

# Le théorème de Pythagore - Exercices supplémentaires - Corrigé

## Applications numériques du théorème :

1) Dans le triangle suivant, calcule la longueur manquante.

|                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>a)</p> $ BC ^2 =  AB ^2 +  AC ^2$<br>$ BC ^2 = 4^2 + 6^2$<br>$ BC ^2 = 16 + 36$<br>$ BC ^2 = 52$<br>$ BC  = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$                                                    | <p>c)</p> $ GL ^2 =  GD ^2 +  DL ^2$<br>$ GL ^2 = 7^2 + 8^2$<br>$ GL ^2 = 49 + 64$<br>$ GL ^2 = 113$<br>$ GL  = \sqrt{113}$                        |
| <p>b)</p> $ DE ^2 =  DF ^2 +  FE ^2$<br>$32^2 = 24^2 +  FE ^2$<br>$1024 = 576 +  FE ^2$<br>$1024 - 576 =  FE ^2$<br>$ FE ^2 = 448$<br>$ FE  = \sqrt{448} = \sqrt{64 \cdot 7} = 8\sqrt{7}$ | <p>d)</p> $ BC ^2 =  AB ^2 +  AC ^2$<br>$11^2 = 6^2 +  AC ^2$<br>$121 = 36 +  AC ^2$<br>$121 - 36 =  AC ^2$<br>$ AC ^2 = 85$<br>$ AC  = \sqrt{85}$ |

## Applications numériques du théorème :

Dans le triangle ABC, rectangle en A, calcule les longueurs inconnues. Exprime les résultats sous forme d'un radical simplifié ou d'une fraction.

|                        |                                   |
|------------------------|-----------------------------------|
| a) $ BC  = 10$         | f) $ AB  = 0,2$ ou $\frac{2}{10}$ |
| b) $ AC  = 5\sqrt{3}$  | g) $ AC  = \frac{4}{2} = 2$       |
| c) $ AB  = 12$         | h) $ BC  = 9$                     |
| d) $ BC  = \sqrt{193}$ | i) $ AC  = \frac{\sqrt{119}}{7}$  |
| e) $ AC  = 3$          | j) $ BC  = 3$                     |

## Applications dans les figures planes :

1) Calcule la longueur du côté d'un losange si tu sais que les diagonales mesurent.....

$$c^2 = 8^2 + 6^2$$

$$c^2 = 64 + 36 = 100$$

$$c = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$$

2) Les côtés de même longueur d'un triangle isocèle mesurent 13 cm et la base 10 cm.

Calcule, en justifiant, la longueur de la hauteur relative à la base et l'aire du triangle.

Soit le triangle rectangle ABH rectangle en H.

$$|AB|^2 = |AH|^2 + |HB|^2$$

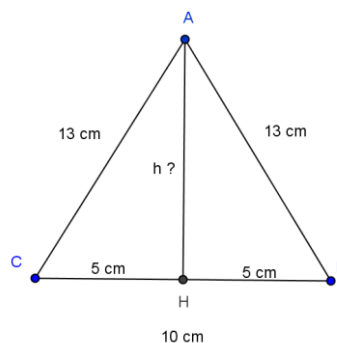
$$13^2 = h^2 + 5^2$$

$$169 = h^2 + 25$$

$$169 - 25 = h^2$$

$$h^2 = 144$$

$$h = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$$



### Applications dans les solides :

a) Calcule la diagonale d'un cube de 6 cm d'arête.

Calculons d'abord |GB|

Soit le triangle GHB rectangle en H.

$$|GB|^2 = |BH|^2 + |HG|^2$$

$$|GB|^2 = 6^2 + 6^2 = 36 + 36 = 72$$

$$|GB| = \sqrt{72}$$

Calculons |GA|

Soit le triangle GAB rectangle en B.

$$|GA|^2 = |AB|^2 + |GB|^2$$

$$|GA|^2 = 6^2 + 72$$

$$|GA|^2 = 36 + 72 = 108$$

$$|GA| = \sqrt{108} = \sqrt{36 \cdot 3} = 6\sqrt{3} \text{ cm}$$

b) Exprime la longueur de la diagonale d'un cube en fonction de la longueur « a » de son arête.

