi,samedi, dimanche]

Tant que N≠ 8 faire :
  Lire N
  Si N ≠ 8 faire :
    afficher list[N]
  fin de si
fin de tant que

Scratch



Python

```
N=0
list= ["lundi","mardi","mercredi","jeudi",
      "vendredi","samedi","dimanche"]
while N!=8 :
    N= int(input("N= "))
    if N!=8 :
        print(list[N])
```

46 * Écris un programme qui affiche un tableau-damier de 64 cases.

47 * Écris un programme qui affiche un tableau de 100 cases contenant les nombres de 1 à 100 .

48 Corrige le programme suivant pour qu'il crée une liste de 10 nombres (de 1 à 10) de façon aléatoire.

Algorithme

pos←0

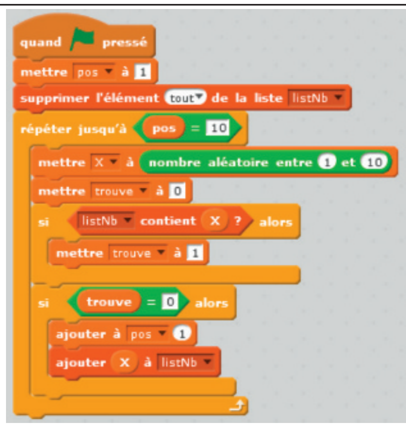
listNb ←[0,0,0,0,0,0,0,0,0,0]

Tant que pos < 10 faire :

 x ←alea(1,10)

 Pour i allant de 0 à pos :
  Si listNb[i] = x faire :
   trouve←true
   break
  fin de si
 fin de pour
 Si trouve=false faire :
  listNb[pos]←x
  pos←pos+1
 fin de si
fin de tant que

Scratch



Python

```
import random
pos=0
listNb= [0,0,0,0,0,0,0,0,0,0]
while pos<10 :
    trouve=0
    x=random.randint(1,10)
    for i in range(pos) :
        if listNb[i]==x :
            trouve=1
            break
    if trouve==0 :
        pos=pos+1
        listNb[pos]=x

for i in range(10) :
    print(str(listNb[i]))
```

Je m'entraîne

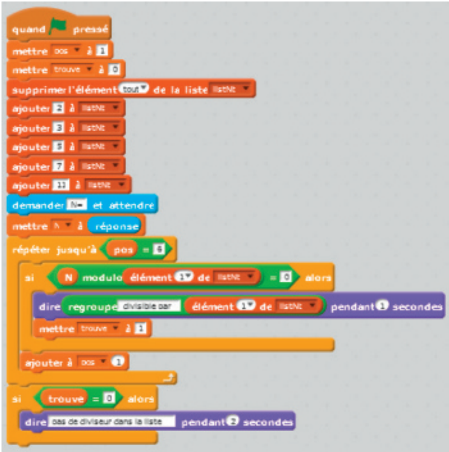
49 * Écris un programme qui affiche un tableau de 25 cases contenant des nombres. Ces nombres sont utilisés pour définir la couleur des cases.

50 * Écris un programme qui affiche un tableau de jeu de bataille navale.

51 Que fait le programme suivant ?

```
Liste[ ]← (2;3;5;7)
lire entier X
i←0
Tant que ((X>1) et (i<taille(Liste)) faire :
    Si (X/Liste[i]) est entier alors :
        X←X/Liste[i]
        écrire « divisible par » Liste[i]
    sinon
      i←i+1
    fin de si
fin du tant que
```

52 Corrige l'algorithme (et le programme) suivant pour qu'il lise un nombre entier et dise si ce nombre est divisible par les nombres contenus dans la liste donnée (2,3,5,7,11). Sinon le programme affiche « pas de diviseur dans la liste ».

<table>
<tr><th>Algorithme</th><th>Scratch</th><th>Python3</th></tr>
<tr>
<td>pos←0
trouve←false
listNb ←[2,3,5,7,11]
lire N
Tant que pos < 5 faire :
Si N modulo listNb[i]=0 faire :
afficher (« divisible par »,listNb[i])
trouve←true
fin de si
fin de tant que
Si trouve=false faire :
afficher (« pas de diviseur dans la liste)
fin de si</td>
<td>
</td>
<td>pos=0
listNb= [2,3,5,7,11]
trouve=0
N=int(input("N= "))
while pos<5 :
    if N%listNb[pos]==0 :
        print("divisible par",listNb[pos])
        trouve=1
if trouve==0 :
    print("pas de diviseur dans la liste")</td>
</tr>
</table>

Les Fonctions et Procédures

53 Corrige le programme suivant pour qu'il affiche 10 carrés de côté N (saisi), et dont un sommet S(x;y) a une position aléatoire (l'algorithme est juste) .

<table>
<tr><th>Algorithme</th><th>Scratch</th><th>Python3</th></tr>
<tr>
<td>Fonction carré (Sx,Sy) :
se placer en (Sx,Sy)
Répéter 4 fois :
avancer de N
tourner de 90° à droite
fin de répéter
Programme :
lire N
Répéter 10 fois :
X←aléatoire(-100,100)
Y←aléatoire(-100,100)
Carré(X,Y)
fin de répéter</td>
<td>
</td>
<td>from Init42t import *
from tkinter import *
import random

N=0
def dessin():
    x0=0
    y0=0
    fenetre = Tk()
    label = Label(fenetre, text="Dessin")
    label.pack()

    # canvas
    canvas = Canvas(fenetre, width=400, height=400, background='yellow')
    # Dessin
    for i in range(10):
        canvas.create_rectangle(x0, y0, x0+N, y0+N, outline='blue')

    canvas.pack()
    fenetre.mainloop()

valeur=init42t(4)
for i in range(0,3) :
    print(valeur[i]," ")
N=valeur[1]
dessin()</td>
</tr>
</table>

54 Écris un programme qui affiche, disposés en cercle, 10 carrés identiques.

a. Modifie ce programme pour que les carrés soient de plus en plus grands.

b. Modifie ce programme pour que les carrés soient de deux couleurs alternées.

55 Écris un programme qui affiche des triangles équilatéraux identiques disposés en carré.

a. Modifie ce programme pour que les triangles soient de plus en plus grands.

b. Modifie ce programme pour que les triangles soient de deux couleurs alternées.

56 Écris un programme qui trie une liste de 5 nombres du plus petit au plus grand.

57 Corrige le programme suivant pour qu'il dessine ces 20 carrés :

```
Procédure carré(C)
    Prendre la couleur C
    répéter 4 fois
        tracer 20 pixels
        tourner à droite de 90°
    fin de répéter
Programme :
    C←0
    Pour i de 1 à 20 :
        carré(C)
        C←C+10
        tourner de 18° à droite
    fin de pour
```

Événements et scripts simultanés

58 Écris le script suivant :

Une balle se dirige dans les quatre directions à l'aide des flèches du clavier.

59 Écris le script suivant. Après un clic sur le drapeau, l'arrière-plan passe du blanc au bleu alternativement (clignotement) et le lutin fait un va-et-vient en continu entre deux positions.

60 Écris le script suivant. Après un clic sur le drapeau, deux lutins différents apparaissent et font des mouvements différents. Au clic sur un lutin, il change de costume.

61 Écris le script suivant. Le lutin fait un va et vient horizontal entre les bords de l'écran. Lorsque l'on clique sur l'arrière-plan, un clone du lutin est créé et il fait un va-et-vient vertical entre les bords de l'écran. On peut créer plusieurs clones.

62 Écris le script suivant :

Le lutin1 dit « bonjour » à l'appui sur la touche « b » et « au revoir » à l'appui sur la touche « a ».
Le lutin2 dit « coucou » à l'appui sur la touche « b » et « Salut ! » à l'appui sur la touche « a ».

63 Écris le script suivant. Après un clic sur le drapeau, deux lutins différents apparaissent et font des mouvements différents. Au clic sur le lutin il disparaît. A l'appui sur « espace », les deux lutins apparaissent.

64 Écris le script suivant. Le lutin1 « tourne en rond ». Il dit un nombre aléatoire entre 1 et 10 toutes les demi-secondes. Simultanément, le lutin2 fait un va-et-vient en continu entre deux positions. Lorsque le nombre aléatoire est 5, le lutin1 dit « stop » et tous les lutins s'arrêtent.

Projets

1. * Crible d'Ératosthène

Partie 1

a. Affiche un tableau 10 x 10 contenant les 100 premiers nombres entiers.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

b. Au premier clic raye les multiples de 2 sauf 2.

c. Au clic suivant raye les multiples de 5 sauf 5.

d. Au clic suivant raye les multiples de 3 sauf 3.

Explique pourquoi il n'est pas nécessaire de rayer les multiples de 4.

Cite trois nombres dont tous les multiples sont déjà rayés.

e. Au clic suivant raye les multiples de 7 sauf 7.

Partie 2

Le but est d'écrire un programme qui détermine tous les nombres premiers inférieurs à N.

On testera si un nombre X est divisible par un des nombres premiers déjà connus.

Doit-on tester tous les nombres ou peut-on en éviter ?

2. Cryptographie de César

On appelle cryptographie les méthodes pour coder les messages. Les premiers écrits stipulant l'utilisation de cryptographie datent de l'époque romaine avec l'apparition du « chiffrement de César ». On l'utilisait pour donner des ordres aux troupes afin que les ennemis ne puissent pas déchiffrer les messages et anticiper les mouvements des armées.
Un message crypté par cette méthode débutait par un nombre puis le message dont les lettres avaient été décalées de ce nombre de rang dans l'ordre alphabétique.
Par exemple, le message : « 3 M'DLPH OHV PDWKV » signifie « J'AIME LES MATHS » (le 3 signifie que l'on a décalé de trois rangs et donc un A est transformé en D, un B en E, etc).

Pour la programmation, on utilise deux fonctions :

- Lettre-nombre() qui, quand on lui donne une lettre, rend le numéro de cette lettre dans l'alphabet.
- Nombre-lettre() qui, quand on lui donne un nombre entre 1 et 26, rend la lettre de l'alphabet correspondante.

Voici des extraits de ces deux fonctions :

Lettre-nombre(lettre) if lettre=='a' : return(1) if lettre=='b' : return(2) ,,,,,,,,	Nombre-lettre(nombre) if nombre==1 : return(a) if nombre==2 : return(b) ,,,,,,,,

1 Crée les deux fonctions Lettre_nombre et Nombre-lettre,

2 Crée un programme qui crypte un message avec un décalage de 3 lettres.

3 Crée un algorithme qui, quand on lui donne un texte et un nombre, crée un message crypté par le chiffrement de César.

4 Imagine une autre façon de remplacer lettre par lettre par simple décalage et crée un algorithme correspondant.

3. Bataille navale

Voici une grille de jeu :

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A										
B										
C										
D										
E										
F										
G										
H										
I										
J										
K										
L										

Navires :
- 1 porte-avions (5 cases)
- 1 croiseur (4 cases)
- 1 contre-torpilleurs (3 cases)
- 1 sous-marin (3 cases)
- 1 torpilleur (2 cases)

1 Écris un programme qui place les bateaux de bataille navale dans un tableau de façon aléatoire.

2 Écris un programme qui te permet de jouer contre l'ordinateur à la bataille navale (tu tires). L'ordinateur dispose d'une grille fixée (comme au **1**) et te répond « touché, coulé ou dans l'eau ».

3 Écris un programme qui te permet de jouer à la bataille navale (l'ordinateur tire). Tu disposes d'une grille de jeu. L'ordinateur te propose des cases et tu réponds T, C ou O pour « touché, coulé ou dans l'eau ».

4 Écris un programme qui reprend les trois précédents et te permet de jouer contre l'ordinateur à la bataille navale (tu tires, puis c'est l'ordinateur, chacun son tour).

4. Calendriers pour des années allant de 1900 à 2048

1 Écris un programme qui donne le jour de la semaine pour la saisie d'une date (le format étant :jj/mm/aaaa).

2 * Écris un programme qui affiche le calendrier pour un mois donné saisi (le format étant :mm/aaaa). On peut utiliser l'exercice précédent.

3 Écris un programme qui affiche le nombre de jours écoulés entre deux dates.

5. Labyrinthes

1 Écris un programme qui affiche un labyrinthe (cases ou images) et dans lequel tu déplaces un disque à l'aide des quatre flèches du clavier. Lorsque tu touches les murs ou les bords, tu perds et reviens au départ.

2 Modifie le programme précédent : tu as au départ 5 points et perds 1 point à chaque erreur. Lorsque tu n'as plus de points, tu perds et reviens au départ.

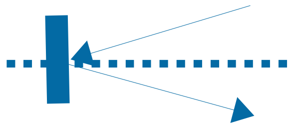
3 Modifie le programme précédent : tu comptes le nombre de déplacements effectués et affiches le score obtenu. Le meilleur score est sauvegardé. Le but est de sortir du labyrinthe avec le score minimal.

6. Collisions

*** Sur un mur**

1 Écris un programme qui déplace une balle suivant une trajectoire rectiligne aléatoire dans un cadre rectangulaire. La balle doit s'arrêter sur un bord.

2 Modifie ce programme pour que la balle continue après rebond sur un des bords. Le rebond se fait par symétrie par rapport à la perpendiculaire au bord, au point de contact.



3 Modifie ce programme pour faire afficher le rebond de la balle sur tous les bords du cadre.

Sur un objet

1 Écris un programme qui déplace une balle à la souris (ou au clavier) en évitant la position fixe d'un carré.

2 Modifie ce programme pour faire éviter un disque fixe.

3 Modifie ce programme pour faire éviter deux obstacles : un carré et un disque.

Pong

1 Écris un programme de « pong » à un joueur contre un mur.

2 Écris un programme de « pong » à deux joueurs.

7. Entraîne-mémoire

Un damier contenant des objets est montré pendant un temps fixe.
Le damier est ensuite vidé et le programme propose les objets un par un.
Le joueur doit cliquer sur la case contenant cet objet, il marque alors un point.
Le but est de trouver tout le damier (16 points : « gagné »).
Pour chacune des parties suivantes écris un programme.

Partie 1 Damier 4X4 avec des nombres.

Le damier contient 16 nombres aléatoires.
Si la case est trouvée, elle reste affichée.
Si c'est une erreur, on affiche la case pendant un temps bref.

Partie 2 Avec des mots.

Une liste de 16 mots est utilisée. Sa composition permet de faire évoluer la difficulté du jeu.

Partie 3 Avec des images

Une liste de 16 images est utilisée. Sa composition permet de faire évoluer la difficulté du jeu.

Partie 4 Niveau de difficulté

Pour rendre le jeu plus compliqué :

- Si la case est trouvée elle n'est pas affichée.
- Si c'est une erreur, on n'affiche rien.
- On augmente le nombre de cases.
- On minute le temps de réponse …

8. Statistiques

On utilisera une série statistique numérique donnée par la liste de valeurs du caractère et la liste des effectifs.

Partie 1

Les listes de départ sont données.

1 Calcule « Unite » : le plus petit écart entre deux modalités.

2 Établis la liste des fréquences.

3 Calcule et affiche la valeur moyenne de la série.

Partie 2

Écris un programme de saisie des deux listes de départ.
Reprends les questions de la partie 1.

