

# Exercices premier semestre

## Chapitre 1.

### 4. La contrainte budgétaire

Pour  $R = 500$ ,  $p_1 = 40$  et  $p_2 = 10$ .

1. Ecrire la CB et l'équation de la DB.

La contrainte budgétaire est définie par l'ensemble des paniers de biens accessible au consommateur pour un niveau de revenu et des prix donnés.

Elle s'écrit :

$$p_1c_1 + p_2c_2 \leq R$$

Ici :

$$\text{CB : } 40c_1 + 10c_2 \leq 500$$

La droite de budget définit l'ensemble des paniers de biens pour lesquels le consommateur dépense l'intégralité de son revenu. Son équation s'écrit :

$$p_1c_1 + p_2c_2 = R$$

Ici :

$$\text{DB : } 40c_1 + 10c_2 = 500$$

2. L'individu peut-il consommer 10 unités de bien 1 et 10 unités de bien 2 ?

Pour  $c_1 = c_2 = 10$

$$\Rightarrow 40 \times 10 + 10 \times 10 = 500 = R.$$

**Le consommateur peut consommer ce panier en dépensant l'intégralité de son revenu.**

3. S'il désire consommer 20 unités de bien 2, combien de bien 1 peut-il consommer ?

L'individu peut consommer n'importe quel panier de bien qui respecte sa contrainte de budget :

$$40c_1 + 10c_2 \leq 500$$

Pour  $c_2 = 20$  :

$$40c_1 + 10 \times 20 \leq 500$$

$$\Rightarrow 40c_1 + 200 \leq 500$$

$$\Rightarrow 40c_1 \leq 300$$

$$\Rightarrow c_1 \leq 7.5$$

Pour 20 unités de bien 2, le panier de consommation correspondant qui soit accessible au consommateur ne peut contenir plus de 7.5 unités de bien 1.

4. Calculez et interprétez le TE2-1.

Le TE2-1 représente la quantité de bien 2 auquel il faut renoncer pour consommer une unité de bien 1 en plus aux prix de marché.

$$TE2-1 = p_1/p_2 = 40/10$$

$$TE2-1 = 4$$

Le consommateur doit renoncer à 4 unités de bien 2 pour consommer une unité de bien 1 supplémentaire aux prix de marché.

Sur le marché, une unité de bien 1 vaut 4 unités de bien 2.

5. Si le bien 1 supporte une taxe de 10%. Ecrire la nouvelle CB et la nouvelle équation de la DB.

$$40(1 + 0.1)c_1 + 10c_2 \leq 500$$

$$\Rightarrow CB : 44c_1 + 10c_2 \leq 500$$

$$DB : 44c_1 + 10c_2 = 500$$

6. Si l'individu consomme 10 unités de bien 1 et 10 unités de bien 2, quelle doit être l'augmentation du revenu pour que ce panier soit accessible ?

Soit  $R'$  le nouveau revenu.

L'individu peut consommer n'importe quel panier de bien qui respecte sa contrainte de budget.

Ici :

$$44 \times 10 + 10 \times 10 \leq R'$$

$$\Rightarrow 540 \leq R'$$

$$R' - R = 540 - 500 = 40.$$

**Pour que le panier (10, 10) soit accessible, le revenu du consommateur doit augmenter d'au moins 40.**

## **5. Le choix du consommateur**

### **La solution intérieure**

Pour  $R = 100$ ,  $p_1 = p_2 = 1$

$$u(c_1, c_2) = \ln(c_1) + \ln(c_2)$$

Calculez les consommations optimales de ce consommateur.

Le consommateur cherche à maximiser son utilité sous la contrainte de son budget :

$$\text{Max } u(c_1, c_2) = \ln(c_1) + \ln(c_2)$$

$$\text{Sc : } p_1 c_1 + p_2 c_2 = R$$

La solution dépend du TMS2-1.

Le TMS2-1 représente la quantité de bien 2 à laquelle il faut renoncer pour consommer une unité de bien 1 en plus en conservant le même niveau de satisfaction.

Il se calcule :

$$\text{TMS2-1} = U_{m1}/U_{m2}$$

Ici :

$$\text{TMS2-1} = U_{m1} / U_{m2} = (1/c_1)/(1/c_2) = c_2/c_1$$

Le TMS2-1 est décroissant en fonction du bien 1, les préférences sont donc diversifiées et une solution intérieure existe.

