

Droite des moindres carrés

Objectifs :

- savoir trouver l'équation de la droite des moindres carrés
- écrire une fonction renvoyant un objet

Pérambule

Considérons n points $\{(x_0, y_0), \dots, (x_{n-1}, y_{n-1})\}$. L'objectif de ce TP est de trouver le polynôme $P(x) = a_0 + a_1x$ qui minimise la somme des carrés des écarts entre les y_i et les $P(x_i)$.

Dans ces conditions les coefficients a_0 et a_1 vérifient le système linéaire suivant :

$$\begin{pmatrix} n & \sum_{i=0}^{n-1} x_i \\ \sum_{i=0}^{n-1} x_i & \sum_{i=0}^{n-1} x_i^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=0}^{n-1} y_i \\ \sum_{i=0}^{n-1} x_i y_i \end{pmatrix} \quad (1)$$

Exercice 1.

1. Démontrez l'expression (1).
2. Ecrire une fonction `moindrecarres` qui admet comme paramètres deux tableaux de flottants (les x_i et les y_i) ainsi qu'un entier (n) et qui renvoie une variable de type `Polynome` (c'est à dire un objet de la classe `Polynome` vue précédemment) dont les coefficients vérifient l'équation (1).
3. Testez votre fonction `moindrecarres` en écrivant un programme qui lit les coordonnées des points $\{(x_0, y_0), \dots, (x_{n-1}, y_{n-1})\}$ et qui produit un fichier permettant d'afficher avec le notebook `plot.jpynb` :
 - le nuage de points $\{(x_0, y_0), \dots, (x_{n-1}, y_{n-1})\}$,
 - le graphe de la fonction polynôme $P(x)$

N.B. : le format du fichier a été défini dans l'ED sur l'interpolation de Lagrange.