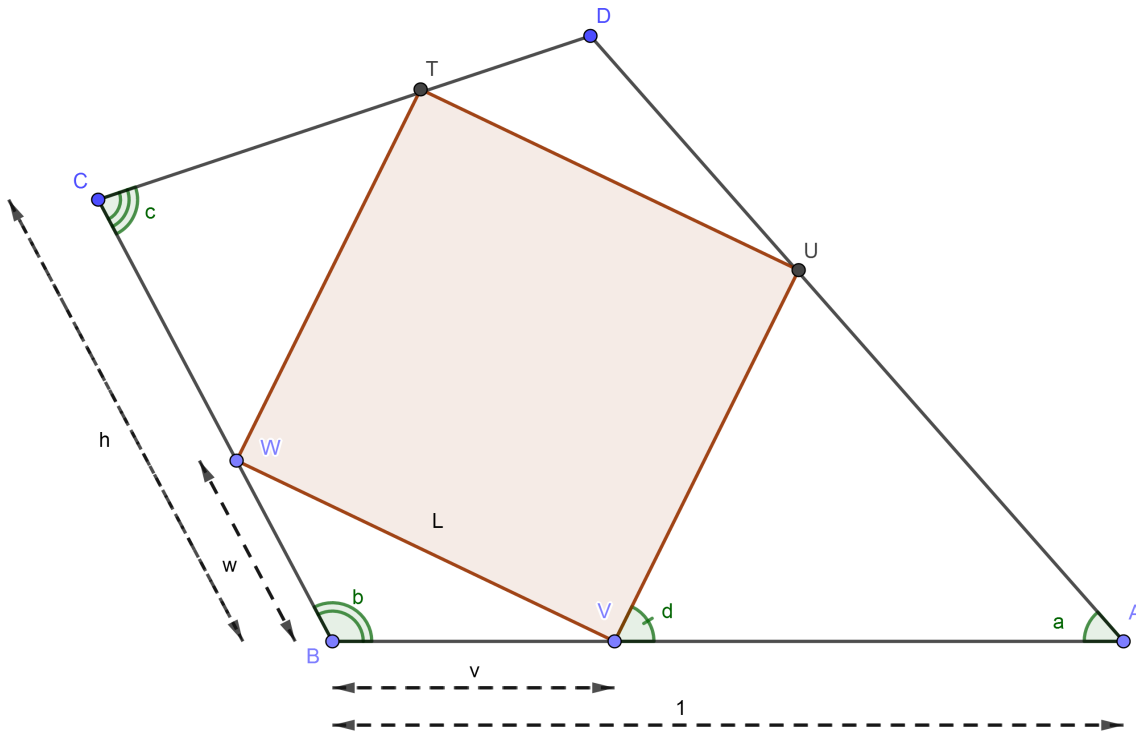




$$\frac{L}{\sin b} = \frac{v}{\cos(b-d)} = \frac{w}{\cos d} \quad \text{dans le triangle BVW,}$$

car dans ce triangle $\hat{V} = \frac{\pi}{2} - d$ donc $\sin \hat{V} = \cos d$ et $\hat{W} = \pi - (b + \frac{\pi}{2} - d) = \frac{\pi}{2} - (b-d)$ donc $\sin \hat{W} = \cos(b-d)$,

$$\frac{L}{\sin c} = \frac{h-w}{\sin(b+c-d)} \quad \text{dans le triangle CWT}$$

car dans ce triangle $\hat{W} = \pi - [\frac{\pi}{2} - (b-d)] = \frac{\pi}{2} + b-d$ et $\hat{T} = \pi - (\frac{\pi}{2} + b-d + c) = \frac{\pi}{2} - (b+c-d)$ donc $\sin \hat{T} = \cos(b+c-d)$,

$$\frac{L}{\sin a} = \frac{1-v}{\sin(a+d)} \quad \text{dans le triangle AVT}$$

car dans ce triangle $\hat{U} = \pi - (a+d)$ donc $\sin \hat{U} = \sin(a+d)$,

Il y a deux équations contenant w, on les utilise en isolant L pour obtenir une seule équation d'inconnue w :

$$L = \frac{w \sin b}{\cos d} = \frac{(h-w) \sin c}{\sin(b+c-d)} \quad (E)$$

On résout cette équation (E)

$$(E) \Leftrightarrow w \sin b \sin(b+c-d) = (h-w) \sin c \cos d$$

$$\Leftrightarrow w \sin b \sin(b+c-d) - h \sin c \cos d + w \sin c \cos d = 0$$

$$\Leftrightarrow w [\sin b \sin(b+c-d) + \sin c \cos d] = h \sin c \cos d$$

$$\Leftrightarrow w = \frac{h \sin c \cos d}{\sin b \sin(b+c-d) + \sin c \cos d}$$