Partie 3

Établis la liste des fréquences cumulées croissantes.

Détermine et affiche la valeur médiane de la série.

Partie 4

1 * Affiche un diagramme à barres des effectifs.(Utilise le **1** de la partie 1).

2 * Affiche un diagramme circulaire des effectifs.

3 * Reprends **1** et **2** avec les fréquences.

9. Trésor caché

Un trésor est positionné de façon aléatoire dans un cadre (écran) et non visible.

Partie 1

Le joueur clique sur une position.
Le programme répond :
« gagné » si c'est sur le trésor.
sinon il répond :
« plus à gauche » ou « plus à droite »
« plus haut » ou « plus bas ».

Écris ce programme.

Partie 2

Le joueur clique sur une position.
Le programme répond :
« gagné » si c'est sur le trésor
sinon il donne la distance (en pixels) entre le point cliqué et le trésor.

Écris ce programme.

10. * Animations

Trace Ball

1 Écris un programme qui anime un disque à la souris et garde la trace des 60 dernières positions.

2 Modifie ce programme pour faire afficher aussi les dernières positions avec des disques de plus en plus petits.

3 Modifie ce programme pour faire afficher les dernières positions avec des disques de couleurs proches mais différentes.

Tests corrigés

Sommaire

Test A1 369
Test A2 369
Test A3 370
Test A4 371
Test A5 371
Test A6 371
Test A7 373
Test A8 374
Test B1 375
Test B2 376
Test B3 377
Test C 378
Test D1 379
Test D2 379
Test D3 381
Test D4 382
Test D5 383

TEST A1

1 Ordre de grandeur

a. 802 + 41,6 ≈ 800 + 40.

L'ordre de grandeur de 802 + 41,6 est 840.

b. 96,4 × 3,01 ≈ 100 × 3.

L'ordre de grandeur de 96,4 × 3,01 est 300.

c. 1 011 × 5,56 ≈ 1 000 × 5,6.

L'ordre de grandeur de 1 011 × 5,56 est 5 600.

2 Signe de l'opération prioritaire

a. 7 + 25 × 2 – 9

b. 28 – (5 + 6 × 3)

c. 7 × [4 + (1 + 2) × 5]

3 Les calculs en cours sont soulignés

a. $\underline{18-3}+5$
= $\underline{15\ \ +5}$
= **20**

b. $45-\underline{3\times 7}$
= $\underline{45-\ \ 21}$
= **24**

c. $120-(4+\underline{5\times 7})$
= $120-\underline{(4+\ \ 35)}$
= $\underline{120-39}$
= **81**

4 Calculs

$G=\dfrac{15+9}{5-2}$

$G=\dfrac{24}{3}$

G = **8**

$H=\dfrac{6\times 4+2}{5\times 2}$

$H=\dfrac{24+2}{10}$

$H=\dfrac{26}{10}$

H = **2,6**

$K=\dfrac{12-(9-5)}{(7-5)\times 4}$

$K=\dfrac{12-4}{2\times 4}$

$K=\dfrac{8}{8}$

K = **1**

$L=\dfrac{(6-4)\times(7-2)}{8\times 5\div 4}$

$L=\dfrac{2\times 5}{40\div 4}$

$L=\dfrac{10}{10}$

L = **1**

TEST A2

1 Les signes

+ 1235 : signe **+ positif**
– 587 : signe **– négatif**
0 : n'a pas de signe
– 0,001 : signe **– négatif**
3,5 : signe **+ positif**

2 Les distances

Les distances à zéro des nombres + 5,7 ; – 5,8 ; + 64,78 et – 123,4 sont respectivement :

5,7 ; 5,8 ; 64,78 et 123,4.

3 Opposés des nombres

– 2 531 l'opposé est **2 531**
0 l'opposé est **0**
1 245 l'opposé est **– 1 245**
– 0,03 l'opposé est **0,03**
+ 0,003 l'opposé est **– 0,003**

4 Comparaison de nombres relatifs :

+ 5 < + 9 **– 6 > – 12** **+ 5,1 > – 5,3**
– 3 < + 8 **– 5 > – 9** **– 6,2 > – 6,4**

5 Ordre croissant

a. – 7 < – 5 < 0 < + 5 < + 12
b. – 24 < – 4,2 < – 4 < – 2,4 < 0 < + 2,4
c. – 3,23 < – 2,42 < – 2,4 < + 2,3 < + 2,33

6 Additions :

A = (– 11) + (– 9)
A = **– 20**

B = (+ 12) + (– 15)
B = **– 3**

C= (+ 1) + (+ 3) + (– 2)
C = (+ 4) + (– 2)
C = **+ 2**

D = (– 10,8) + (+ 2,5)
D = **– 8,3**

E = (+ 25,2) + (– 15,3)
E = **+ 9,9**

F = (– 21,15) + (+ 21,15)
F = **0**

7 De la soustraction à l'addition

a. (+ 5) – (– 6) = (+ 5) **+** (**+** 6)
b. (– 3) – (+ 2) = (– 3) **+** (**–** 2)
c. (+ 4) – (+ 8) = (+ 4) **+** (**–** 8)
d. (– 7) – (– 3,8) = (– 7) **+** (**+** 3,8)
e. (– 2,3) – (+ 7) = (– 2,3) **+** (**–** 7)
f. (+ 6,1) – (– 2)= (+ 6,1) **+** (**+** 2)

8 Soustractions

a. (+ 3) – (– 6)
= (+ 3) + (+ 6)
= **+ 9**

b. (– 3) – (– 3)
= (– 3) + (+ 3)
= **0**

c. (+ 7) – (+ 3)
= (+ 7) + (– 3)
= **+ 4**

d. (– 5) – (+ 12)
= (– 5) + (– 12)
= **– 17**

e. (+ 2,1) – (+ 4)
= (+ 2,1) + (– 4)
= **– 1,9**

f. (– 7) – (+ 8,25)
= (– 7) + (– 8,25)
= **– 15,25**

9 Simplifie

A = (– 5) – (– 135) + (+ 3,41) + (– 2,65)
A = **– 5+ 135 + 3,41– 2,65**

B = (+ 18) – (+ 15) + (+ 6) – (– 17) = **18– 15 + 6 + 17**

10 Trois calculs

A = (– 25) + (+ 3) – (– 25) + (– 7) + (+ 4) – (+1).

Rebecca
A = – 25 + 3 + 25 – 7 + 4 – 1
A = – 22 + 25 – 7 + 4 – 1
A = 3 – 7 + 4 – 1
A =– 1

Vincent
A = – 25 + 3 + 25 – 7 + 4 – 1
A = + 3 + 25 + 4 – 7 – 1 – 25
A = + 32 – 33
A = – 1

Esther
A = – 25 + 3 + 25 – 7 + 4 – 1
A =– 1

Le plus rapide est le calcul d'Esther.

11 Effectue les multiplications suivantes..

A = (– 7) × (– 8) = **+ 56**
B = (– 9) × 6 = **– 54**
C= – 5 × (– 11) = **+ 55**
D = – 8 × 0,5 = **– 4**
E = 10 × (– 0,8) = **– 8**
F = (– 7) × 0 = **0**

12 Calculs

A = – 25 × (– 9) × (– 4) = – 25 × 4 × 9 = – 100 × 9
A = **– 900**
B = 0,5 × 6 × (– 20) × 8 = – 0,5 × 20 × 6 × 8 =
B = – 10 × 48 = **– 480**

13 Signe des expressions

$C=\dfrac{56}{-74}$: **négatif**

$D=\dfrac{-6}{5}$: **négatif**

$E=-\dfrac{9}{13}$: **négatif**

$F=-\dfrac{7}{-45}$: **positif**

$G=-\dfrac{-8}{-9}$: **négatif**

14 Calcul mental

H = 45 ÷ (– 5) = **– 9**
I = (– 56) ÷ (– 8) = **+ 7**
J = – 59 ÷ (– 10) = **+ 5,9**
K = – 14 ÷ 4 = **– 3,5**

15 Effectue les calculs

L = $\underline{(-3-6)}\times\underline{(6-8)}$
L = $\underline{(-9)\times(-2)}$
L = **+ 18**

M = 12 – $\underline{(-21)\times 7}$
M = 12 $\underline{-(-147)}$
M = $\underline{12+147}$
M = + 159

N = – 15 + $\underline{(6-9)}$ × (– 4)
N = – 15 + $\underline{(-3)\times(-4)}$
N = – 15 + 12
N = **– 3**

Tests corrigés

TEST A3

1 Complète par une fraction.

a. $6 \times \frac{7}{6} = 7$

b. $12 \times \frac{5}{12} = 5$

c. $18 \times \frac{67}{18} = 67$

d. $7 \times \frac{98}{7} = 98$

2 Donne une écriture décimale de chaque quotient ou une valeur approchée au millième.

a. $\frac{14}{11} \approx 1{,}273$

b. $\frac{5}{6} \approx 0{,}833$

c. $\frac{27}{10} = 2{,}7$

d. $\frac{2}{9} \approx 0{,}222$

e. $\frac{9}{8} = 1{,}125$

f. $\frac{3}{25} = 0{,}12$

3 Parmi les quotients suivants, quels sont ceux égaux à $\frac{5}{3}$?

a. $\frac{45}{27} = \frac{9\times5}{9\times3} = \frac{5}{3}$

b. $\frac{0{,}05}{0{,}03} = \frac{0{,}05\times100}{0{,}03\times100} = \frac{5}{3}$

c. $\frac{54}{33} = \frac{18\times3}{11\times3} = \frac{18}{11}$

d. $\frac{90}{54} = \frac{18\times5}{18\times3} = \frac{5}{3}$

e. $\frac{40}{25} = \frac{8\times5}{5\times5} = \frac{8}{5}$

Les nombres égaux à $\frac{5}{3}$ sont : $\frac{45}{27}$; $\frac{0{,}05}{0{,}03}$ et $\frac{90}{54}$.

4 Simplifie chaque fraction au maximum.

a. $\frac{40}{90} = \frac{4\times10}{9\times10} = \frac{4}{9}$

b. $\frac{18}{72} = \frac{18\times1}{18\times4} = \frac{1}{4}$

c. $\frac{16}{24} = \frac{8\times2}{8\times3} = \frac{2}{3}$

d. $\frac{125}{75} = \frac{25\times5}{25\times3} = \frac{5}{3}$

5 Range dans l'ordre croissant les nombres :

$\frac{21}{18} = \frac{21\times2}{18\times2} = \frac{42}{36}$ $\qquad$ $\frac{5}{4} = \frac{5\times9}{4\times9} = \frac{45}{36}$

On a donc : $\frac{42}{36} < \frac{43}{36} < \frac{45}{36}$ **d'où** $\frac{21}{18} < \frac{43}{36} < \frac{5}{4}$.

6 Range dans l'ordre décroissant les nombres :

inférieurs à 1 :	supérieurs à 1 :
$\frac{6}{13}$; $\frac{2}{13}$; $\frac{11}{13}$	$\frac{9}{7}$; $\frac{17}{7}$

On classe les fractions par ordre décroissant en commençant par celles supérieures à 1 :

$\frac{17}{7} > \frac{9}{7} > \frac{11}{13} > \frac{6}{13} > \frac{2}{13}$.

7 Calcule chacune des expressions :

$B = \frac{3}{5} + \frac{7}{20}$

$B = \frac{3\times4}{5\times4} + \frac{7}{20}$

$B = \frac{12}{20} + \frac{7}{20}$

$B = \frac{19}{20}$

$C = \frac{67}{11} - 5$

$C = \frac{67}{11} - \frac{5\times11}{1\times11}$

$C = \frac{67}{11} - \frac{55}{11}$

$C = \frac{12}{11}$

8 Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction simplifiée.

$G = \frac{8}{37} \times \frac{37}{3} \times \frac{5}{8} = \frac{8\times37\times5}{37\times3\times8} = \frac{5}{3}$

$H = \frac{3{,}5}{0{,}3} \times \frac{1{,}08}{7} = \frac{7\times0{,}5\times0{,}3\times3{,}6}{0{,}3\times7} = 1{,}8 = \frac{18}{10} = \frac{9}{5}$

$I = \frac{22}{18} \times \frac{6}{11} = \frac{11\times2\times6}{6\times3\times11} = \frac{2}{3}$

9 Fraction lue par chacun :

$R = \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{2\times1}{5\times2\times2} = \frac{1}{10}$

$B = \frac{1}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{1\times2}{2\times2\times5} = \frac{1}{10}$

Raphaël et Benoit ont lu la même fraction du livre, c'est-à-dire $\frac{1}{10}$.

10 Compare les nombres suivants.

a. $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$ or $\frac{5}{12} > \frac{4}{12}$ donc $\frac{5}{12} > \frac{1}{3}$

donc $\frac{5}{-12} < \frac{-1}{3}$

b. $\frac{4}{3} = \frac{16}{12}$ et $\frac{-5}{-4} = \frac{5}{4} = \frac{15}{12}$ or $\frac{16}{12} > \frac{15}{12}$

donc $\frac{4}{3} > \frac{5}{4}$.

c. $\frac{9}{10} = \frac{54}{60}$ et $\frac{11}{12} = \frac{55}{60}$ or $\frac{54}{60} < \frac{55}{60}$

donc $\frac{9}{10} < \frac{11}{12}$.

d. $\frac{19}{20} = \frac{152}{160}$ et $\frac{31}{32} = \frac{155}{160}$ or $\frac{152}{160} < \frac{155}{160}$

donc $\frac{19}{20} < \frac{31}{32}$.

11 Les nombres suivants sont-ils égaux ?

a. $-\frac{-6}{-5} = \frac{-7}{6}$; $-7 \times 5 = -35$ et $6 \times (-6) = -36$

donc $\frac{-7}{6} \neq -\frac{-6}{-5}$.

b. $14{,}5 \times (-20) = -290$ et $25 \times (-11{,}6) = -290$

donc $\frac{14{,}5}{25} = \frac{-11{,}6}{-20}$.

12 Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

a. $1 - \frac{-7}{3} = \frac{3}{3} - \frac{-7}{3} = \frac{3-(-7)}{3} = \frac{10}{3}$

b. $\frac{-2}{3} + \frac{7}{8} - \frac{5}{6}$

Le dénominateur commun est le plus petit multiple commun non nul à 3 ; 8 et 6 :

multiples de 3 : 3 ; 6 ; 9 ; 12 ; 15 ; 18 ; 21 ; 24 ; 27 ; ...

multiples de 8 : 8 ; 16 ; 24 ; 32 ; ...

multiples de 6 : 6 ; 12 ; 18 ; 24 ; 30 ; ...