A l'optimum, il n'existe aucune modification des consommations qui permette d'augmenter l'utilité :

$$CO : TS2-1 = c2/c1 = p1/p2$$

$$Sc : p1c1 + p2c2 = R$$

Pour  $p1 = p2 = 1$  :

$$c2/c1 = 1$$

$$\Rightarrow c2 = c1.$$

On remplace donc  $c2$  par  $c1$  dans l'équation de la DB (pour  $R = 100$ ) :

$$1 \times c1 + 1 \times c1 = 100$$

$$\Rightarrow 2c1 = 100$$

$$\Rightarrow c1^* = 50$$

Si  $c2 = c1$ ,  $c2^* = c1^*$

$$\Rightarrow c2^* = 50$$

Le panier de consommation optimal pour ce consommateur est donc (50, 50).

### **La solution en coin**

Pour  $R = 100$ ,  $p1 = 4$ ,  $p2 = 2$ .

$$u(c1, c2) = c1 + 2c2$$

Calculez les consommations optimales pour ce consommateur.

Le consommateur cherche à maximiser son utilité sous la contrainte de son budget :

$$\text{Max } u(c1, c2) = c1 + 2c2$$

$$Sc : p1c1 + p2c2 = R$$

La solution dépend du TMS2-1.

Le TMS2-1 représente la quantité de bien 2 à laquelle il faut renoncer pour consommer une unité de bien 1 en plus en conservant le même niveau de satisfaction.

Il se calcule :

$$TMS2-1 = Um1/Um2$$

Ici :

$$TMS2-1 = Um1 / Um2 = 1 / 2$$

Le TMS2-1 est constant, les préférences sont donc spécialisées.

$$\text{Ici : } p_1/p_2 = 4 / 2 = 2$$

$$\text{Donc TMS2-1} = 1/2 < p_1/p_2 = 2$$

Il existe donc une solution en coin caractérisée par  $c_1^* = 0$ .

Si  $c_1^* = 0$ , alors (pour  $R = 100$ ) :

$$4 \times 0 + 2c_2 = 100$$

$$\Rightarrow 2c_2 = 100$$

$$\Rightarrow c_2^* = 50$$

Le panier de consommation optimal pour ce consommateur est donc (0, 50).

### Rappel solution intérieure

Pour  $R = 100$ ,  $p_1 = p_2 = 1$

$$u(c_1, c_2) = \sqrt{c_1 c_2}$$

Calculez les consommations optimales de ce consommateur.

Le consommateur cherche à maximiser son utilité sous la contrainte de son budget :

$$\text{Max } u(c_1, c_2) = \sqrt{c_1 c_2}$$

$$\text{Sc : } p_1 c_1 + p_2 c_2 = R$$

La solution dépend du TMS2-1.

Le TMS2-1 représente la quantité de bien 2 à laquelle il faut renoncer pour consommer une unité de bien 1 en plus en conservant le même niveau de satisfaction.

Il se calcule :

$$\text{TMS2-1} = U_{m1}/U_{m2}$$

Ici :

$$\text{TMS2-1} = U_{m1} / U_{m2} = (\sqrt{c_2/2}\sqrt{c_1}) / (\sqrt{c_1/c}\sqrt{c_2}) = (\sqrt{c_2/2}\sqrt{c_1}) (2\sqrt{c_1}/\sqrt{c_1}) = (\sqrt{c_2}\sqrt{c_2})(\sqrt{c_1}\sqrt{c_1})$$

$$\Rightarrow \text{TMS2-1} = c_2/c_1$$

Le TMS2-1 est décroissant en fonction du bien 1, les préférences sont donc diversifiées et une solution intérieure existe.

A l'optimum, il n'existe aucune modification des consommations qui permette d'augmenter l'utilité :

$$CO : TS2-1 = c2/c1 = p1/p2$$

$$Sc : p1c1 + p2c2 = R$$

Pour  $p1 = p2 = 1$  :

$$c2/c1 = 1$$

$$\Rightarrow c2 = c1.$$

On remplace donc  $c2$  par  $c1$  dans l'équation de la DB (pour  $R = 100$ ) :

$$1 \times c1 + 1 \times c1 = 100$$

$$\Rightarrow 2c1 = 100$$

$$\Rightarrow c1^* = 50$$

Si  $c2 = c1$ ,  $c2^* = c1^*$

$$\Rightarrow c2^* = 50$$

Le panier de consommation optimal pour ce consommateur est donc (50, 50).

