Série A – session 2004 : exercice 1 – corrigé

1- Calcul de la somme S

La somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique

$$U_k + U_{k+1} + \ldots\ldots + U_n = \frac{n-k+1}{2}(U_k + U_n)$$

Pour $\quad S = U_1 + \ldots\ldots\ldots + U_{20} = \frac{n-k+1}{2}(U_1 + U_{20})$

$$S = \frac{20}{2}(-2+55) = 530$$

2 - Raison r de la suite

Pour deux termes U_n et U_k de rangs n et k d'une suite arithmétique

On a la relation $\quad U_n = U_k + (n-k)r$

Alors, $\quad U_{20} = U_1 + (20-1)r$

d'où la raison $\quad r = \frac{U_{20} - U_1}{19} = \frac{55-(-2)}{19} = 3$

3 - Expression de U_n

Le terme général $\quad U_n = U_1 + (n-1)r$

$$U_n = -2 + (n-1)3 \quad \text{d' où} \quad U_n = 3_n - 5$$

4 - a) Calcul de V_1 et V_2

On a $\quad V_1 = e^{3-5} = e^{-2} \quad$ et $\quad V_2 = e^{6-5} = e$

b) Montrons que (V_n) est une suite géométrique

On a $\quad V_{n+1} = e^{3(n+1)-5} = e^{3n-2}$

et $\quad \frac{V_{n+1}}{V_n} = \frac{e^{3n-2}}{e^{3n-5}} = e^{(3n-2)-(3n-5)} = e^3 = \text{contante}$

D'où (V_n) est une suite géométrique de raison $q = e^3$

c) Calcul de la somme T_n

La somme de termes consécutifs d'une suite géométrique est

$$V_k + V_{k+1} + \ldots\ldots + V_n = V_k \frac{1-q^{n-k+1}}{1-q}$$

d'où $\quad T_n = V_1 + V_2 + \ldots\ldots + V_n = V_1 \frac{1-(e^3)^n}{1-e^3}$

$$T_n = e^{-2} \frac{1-e^{3n}}{1-e^3}$$