$\frac{-2\times8}{3\times8} + \frac{7\times3}{8\times3} - \frac{5\times4}{6\times4} = \frac{-16}{24} + \frac{21}{24} - \frac{20}{24}$

$C = \frac{-16+21-20}{24} = \frac{-15}{24} = -\frac{5}{8}$

c. $\frac{-2}{10} + \frac{7}{25} = \frac{-10}{50} + \frac{14}{50} = \frac{4}{50} = \frac{2}{25}$

d. $\frac{3}{7} - \frac{7}{10} = \frac{30}{70} - \frac{49}{70} = \frac{-19}{70}$

13 Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

a. $\frac{-12}{33} \times \frac{44}{-15} = \frac{4\times3\times4\times11}{3\times11\times3\times5} = \frac{16}{15}$

b. $\frac{-7}{15} \times \left(-\frac{5}{21}\right) = \frac{7\times5}{3\times5\times3\times7} = \frac{1}{9}$

c. $-\frac{-51}{26} \times \frac{39}{-34} = -\frac{17\times3\times13\times3}{2\times13\times17\times2} = -\frac{9}{4}$

d. $3 \times \frac{7}{-3} = -\frac{3\times7}{3} = -7$

14 Donne l'inverse des nombres suivants :

Inverse de – 6 : $(-6)^{-1} = -\frac{1}{6}$

Inverse de 3,5 : $3{,}5^{-1} = \frac{1}{3{,}5} = \frac{2}{7}$

Inverse de $\frac{-15}{4}$: $\left(\frac{-15}{4}\right)^{-1} = -\frac{4}{15}$

Inverse de $\frac{1}{4}$: $\left(\frac{1}{4}\right)^{-1} = \frac{4}{1} = 4$

15 Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

$B = \frac{-7}{3} \div \frac{-21}{6} = \frac{7}{3} \times \frac{6}{21} = \frac{7\times 6}{3\times 21} = \mathbf{\frac{2}{3}}$

$C = \dfrac{-4}{\frac{7}{3}} = -4 \times \frac{3}{7} = \frac{-4\times 3}{7} = \mathbf{-\frac{12}{7}}$

$D = \dfrac{\frac{-4}{7}}{\frac{3}{-5}} = \frac{-4}{7} \times \frac{-5}{3} = \frac{4\times 5}{7\times 3} = \mathbf{\frac{20}{21}}$

TEST A4

1 Donne l'écriture décimale de

$A = 3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = \mathbf{81}$

$B = (-10)^5 = (-10) \times (-10) \times (-10) \times (-10) \times (-10)$

$B = \mathbf{-100\ 000}$

$C = 2^{-5} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{2\times2\times2\times2\times2} = \frac{1}{32} = \mathbf{0{,}03125}$

2 Donne le signe de chaque nombre

$C = (-15)^6$

$C = (-15) \times (-15) \times (-15) \times (-15) \times (-15) \times (-15)$:

il y a six facteurs négatifs donc C est **positif**.

$D = -15^6 = -(15 \times 15 \times 15 \times 15 \times 15 \times 15)$:

donc D est **négatif**.

$E = 15^{-6} = \frac{1}{15^6}$: donc E est **positif** car il n'y a aucun facteur négatif.

$F = (15)^{-6} = \frac{1}{(15)^6} = \frac{1}{15^6}$: donc F est **positif** car il n'y a aucun facteur négatif.

$G = (-1)^3 = (-1) \times (-1) \times (-1)$: il y a trois facteurs négatifs donc G est **négatif**.

$H = -5^{-4} = -(5^{-4}) = -\frac{1}{5^4} = -\frac{1}{5\times5\times5\times5}$: il y a un seul facteur négatif donc H est **négatif.**

3 Calcule chaque nombre.

$A = 5 \times 2^{-1} - 3^{-2}$

$A = 5 \times \frac{1}{2} - \frac{1}{3^2}$

$A = \frac{5}{2} - \frac{1}{9}$

$A = \frac{45}{18} - \frac{2}{18}$

$A = \frac{43}{18}$

$C = \frac{(5-2\times 3)^4}{(2-3)^5}$

$C = \frac{(5-6)^4}{(-1)^5}$

$C = \frac{(-1)^4}{-1}$

$C = -1$

$B = 3 \times (1-3)^5 - 2^2 \times (3+2)$

$B = 3 \times (-2)^5 - 2^2 \times 5$

$B = -3 \times 32 - 4 \times 5$

$B = -96 - 20$

$B = -116$

4 Donne l'écriture décimale des nombres.

$A = 32{,}48 \times 10^6 = 32{,}48 \times 1\ 000\ 000 = \mathbf{32\ 480\ 000}$

$B = 0{,}78 \times 10^2 = 0{,}78 \times 100 = \mathbf{78}$

$C = 401 \times 10^{-2} = 401 \times 0{,}01 = \mathbf{4{,}01}$

$D = 94{,}6 \times 10^{-4} = 94{,}6 \times 0{,}000\ 1 = \mathbf{0{,}009\ 46}$

5 Par combien faut-il multiplier ?

a. $234{,}428 \times \mathbf{10^{-5}} = 0{,}002\ 344\ 28$

b. $5\ 000 \times \mathbf{10^{-6}} = 0{,}005$

c. $0{,}3 \times \mathbf{10^4} = 3\ 000$

d. $3{,}4324 \mathbf{\times 10^5 = 343\ 240}$

6 Écris sous la forme d'une seule puissance de 10 les nombres.

$C = 10^6 \times 10^{-8} = 10^{6+(-8)} = 10^{6-8} = \mathbf{10^{-2}}$

$D = (10^{-1})^{-3} = 10^{(-1)\times(-3)} = \mathbf{10^3}$

$E = \frac{10^{-2}}{10^2} = 10^{-2-2} = \mathbf{10^{-4}}$

$F = 10^2 \times 10^{-3} \times 10 = 10^2 \times 10^{-3} \times 10^1 = 10^{2-3+1} = \mathbf{10^0}$

7 Donne l'écriture scientifique des nombres suivants.

$B = 21\ 600 = \mathbf{2{,}16 \times 10^4}$

$C = 0{,}012 = \mathbf{1{,}2 \times 10^{-2}}$

$D = 58{,}4 \times 10^2 = 5{,}84 \times 10^1 \times 10^2 = 5{,}84 \times 10^{1+2}$

$D = \mathbf{5{,}84 \times 10^3}$

$E = 0{,}147 \times 10^{-1} = 1{,}47 \times 10^{-1} \times 10^{-1}$

$E = 1{,}47 \times 10^{-1+(-1)} = \mathbf{1{,}47 \times 10^{-2}}$

8 Range dans l'ordre croissant les nombres suivants.

Pour comparer les nombres, on les écrit en notation scientifique :

$E = 33{,}5 \times 10^{-3} = 3{,}35 \times 10^{-2}$

$F = 7{,}2 \times 10^3 = 7{,}2 \times 10^3$

$G = 0{,}02 \times 10^{-2} = 2 \times 10^{-4}$

$H = 99{,}1 \times 10^{-4} = 9{,}91 \times 10^{-3}$

$2 \times 10^{-4} < 9{,}91 \times 10^{-3} < 3{,}35 \times 10^{-2} < 7{,}2 \times 10^3$

soit : G < H < E < F

9 Calcule chaque nombre et donne le résultat en notation scientifique.

$A = 45 \times 10^{12} \times 4 \times 10^{-26}$

$A = 45 \times 4 \times 10^{-14}$

$A = 90 \times 10^{-14}$

$A = 9 \times 10^{-13}$

$B = \frac{36 \times 10^{15}}{3 \times 10^{-17}}$

$B = \frac{36}{3} \times 10^{32}$

$B = 12 \times 10^{32}$

$B = 1{,}2 \times 10^{33}$

TEST A5

1 Divisions euclidiennes :

$$\begin{array}{r|l} 354 & 16 \\ \cline{2-2} -32 & \mathbf{22} \\ \hline 34 & \\ -32 & \\ \hline \mathbf{002} & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 6384 & 84 \\ \cline{2-2} -588 & \mathbf{76} \\ \hline 50\downarrow & \\ 504 & \\ -504 & \\ \hline \mathbf{000} & \end{array}$$

Donc

$\mathbf{354 = 16 \times 22 + 2}$

Donc

$\mathbf{6\ 384 = 84 \times 76 + 0}$

$851 = 19 \times 43 + 16 + 15 = 19 \times 44 + 15.$

2 Quotient et reste de la division euclidienne de 851 par 43

$851 = 19 \times 43 + 34$ et $34<43$ donc le quotient est 19 et le reste est 34

$34>19$ donc cette façon d'écrire ne convient pas,

on a $851 = 19 \times 44 + 15$.

Le quotient est 44 et le reste est 15

3 Trouve toutes les possibilités pour le chiffre manquant #, sachant que 3 et 4 divisent le nombre 2 0#4.

Si 3 divise le nombre 2 0#4, cela signifie que la somme des chiffres qui le compose est divisible par 3, ou encore : 2 + 0 + # + 4 soit 6 + # est divisible par 3.

Les valeurs possibles sont :

- 0 (car 6 + 0 = 6),
- 3 (car 6 + 3 = 9),
- 6 (car 6 + 6 = 12) et
- 9 (car 6 + 9 = 15).

Si 4 divise le nombre 2 0#4, cela signifie que le nombre formé par ses deux derniers chiffres, #4, est divisible par 4.

Les valeurs possibles sont :

- 0 (car 04 est divisible par 4),
- 2 (car 24 est divisible par 4),
- 4 (car 44 est divisible par 4),
- 6 (car 64 est divisible par 4) et
- 8 (car 84 est divisible par 4).

Tests corrigés

Puisque 3 **et** 4 divisent le nombre 2 0#4, il faut prendre les valeurs communes aux deux propositions précédentes, soit **0** et **6**.

Le nombre 2 0#4 peut donc être **2 004** ou **2 064**.

4 Établis la liste des diviseurs des entiers suivants : 60, 43 et 36.

$60 = 1 \times 60$; $60 = 2 \times 30$; $60 = 3 \times 20$;
$60 = 4 \times 15$; $60 = 5 \times 12$; $60 = 6 \times 10$.

Donc **les diviseurs de 60 sont : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 et 60.**

43 est un nombre premier.

Donc **les diviseurs de 43 sont 1 et 43.**

$36 = 1 \times 36$; $36 = 2 \times 18$; $36 = 3 \times 12$;
$36 = 4 \times 9$; $36 = 6 \times 6$.

Donc les diviseurs de 36 sont : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 et 36.

5 Les nombres suivants sont -ils premiers ? 23 ; 79 ; 91

On essaye la division par 2; 3; 5; 7... (avec les critères de divisibilités)

Pour 23 : pas divisible par 2 , ni 3, ni 5 et $23/5 \approx 4$ (< 5). On s'arrête. **23 est premier.**

Pour 79 : pas divisible par 2 , ni 3, ni 5, ni 7, ni 11 et $79 \div 11 \approx 7$ (< 11). On s'arrête. **79 est premier.**

Pour 91 : pas divisible par 2 , ni 3, ni 5, mais divisible par 7. On s'arrête. **91 n'est pas premier.**

6 Décomposition en produit de facteurs premiers

276 est divisible par 2 : **138**

138 est divisible par 2 : **69**

69 est divisible par 3 : 23 qui est premier
donc **$276 = 2^2 \times 3 \times 23$**

161 est divisible par 7 : 23qui est premier donc
$161 = 7 \times 23$

7 Rendre des fractions irréductibles.

$\frac{48}{60} = \frac{6 \times 8}{6 \times 10} = \frac{8}{10} = \frac{2 \times 4}{2 \times 5} = \mathbf{\frac{4}{5}}$.

En décomposant 246 et 161 en produit de facteurs premiers (comme au N°6) on obtient :
$276 = 2^2 \times 3 \times 23$ et $161 = 7 \times 23$
On peut donc simplifier par 23.

Donc $\frac{276}{161} = \frac{12 \times 23}{7 \times 23} = \mathbf{\frac{12}{7}}$.

TEST A6

1 Simplifie les expressions en supprimant les signes × lorsque c'est possible.

$A = b \times a$
$A = \mathbf{ba}$
$B = 5 \times x \times x \times x$
$B = \mathbf{5x^3}$
$C = (3{,}7 \times y - 1{,}5 \times z + 0{,}4 \times 3{,}5) \times 9$
$C = \mathbf{9(3{,}7y - 1{,}5z + 0{,}4 \times 3{,}5)}$

2 Replace les signes × dans chacune des expressions suivantes.

$A = 12ac + 35ab - 40bc$
$A = 12 \times a \times c + 35 \times a \times b - 40 \times b \times c$
$B = 1{,}2abc$
$B = 1{,}2 \times a \times b \times c$
$C = 5{,}6(x^2 - 2{,}5y + 32)$
$C = 5{,}6 \times (x \times x - 2{,}5 \times y + 32)$

3 Réduis, si possible, les expressions suivantes :

a. $x + x = \mathbf{2x}$
b. $x \times x = \mathbf{x^2}$
c. $2x + x = \mathbf{3x}$
d. $3x + 2$ rien
e. $2x \times x = \mathbf{2x^2}$
f. $x^2 + x$ rien
g. $0 \times x = \mathbf{0}$
h. $1 + 2x$ rien
i. $0 + x = \mathbf{x}$
j. $5x \times 6x = \mathbf{30x^2}$
k. $4 \times x \times 5 = \mathbf{20x}$
l. $x \times x + x = \mathbf{x^2 + x}$

4 Supprime les parenthèses dans les expressions suivantes.

$A = x^2 - (4xy - 5y - 4x)$
$A = x^2 + (-4xy) + (+5y) + (+4x)$
$A = \mathbf{x^2 - 4xy + 5y + 4x}$

$B = (2a + 5b - 4) - (a^2 - b^2 + 1)$
$B = 2a + 5b - 4 + (-a^2) + (+b^2) + (-1)$
$B = \mathbf{2a + 5b - 4 - a^2 + b^2 - 1}$

$C = -(2x - 5) + (5 - 2x)$
$C = (-2x) + (+5) + (+5) + (-2x)$
$C = \mathbf{-2x + 5 + 5 - 2x}$

5 Réduis les expressions suivantes.

$A = 3a - (6 + 7a^2) + 4a - 5 = 3a - 6 - 7a^2 + 4a - 5$
$A = \mathbf{-7a^2 + 7a - 11}$

$B = 4x(3x - 6) - (2x - 1)(3 + 5x)$
$B = 4x \times 3x - 4x \times 6 - (2x \times 3 + 2x \times 5x - 1 \times 3 - 1 \times 5x)$
$B = 12x^2 - 24x - 6x - 10x^2 + 3 + 5x$
$B = \mathbf{2x^2 - 25x + 3}$

6 Calcule la valeur de chacune des expressions pour $x = 2$ puis pour $x = 6$.

Pour $x = 2$:

$A = 3x(x + 5)$
$A = 3 \times 2 \times (2 + 5)$
$A = 6 \times 7$
$A = \mathbf{42}$

$B = 7x - x^2$
$B = 7 \times 2 - 2 \times 2$
$B = 14 - 4$
$B = \mathbf{10}$

$C = x^3 + 3x^2 - x$
$C = 2 \times 2 \times 2 + 3 \times 2 \times 2 - 2$
$C = 8 + 12 - 2$
$C = \mathbf{18}$

Pour $x = 6$:

$A = 3x(x + 5)$
$A = 3 \times 6 \times (6 + 5)$
$A = 18 \times 11$
$A = \mathbf{198}$

$B = 7x - x^2$
$B = 7 \times 6 - 6 \times 6$
$B = 42 - 36$
$B = \mathbf{6}$

$C = x^3 + 3x^2 - x$
$C = 6 \times 6 \times 6 + 3 \times 6 \times 6 - 6$
$C = 216 + 108 - 6$
$C = \mathbf{318}$

7 Calcule la valeur de chacune des expressions pour $a = 3$ et $b = 5$.

$A = 4a + 5b - 56$
$A = 4 \times 3 + 5 \times 5 - 56$
$A = 12 + 25 - 56$
$A = \mathbf{-19}$

$B = a^3 + b^2 + 7ab$
$B = 3 \times 3 \times 3 + 5 \times 5 + 7 \times 3 \times 5$
$B = 27 + 25 + 105$
$B = \mathbf{157}$

$C = 2(5a + 3b + 1)$
$C = 2(5 \times 3 + 3 \times 5 + 1)$
$C = 2(15 + 15 + 1)$
$C = 2 \times 31$
$C = \mathbf{62}$

8 Calcule les expressions suivantes :

$A = 6t - 8$ pour $t = -3$
$A = 6(-3) - 8 = -18 - 8 = \mathbf{-26}$

$B = -3x + 7$ pour $x = -2$;
$B = -3(-2) + 7 = 6 + 7 = \mathbf{13}$

$C = -3y^2 - 8y - 5$ Pour $y = -3$.
$C = -3(-3)^2 - 8(-3) - 5$
$C = -3 \times 9 + 24 - 5$
$C = -27 + 19 = \mathbf{-8}$

9 Calcul de l'expression B écrite sous trois formes différentes : L'expression qui permet d'arriver au résultat en faisant le moins d'opérations est en couleur.