### **Rappel solution en coin (cas 1)**

Pour  $R = 100$ ,  $p1 = p2 = 1$

$$u(c1, c2) = c1 + c2$$

Calculez les consommations optimales pour ce consommateur.

Le consommateur cherche à maximiser son utilité sous la contrainte de son budget :

$$\text{Max } u(c1, c2) = c1 + c2$$

$$Sc : p1c1 + p2c2 = R$$

La solution dépend du TMS2-1.

Le TMS2-1 représente la quantité de bien 2 à laquelle il faut renoncer pour consommer une unité de bien 1 en plus en conservant le même niveau de satisfaction.

Il se calcule :

$$\text{TMS2-1} = Um1/Um2$$

Ici :

$$\text{TMS2-1} = U_{m1} / U_{m2} = 1$$

Le TMS2-1 est constant, les préférences sont donc spécialisées.

$$\text{Ici : } p_1/p_2 = 1$$

$$\text{Donc TMS2-1} = p_1/p_2$$

La solution est donc indéterminée. Le consommateur peut maximiser son utilité avec n'importe quel panier pour lequel il dépense l'intégralité de son revenu.

### **Rappel solution en coin (cas 1)**

Pour  $R = 100$ ,  $p_1 = p_2 = 1$ .

$$u(c_1, c_2) = c_1 + 3c_2$$

Calculez les consommations optimales pour ce consommateur.

Le consommateur cherche à maximiser son utilité sous la contrainte de son budget :

$$\text{Max } u(c_1, c_2) = 3c_1 + c_2$$

$$\text{Sc : } p_1c_1 + p_2c_2 = R$$

La solution dépend du TMS2-1.

Le TMS2-1 représente la quantité de bien 2 à laquelle il faut renoncer pour consommer une unité de bien 1 en plus en conservant le même niveau de satisfaction.

Il se calcule :

$$\text{TMS2-1} = U_{m1}/U_{m2}$$

Ici :

$$\text{TMS2-1} = U_{m1} / U_{m2} = 3 / 1 = 3$$

Le TMS2-1 est constant, les préférences sont donc spécialisées.

$$\text{Ici : } p_1/p_2 = 1$$

$$\text{Donc TMS2-1} = 3 > p_1/p_2 = 1$$

Il existe donc une solution en coin caractérisée par  $c_2^* = 0$ .

Si  $c_2^* = 0$ , alors (pour  $R = 100$ ) :

$$1 \times 0 + 1 \times c_2 = 100$$

$$\Rightarrow c_2^* = 100$$

$$\Rightarrow c_2^* = 50$$

Le panier de consommation optimal pour ce consommateur est donc (0, 50).

## Chapitre 2. La demande

### 1. La caractérisation de la fonction de demande individuelle marshalienne

#### **Partiel 2019 (partie 1)**

Pour  $u = \ln(c_1) + \ln(c_2)$

R le revenu et  $p_1$  et  $p_2$  les prix du bien 1 et du bien 2

1. Ecrire programme du consommateur.

Le consommateur cherche à maximiser son utilité sous la contrainte de son budget :

$$\text{Max } u(c_1, c_2) = \ln(c_1) + \ln(c_2)$$

$$\text{Sc : } p_1 c_1 + p_2 c_2 = R$$

2. Calculez les fonctions de demande des biens ainsi que le niveau d'utilité atteint noté  $\hat{u}$ .

La fonction de demande représente l'intégralité des paniers de consommation qui maximise l'utilité du consommateur pour tous niveaux de revenu et de prix.

La solution dépend du TMS2-1.

Le TMS2-1 représente la quantité de bien 2 à laquelle il faut renoncer pour consommer une unité de bien 1 en plus en conservant le même niveau de satisfaction.

Il se calcule :

$$\text{TMS2-1} = U_{m1}/U_{m2}$$

Ici :

$$\text{TMS2-1} = U_{m1} / U_{m2} = (1/c_1)/(1/c_2) = c_2/c_1$$

Le TMS<sub>2-1</sub> est décroissant en fonction du bien 1, les préférences sont donc diversifiées et une solution intérieure existe.

