

Deux problèmes (corrigés) supplémentaires à résoudre par système d'Equations

Un pépiniériste a planté 56 arbustes de 2 sortes. Les uns coûtent 32 € pièce et les autres 7,5 € pièce. Il a reçu 1008 €. Combien a-t-il planté d'arbustes de chaque sorte ?

Les inconnues sont

- le nombre d'arbustes de la 1ere sorte, j'appelle *ce nombre*.
- le nombre d'arbustes de la 2e sorte, j'appelle *yce nombre*.

On me dit qu'il y a 56 arbustes en tout : c'est la première équation : $x+y = 56$

On me dit que le pépiniériste a reçu 1008 € : c'est la première équation : $32x+7,5y = 1008$. Pourquoi ?

1 arbuste à 32 € coûte 32 €, 2 arbustes à 32 € coûtent $32 € \times 2 = 64 €$, 3 arbustes à 32 € coûtent $32 € \times 3 = 96 €$... et x arbustes à 32 € coûtent $32 € \times x = 32x$. Quant aux y arbustes à 7,5 €, ils coûtent $7,5y$. Et le coût total s'obtient en ajoutant les deux.

On a le système
$$\begin{cases} x + y = 56 \\ 32x + 7,5y = 1008 \end{cases}$$

Je vais le résoudre par substitution en utilisant la première équation (on n'aura pas de dénominateur et je sais que vous n'aimez pas ça)

Je peux donc écrire que $y = 56 - x$. Je vais maintenant remplacer, dans la deuxième équation, y par $56 - x$ et j'obtiens :

$32x + 7,5(56 - x) = 1008$ que je vais développer: $32x + 420 - 7,5x = 1008$ puis réduire : $24,5x + 420 = 1008$.

J'isole les x : $24,5x = 1008 - 420$; je réduis : $24,5x = 588$. D'où $x = 24$.

Et pour trouver y je sais que $y = 56 - x$ donc $y = 56 - 24 = 32$

Donc, il y a 24 arbustes à 32 € et 32 à 7,5 €.

Vérification: $32 \times 24 + 7,5 \times 32 = 768 + 240 = 1008$. C'est juste !

Deux nombres sont tels que si on ajoute le double du premier à la moitié de l'autre, on obtient 31. Si l'on ajoute la moitié du premier au double du second, on obtient 34. Quels sont ces nombres ?

Soient x le premier nombre et y le second.

Le double du 1er plus la moitié du 2nd $2x + y/2$, donc $2x + y/2 = 31$

La moitié du 1er plus le double du 2nd $x/2 + 2y$, donc $x/2 + 2y = 34$

D'où le système
$$\begin{cases} 2x + y/2 = 31 \\ x/2 + 2y = 34 \end{cases}$$
 Horreur ! Des dénominateurs!

$$\begin{cases} x + y = 56 \\ 32x + 7,5y = 1008 \end{cases}$$
 Mais non, on va multiplier les deux membres de
$$\begin{cases} 4x + y = 62 \\ x + 4y = 68 \end{cases}$$
 chaque équation par 2, ainsi les dénominateurs disparaissent

Pour changer résolution par la méthode de combinaison (ou addition). Je multiplie les deux membres de la 2e équation (par exemple) par -4 :

$$\begin{cases} 4x + y = 62 \\ -4x - 16y = -272 \end{cases}$$
 Et j'ajoute membre à membre (en colonne) les deux équations, ainsi les x s'éliminent et on obtient $y-16y = 62-272$

Je réduis et j'arrive à : $-15y = -210$ d'où $y = (-210)/(-15) = 210/15 = 14$.

Je reporte y dans la 1ere équation (d'avant le cri : Horreur) : $2x + 14/2 = 31$

Et je trouve $2x + 7 = 31$ soit $x = (31-7)/2 = 12$

Le 1er nombre est 12 et le 2nd, 14.

Vérification avec la 2e équation : $12/2 + 24 \times 2 = 6+28 = 34$. C'est juste.