Pour x =	La forme initiale	La forme réduite	La forme factorisée
Pour $x = 5$	$B = (x-5)^2 + 8x - 40$ $= (5-5)^2 + 8\times 5 - 40$ $= 0 + 40 - 40$ $= 0$	$B = x^2 - 2x - 15$ $= 5^2 - 2\times 5 - 15$ $= 25 - 10 - 15$ $= 0$	**$B = (x-5)(x+3)$** **$= (5-5)(5+3)$** **$= 0$**
Pour $x = 0$	$B = (x-5)^2 + 8x - 40$ $= (0-5)^2 + 8\times 0 - 40$ $= 25 + 0 - 40$ $= -15$	**$B = x^2 - 2x - 15$** **$= 0^2 - 2\times 0 - 15$** **$= 0 - 0 - 15$** **$= -15$**	$B = (x-5)(x+3)$ $= (0-5)(0+3)$ $= (-5)(3)$ $= -15$
Pour $x = -3$	$B = (x-5)^2 + 8x - 40$ $= (-3-5)^2 + 8\times(-3) - 40$ $= (-8)^2 - 24 - 40$ $= 64 - 64$ $= 0$	$B = x^2 - 2x - 15$ $= (-3)^2 - 2\times(-3) - 15$ $= 9 + 6 - 15$ $= 0$	**$B = (x-5)(x+3)$** **$= (-3-5)(-3+3)$** **$= (-8)(0)$** **$= 0$**

10 Parmi les nombres entiers de 0 à 10, lesquels rendent vraie l'égalité $4(x+3) = 6x + 2$?

x	$4(x+3)$	$6x+2$	x est-il solution ?
0	$4(0+3) = 12$	$6\times 0 + 2 = 2$	NON
1	$4(1+3) = 16$	$6\times 1 + 2 = 8$	NON
2	$4(2+3) = 20$	$6\times 2 + 2 = 14$	NON
3	$4(3+3) = 24$	$6\times 3 + 2 = 20$	NON
4	$4(4+3) = 28$	$6\times 4 + 2 = 26$	NON
5	$4(5+3) = 32$	$6\times 5 + 2 = 32$	**OUI**
6	$4(6+3) = 36$	$6\times 6 + 2 = 38$	NON
7	$4(7+3) = 40$	$6\times 7 + 2 = 44$	NON
8	$4(8+3) = 44$	$6\times 8 + 2 = 50$	NON
9	$4(9+3) = 48$	$6\times 9 + 2 = 56$	NON
10	$4(10+3) = 52$	$6\times 10 + 2 = 62$	NON

11 Les nombres 3, – 2 et 5 sont-ils solutions de l'équation $x^2 + 4 = 3x + 14$?

x	$x^2 + 4$	$3x + 14$	x est-il solution ?
3	$3^2 + 4 = 13$	$3\times 3 + 14 = 23$	**NON**
–2	$(-2)^2 + 4 = 8$	$3\times(-2) + 14 = 8$	**OUI**
5	$5^2 + 4 = 29$	$3\times 5 + 14 = 29$	**OUI**

12 Parmi -2 ; 0 ; $\frac{1}{2}$ et 3, lesquels sont solutions de l'inéquation $3x - 2 \leqslant 5x - 3$?

Si $x = -2$:
calculons le premier membre :
$3\times(-2) - 2 = -6 - 2 = -8$
calculons le second membre :
$5\times(-2) - 3 = -10 - 3 = -13$
$-8 > -13$ **donc -2 n'est pas solution de cette inéquation.**

Si $x = 0$:
calculons le premier membre : $3\times 0 - 2 = 0 - 2 = -2$
calculons le second membre : $5\times 0 - 3 = 0 - 3 = -3$
$-2 > -3$ **donc 0 n'est pas solution de cette inéquation.**

Si $x = \frac{1}{2}$:

calculons le premier membre : $3\times\frac{1}{2} - 2 = 1{,}5 - 2 = -0{,}5$

calculons le second membre : $5\times\frac{1}{2} - 3 = 2{,}5 - 3 = -0{,}5$

$-0{,}5 \leqslant -0{,}5$ donc $\frac{1}{2}$ est une solution de cette inéquation.

Si $x = 3$:
calculons le premier membre : $3\times 3 - 2 = 9 - 2 = 7$
calculons le second membre : $5\times 3 - 3 = 15 - 3 = 12$
$7 \leqslant 12$ donc 3 est solution de cette inéquation.

13 De quelles inéquations, parmi les suivantes, le nombre $-\frac{2}{3}$ est-il solution ?

$7x + 3 > 2x - 2$

Membre de gauche : $7\times\left(-\frac{2}{3}\right) + 3 = \frac{-14}{3} + \frac{9}{3} = \frac{-5}{3}$

Membre de droite : $2\times\left(-\frac{2}{3}\right) - 2 = \frac{-4}{3} - \frac{6}{3} = \frac{-10}{3}$

$\frac{-5}{3} > \frac{-10}{3}$ donc $-\frac{2}{3}$ est solution de l'inéquation $7x + 3 > 2x - 2$.

$2x - 5 \geqslant x + 8$

Membre de gauche : $2\times\left(-\frac{2}{3}\right) - 5 = \frac{-4}{3} - \frac{15}{3} = \frac{-19}{3}$

Membre de droite : $+ 8 = \frac{-2}{3} + \frac{24}{3} = \frac{22}{3}$

$\frac{-19}{3} \leqslant \frac{22}{3}$ donc $-\frac{2}{3}$ n'est pas une solution de l'inéquation $2x - 5 \geqslant x + 8$.

$x - 9 \leqslant -3x + 2$

Membre de gauche : $-\frac{2}{3} - 9 = \frac{-2}{3} - \frac{27}{3} = \frac{-29}{3}$

Membre de droite : $-3\times\left(-\frac{2}{3}\right) + 2 = \frac{6}{3} + 2 = 2 + 2 = 4$

$\frac{-29}{3} \leqslant 4$ donc $-\frac{2}{3}$ est une solution de l'inéquation $x - 9 \leqslant -3x + 2$.

$-2x + 3 < 9$

Membre de gauche : $-2\times\left(-\frac{2}{3}\right) + 3 = \frac{4}{3} + \frac{9}{3} = \frac{13}{3}$

$\frac{13}{3} < 9$ donc $-\frac{2}{3}$ est solution de l'inéquation $-2x + 3 < 9$.

TEST A7

1 Factoriser
$A = 10x - 8 = \underline{2}\times 5x - \underline{2}\times 4 = 2(5x - 4)$
$B = 6y^5 - 8y^2 = \underline{2\times y^2}\times 3\times y^3 - \underline{2\times y^2}\times 4$
$B = 2y^2(3y^3 - 4)$
$C = 3x^2 + 4x = \underline{x}\times 3x + \underline{x}\times 4 = x(3x + 4)$

Tests corrigés

2 Factoriser bis

D = $6x - 5x^2 = x \times 6 - x \times 5x = x(6 - 5x)$

E = $7uv + 21u^2 = 7u \times v + 7u \times 3u = 7u(v + 3u)$

F = $2(3x - 2) - 9x(3x - 2) = (3x - 2)(2 - 9x)$

G = $5a - 25 = 5 \times a - 5 \times 5 = 5(a - 5)$

3 Écrire sous la forme $a(x + 7)$.

A = $4x + 28 = \underline{4} \times x + \underline{4} \times 7 = 4(x + 7)$

B = $\frac{2}{3}x + \frac{14}{3} = \frac{2}{3} \times x + \frac{2}{3} \times 7 = \frac{2}{3}(x + 7)$

C = $0{,}5x + 3{,}5 = \underline{0{,}5} \times x + \underline{0{,}5} \times 7 = 0{,}5(x + 7)$

D = $-5x - 35 = \underline{-5} \times x + \underline{-5} \times 7 = -5(x + 7)$

4 Facteur commun.

E = $3x^2 + 5xy = \boldsymbol{x} \times 3 \times x + \boldsymbol{x} \times 5 \times y$

F = $25ab - 10a^2 + 30a$

F = $\boldsymbol{5 \times a} \times 5 \times b - \boldsymbol{5 \times a} \times 2 \times a + \boldsymbol{5 \times a} \times 6$

G = $4x(5 + 3x) + 7(5 + 3x)$

G = $4x \times \boldsymbol{(5 + 3x)} + 7 \times \boldsymbol{(5 + 3x)}$

5 Factorise M

M = $\underline{(x + 2)}(x - 4) + \underline{(x + 2)}(x - 5)$

M = $(x + 2)[(x - 4) + (x - 5)]$

M = $(x + 2)(x - 4 + x - 5)$

M = $(x + 2)(2x - 9)$

6 Complète :

A = $x(3 + 2x) = x \times \mathbf{3} + \boldsymbol{x} \times 2x = 3x + 2x^2$

7 Développe :

A=5(x +3) = $5 \times x + 5 \times 3 = 5x + 15$

8 Complète :

B = $3a(4b - \mathbf{5}a) = \mathbf{12}ab - 15a^2$

C = $5x(3y - \mathbf{4}) = \mathbf{15}xy - 20x$

9 Développe les expressions suivantes.

D = $3(a - 6b + 9) = 3 \times a - 3 \times 6b + 3 \times 9$

D = $3a - 18b + 27$

E = $-2t(5t - 4) = -2t \times 5t - (-2t) \times 4 = -10t^2 + 8t$

10 Développe

A = $(x + 7)(4y - 5)$

A = $x \times 4y - x \times 5 + 7 \times 4y - 7 \times 5$

A = $4xy - 5x + 28y - 35$

B = $(a + b)(x - y) = ax - ay + bx - by$

C = $\left(\frac{x}{2} - 5\right)\left(2z - \frac{3}{2}\right)$

C = $\frac{x}{2} \times 2z + \frac{x}{2} \times \frac{-3}{2} - 5 \times 2z - 5 \times \frac{-3}{2}$

C = $xz - \frac{3x}{4} - 10z + \frac{15}{2}$

11 Factorise avec une identité remarquable.

D = $16x^2 + 24x + 9 = (4x)^2 + 2 \times 4x \times 3 + 3^2 = (4x + 3)^2$

E = $49x^2 - 70x + 25 = (7x)^2 - 2 \times 7x \times 5 + 5^2 = (7x - 5)^2$

F = $x^2 - 81 = x^2 - 9^2 = (x - 9)(x + 9)$

12 Développe et réduis.

A = $(x + 6)^2 = x^2 + 2 \times x \times 6 + 6^2 = x^2 + 12x + 36$

B = $(x - y)^2 = x^2 - 2 \times x \times y + y^2 = x^2 - 2xy + y^2$

C = $(3a + 1)^2 = (3a)^2 + 2 \times 3a \times 1 + 1^2 = 9a^2 + 6a + 1$

D = $(6x - 5)^2 = (6x)^2 - 2 \times 6x \times 5 + 5^2 = 36x^2 - 60x + 25$

E = $(z + 3)(z - 3) = z^2 - 3^2 = z^2 - 9$

F = $(4x + 7y)(4x - 7y) = (4x)^2 - (7y)^2 = 16x^2 - 49y^2$

TEST de A8

1 Résous les équations suivantes.

a. $6x = 24$ donc $x = \frac{24}{6}$ et $x = 6$

b. $8 + x = 51$ donc $x = 51 - 8$ et $x = 43$

2 Résous les équations suivantes.

a. $3x + 5 = 4$
$3x = 4 - 5$
$3x = -1$
$x = \frac{-1}{3}$

b. $7x + 8 = 14x$
$7x - 14x = -8$
$-7x = -8$
$x = \frac{-8}{-7} = \frac{8}{7}$

c. $5x + 3 = 7 + 5x$
$5x - 5x = 7 - 3$
$0x = 4$

La solution de l'équation $3x + 5 = 4$ est $\frac{-1}{3}$.

La solution de l'équation $7x + 8 = 14x$ est $\frac{8}{7}$.

L'équation $5x + 3 = 7 + 5x$ n'a pas de solution.

3 Simplifie les équations suivantes puis résous-les.

a. $7(2x + 3) - 23 = -x + 5(2x + 1)$
$14x + 21 - 23 = -x + 10x + 5$
$14x - 2 = 9x + 5$
$14x - 9x = 5 + 2$
$5x = 7$
$x = \frac{7}{5}$ La solution de cette équation est $\frac{7}{5}$.

b. $\frac{x}{3} + 2 = \frac{5x}{6} - 1$
$\frac{2x}{6} + \frac{12}{6} = \frac{5x}{6} - \frac{6}{6}$
$2x + 12 = 5x - 6$
$2x - 5x = -6 - 12$
$-3x = -18$
$x = \frac{-18}{-3} = 6$
La solution de cette équation est 6.

c. $(x + 1)(x + 2) = x^2 + 2$
$x^2 + 2x + x + 2 = x^2 + 2$
$x^2 + 3x + 2 = x^2 + 2$
$x^2 - x^2 + 3x = 2 - 2$
$3x = 0$
$x = \frac{0}{3} = 0$
La solution de cette équation est 0.

4 Résous les équations produit suivantes.

a. $(x - 4)(x + 9) = 0$
Si un produit est nul alors l'un de ses facteurs au moins est nul. On en déduit que :
$x - 4 = 0$ ou $(x + 9) = 0$
$x = 4$ $x = -9$
Les solutions de l'équation sont donc -9 et 4.

b. $(4x - 1)(9x - 2) = 0$
Si un produit est nul alors l'un de ses facteurs au moins est nul. On en déduit que :
$4x - 1 = 0$ ou $9x - 2 = 0$
$x = \frac{1}{4}$ $x = \frac{2}{9}$
Les solutions de l'équation sont donc $\frac{2}{9}$ et $\frac{1}{4}$.

c. $(3x + 2)^2 = 0$ soit $(3x + 2) \times (3x + 2) = 0$
Si un produit est nul alors l'un de ses facteurs au moins est nul. On en déduit que :
$3x + 2 = 0$ ou $3x + 2 = 0$
c'est-à-dire $x = \frac{-2}{3}$. La solution de l'équation est donc $\frac{-2}{3}$.