A l'optimum, il n'existe aucune modification des consommations qui permette d'augmenter l'utilité :

$$CO : TS_{2-1} = c_2/c_1 = p_1/p_2$$

$$Sc : p_1c_1 + p_2c_2 = R$$

A partir de la CO, on déduit :

$$c_2 = (p_1/p_2) c_1.$$

On remplace donc  $c_2$  par  $(p_1/p_2) c_1$  dans l'équation de la DB :

$$p_1c_1 + p_2(p_1/p_2)c_1 = R$$

$$\Rightarrow p_1c_1 + p_1c_1 = R$$

$$\Rightarrow 2p_1c_1 = R$$

Pour trouver la fonction de demande de 1, il faut isoler  $c_1$  :

$$\Rightarrow c_1^d = R / (2p_1)$$

$$\text{Si } c_2 = (p_1/p_2)c_1, c_2^d = (p_1/p_2)c_1^d$$

$$\Rightarrow c_2^d = (p_1/p_2) [R / (2p_1)]$$

$$\Rightarrow c_2^d = R / (2p_2)$$

Le niveau d'utilité atteint pour ces fonctions de demande s'écrit :

$$\hat{u} = \ln(c_1^d) + \ln(c_2^d)$$

$$\Rightarrow \hat{u} = \ln(R / (2p_1)) + \ln(R / (2p_2))$$

$$\Rightarrow \hat{u} = 2\ln(R) - 2\ln(2) - 2\ln(p_1) - 2\ln(p_2)$$

## Préférences spécialisées

$$\text{Pour } u = 4c_1 + 2c_2$$

$$p_1 = p_2$$

Calculez les demandes individuelles.

La fonction de demande représente l'intégralité des paniers de consommation qui maximise l'utilité du consommateur pour tout niveau de revenu et de prix.

Le consommateur cherche à maximiser son utilité sous la contrainte de son budget :

$$\text{Max } u(c_1, c_2) = 4c_1 + 2c_2$$

$$\text{Sc : } p_1c_1 + p_2c_2 = R$$

La solution dépend du TMS2-1.

Le TMS2-1 représente la quantité de bien 2 à laquelle il faut renoncer pour consommer une unité de bien 1 en plus en conservant le même niveau de satisfaction.

Il se calcule :

$$\text{TMS2-1} = U_{m1}/U_{m2}$$

Ici :

$$\text{TMS2-1} = U_{m1} / U_{m2} = 4/2 = 2$$

Le TMS2-1 est constant, les préférences sont donc spécialisées.

$$\text{Ici : } p_1/p_2 = 1 \text{ (puisque } p_1 = p_2)$$

$$\text{Donc } \text{TMS2-1} = 2 > p_1/p_2 = 1$$

Il existe donc une solution en coin caractérisée par  $c_2^d = 0$ .

Si  $c_2^d = 0$ , alors :

$$p_1 \times 0 + p_2c_2 = R$$

$$\Rightarrow p_2c_2 = R$$

$$\Rightarrow c_2^d = R/p_2$$

### **Cas hybride (partiel 2018)**

$$\text{Pour } u = qa + \ln(qb)$$

Calculez les fonctions de demande (dans tous les cas).

La fonction de demande représente l'intégralité des paniers de consommation qui maximise l'utilité du consommateur pour tout niveau de revenu et de prix.

Le consommateur cherche à maximiser son utilité sous la contrainte de son budget :

$$\text{Max } u(qa, qb) = qa + \ln(qb)$$

$$\text{Sc : } p_a q_a + p_b q_b = R$$

La solution dépend du TMS<sub>b-a</sub>.

Le TMS<sub>b-a</sub> représente la quantité de bien b à laquelle il faut renoncer pour consommer une unité de bien a en plus en conservant le même niveau de satisfaction.

Il se calcule :

$$\text{TMS}_{b-a} = U_{ma}/U_{mb}$$

Ici :

$$\text{TMS}_{b-a} = U_{ma} / U_{mb} = 1/(1/q_b) = q_b$$

Le TMS<sub>b-a</sub> est décroissant en fonction du bien 1, les préférences sont donc diversifiées et une solution intérieure existe.

A l'optimum, il n'existe aucune modification des consommations qui permette d'augmenter l'utilité :

$$\text{CO} : \text{TMS}_{b-a} = p_a/p_b$$

$$\text{Sc} : p_a q_a + p_b q_b = R$$

A partir de la CO, on déduit :

$$q_b = p_a/p_b.$$

$$\Rightarrow q_b^d = p_a/p_b$$

On remplace donc  $q_b$  par  $(p_a/p_b) c_1$  dans l'équation de la DB :

$$p_a q_a + p_b (p_a/p_b) c_1 = R$$

$$\Rightarrow p_a q_a + p_a c_1 = R$$

$$\Rightarrow p_a q_a = R - p_a c_1$$

$$\Rightarrow q_a^d = (R - p_a c_1)/p_a$$

La solution intérieure n'est cependant pas l'unique solution possible.