Calculons d'abord |GB|

Soit le triangle GHB rectangle en H.

$$|GB|^2 = |BH|^2 + |HG|^2$$

$$|GB|^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$$

$$|GB| = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}$$

Calculons |GA|

Soit le triangle GAB rectangle en B.

$$|GA|^2 = |AB|^2 + |GB|^2$$

$$|GA|^2 = a^2 + 2a^2 = 3a^2$$

$$|GA| = \sqrt{3a^2} = a\sqrt{3}$$

## Applications pratiques et problèmes :

1) a) FAUX car  $4^2 \neq 3^2 + 2^2$

b) FAUX car  $x^2 = 3^2 + 3^2$   
 $x^2 = 9 + 9$   
 $x^2 = 18$   
 $x = \sqrt{18}$   
 $x = 3\sqrt{2}$

c) FAUX car  $x^2 = 2^2 + 2^2$   
 $x^2 = 4 + 4$   
 $x^2 = 8$   
 $x = \sqrt{8}$   
 $x = 2\sqrt{2} \text{ cm}$

d) VRAI car  $(4\sqrt{13})^2 = 8^2 + x^2$   
 $208 = 64 + x^2$   
 $208 - 64 = x^2$   
 $144 = x^2$   
 $\sqrt{144} = x$   
 $x = 12 \text{ m}$

e) VRAI car  $4^2 = 2x^2$   
 $16 = 2x^2$   
 $8 = x^2$   
 $x = \sqrt{8}$   
 $x = 2\sqrt{2} \text{ cm}$

### 2) Largeur de la pente de gauche

$$x^2 = 9^2 + 1,5^2$$

$$x^2 = 81 + 2,25$$

$$x^2 = 83,25$$

$$x = \sqrt{83,25}$$

$$x = 9,12 \text{ m}$$

#### Aire de la pente de gauche

$$9,12 \cdot 8 = 72,96 \text{ m}^2$$

$$\text{Aire totale du toit : } 72,96 + 34,16 = 107,12 \text{ m}^2$$

$$\text{Nombre de tuiles : } 107,12 \cdot 20 = 2142,4 \Rightarrow 2143 \text{ tuiles}$$

### Largeur de la pente de droite

$$x^2 = 4^2 + 1,5^2$$

$$x^2 = 16 + 2,25$$

$$x^2 = 18,25$$

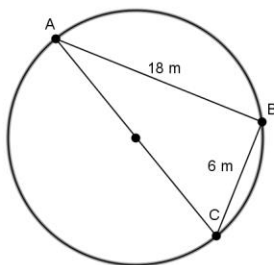
$$x = \sqrt{18,25}$$

$$x = 4,27 \text{ m}$$

#### Aire de la pente de droite

$$4,27 \cdot 8 = 34,16 \text{ m}^2$$

3)



$$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$$

$$|AC|^2 = 18^2 + 6^2$$

$$|AC|^2 = 324 + 36$$

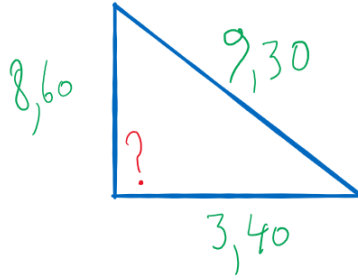
$$|AC|^2 = 360$$

$$|AC| = \sqrt{360}$$

$$|AC| = 6\sqrt{10} \text{ m}$$

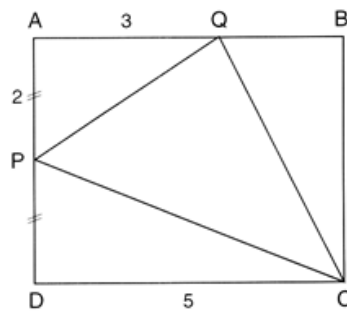
## Réciproque du théorème :

- 1)
- $$9,30^2 \neq 8,60^2 + 3,40^2$$
- $$86,49 \neq 73,96 + 11,56$$
- $$86,49 \neq 85,52$$



$\Rightarrow$  Le mât n'est pas vertical car le carré de la longueur d'un des côtés n'est pas égal à la somme des carrés des longueurs des 2 autres côtés

- 2) Utilisons le théorème de Pythagore dans les triangles rectangles AQP, QBC et PCD.



$$|PQ|^2 = 2^2 + 3^2$$

$$|PQ|^2 = 4 + 9$$

$$|PQ|^2 = 13$$

$$|PQ| = \sqrt{13}$$

$$|PC|^2 = 2^2 + 5^2$$

$$|PC|^2 = 4 + 25$$

$$|PC|^2 = 29$$

$$|PC| = \sqrt{29}$$

$$|QC|^2 = 2^2 + 4^2$$

$$|QC|^2 = 4 + 16$$

$$|QC|^2 = 20$$

$$|QC| = 2\sqrt{5}$$

Réciproque dans le triangle PQC :

$$(\sqrt{29})^2 \quad ? \quad (\sqrt{13})^2 + (2\sqrt{5})^2$$

$$29 \quad ? \quad 13 + 20$$

$$29 \neq 33$$

Le triangle PQC n'est pas un triangle rectangle.