De même il y a deux équations contenant v :

$$L = \frac{v \sin b}{\cos(b-d)} = \frac{(1-v) \sin a}{\sin(a+d)} \quad (E')$$

La résolution de (E') est semblable à celle de (E), elle donne :

$$v = \frac{\sin a \cos(b-d)}{\sin b \sin(a+d) + \sin a \cos(b-d)}$$

Or $\frac{v}{\cos(b-d)} = \frac{w}{\cos d}$ donc

$$\frac{\sin a}{\sin b \sin(a+d) + \sin a \cos(b-d)} = \frac{h \sin c}{\sin b \sin(b+c-d) + \sin c \cos d} \quad \text{d'où}$$

$$\sin a \sin b \sin(b+c-d) + \sin a \sin c \cos d = h \sin c \sin b \sin(a+d) + h \sin c \sin a \cos(b-d)$$

On applique les formules d'addition : $\sin(a+d) = \sin a \cos d + \sin d \cos a$

$\cos(b-d) = \cos b \cos d + \sin b \sin d$

$\sin(b+c-d) = \sin(b+c) \cos d - \sin d \cos(b+c)$

d'où

1ere membre = $\sin a \sin b [\sin(b+c) \cos d - \sin d \cos(b+c)] + \sin a \sin c \cos d$

= $\sin a \sin b \sin(b+c) \cos d - \sin a \sin b \sin d \cos(b+c) + \sin a \sin c \cos d$

En divisant par $\cos d$

1ere membre = $\sin a \sin b \sin(b+c) - \sin a \sin b \tan d \cos(b+c) + \sin a \sin c$

2eme membre = $h \sin c \sin b (\sin a \cos d + \sin d \cos a) + h \sin c \sin a [\cos b \cos d + \sin b \sin d]$

$h \sin c \sin b \sin a \cos d + h \sin c \sin b \sin d \cos a + h \sin c \sin a \cos b \cos d + h \sin c \sin a \sin b \sin d$

En divisant par $\cos d$

2eme membre = $h \sin c \sin b \sin a + h \sin c \sin b \tan d \cos a + h \sin c \sin a \cos b + h \sin c \sin a \sin b \tan d$

On divise les deux membres par $\sin a \sin b \sin c$

1ere membre = $\frac{\sin(b+c)}{\sin c} - \frac{\tan d \cos(b+c)}{\sin c} + \frac{1}{\sin b}$

2eme membre = $h + h \tan d \cotan a + h \cotan b + h \tan d$

D'où l'égalité

$$\frac{\sin(b+c)}{\sin c} - \frac{\tan d \cos(b+c)}{\sin c} + \frac{1}{\sin b} = h + h \tan d \cotan a + h \cotan b + h \tan d$$

ou

$$\sin b \cotan c + \cos b - \tan d (\cotan c \cos b - \sin b) + \frac{1}{\sin b} = h + h \tan d \cotan a + h \cotan b + h \tan d$$

$$\sin b \cotan c + \cos b + \frac{1}{\sin b} - h - h \cotan b = h \tan d \cotan a + h \tan d + \tan d (\cotan c \cos b - \sin b)$$

$$\tan d [h \cotan a + h + \cotan c \cos b - \sin b] = \sin b \cotan c + \cos b + \frac{1}{\sin b} - h - h \cotan b$$

$$\text{et } \tan d = \frac{\sin b \cotan c + \cos b + \frac{1}{\sin b} - h - h \cotan b}{h \cotan a + h + \cotan c \cos b - \sin b}$$

On peut donc calculer d puis v et w et tracer la figure, il n'y a qu'un seul carré possible au maximum,