Il existe une solution en coin pour  $R = p_a$ .

$$\text{Si } R = p_a$$

$$\Rightarrow q_a^d = 0$$

$$\text{Et } q_b^d = p_a/p_b$$

$$\Rightarrow q_b^d = R/p_b$$

Pour trouver la fonction de demande de 1, il faut isoler  $c_1$  :

$$\Rightarrow c_1^d = R / (2p_1)$$

$$\text{Si } c_2 = (p_1/p_2)c_1, c_2^d = (p_1/p_2)c_1^d$$

$$\Rightarrow c_2^d = (p_1/p_2) [R / (2p_1)]$$

$$\Rightarrow c_2^d = R / (2p_2)$$

## **2. La demande globale**

Pour deux types de consommateurs dont les fonctions de demandes individuelles s'écrivent :

$$D_1 = 10 - p$$

$$D_2 = 40 - 2p$$

Calculez la demande globale du marché

La demande globale se calcule comme la somme des demandes individuelles.

$$DG = D_1 + D_2 = 10 - p + 40 - 2p$$

$$\Rightarrow DG = 50 - 3p$$

Il existe pourtant deux types de consommateurs. Ce qui veut dire qu'ils peuvent vouloir sortir du marché à deux moments différents.

On cherche donc les prix de réserve des deux types de consommateurs, c'est-à-dire les prix pour lesquels la demande s'annule pour chacun des types de consommateurs.

Pour les consommateurs de type 1 :

$$0 = 10 - p_{\max}$$

$$\Rightarrow p_{\max} = 10.$$

Les consommateurs de type 1 sortent du marché pour un prix au moins égal à 10.

Pour les consommateurs de type 2 :

$$0 = 40 - 2p \Rightarrow 2p = 40$$

$$\Rightarrow p_{\max} = 20$$

Les consommateurs de type 2 sortent du marché pour un prix au moins égal à 20.

Il y a donc trois cas : (i) Le prix est inférieur à 10 (donc inférieur à 20) et les consommateurs des deux types sont sur le marché. (ii) Le prix est supérieur à 10 mais inférieur à 20, dans ce cas, seuls les consommateurs de type 2 sont sur le marché. (iii) le prix est au moins égal à 20 et aucun consommateur n'est sur le marché.

$$DG = 50 - 3p \text{ pour } 0 \leq p \leq 10$$

$$DG = 40 - 2p \text{ pour } 10 \leq p \leq 20$$

$$DG = 0 \text{ pour } p > 20$$

## Elasticité

### Partiel 2018

Pour  $u = qa + \ln(qb)$

$$qa^d = (R - pa)/pa$$

$$qb^d = pa/pb$$

(on ne considère que la solution en coin)

Pour  $R = 100$  et  $pa = pb = 10$ .

Calculez l'élasticité prix croisé du bien B.

L'élasticité prix croisé du bien B représente l'augmentation de la demande du bien B quand le prix du bien A augmente de 1%.

$$\varepsilon_{pa} = (\Delta qb/qb) / (\Delta pa/pa) = (\Delta qb/qb) (pa/\Delta pa) = (\Delta qb/\Delta pa) (pa/qb)$$

$(\Delta qb/\Delta pa)$  est la dérivée de  $qb$  par rapport à  $pa$ .

Pour  $qb^d = pa/pb$

$$\Rightarrow \Delta qb/\Delta pa = 1/pb$$

Donc, pour  $qb^d = pa/pb$  :

$$\varepsilon_{pa} = (1/pb) (pa/(pa/pb)) = (1/pb) (1/pb) = 1/pb^2$$

Pour  $pb = 10$

$$\varepsilon_{pa} = 1 / 100 = 0.1$$

**Une hausse de 1% de  $pa$  provoque une hausse de 0.1% de  $qb$ .**

## Surplus du consommateur

Pour une demande globale de marché :

$$D(p) = 100 - 2p$$

Soit le prix d'équilibre  $p^* = 20$ .

Calculez le surplus des consommateurs.

