

ISEL 2018

CONCOURS ES

EPREUVE SANS CALCULATRICE

2 HEURES

Première partie : maîtrise des calculs

Exercice 1

Simplifier au maximum les expressions suivantes :

(Rappel : on ne laisse que le plus petit nombre possible sous le radical)

$$A = \sqrt{2} + 7\sqrt{2} + 13 - 2\sqrt{2} - 5$$

$$B = \sqrt{5^3} + 2\sqrt{5^2} - 3\sqrt{5} + 4$$

$$C = \sqrt{17^2} + \sqrt{(-3)^2}$$

$$D = (2\sqrt{7} - 3)(4\sqrt{7} - 5)$$

$$E = (\sqrt{7} + 2)^2$$

$$F = \sqrt{1^2 + 2^2}$$

$$G = \sqrt{12} \sqrt{75}$$

$$H = 7\sqrt{45} - 3\sqrt{20} + 11\sqrt{500} \text{ (écrire la réponse sous la forme } a\sqrt{b} \text{ } a \text{ et } b \text{ étant des entiers)}$$

$$M = 50 - 15 + 5$$

$$N = 1 + 2 \times 3$$

$$O = 10^5 \cdot 10^7$$

$$P = \frac{\frac{1}{2} - \frac{5}{6}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}$$

Exercice 2 : Des chiffres sans les lettres

ex :

2	3	5	6	Résultat cherché :	13
---	---	---	---	--------------------	----

$6 + 5 + 2 = 13$ (ou aussi $2 \times 5 + 3 = 13 \dots$)

Ecrire en une seule ligne un calcul composé des chiffres donnés qui donne le nombre cherché :

- Chaque nombre peut être utilisé au maximum 1 fois.
- on peut utiliser autant que nécessaire les opérations: +, -, /, \times et seulement si nécessaire les parenthèses.(,) ,

1	4	5	6	Résultat cherché :	54
2	3	5	7	Résultat cherché :	- 33
1	2	4	8	Résultat cherché :	500
3	5	9	73	Résultat cherché :	1

Exercice 3

Pour écrire des formules de calcul sur un tableur de type excel, il faut écrire les calculs en ligne. Par exemple, pour « $a + \frac{b}{c} - \sqrt{a+b}$ » on écrira en ligne « $a + b / c - \sqrt{(a+b)}$ ».

Le symbole « multiplié » est obligatoire : pour « $3a$ » on écrira « $3 \times a$ », et enfin, on évitera les parenthèses inutiles :

En tenant compte de ces précisions, écrire en ligne les calculs suivants :

1. $a + \frac{1-a}{1+a}$

3. $\frac{a+b}{2} + \frac{1}{2a}$

2. $(x+1)(x^2+2)$

4. $\sqrt{(1+x)(2+x)}$

Deuxième partie : connaissances

Exercice 4

Résoudre les équations suivantes dans $] -\infty ; +\infty[$:

1. $3 - 2x = 7x + 8$

2. a. $2x^2 + 3x - 2 = 0$.

b. $-3x^2 + x - 11 = 0$.

c. $\frac{2x^2 + 3x - 2}{-3x^2 + x - 11} \geq 0$.

3. $e^{5-2x} > 0$

Exercice 5

Les questions sont totalement indépendantes les unes des autres.

Question 1 : La fonction f est définie sur l'ensemble des réels par $f(x) = (x+1)e^x - 2$. Calculer $f'(x)$.

Question 2 : La fonction f est définie sur l'ensemble des réels par $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$. Déterminer une équation de la tangente à sa courbe représentative au point $A(0 ; -1)$.

Question 3 : Une PME qui produisait 1500 pièces par jour augmente sa production de 7%. Quelle va être alors sa production journalière ?

Question 4 : En arrondissant au centième, le pied (unité de mesure anglo-saxonne) vaut 0,30 m. combien y a-t-il de pieds dans 2,55 m ?

Question 5 : Dans un groupe, 30% des personnes aiment lire. Parmi celles-ci, 15% préfèrent les romans historiques. On choisit une personne au hasard, L est l'événement « cette personne aime lire », H est l'événement « cette personne préfère les romans historiques ». Traduire les deux pourcentages donnés en termes de probabilités, en utilisant les notations habituelles.

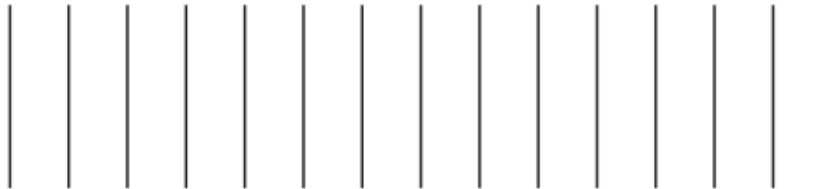
3^{ème} partie : un peu de logique

JOUER SANS DANGER AVEC DES ALLUMETTES

Deux amies, Alice et Zoé, jouent à un jeu dont le principe est le suivant :

- un certain nombre d'allumettes (que l'on notera n) sont disposées sur une table ;
- les joueuses jouent à tour de rôle. Dans la situation étudiée, Alice commence, Zoé joue ensuite ;
- à chaque tour, chaque joueuse peut choisir de retirer du paquet soit une, soit deux, soit trois allumettes ;
- est déclarée VAINQUEUR la joueuse retirant la dernière allumette.

Exemple de situation initiale du jeu lorsque $n = 15$:



1. Dans cette question uniquement, $n = 3$.

Expliquer pourquoi, si elle joue bien, Alice est sûre de gagner.

On dira que dans ce cas, elle adopte une stratégie gagnante.

2. Dans cette question uniquement, $n = 4$.

Montrer que, dans ce cas, Zoé peut adopter une stratégie gagnante. Détailler cette stratégie.

3. Dans cette question uniquement, $n = 5$.

Une des deux joueuses peut adopter une stratégie gagnante. Laquelle ?

Détailler alors la stratégie gagnante.

4. Reprendre la question 3 lorsque $n = 8$ et lorsque $n = 15$.

5. Soit n un entier naturel non nul. Discuter selon la valeur de n de l'existence d'une stratégie gagnante pour chacune des deux joueuses. Expliquer alors cette stratégie.