5 Résous les inéquations d'inconnue x suivantes.

$7x + 3 > 2x - 2$
$5x > -5$
$\boldsymbol{x > -1}$

$-5x - 9 \leqslant -x + 2$
$-4x \leqslant 11$
$\boldsymbol{x \geqslant \frac{-11}{4}}$

$2x - 5 \geqslant 4x + 8$
$-2x \geqslant 13$
$\boldsymbol{x \leqslant \frac{-13}{2}}$

$-2x + 3 < -9$
$-2x < -12$
$\boldsymbol{x > 6}$

6 Que vaut le nombre x si…

Le triple de la différence de x et de 7 est : $3 \times (x - 7)$.

La moitié de la somme de x et de 1 est : $\frac{x+1}{2}$.

D'où l'équation : $3 \times (x - 7) = \frac{x+1}{2}$.

$3x - 21 = \frac{x+1}{2}$

$\frac{6x - 42}{2} = \frac{x+1}{2}$

$6x - 42 = x + 1$

$6x - x = 1 + 42$

$5x = 43$

$x = \frac{43}{5}$

Le nombre qui vérifie les conditions de l'énoncé est $\frac{43}{5}$ soit 8,6.

7 J'ai deux ans de plus que Julie et Marc a le double de mon âge.

Soit x mon âge.

Julie a 2 ans de moins que moi. Elle a : $x - 2$

Marc a le double de mon âge. Il a : $2 \times x = 2x$.

À nous trois, nous avons 110 ans :

$x + (x - 2) + 2x = 110$

$x + x - 2 + 2x = 110$

$4x - 2 = 110$

$4x = 110 + 2$

$4x = 112$

$x = \frac{112}{4} = 28$ **J'ai donc 28 ans.**

8 Parallélogramme et rectangle de même aire.

Le parallélogramme a pour aire :

$A = 7\times (4x - 5)$

Le rectangle a pour aire :

$B = (3x + 1)\times (4x - 5)$

On veut A = B donc $7\times (4x - 5) = (3x + 1)\times (4x - 5)$

soit $7\times (4x - 5) - (3x + 1)\times (4x - 5) = 0$

On factorise : $(4x - 5)\ (7 - (3x + 1)) = 0$

$(4x - 5)\ (7 - 3x - 1) = 0$

$(4x - 5)\ (6 - 3x) = 0$

Si un produit est nul alors l'un de ses facteurs au moins est nul. On en déduit que :

$4x - 5 = 0$ ou $6 - 3x = 0$

$4x = 5$ ou $-3x = -6$

$x = \frac{5}{4}$ ou $x = 2$

Si $x = \frac{5}{4}$ le parallélogramme et le rectangle ont une base nulle, ils ont une aire nulle.

Il faut donc que **$x = 2$ pour avoir des aires égales** (non nulles)

9 Après avoir ajouté 5 au triple d'un nombre, on obtient un nombre négatif. Que peux-tu dire du nombre choisi au départ ?

Soit x le nombre choisi.

Son triple est $3x$ et si on ajoute 5 on a : $3x + 5$

donc $3x + 5 < 0$

$3x < -5$ et donc $x < \frac{-5}{3}$

Le nombre choisi était **strictement inférieur à $\frac{-5}{3}$**

TEST B1

1 Tableaux de proportionnalité

a.

1	**4**	6	**17**
3	12	**18**	51

b.

2,5	5	**15**	50
3	6	18	**60**

c.

1	2	**10**	3,5
4,5	9	45	**15,75**

2 Recette

a. 6 ÷ 2 = 3 et 420 ÷ 3 = 140 donc il faut **140 g** de riz pour 2 personnes.

6 + 2 = 8 et 420 + 140 = 560 donc il faut **560 g** de riz pour 8 personnes.

b. 140 ÷ 2 + 560 = 630 et 2 ÷ 2 + 8 = 9 donc 630 g de riz pourront nourrir **9 personnes**.

2 100 ÷ 420 = 5 et 6 × 5 = 30 donc 2,1 kg (2 100 g) pourront nourrir **30 personnes**.

3 Masse du jaune d'œuf

Première méthode :

La masse de coquille est $60 \times \frac{10}{100} = 6$ g.

La masse de blanc est $60 \times \frac{60}{100} = 36$ g.

Donc la masse de jaune est 60 – (6 + 36) = **18 g.**

Deuxième méthode :

Le jaune représente $\frac{100}{100} - \left(\frac{10}{100} + \frac{60}{100}\right)$

$= \frac{30}{100}$ de la masse totale.

Donc la masse de jaune est $60 \times \frac{30}{100} = 18$ g.

4 Pourcentage de coqs

Poulets	600	100
Coqs	240	t

Déterminons le coefficient de proportionnalité k :

$k = 240 \div 600 = 0,4$.

D'où $t = 100 \times 0,4 = 40$.

Donc il y a 40 % de coqs parmi les poulets.

5 Dimensions sur le plan

L'échelle 1/50 signifie que 50 cm dans la réalité sont représentés par 1 cm sur le plan.

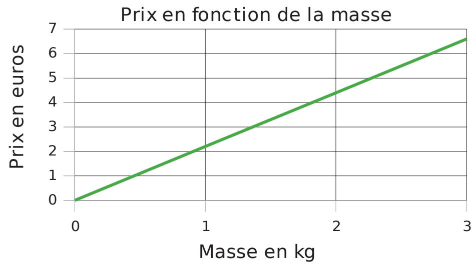
		Longueur	largeur
Dimensions réelles (en cm)	50	550	380
Dimensions sur le plan (en cm)	1	**11**	**7,6**

÷ 50

Sur le plan la chambre est représentée par un rectangle de **11 cm** de longueur sur **7,6 cm** de largeur.

6 Représente une situation de proportionnalité.

Nous sommes dans une situation de proportionnalité donc la représentation graphique est une droite passant par l'origine du repère. Pour tracer cette droite, il nous suffit d'un autre point. L'énoncé nous donne ses coordonnées car « le kilogramme de clémentines est vendu 2,20 € ». La droite passera donc par le point de coordonnées (1 ; 2,2). On obtient la représentation graphique suivante *(les unités ne sont pas respectées pour des raisons de mise en page).*



Tests corrigés

7 Situations proportionnelles ?
En observant les deux courbes, on remarque qu'elles sont formées par des points qui ne sont pas alignés avec l'origine du repère.

a. L'alcoolémie n'est donc pas proportionnelle au temps

b. La distance d'arrêt n'est pas proportionnelle à la vitesse.

8 Cacao et pourcentage.
a. 70% de cacao signifie que pour 100 g, il y a 70 g de cacao.
85% de cacao signifie que pour 100 g, il y a 85 g de cacao.
On en déduit immédiatement que dans une tablette de 200 g, il y a 85 × 2 = 170 g de cacao. Au total, il y a donc : **70 + 170 = 240 g** de cacao pour 300 g de chocolat.

b. Utilisons un tableau de proportionnalité pour déterminer le pourcentage de cacao dans ce mélange.

Masse de cacao en g	240	p
Masse totale en g	300	100

On « passe » de la deuxième colonne à la troisième en divisant par 3. Donc $p = \frac{240}{3} = 80$.

Le pourcentage de cacao dans le nouveau mélange est de 80%.

9 Prix TTC de l'ordinateur.
Méthode 1 : Ajouter 20 % au prix HT revient à le multiplier par 1,20.
450 × 1,20 = 540
Méthode 2 : Le montant de la TVA est de 450 × 0,20 = 90
Le prix TTC sera donc 450 +90 = 540
Donc le prix TTC est de **540 €**

10 Pourcentage d'augmentation
Méthode 1 : Pour passer de 32 € à 44,5 € on multiplie par $\frac{44{,}5}{32} = 1{,}390625$
Cela représente une augmentation de 0,390625 .
Méthode 2 : l'augmentation de prix est de 44,5 – 32 = 12,5
On a augmenté de 12,5 sur 32 au départ, donc de $\frac{12{,}5}{32} = 0{,}390625$.
Soit une augmentation d'**environ 39%**

TEST B2

1 À l'école maternelle.
À l'école Jean Moulin :

Enfants	Grands	Moyens	Petits	Total
Effectif	36	54	30	120
Fréquence	0,3	0,45	0,25	1
Fréquence en pourcentage	30	45	25	100

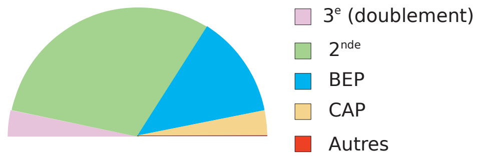
À l'école Alphonse Daudet :

Enfants	Grands	Moyens	Petits	Total
Effectif	63	72	45	180
Fréquence	0,35	0,4	0,25	1
Fréquence en pourcentage	35	40	25	100

2 Orientation des élèves de 3^{e}.

Orientation vers	Effectif	Angle (en °)
3^{e} (doublement)	38 898	11,9
2nde	362 573	110,6
BEP	151 736	46,3
CAP	36 626	11,2
Autres	456	0,1
Total	590 289	360

Orientation des élèves de 3^{e}



Remarque : l'orientation « Autres » étant représentée par un secteur d'angle de 0,1°, celui-ci est représenté par un trait fin.

3 Production moyenne de blé tendre.
a. Pour calculer la production moyenne de blé tendre en France entre 2000 et 2004, il faut ajouter les productions annuelles et diviser par le nombre total d'années (ici 5) :

$M = \frac{35{,}7 + 30{,}2 + 37{,}3 + 29 + 35{,}6}{5} = \mathbf{33{,}56}$

La production moyenne de blé tendre en France entre 2000 et 2004 a donc été de 33,56 millions de tonnes.

b. Pour déterminer la production moyenne de maïs en France entre 2002 et 2004, il faut ajouter les productions annuelles des trois années concernées (2002, 2003 et 2004) et diviser par le nombre total d'année (ici 3) :

$M = \frac{16{,}4 + 12 + 16{,}4}{3} \approx \mathbf{14{,}93}$

La production moyenne de maïs en France entre 2002 et 2004 a donc été d'environ 14,93 millions de tonnes.

4 Revenu moyen.
Pour déterminer quel était, en moyenne, le revenu annuel d'un couple avec un enfant entre 2002 et 2004, on calcule :

$M = \frac{38\,040 + 37\,359 + 37\,551}{3} = \mathbf{37\,650\ euros}$.

Le revenu annuel moyen d'un couple avec un enfant est de 37 650 euros.

5 Membres d'un club d'échec à Caen.
a. Complétons le tableau à partir du graphique :

Âge en années	13	14	15	16	17	18
Effectif	5	6	7	5	6	3

b. Calculons l'âge moyen des membres de ce club d'échec en multipliant chaque âge par l'effectif correspondant et en divisant par le nombre total de membres (ici 5 + 6 + 7 + 5 + 6 + 3 soit 32) :

$M = \frac{13 \times 5 + 14 \times 6 + 15 \times 7 + 16 \times 5 + 17 \times 6 + 18 \times 3}{32}$

$M = \frac{490}{32} \approx \mathbf{15{,}3}$

L'âge moyen des membres est donc de 15,3 ans environ.

6 Caractéristiques d'une série statistique (Tour de France 2008).
La liste contient 21 valeurs.
On range ces distances par ordre croissant : 29 ; 53 ; 143 ; 154 ; 157 ; 158 ; 163 ; 165 ; 166 ; 168 ; 174 ; 182 ; 182 ; 195 ; 195 ; 195 ; 197 ; 210 ; 216 ; 222 ; 230.
La médiane sera donc la 11^{e} valeur (10 + 1 + 10), soit ici 174 km. Cela signifie qu'il y a eu autant d'étapes du Tour de France 2008 qui comptaient plus de 174 km que d'étapes qui en comptaient moins.
L'étendue est la différence entre la plus longue étape (230 km) et la plus courte (29 km), soit : 230 – 29 = 201 km.

7 Un dé coloré.

a. Probabilité d'obtenir le vert : $\frac{1}{6}$

b. Probabilité d'obtenir le jaune : $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

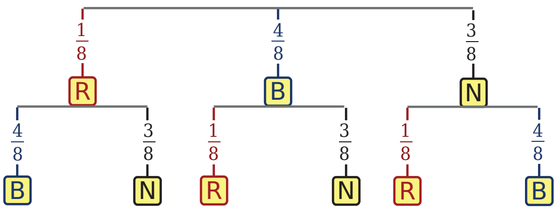
c. Probabilité d'obtenir le bleu : $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

8 Lunettes et Cantine.

Probabilité qu'il porte des lunettes : $\frac{6}{25} = \frac{24}{100}$ ou 25 %

Probabilité qu'il mange à la cantine : $\frac{10}{25} = \frac{40}{100}$ ou 40 %

9 Calcul de probabilité.



On peut résumer avec un arbre de probabilités :
Au total, la probabilité de tirer deux boules de couleurs différentes vaut :

$\frac{1}{8} \times \left(\frac{4}{8} + \frac{3}{8}\right) + \frac{4}{8} \times \left(\frac{1}{8} + \frac{3}{8}\right) + \frac{3}{8} \times \left(\frac{1}{8} + \frac{4}{8}\right)$

$= \frac{1}{8} \times \frac{7}{8} + \frac{4}{8} \times \frac{4}{8} + \frac{3}{8} \times \frac{5}{8} = \frac{7}{64} + \frac{16}{64} + \frac{15}{64} = \frac{38}{64} = \frac{19}{32}$.

Détails de la première branche de l'arbre

Le nombre total de boules est 8.
La probabilité de tirer la boule rouge au premier tirage est de $\frac{1}{8}$.

Si la boule rouge est tirée au premier tirage, alors il faut obtenir une boule bleue ou noire au second tirage.
La probabilité de tirer une boule bleue ou noire est de $\frac{4+3}{8} = \frac{7}{8}$.
Ainsi, la probabilité de tirer deux boules de couleurs différentes dont la première est rouge vaut :
$\frac{1}{8} \times \frac{7}{8} = \frac{7}{64}$.

TEST B3

1 Déterminer si une fonction est linéaire ou affine

a. $f(x) = x^2 - 2$: est écrit sous sa forme développée et réduite. Ce n'est ni une fonction affine ni une fonction linéaire à cause du « x^2 » contenu dans l'expression développée.

b. $g(x) = 8 - 9x$: $g(x)$ peut s'écrire sous la forme $ax + b$ avec $a = -9$ et $b = 8$. Il s'agit donc d'une fonction affine. Cette fonction n'est pas linéaire.

c. $h(x) = \frac{3}{5}x$: $h(x)$ peut s'écrire sous la forme ax avec $a = \frac{3}{5}$. Il s'agit donc d'une fonction linéaire. Elle est donc également affine.

d. $k(x) = (13 - 8x)^2 - 64x^2 = 169 - 208x + 64x^2 - 64x^2$ $= -208x + 169$. $k(x)$ peut s'écrire sous la forme $ax + b$ avec $a = -208$ et $b = 169$. Il s'agit donc d'une fonction affine. Cette fonction n'est pas linéaire.

e. $l(x) = \frac{2}{x}$: $l(x)$ ne peut pas s'écrire sous la forme $ax + b$.
Il ne s'agit donc ni d'une fonction affine ni d'une fonction linéaire.