Le surplus des consommateurs représente une évaluation monétaire de la satisfaction des consommateurs après l'achat.

Pour une fonction de demande linéaire :

$$S_c = [(p_{\max} - p^*)q^*]/2$$

On connaît  $p$ , il nous faut  $p_{\max}$  et  $q^*$ .

$q^*$  est la quantité d'équilibre.

$$q^* = 100 - 2p^* = 100 - 2 \times 20$$

$$\mathbf{q^* = 60}$$

$p_{\max}$  est le prix de réserve, c'est-à-dire le prix pour lequel la demande s'annule.

$$0 = 100 - 2p_{\max} \Rightarrow 100 = 2p_{\max}$$

$$\Rightarrow \mathbf{p_{\max} = 50}$$

Donc :

$$\mathbf{S_c = [(50 - 20) \times 60] / 2 = 90}$$

## Chapitre 3. L'épargne

### Partiel 2018

Pour  $u = c_1 + Bc_2$  avec  $0 < B < 1$

2 périodes :

$t = 1$  : présent

$t = 2$  : future

$$p_1 = p_2 = 1.$$

Reçoit un revenu fixe  $R$  à chaque période.

Soit un taux d'intérêt (nominal)  $r > 0$ .

1) Montrez que  $i$  (taux réel) =  $r$

Le taux d'intérêt nominal mesure le gain exprimé en euro apporté par un euro d'épargné.

Le taux d'intérêt réel mesure l'accroissement du pouvoir d'achat apporté par un euro d'épargné.

$$1 + i = (1 + r) / (p_2/p_1) = (1 + r) / 1 = 1 + r$$

Donc,  $i = r$ .

Le taux d'intérêt réel mesurant le taux d'intérêt nominal après prise en compte de l'inflation, sachant que  $p_1 = p_2$  (donc pas d'inflation), il est normal que les deux soient égaux.

2) Donnez la droite budgétaire actualisée.

La droite de budget exprime la contrainte selon laquelle le consommateur doit consommer son revenu épargné en période 2 ou rembourser son revenu emprunté en période 2.

On part des droites budgétaires temporelles :

$$t = 1 : R = c_1 + S$$

$$t = 2 : R + (1 + r) S = c_2$$

$$\text{Donc : } S = R - c_1$$

$$\Rightarrow c_2 = R + (1 + r) (R - c_1)$$

$$\Rightarrow c_2 = R + (1 + r) R - (1 + r) c_1$$

Nous avons ici la droite budgétaire exprimée en valeur future. Pour l'exprimer en termes actualisés, il suffit de tout diviser par  $(1 + r)$  :

$$\Rightarrow c_2 / (1 + r) = R / (1 + r) + R - c_1$$

$$\Rightarrow \text{DB : } R + R / (1 + r) = c_1 + c_2 / (1 + r)$$

3) Caractériser le choix optimal avec  $B > 1 / (1 + r)$

Le consommateur cherche à maximiser son utilité intertemporelle sous sa contrainte de budget actualisé.

$$\text{Max } u = c_1 + Bc_2$$

$$\text{Sc : } R + R / (1 + r) = c_1 + c_2 / (1 + r)$$

Le TMS 2-1 intertemporel mesure la quantité additionnelle de bien de la date  $t = 2$  qu'il faut offrir à l'individu pour qu'il renonce à une unité de bien de la date  $t = 1$  afin de conserver inchangée la satisfaction.

$TMS_{2-1} = U_{m1} / U_{m2} = 1/B = 1 + \psi$ , avec  $\psi$  le taux d'intérêt psychologique.

Le TMS est constant, il existe une solution en coin.

On doit comparer  $TMS_{2-1} = 1/B$  et  $TE_{2-1} = 1 + r$

On sait que  $B > 1 / (1 + r)$

Donc, si  $TMS_{2-1} = 1/B$ , alors  $TMS_{1-2} = B > 1 / (1 + r)$  et  $TE_{1-2} = 1 / (1 + r)$

Alors,  $TMS_{1-2} > TE_{1-2}$

$\Rightarrow U_{m2}/p_2 > U_{m1}/p_1$

Un euro supplémentaire dépensé en période 2 rapporte toujours plus de satisfaction que s'il est dépensé en période 1. Le consommateur décide donc de tout épargner.

