Fonctions linéaires. Proportionnalité.
Fonctions affines.

1. Fonctions linéaires. Proportionnalité.

1.1. Généralités.

1.1.1 Définition.

Définition : Etant donné un nombre a, le procédé qui a tout nombre x fait correspondre le nombre ax s'appelle une fonction linéaire.

Si f désigne ce procédé, on note f(x) le nombre ax. f(x) est l'image de x par f.

Remarques : - On note donc f(x) = ax.

- On note aussi f : x $\mapsto$ ax.

1.1.2. Lien avec la proportionnalité

Propriété:Toute situation de proportionnalité peut se traduire mathématiquement par une fonction linéaire.

1.1.3. Représentation graphique d'une fonction linéaire.

Définition:On se place dans le plan muni d'un repère (0,I,J). On appelle représentation graphique d'une fonction linéaire, l'ensemble des points du plan de coordonnées (x, f(x)).

Propriété : La représentation graphique d'une fonction linéaire f : x $\mapsto$ ax est la droite d'équation y = ax. a s'appelle le coefficient directeur de la droite.

Remarques : - Comme f(0) = a * 0, la représentation graphique de f passe par le point de coordonnées (0 ; 0).

- Comme f(1) = a, la représentation graphique de f passe par le point de coordonnées (1 ; a).

1.2. Détermination d'une fonction linéaire.

On connaît un nombre et son image.

Exemple : Déterminer la fonction linéaire telle que 2 a pour image 9.

La fonction linéaire cherchée est de la forme : f(x) = ax.

Le problème revient donc à chercher a tel que f(2) = 9.

On écrit donc l'équation suivante :

$2 * a = 9$ d'où $a = 9/2$ et $a = 4,5$.

La fonction linéaire cherchée est donc $f(x) = 4,5x$.

2. Fonctions affines.

2.1. Généralités.

2.1.1. Définition.

Définition : Etant donné deux nombres a et b, le procédé qui a tout nombre x fait correspondre le nombre ax + b s'appelle une fonction affine.

Si f désigne ce procédé, on note f(x) le nombre ax + b. f(x) est l'image de x par f.

Remarques : - On note donc $f(x) = ax + b$.

- On note aussi $f : x \mapsto ax + b$.

Cas particuliers :

Si $b = 0$, $f(x) = ax$ qui est la fonction linéaire.

Si $a = 0$, $f(x) = b$ qui est la fonction constante.

2.1.2. Représentation graphique d'une fonction affine.

Définition: On se place dans le plan muni d'un repère (0,I,J). On appelle représentation graphique d'une fonction affine, l'ensemble des points du plan de coordonnées (x, f(x)).

Propriété : La représentation graphique d'une fonction affine $f : x \mapsto ax + b$ est la droite d'équation $y = ax + b$. a s'appelle le coefficient directeur de la droite; b s'appelle l'ordonnée à l'origine.

Remarques : - Comme $f(0) = a * 0 + b$, la représentation graphique de f passe par le point de coordonnées (0 ; b).

2.2. Détermination d'une fonction affine.

On connaît deux nombres et leurs images.

<u>Exemple :</u> Déterminer la fonction affine telle que 3 a pour image 9 et −2 a pour image −1.

La fonction affine cherchée est de la forme : f(x) = ax + b.

Le problème revient donc à chercher a et b tels que f(3) = 9 et f(-2) = -1.

On a: $f(3)=3a+b$ et $f(3)=9$.

On a également: $f(-2)=-2a+b$ et $f(-2)=-1$

On écrit donc le système suivant :

$$\begin{cases} 3a+b=9 \\ -2a+b=-1 \end{cases} \quad \begin{cases} b=9-3a \\ b=-1+2a \end{cases} \quad \begin{cases} b=9-3a \\ 9-3a=-1+2a \end{cases} \quad \begin{cases} b=9-3a \\ a=2 \end{cases} \quad \begin{cases} b=3 \\ a=2 \end{cases}$$

.

La fonction affine cherchée est donc f(x) = 2x + 3.