2 Calcule l'image de $-2{,}5$; de 20 puis de 0 par la fonction h.
L'image de $-2{,}5$ par h s'écrit $h(-2{,}5)$ et vaut :
$h(-2{,}5) = 3 \times (-2{,}5) \times [5 \times (-2{,}5)^2 - 2]$
$= -7{,}5 \times (5 \times 6{,}25 - 2) = -7{,}5 \times (31{,}25 - 2)$
$= -7{,}5 \times 29{,}25 = -219{,}375$
L'image de 20 par h s'écrit $h(20)$ et vaut :
$h(20) = 3 \times 20 \times (5 \times 20^2 - 2) = 60 \times (5 \times 400 - 2)$
$= 60 \times 1\,998 = 119\,880$
L'image de 0 par h s'écrit $h(0)$ et vaut :
$h(0) = 3 \times (0) \times [5 \times 0^2 - 2] = 0$

3 Calculer l'image d'un nombre par une fonction ?
a. L'erreur consiste à penser que :
$l(-5) = l(-2) + l(7) = 12 + 15 = 27$.
Or, ceci serait vrai si l était une fonction linéaire. L'énoncé ne le précise pas.
On ne peut donc pas déterminer l'image de -5 par l.
b. $l(8) = 10$.

4 Détermine l'image de -4 par la fonction affine h définie par $h(x) = -8x + 3$.
$h(-4) = -8 \times (-4) + 3 = 32 + 3 = 35$
L'image de -4 par la fonction h est 35.

5 Détermine l'antécédent de -6 par la fonction affine h définie par $h(x) = -x + 3$.
On cherche le nombre x qui a pour image -6 par la fonction h. L'image de x est $h(x)$ donc on résout l'équation $h(x) = -6$, c'est-à-dire :
$-x + 3 = -6$, soit $-x = -6 - 3$, soit $-x = -9$, soit $x = 9$.
L'antécédent de -6 par h est donc 9.

6 La fonction p est définie par le tableau suivant.
a. D'après le tableau de valeurs, on peut lire que l'image de -10 est -5 et que l'image de 2,5 est 8.
b. D'après le tableau de valeurs, on peut lire que l'antécédent de -3 est 6 .
c. D'après le tableau de valeurs, on peut lire que les antécédents de 0 sont -1 et 5 .

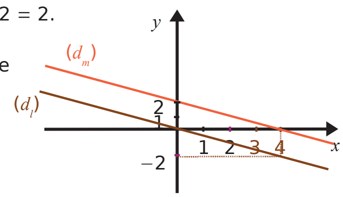
7 Le graphique ci-dessous représente une fonction f définie pour x compris entre -4 et 4.
a. Graphiquement, on lit que l'image de -3 par f vaut approximativement $-0{,}4$ d'où $f(-3) \simeq -0{,}4$.
De même : $f(2) \simeq -0{,}8$.
b. Graphiquement, on lit que les antécédents de -2 par f sont approximativement -1 et 1 ; les antécédents de $-3{,}2$ par f sont approximativement $-0{,}5$ et 0,5.

8 Le graphique ci-dessous représente une fonction g pour x compris entre -1 et 8,8.
a. Graphiquement, on lit que l'image de 2 par g vaut approximativement -1 d'où $g(2) \simeq -1$.
De même : $g(-1) \simeq 3{,}5$.
b. Graphiquement, on lit que les antécédents de 0 par g sont 0,5 ; 4,5 et 6,5 ; celui de 2 par g est $-0{,}5$.

9 Trace les représentations graphiques des fonctions l et m définies par $l(x) = -0{,}5x$ et $m(x) = -0{,}5x + 2$. Que constates-tu ?
l est linéaire donc sa représentation graphique est une droite qui passe par l'origine du repère.
On calcule l'image d'un nombre.
- Pour $x = 4$, $l(4) = -0{,}5 \times 4 = -2$.

m est affine donc sa représentation graphique est une droite.
On calcule l'image de deux nombres.
- Pour $x = 4$, $m(4) = -0{,}5 \times 4 + 2 = 0$.
- Pour $x = 0$, $m(0) = -0{,}5 \times 0 + 2 = 2$.

On constate que les deux droites sont parallèles (elles ont le même coefficient directeur $-0{,}5$).



Tests corrigés

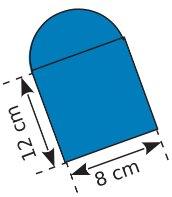
10 Comment tracer précisément la représentation graphique de la fonction qui, à x, associe $0{,}75x$?
Pour tracer précisément la représentation graphique de cette fonction, il faut trouver un point aux coordonnées « simples » (entières par exemple).
Puisqu'il s'agit d'une fonction linéaire, il suffit donc de prendre une seule valeur et d'en calculer l'image.
Or $0{,}75 = \frac{3}{4}$.
Il faut donc choisir une valeur de x multiple de 4 et calculer son image.
Par exemple, en choisissant $x = 8$, on trouve que l'image de 8 vaut $8 \times \frac{3}{4} = 6$.
Il suffit donc de placer le point de coordonnées (8 ; 6).

TEST C

1 Détermine l'aire des parallélogrammes MNOP et ABCD ci-contre.
$\mathcal{A}_{MNOP} = 15 \times 8 = 120$.
Donc l'aire du parallélogramme MNOP est **120 cm²**.
$\mathcal{A}_{ABCD} = 9 \times 3 = 27$.
Donc l'aire du parallélogramme ABCD est **27 cm²**.

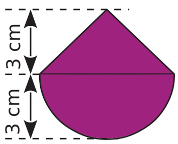
2 Calcule l'aire de chaque triangle ci-contre.
$\mathcal{A}_1 = \frac{7 \times 12}{2} = \frac{7 \times 2 \times 6}{2} = 7 \times 6 = 42$
Donc l'aire du triangle ① est 42 cm².
40 mm = 4 cm.
$\mathcal{A}_2 = \frac{4 \times 6}{2} = \frac{2 \times 2 \times 6}{2} = 2 \times 6 = 12$
Donc l'aire du triangle ② est 12 cm².
$\mathcal{A}_3 = \frac{8 \times 13}{2} = \frac{2 \times 4 \times 13}{2} = 4 \times 13 = 52$
Donc l'aire du triangle ③ est 52 cm².

3 Aire par découpage.
La figure ci-contre est composée d'un demi-disque de rayon 4 cm et d'un rectangle de largeur 8 cm et de longueur 12 cm.



$\mathcal{A}_{rectangle} = 12 \times 8 = 96$
$\mathcal{A}_{demi\text{-}disque} = \frac{\pi \times 4^2}{2} = \frac{\pi \times 16}{2} = 8\pi$
$\mathcal{A}_{figure} = \mathcal{A}_{demi\text{-}disque} + \mathcal{A}_{rectangle} = 8\pi + 96$
L'aire exacte de cette figure est $(8\pi + 96)$ cm².

La figure ci-contre est composée d'un demi-disque de rayon 3 cm et d'un triangle de base 6 cm et dont la hauteur relative mesure 3 cm.



$\mathcal{A}_{triangle} = \frac{6 \times 3}{2} = 9$
$\mathcal{A}_{demi\text{-}disque} = \frac{\pi \times 3^2}{2} = \frac{\pi \times 9}{2} = 4{,}5\pi$
$\mathcal{A}_{figure} = \mathcal{A}_{demi\text{-}disque} + \mathcal{A}_{rectangle} = 4{,}5\pi + 9$
L'aire exacte de cette figure est $(4{,}5\pi + 9)$ cm².

4 Volume d'un prisme droit.
Pour calculer le volume d'un prisme droit, on multiplie l'aire d'une base par sa hauteur.
$\mathcal{V} = \mathcal{A}_{base} \times h = 5 \times 3 \times 8 = 120$
Le volume de ce prisme droit vaut 120 cm³.

5 Volume d'un cylindre de révolution.
Pour calculer le volume d'un cylindre de révolution, on multiplie l'aire d'une base par sa hauteur.
$\mathcal{V} = \mathcal{A}_{base} \times h = \pi \times 5^2 \times 4{,}5 = 112{,}5\pi$ cm²
Le volume de ce cylindre de révolution vaut $112{,}5\pi$ cm³. Son arrondi à l'unité est 353 cm³.

6 Calcule du volume d'une pyramide.
Aire de la base : $\frac{L \times l}{2} = \frac{4{,}5 \times 6}{2} = 13{,}5$ m².
Volume : $\frac{\textit{Aire de la base} \times \textit{hauteur}}{3} = \frac{13{,}5 \times 10}{3}$
donc le volume de la pyramide est **45 m³**.

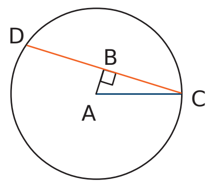
7 Calcule du volume d'un cône de révolution.
rayon = diamètre : 2 = 8 cm : 2 = 4 cm.
Volume : $\frac{\pi \times r^2 \times h}{3} = \frac{\pi \times 4^2 \times 12}{3} = 64\,\pi$ cm³.
Donc le volume du cône est **$64\,\pi$ cm³**.

8 Aire exacte d'une sphère .
$A = 4 \times \pi \times R^2 = 4 \times \pi \times 6{,}2^2$
$A = 153{,}76\pi$ cm² valeur exacte
$A \approx 483$ cm² valeur arrondie au cm².

9 Volume exact d'une boule.
$V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 9^3$
$V = 972\pi$ cm³ valeur exacte
$V \approx 3\,053{,}628$ cm³, soit 3 054 628 mm³ valeur arrondie au mm³.

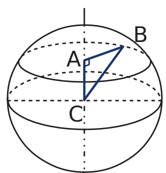
10 Section d'un pavé droit par un plan parallèle à une arête.
a. La face ABFE est un rectangle de dimensions AB = 5 cm et EA = 8 cm.
La section AFGD est un rectangle de dimensions AD = 6 cm et AF qui est la longueur de la diagonale du rectangle ABFE. (Il suffit donc d'utiliser le compas pour reporter la longueur obtenue dans la première figure.)
b. La section AFGD est parallèle à l'arête [EH] donc AFGD est un rectangle de dimensions AD = 6 cm et AF.
La face ABFE du pavé droit est un rectangle donc le triangle AFE est rectangle en E.
D'après le théorème de Pythagore :
$AF^2 = AE^2 + EF^2$ soit
$AF^2 = 8^2 + 5^2 = 81 + 25 = 106$. D'où $AF = \sqrt{106}$.
Les dimensions du rectangle AFGD sont 6 cm et $\sqrt{106}$ cm.
L'aire du rectangle AFGD est :
$AF \times AG = \sqrt{106} \times 6 \approx 61{,}8$ cm² (arrondi au dixième).

11 Section d'un cylindre de révolution par un plan parallèle à son axe.
La largeur de la section est 8 cm, donc DC = 8 cm.
Dans le triangle ACD isocèle en A, la hauteur issue de A et la médiane issue de A sont confondues.
Donc [AB] est une médiane, d'où B est le milieu de [DC].
On en déduit que BC = 4 cm.
La distance entre l'axe et la section est 3 cm, donc AB = 3 cm.



Dans le triangle ABC rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore :
$AC^2 = AB^2 + BC^2$ soit
$AC^2 = 3^2 + 4^2$.
$AC^2 = 9 + 16 = 25$ soit $AC = \sqrt{25} = 5$.
Le rayon de la base de ce cylindre est 5 cm.

12 Section d'une sphère par un plan
La section d'une sphère par un plan est **un cercle**.
On appelle C le centre de la sphère, A le centre de la section et B un point de la section.
Dans le triangle ABC rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore :
$BC^2 = AB^2 + AC^2$
$7^2 = AB^2 + 5^2$
$AB^2 = 49 - 25$
$AB^2 = 24$
$AB = \sqrt{24} \approx 4{,}9$ cm.
On trace un cercle de rayon 4,9 cm.



13 Volume réduit.

Le coefficient de réduction est $\frac{3}{4}$.

Le volume est donc multiplié par $\left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64}$.

$12{,}8 \times \frac{27}{64} = 5{,}4$.

Le volume de jus de fruit est donc de 5,4 cL.

14 Mihail et ses deux pyramides

Le coefficient de réduction est $\frac{1}{2}$.

Les aires sont donc multipliées par $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$.

La surface de papier n'est donc pas deux fois plus petite mais quatre fois plus petite.

Les volumes sont donc multipliés par $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$.

Le volume de l'objet obtenu n'est donc pas deux fois plus petit mais huit fois plus petit.

15 La vitesse de propagation du son.

340 m/s = 0,340 km/s car 340 m = 0,340 km
1 h = 3 600 s donc :
$0{,}340 \times 3\,600 = 1\,224$
La vitesse de propagation du son dans l'air est donc de 1 224 km/h.

16 Masse volumique de l'air

La masse volumique de l'air vaut 1,2 kg·m^{-3}, ce qui signifie que 1 m^3 d'air a une masse de 1,2 kg.

Ainsi, 1,2 kg·m^{-3} = $\frac{1{,}2\text{ kg}}{1\text{ m}^3}$.

1,2 kg = 1 200 g et 1 m^3 = 1 000 000 cm^3 donc :

1,2 kg·m^{-3} = $\frac{1\,200\text{ g}}{1\,000\,000\text{ cm}^3}$ = 0,001 2 g·cm^{-3}

La masse volumique de l'air au niveau de la mer vaut donc 0,001 2 g·cm^{-3}.

17 Vitesse de rotation

20 000 tours/min signifie qu'en une minute, la partie rotative du moteur effectue 20 000 tours.
1 min = 60 s donc :

20 000 tours/min = $\frac{20\,000\text{ tours}}{1\text{ min}} = \frac{20\,000\text{ tours}}{60\text{ s}}$

$\approx$ 333 tours/s

TEST D1

1 Vocabulaire

a. Les droites (AB) et (AD) semblent sécantes non perpendiculaires.
b. Les droites (AB) et (BC) semblent perpendiculaires.
c. Les droites (GE) et (FA) semblent parallèles.
d. Les droites (AB) et (CF) semblent parallèles.
e. Les droites (BC) et (GE) semblent sécantes non perpendiculaires .

2 Inégalités

Dans le triangle MLA :
ML < MA + AL, **LA < LM + MA** et **AM < AL + LM**.

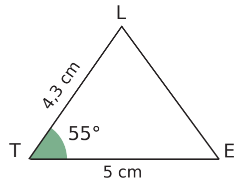
3 Constructible ?

3,4 + 3,7 = 7,1 et 7 < 7,1.
Donc le triangle THE est constructible.

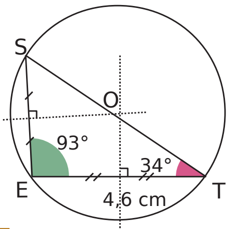
4 Constructible ?

3 + 4 = 7 et 9 > 7.
Donc le triangle SEL n'est pas constructible.