$\Rightarrow c_1^* = 0$

Si  $c_1^* = 0$ , alors :

$R + R / (1 + r) = 0 + c_2 / (1 + r)$

$\Rightarrow c_2 = (1 + r) R + R$

$\Rightarrow c_2^* = (2 + r) R$

### Partiel 2017

Pour  $u = c_1 + Bc_2$  avec  $0 < B < 1$ .

$p_1 = p_2 = 1$

Le consommateur ne dispose que d'un revenu présent  $R$ .

1) Définir et calculer  $\psi$ .

$\Psi$  est le taux d'intérêt psychologique. Il mesure la quantité supplémentaire à offrir à l'individu n bien 2 pour qu'il renonce à une unité de bien en période 1 et conserve le même niveau de satisfaction.

$TMS_{2-1} = 1 + \psi = U_{m1} / U_{m2} = 1/B$

Donc,  $\psi = (1/B) - 1$

Si  $0 < B < 1$ , alors  $\psi > 0$ .

2) L'Etat met en place une politique de taxation des revenus financiers à un taux  $t$ . Pour quelle valeur de  $t$  l'agent renonce-t-il à épargner si  $\psi = 1\%$  et  $r = 2\%$  ?

Le TMS2-1 étant constant, il existe une solution en coin.

Cette solution en coin dissuade le consommateur d'épargner si :

$U_{m1}/p_1 > U_{m2}/p_2$  donc, un euro supplémentaire dépensé rapporte plus de satisfaction s'il est consommé tout de suite (en période 1) que s'il est épargné et consommé en période 2.

Donc, si  $\psi > r$ .

Or,  $r$  est le revenu financier. C'est donc lui qui est taxé d'un taux  $t$ . Le nouveau TE2-1 s'écrit donc :

$$TE2-1 = r(1 - t) = 0.02(1 - t)$$

Donc, le consommateur renonce à épargner si :

$$0.01 > 0.02(1 - t)$$

$$\Rightarrow 0.01 / 0.02 > 1 - t$$

$$\Rightarrow 1/2 > 1 - t$$

$$\Rightarrow 1/2 - 1 > -t$$

$$\Rightarrow t > 1 - 1/2$$

$$\Rightarrow t > 0.5$$

Ici, l'individu ne renonce donc à épargner que si le taux  $t$  est supérieur à 50%.

3) Les préférences subissent un changement et la fonction d'utilité s'écrit désormais :

$$u = \ln(c_1) + \beta c_2$$

Ecrire la DB actualisée.

La droite de budget exprime la contrainte selon laquelle le consommateur doit consommer son revenu épargné en période 2 ou rembourser son revenu emprunté en période 2.

On part des droites budgétaires temporelles (sachant que le consommateur ne reçoit son revenu  $R$  qu'en période 1) :

$$t = 1 : R = c_1 + S$$

$$t = 2 : (1 + r)S = c_2$$

$$\text{Donc : } S = R - c_1$$

$$\Rightarrow c_2 = (1 + r)(R - c_1)$$

$$\Rightarrow c_2 = (1 + r)R - (1 + r)c_1$$

Nous avons ici la droite budgétaire exprimée en valeur future. Pour l'exprimer en termes actualisés, il suffit de tout diviser par  $(1 + r)$  :

$$\Rightarrow c_2 / (1 + r) = R - c_1$$

$$\Rightarrow \text{DB : } R = c_1 + c_2 / (1 + r)$$

4) Calculez la fonction d'offre d'épargne pour une solution intérieure.

La fonction de d'offre d'épargne représente l'ensemble des choix d'épargne qui maximisent l'utilité intertemporelle du consommateur pour tous niveaux de revenu et de taux d'intérêt et tous systèmes de prix.

$$\text{Max } u = \ln(c_1) + Bc_2$$

$$\text{Sc : } R = c_1 + c_2 / (1 + r)$$

Dans le cas d'une solution intérieure,  $c_1^d > 0$  et  $c_2^d > 0$ .

Le TMS2-1 mesure la quantité supplémentaire à offrir à l'individu n bien 2 pour qu'il renonce à une unité de bien en période 1 et conserve le même niveau de satisfaction.

$$\text{TMS2-1} = U_{m1} / U_{m2} = (1/c_1) / B = 1/Bc_1$$

A l'optimum, il n'existe aucune modification des consommations qui permettrait d'augmenter l'utilité inter-temporelle tout en respectant la droite de budget consolidée.

$$\text{CO : } \text{TMS2-1} = 1/Bc_1 = 1 + r$$

$$\text{Sc : } R = c_1 + c_2 / (1 + r)$$

En partant de la condition d'optimalité :

$$1/c_1 = B (1 + r)$$

$$\Rightarrow c_1^d = 1 / (B (1 + r))$$

Si  $S = R - c_1$ , alors :

$$S^s = R - c_1^d$$

$$\Rightarrow S^s = R - [1 / (B (1 + r))]$$

## Chapitre 3. L'épargne

### L'offre de travail

Pour  $u = \ln(H - T) + \ln(C)$

Avec  $H$  le nombre total d'heures,  $T$  le nombre d'heures travaillées et  $C$  la quantité de biens consommés.

Pour  $s$  le prix du travail et  $p$  le prix du bien de consommation.

Pour  $R_{ns}$  les revenus non salariaux.

Calculez l'offre de travail et la demande de bien de consommation.

Le consommateur cherche à maximiser son utilité sous la contrainte de son budget :

Max  $u = \ln(H - T) + \ln(C)$

Sc :  $sT + R_{ns} = pC$

Le  $TMC_{c-t}$  mesure la quantité de biens de consommations qu'il faut offrir à un individu pour qu'il accepte de travailler une heure de plus en gardant la même satisfaction.

$TMC_{c-t} = - \frac{U_{mT}}{U_{mC}} = (1/(H - T)) / (1 / C) = C / H - T$

Le TMC est croissant en fonction de  $T$ , une solution intérieure existe.

A l'optimum, il n'existe aucune modification de la répartition travail/loisir qui permette d'augmenter l'utilité.

CO :  $C / (H - T) = s / p$

Sc :  $sT + R_{ns} = pC$

$\Rightarrow C = (s / p) (H - T)$

$\Rightarrow pC = s (H - T)$

On remplace  $pC$  dans la droite de budget :

$sT + R_{ns} = s (H - T)$

$\Rightarrow sH - sT = sT + R_{ns}$

$\Rightarrow sH = sT + sT + R_{ns}$

$\Rightarrow sH = 2sT + R_{ns}$

$\Rightarrow 2sT = sH - R_{ns}$

$\Rightarrow T^{\circ} = (sH - R_{ns}) / 2s = H/2 - R_{ns} / 2s$

On remplace  $T^o$  dans la droite de budget pour trouver la demande de bien consommé.

$$s(H/2 - Rns / 2s) + Rns = pC$$

$$\Rightarrow sH / 2 - Rns / 2 + Rns = pC$$

$$\Rightarrow (sH - Rns + 2Rns) / 2 = pC$$

$$\Rightarrow (sH + Rns)/2 = pC$$

$$\Rightarrow C^d = (sH + Rns) / 2p$$

### Partiel 2017

Un individu travaille 35h avec  $s = 10$ ,  $L$  les heures disponibles et perçoit un revenu exogène  $R$ .

Pour  $p = 1$

$$u = C - 9T$$

avec  $T$  les heures travaillées et  $C$  les biens consommés.

1) Que vaut le salaire de réservation ?

Le salaire de réservation désigne le salaire en dessous duquel le consommateur refuse de travailler une heure supplémentaire.

On peut constater ici que le TMC sera constant, il nous donnera donc le salaire de réservation.

Le  $TMCC-t$  mesure la quantité de biens de consommations qu'il faut offrir à un individu pour qu'il accepte de travailler une heure de plus en gardant la même satisfaction.

$$TMCC-t = - U_{mT}/U_{mC} = 9$$

Par conséquent, il faut toujours offrir au moins 9 C (donc un salaire lui permettant d'accéder à 9 C) pour qu'il accepte de travailler.

Le prix du bien de consommation étant de 1, son salaire de réservation est donc de 9 euros.

2) Montrez que, s'il le pouvait, un individu travaillerait plus de 35h.

L'offre de travail de l'individu maximise son utilité sous la contrainte de son budget pour tous niveaux de prix et de revenus.

$$\text{Max } u = C - 9T$$

$$\text{Sc : } R + sT = C$$

Nous savons que le TMC est constant, il existe donc une solution en coin.

$$\text{TMC}_{c-t} = 9 < s/p = 10$$

Donc, le marché lui offre 10 alors qu'il est prêt à travailler une heure supplémentaire pour 9. Le consommateur aura donc toujours intérêt à travailler plus, par conséquent, à dépasser les 35h.