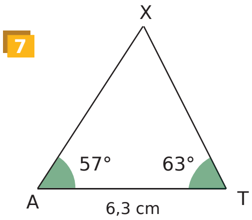
5 Échelle 1/2



6 Échelle 1/2



7



8 Constructible ?

$\widehat{DOG} + \widehat{OGD} + \widehat{GDO}$
= 72° + 37° + 73° = 182°
Or la somme des mesures des angles d'un triangle vaut 180° donc le triangle DOG n'est pas constructible.

9 Mesure

La somme des mesures des angles d'un triangle vaut 180°.
$\widehat{RAT} + \widehat{ATR}$ = 34° + 23° = 57°.
Donc $\widehat{TRA}$ = 180° – 57° = 123°.

10 Mesures dans un triangle isocèle

Le triangle EBC est isocèle en B donc $\widehat{BEC} = \widehat{BCE}$.
Alors $\widehat{BEC} = \widehat{BCE}$ = (180° – 107°) ÷ 2 = **36,5°**.

11 Mesures dans un triangle équilatéral

Un triangle équilatéral ABC a trois angles de même mesure donc
$\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \widehat{BAC}$ = 180° ÷ 3 = **60°**.

12 Alternes-internes ?

Oui, les angles $\widehat{yOx'}$ et $\widehat{xEz'}$ sont des angles alternes-internes déterminés par les droites (yy') et (zz') et la sécante (xx').

13 Paires d'angles

Les paires d'angles **alternes-internes** sont :
$\widehat{HOE}$ **et** $\widehat{TEO}$ ainsi que $\widehat{TOE}$ **et** $\widehat{LEO}$ déterminés par les droites (TH) et (TL) et la sécante (xx').

14 Droites parallèles ?

<u>Cas n°1</u> : Les angles $\widehat{CUB}$ et $\widehat{CST}$ déterminés par les droites (AB) et (OT) et la sécante (CE) sont correspondants. Les angles $\widehat{CUB}$ et $\widehat{CST}$ ont la même mesure. **Donc les droites (AB) et (OT) sont parallèles.**

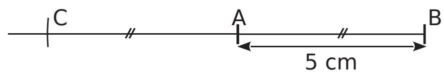
<u>Cas n°2</u> : Les angles $\widehat{BUE}$ et $\widehat{CSO}$ déterminés par les droites (AB) et (OT) et la sécante (CE) sont alternes-internes. Si les droites (AB) et (OT) étaient parallèles alors les angles $\widehat{BUE}$ et $\widehat{CSO}$ seraient de la même mesure, ce qui n'est pas le cas.
Donc les droites (AB) et (OT) ne sont pas parallèles.

15 Calcul de mesure

Les angles alternes-internes $\widehat{xRz'}$ et $\widehat{x'Rz'}$ sont adjacents et supplémentaires donc
$\widehat{x'Rz'}$ = 180° – 113° = **67°**.
Les angles $\widehat{uEx}$ et $\widehat{x'Rz'}$ sont déterminés par les droites (zz') et (uu') qui sont parallèles. Ils sont donc de la même mesure. L'angle $\widehat{uEx}$ mesure donc **67°**.

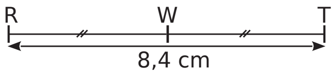
TEST D2

1 Symétrique par rapport à A (Échelle 1/2)

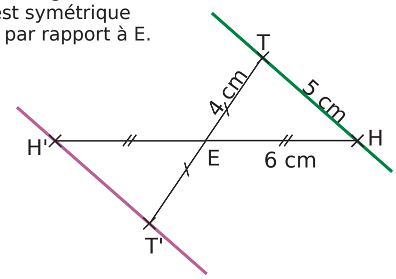


Tests corrigés

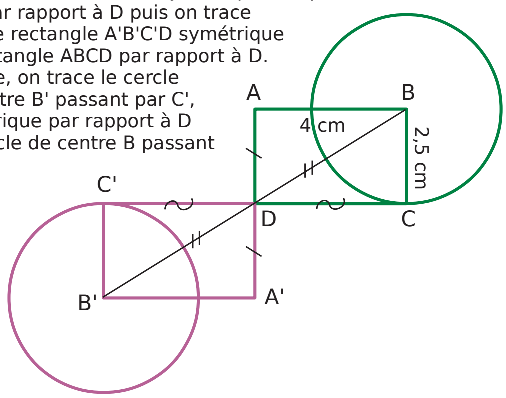
2 Symétrique par rapport à W (Échelle 1/2)
W est le milieu du segment [RT].



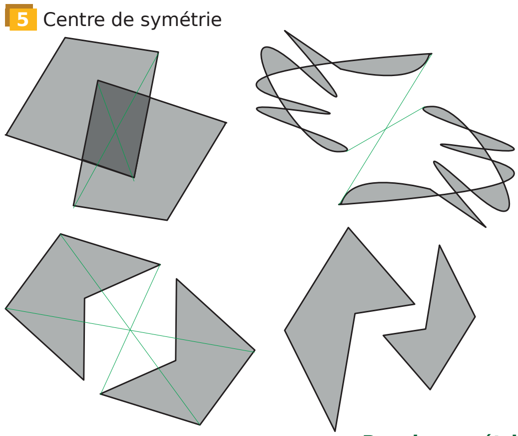
3 Construis un triangle THE (Échelle 1/3)
La droite (T'H') est symétrique
de la droite (TH) par rapport à E.



4 Trace un rectangle ABCD (Échelle 1/2)
On construit A', B' et C' symétriques respectifs de A, B et C par rapport à D puis on trace alors le rectangle A'B'C'D symétrique du rectangle ABCD par rapport à D.
Ensuite, on trace le cercle de centre B' passant par C', symétrique par rapport à D du cercle de centre B passant par C.



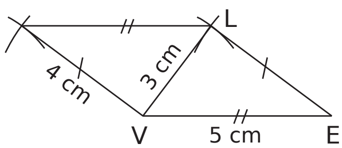
5 Centre de symétrie



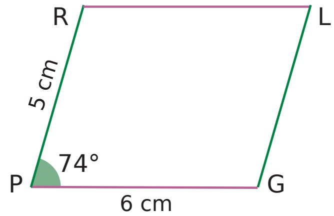
Pas de symétrie

Le centre de symétrie est le point d'intersection des segments verts .

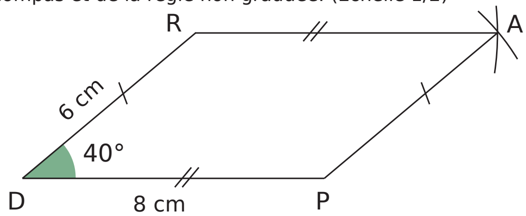
6 Construis le parallélogramme VOLE (construction au compas et à la règle (Échelle 1/2))
Les côtés opposés sont de même longueur : utilisation du compas et de la règle non graduée.
Tout d'abord, on trace un triangle VEL, puis à l'aide du compas, on place le point O.



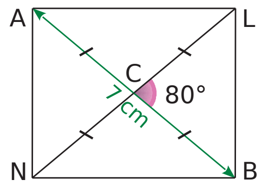
7 Construis le parallélogramme PRLG (en utilisant le parallélisme).
Les côtés de même couleur sont parallèles : utilisation de la règle et de l'équerre.
(Échelle 1/2)



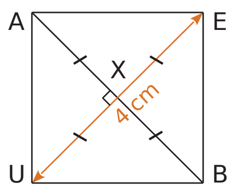
8 Construis le parallélogramme DRAP (en utilisant les longueurs).
Les côtés opposés sont de même longueur : utilisation du compas et de la règle non graduée. (Échelle 1/2)



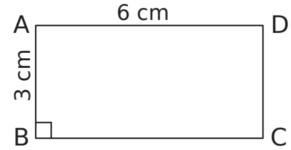
9 Construis un rectangle BLAN de centre C (Échelle 1/2).
Les diagonales d'un rectangle sont de même longueur et se coupent en leur milieu
donc CL = CB = CA = CN
= 7 ÷ 2 = 3,5 cm.
On trace le triangle isocèle BCL puis le rectangle BLAN.



10 Un carré BEAU de centre X.
BEAU est un carré, donc ses diagonales sont de même longueur, se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires, d'où :
XA = XB et $\widehat{AXU}$ = 90°.
AUX est un triangle ayant deux côtés de même longueur et un angle droit, c'est donc **un triangle rectangle isocèle en X**.

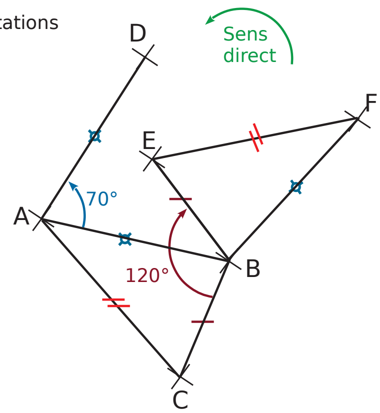


11 Parallélogramme ABCD
ABCD est un parallélogramme ayant un angle droit donc **ABCD est un rectangle**.



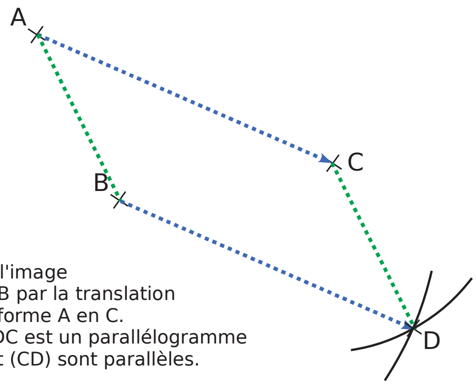
(Échelle 1/2)

12 Rotations



13 Translation

a. figures ci-dessous.



b. D est l'image du point B par la translation qui transforme A en C. donc ABDC est un parallélogramme et (AB) et (CD) sont parallèles.

14 Triangles égaux.

a. Démontrer que BMA et CNA sont deux triangles égaux.
ABC est isocèle en A donc AB=AC
M est le milieu de [AC] donc AM=AC÷2
N est le milieu de [AB] donc AN=AB÷2
Donc AM=AN
De plus, A, M, C d'une part et A, N, B d'autre part sont alignés, donc $\widehat{NAC}$ et $\widehat{MAB}$ désigne le même angle.
Les triangles BMA et CNA ont un angle et ses deux côtés de même mesure, ils sont donc égaux.

b. Démontrer que BM=CN.
Ces deux triangles sont égaux, ils ont donc leurs trois côtés deux à deux de même mesure donc BM=CN

TEST D3

1 Racines carrées

$\sqrt{0} = 0$
$\sqrt{81} = 9$
$\sqrt{7{,}3^2} = 7{,}3$
$\sqrt{16} = 4$
$\sqrt{\pi} \times \sqrt{\pi} = \pi$

2 écriture décimale

$F = \sqrt{3} \approx 1{,}732$
$G = \dfrac{\sqrt{529}}{23} = \dfrac{23}{23} = 1$
$H = 5\sqrt{0{,}81} = 4{,}5$

3 Douze premiers carrés parfaits

$0^2 = 0$; $1^2 = 1$; $2^2 = 4$; $3^2 = 9$; $4^2 = 16$; $5^2 = 25$; $6^2 = 36$; $7^2 = 49$; $8^2 = 64$; $9^2 = 81$; $10^2 = 100$; $11^2 = 121$.

4 Longueur d'un côté d'un triangle rectangle

Le triangle TER est rectangle en T, son hypoténuse est le côté [ER].
Donc, d'après le théorème de Pythagore, on a :
$ER^2 = ET^2 + TR^2 = 6^2 + 4^2 = 36 + 16 = 52$
$ER = \sqrt{52}$ m (valeur exacte)
$ER \approx$ **7,21 m** (valeur arrondie à 1 cm près)

5 Longueur d'un côté d'un triangle rectangle (bis)

Le triangle ARC est rectangle en A, son hypoténuse est le côté [RC].
Donc, d'après le théorème de Pythagore, on a :
$RC^2 = RA^2 + AC^2$
$13^2 = 5^2 + AC^2$
$169 = 25 + AC^2$
$AC^2 = 169 - 25 = 144$
$AC = \sqrt{144}$ = **12 m**
La valeur obtenue est une valeur exacte car $12^2 = 144$.

6 Un triangle non rectangle

Dans le triangle DEF, le côté le plus long est [DF].
$DF^2 = 15^2 = 225$
$DE^2 + EF^2 = 11^2 + 13^2 = 121 + 169 = 290$
On constate que $DF^2 \neq DE^2 + EF^2$
Or si le triangle était rectangle, d'après le théorème de Pythagore, il y aurait égalité.
Comme ce n'est pas le cas, **le triangle DEF n'est pas rectangle**.

7 Démontre qu'un triangle est rectangle.

Dans le triangle XYZ, le côté le plus long est [YZ].
$YZ^2 = 40^2 = 1600$
$YX^2 + XZ^2 = 32^2 + 24^2 = 1024 + 576 = 1600$
On constate que $YZ^2 = YX^2 + XZ^2$.
Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, **le triangle XYZ est rectangle en X**.

8 Triangle rectangle

On écrit les données dans la même unité :
UV = 20 dm = 200 cm ; UW = 2,1 m = 210 cm
et VW = 290 cm.
Dans le triangle UVW, le côté le plus long est [VW].
$VW^2 = 290^2 = 84\,100$
$VU^2 + UW^2 = 200^2 + 210^2 = 40\,000 + 44\,100 = 84\,100$
On constate que $VW^2 = VU^2 + UW^2$.
Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, **le triangle UVW est rectangle en U**.

9 Angles et longueurs

Le triangle ENT est rectangle en E donc :

$\cos \widehat{TNE} = \dfrac{\text{côté adjacent à } \widehat{TNE}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{NE}{NT}$;

$\sin \widehat{TNE} = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{TNE}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{ET}{NT}$;

$\tan \widehat{TNE} = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{TNE}}{\text{côté adjacent à } \widehat{TNE}} = \dfrac{ET}{NE}$.

10 Angles et longueurs (bis)

Le triangle NOE est rectangle en O donc :

$\dfrac{NO}{NE} = \dfrac{\text{côté adjacent à } \widehat{ONE}}{\text{hypoténuse}} = \cos \widehat{ONE}$

ou encore $\dfrac{NO}{NE} = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{NEO}}{\text{hypoténuse}} = \sin \widehat{NEO}$

$\dfrac{OE}{ON} = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{EON}}{\text{côté adjacent à } \widehat{EON}} = \tan \widehat{ENO}$

$\dfrac{EO}{EN} = \dfrac{\text{côté adjacent à } \widehat{NEO}}{\text{hypoténuse}} = \cos \widehat{NEO}$

ou encore $\dfrac{EO}{EN} = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{ONE}}{\text{hypoténuse}} = \sin \widehat{ONE}$

$\dfrac{ON}{OE} = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{NEO}}{\text{côté adjacent à } \widehat{NEO}} = \tan \widehat{NEO}$

11 Calculer des longueurs

Dans le triangle NIV rectangle en N :

- [VN] est le côté opposé à l'angle $\widehat{VIN}$;
- [NI] est le côté adjacent à l'angle $\widehat{VIN}$.

On utilise donc la tangente de l'angle $\widehat{VIN}$ car les deux côtés apparaissent dans la formule :

$\tan \widehat{VIN} = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{VIN}}{\text{côté adjacent à } \widehat{VIN}} = \dfrac{VN}{NI}$ soit $NI = \dfrac{VN}{\tan \widehat{VIN}}$

$NI = \dfrac{4}{\tan 12°} \approx 18{,}82$ m (valeur arrondie au centimètre).

12 Calculer des longueurs (bis)

Dans le triangle AUE rectangle en U :

- [AE] est l'hypoténuse ;
- [UE] est le côté opposé à l'angle $\widehat{EAU}$.

On utilise donc le sinus de l'angle $\widehat{EAU}$ car les deux côtés apparaissent dans la formule :

$\sin \widehat{EAU} = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{EAU}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{EU}{EA}$

$EU = EA \times \sin \widehat{EAU} = 10 \times \sin 19°$
$EU \approx 3{,}3$ cm (valeur arrondie au millimètre).

Tests corrigés

13 Calculer des longueurs (ter)
Dans le triangle VLR rectangle en V :
- [LR] est l'hypoténuse ;
- [VR] est le côté adjacent à l'angle $\widehat{VRL}$.

On utilise donc le cosinus de l'angle $\widehat{VRL}$ car les deux côtés apparaissent dans la formule :

$\cos \widehat{VRL} = \dfrac{\text{côté adjacent à } \widehat{VRL}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{RV}{RL}$

$RV = RL \times \cos \widehat{VRL} = 8{,}7 \times \cos 72°$

$RV \approx 2{,}7$ cm (valeur arrondie au millimètre).

14 Calculer la mesure d'un angle
Dans le triangle EXO rectangle en X :
- [OE] est l'hypoténuse ;
- [EX] est le côté opposé à l'angle $\widehat{EOX}$.

On utilise donc le sinus de l'angle $\widehat{EOX}$ car les deux côtés apparaissent dans la formule :

$\sin \widehat{EOX} = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{EOX}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{EX}{EO} = \dfrac{3}{7}$

et donc $\widehat{EOX} = \sin^{-1}(3/7) \approx 25°$ (arrondi au degré).
Dans un triangle rectangle, les deux angles aigus sont complémentaires, donc :
$\widehat{XEO} = 90° - \widehat{EOX} \approx 90° - 25° \approx 65°$ (arrondi au degré).

15 Calculer la mesure d'un angle (bis)
Dans le triangle JUS rectangle en U :
a. [US] est le côté opposé à l'angle $\widehat{UJS}$;
b. [JU] est le côté adjacent à l'angle $\widehat{UJS}$.
On utilise donc la tangente de l'angle $\widehat{UJS}$ car les deux côtés apparaissent dans la formule :

$\tan \widehat{UJS} = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{UJS}}{\text{côté adjacent à } \widehat{UJS}} = \dfrac{US}{JU} = \dfrac{4{,}8}{6{,}4} = \dfrac{3}{4}$

et donc $\widehat{UJS} = \tan^{-1}\left(\dfrac{3}{4}\right) \approx 37°$ (arrondi au degré).

TEST D4

1 Calcul de longueurs
On sait que dans le triangle DST :
E est un point de [DS], F un point de [DT] et les droites (EF) et (ST) sont parallèles.
D'après la propriété de proportionnalité des longueurs : $\dfrac{DE}{DS} = \dfrac{DF}{DT} = \dfrac{EF}{ST}$ soit, en remplaçant par les longueurs connues : $\dfrac{DE}{6{,}3} = \dfrac{1{,}8}{DT} = \dfrac{2{,}9}{8{,}7}$.

En utilisant l'égalité $\dfrac{1{,}8}{DT} = \dfrac{2{,}9}{8{,}7}$, on obtient

$DT = \dfrac{1{,}8 \times 8{,}7}{2{,}9}$ soit **DT = 5,4 cm**.

De même, l'égalité $\dfrac{DE}{6{,}3} = \dfrac{2{,}9}{8{,}7}$ aboutit à

$DE = 6{,}3 \times \dfrac{2{,}9}{8{,}7}$ soit **DE = 2,1 cm**.

2 Calculer une longueur
Les droites (SM) et (HT) sont sécantes en A.
Les droites (MT) et (SH) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès, on a :
$\dfrac{AM}{AS} = \dfrac{AT}{AH} = \dfrac{MT}{SH}$ $\quad \dfrac{AT}{AH} = \dfrac{MT}{SH}$ soit $\dfrac{3}{10} = \dfrac{x}{17{,}5}$

soit $10 \times x = 3 \times 17{,}5$ $\quad x = \dfrac{3 \times 17{,}5}{10} = 5{,}25$

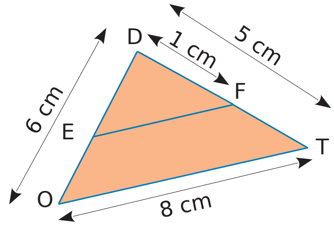
Les droites (RK) et (OS) sont sécantes en C.
Les droites (RO) et (SK) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès, on a :
$\dfrac{CR}{CK} = \dfrac{CO}{CS} = \dfrac{RO}{SK}$ $\quad \dfrac{CR}{CK} = \dfrac{CO}{CS}$ soit $\dfrac{3}{7} = \dfrac{y}{10{,}5}$

soit $7 \times y = 3 \times 10{,}5$ $\quad y = \dfrac{3 \times 10{,}5}{7} = 4{,}5$

On ne peut pas calculer z car on ne sait pas si les droites (OH) et (IK) sont parallèles.

3 Calculer une longueur (bis)
Les droites (OE) et (TF) sont sécantes en D.
Les droites (OT) et (EF) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès, on a :
$\dfrac{DE}{DO} = \dfrac{DF}{DT} = \dfrac{EF}{OT}$,

soit $\dfrac{DE}{6} = \dfrac{1}{5} = \dfrac{EF}{8}$.



$5 \times DE = 1 \times 6$

$DE = \dfrac{1 \times 6}{5} = 1{,}2$ cm

$5 \times EF = 1 \times 8$

$EF = \dfrac{1 \times 8}{5} = 1{,}6$ cm

4 Montrer que deux droites sont parallèles
a. Les droites (MB) et (NC) sont sécantes en A.
D'une part, $\dfrac{AB}{AM} = \dfrac{3}{3+5} = \dfrac{3}{8} = 0{,}375$.

D'autre part, $\dfrac{AC}{AN} = \dfrac{6{,}75}{6{,}75 + 11{,}25} = \dfrac{6{,}75}{18} = 0{,}375$.

On constate que $\dfrac{AB}{AM} = \dfrac{AC}{AN}$. De plus les point A, B, M d'une part et les points A, C, N d'autre part sont alignés et dans le même ordre. Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

b. Les droites (LM) et (NT) sont sécantes en J.
D'une part, $\dfrac{JL}{JM} = \dfrac{3{,}15}{7} = 0{,}45$.

D'autre part, $\dfrac{JN}{JT} = \dfrac{9}{20} = 0{,}45$.

On constate que $\dfrac{JL}{JM} = \dfrac{JN}{JT}$. De plus, les points L, J, M d'une part et les points N, J, T d'autre part sont alignés et dans le même ordre. Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (LN) et (TM) sont parallèles.

5 Dimensions d'un triangle.
Le triangle BEC étant une réduction de rapport 0,75 du triangle TOP, il suffit de multiplier la dimension des côtés de TOP par 0,75 pour obtenir celles de BEC. On obtient donc que BEC a pour dimensions : **3,6 × 0,75 = 2,7 cm ; 5,2 × 0,75 = 3,9 cm ; 7,2 × 0,75 = 5,4 cm.**

6 Dimensions d'un agrandissement.
Dans un agrandissement de rapport 2,5, il suffit de multiplier les longueurs par 2,5. L'agrandissement de PA aura pour mesure 3 × 2,5 = **7,5 cm**.

7 Nature d'une réduction.
Une réduction conserve la mesure des angles.
ROSE est une réduction du rectangle BLEU. Donc ROSE aura quatre angles droits.
ROSE sera donc aussi un rectangle.

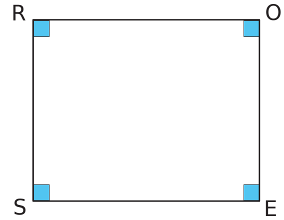
Dans un agrandissement de rapport $\dfrac{3}{5}$,

il suffit de multiplier les longueurs par $\dfrac{3}{5}$.

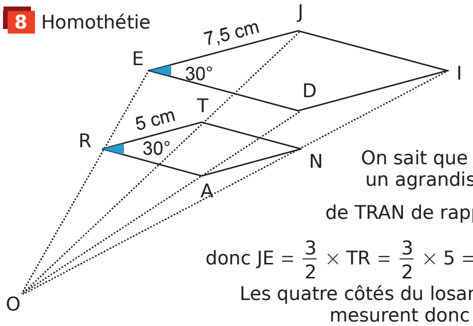
Donc les dimensions du rectangle ROSE sont :

$RO = 5 \times \dfrac{3}{5}$ = **3 cm**

$OS = 4 \times \dfrac{3}{5}$ = **2,4 cm**



8 Homothétie



On sait que JEDI est un agrandissement de TRAN de rapport $\frac{3}{2}$,

donc $JE = \frac{3}{2} \times TR = \frac{3}{2} \times 5 = 7{,}5$ cm.

Les quatre côtés du losange JEDI mesurent donc 7,5 cm.

9 Triangles semblables

Dans ABC : $\widehat{ABC} = 70°$ et $\widehat{BAC} = 90°$ donc $\widehat{ACB} = 90\text{-}70 = 20°$.

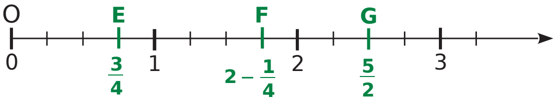
Dans DEF : $\widehat{EDF} = 20°$ et $\widehat{DEF} = 90°$ donc $\widehat{EFD} = 90\text{-}20 = 70°$.

Les triangles ABC et DEF ont leurs angles deux à deux égaux, ils sont donc semblables.

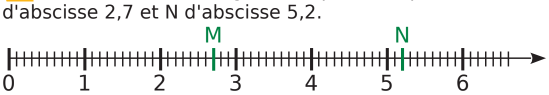
On a : $\frac{AB}{EF} = \frac{AC}{ED} = \frac{BC}{FD}$

TEST D5

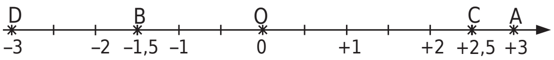
1 Sur une même demi-droite graduée, place les points $C\left(\frac{3}{4}\right)$; $D\left(2 - \frac{1}{4}\right)$ et $E\left(\frac{5}{2}\right)$.



2 Sur une demi-droite graduée, place les points M d'abscisse 2,7 et N d'abscisse 5,2.



3 Sur une droite graduée tracée à l'échelle 3/5

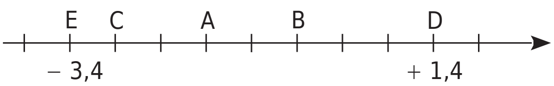


Les **abscisses** des points A et D sont **opposées** donc les **points** A et D sont **symétriques** par rapport à l'origine du repère.

4 Lecture d'abscisses

Les abscisses des points E, F, G, H et I sont respectivement : **– 2 ; 1,5 ; – 0,5 ; 3,5 et 2**.

5 Vrai ou Faux



a. Il y a exactement quatre entiers relatifs compris entre les abscisses des points E et D. **FAUX**

b. Le point A a pour abscisse − 1,2. **FAUX**

c. L'abscisse de B est positive. **FAUX**

d. L'abscisse de C est − 2,8. **VRAI**

e. L'abscisse du milieu du segment [AB] est un nombre entier relatif positif. **FAUX**

f. Exactement deux points ont une abscisse positive. **FAUX**

g. L'origine de cet axe se situe entre les points B et D. **VRAI**

h. Le symétrique du point E par rapport au point d'abscisse − 1 est le point D. **VRAI**

6 Lecture d'abscisses

Les abscisses des points E, F, G, H et I sont respectivement : **– 0,6 ; 4,2 ; – 1,8 ; 1,2 et 2,4**.

7 Signes de coordonnées

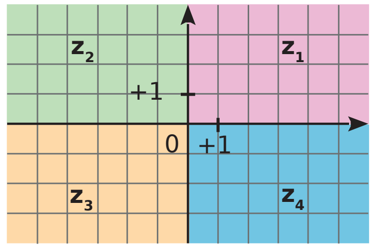
On note (x ; y) ces coordonnées :

Pour z_1 : $x>0$ et $y>0$

Pour z_2 : $x<0$ et $y>0$

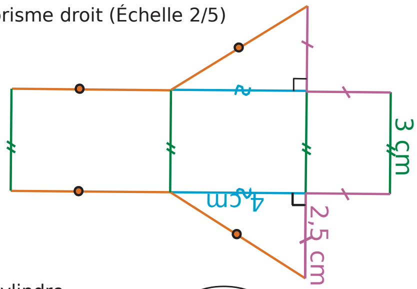
Pour z_3 : $x<0$ et $y<0$

Pour z_4 : $x>0$ et $y<0$

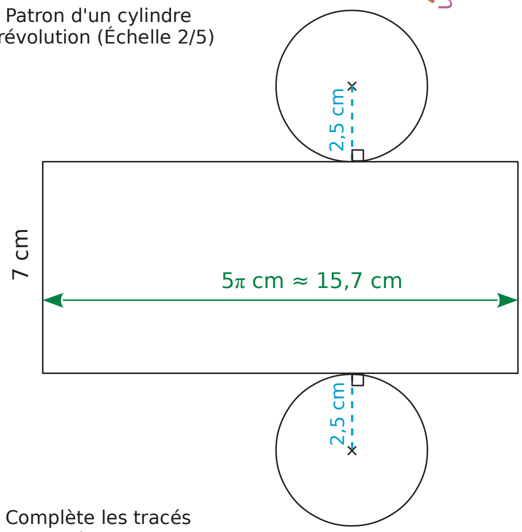


TEST D6

1 Patron d'un prisme droit (Échelle 2/5)

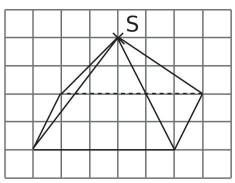


2 Patron d'un cylindre de révolution (Échelle 2/5)

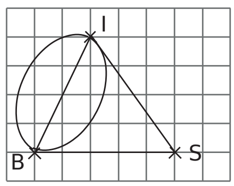


3 Complète les tracés en perspective.

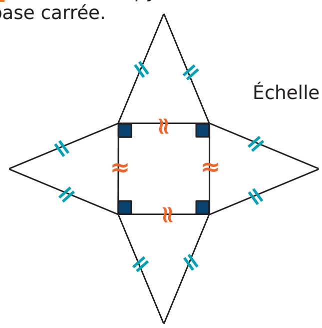
a.



b.



4 Patron d'une pyramide à base carrée.



Échelle 1/4

ISBN : 978-2-210-10634-5

Dépôt légal : avril 2016 – N° éditeur :

Achevé d'imprimer :