Groupe 6

Sujet

Soit une économie composée d'un agent et trois biens dont deux, notés 1 et 2 sont des biens de consommation et un, noté L, est un facteur de production. Les prix des trois biens sont notés respectivement $p1$, $p2$ et s.

Il existe donc deux entreprises : E1 produit le bien 1 et E2 produit le bien 2. Les deux entreprises produisent les deux biens selon les technologies suivantes :

$q1 = \sqrt{L1}$

$q2 = \sqrt{L2}$

avec $q1$ et $q2$ les quantités de bien 1 et 2, $L1$ la quantité de travail utilisée dans la production de 1 et $L2$ la quantité de travail utilisée dans la production de 2. L'agent détient 100% des parts de chacune des entreprises. On note $\Pi 1$ et $\Pi 2$ les profits des deux entreprises.

Le facteur de production est disponible en quantité :

$L1 + L2 = 27$

Les préférences de l'agent sont représentées par la fonction d'utilité suivante :

$u = \sqrt{(q1q2)}$

1) Déduire les fonctions de demande et d'offre pour les deux biens de consommation (sans utiliser la frontière de production).

2) Le commissaire priseur propose deux prix pour ces deux biens : $p1 = 2$ et $p2 = 6$. Pour $\Pi i = (pi^2/4s)$, les échanges se ferons-ils à ces prix ? Si non, comment doit-il faire varier ces prix pour se rapprocher de l'équilibre ?

3) A quelle condition l'utilisation du facteur de production sera-t-elle efficace ? L'est-elle à l'équilibre général ?

Corrigé

1) Déduire les fonctions de demande et d'offre pour les deux biens de consommation (18X).

C'est en maximisant l'utilité du consommateur sous contrainte de son budget que l'on déduit les demandes de marché, celles-ci représentant la quantité consommée de chaque bien par le consommateur pour tous niveaux de prix. **X**

Max $u = \sqrt{(q1q2)}$

Sc : $s(L1 + L2) + \Pi1 + \Pi2 = p1q1 + p2q2$ **X**

Le TMS2-1 représente la quantité de bien deux qu'il faut pour remplacer une unité de 1 tout en conservant la même satisfaction. TMS2-1 = Um1 / Um2 **X (si la définition mathématique y est, 0 sinon)**

TMSi2-1 = c2/c1 **X**

Le TMS est décroissant, les biens sont imparfaitement substituables et il existe une solution intérieure. **X**

A l'optimum, il n'existe aucune modification des consommations qui permettent d'accroitre l'utilité. **X**

CO : TMS2-1 = q2/q1 = p1/p2 **X**

$\Rightarrow q2 = (p1 / p2)\ q1$

On remplace cette expression dans la contrainte de budget

$\Rightarrow s(L1 + L2) + \Pi1 + \Pi2 = p1q1 + p2(p1 / p2)\ q1$

$\Rightarrow s(L1 + L2) + \Pi1 + \Pi2 = p1q1 + p1q1$

$\Rightarrow s(L1 + L2) + \Pi1 + \Pi2 = 2p1q1$

$\Rightarrow q1^d = [s(L1 + L2) + \Pi1 + \Pi2]\ /2p1$ **X**

Si $q2 = (p1 / p2)\ q1$ alors $q2^d = (p1 / p2)\ q1^d$

$\Rightarrow q2^d = (p1 / p2)[\ [s(L1 + L2) + \Pi1 + \Pi2]\ /2p1]$

$\Rightarrow q2^d = (1/p2)[\ [s(L1 + L2) + \Pi1 + \Pi2)/2]$

$\Rightarrow$ **$q2^d = [s(L1 + L2) + \Pi1 + \Pi2]/2p2$** **X**

C'est en maximisant le profit des producteurs que l'on obtient l'offre des biens de consommation, celle-ci étant la quantité produite maximisant le profit du producteur pour tous les niveaux de prix. **X**

Max $\Pi i = piqi - sLi$

Sc : $qi = \sqrt{Li}$

Si $qi = \sqrt{Li}$, alors $Li = qi^2$

=> max $\Pi i = piqi - sqi^2$ **X**

A l'optimum, il n'existe aucune modification de la production qui permette d'accroitre le profit. **X**

CO : $pi = cmi$ **X**

=> $pi = 2sqi$

=> $qi = pi/2s$

=> $q1^o = p1/2s$ et $q2^o = p2/2s$ **XX**

2) Le commissaire priseur propose deux prix pour ces deux biens : p1 = 2, p2 =6. Pour Πi = (pi²/4s), les échanges se feront-ils à ces prix ? Si non, comment doit-il faire varier ces prix pour se rapprocher de l'équilibre (5X) ?

Pour que les échanges se fassent, le CP doit proposer les prix d'équilibre. **X**

A l'équilibre, l'offre est égale à la demande sur tous les marchés.

Il nous manque s. On pose s comme numéraire, c'est-à-dire comme prix par rapport auquel sont mesurés les autres. Donc s = 1. **X**

Pour $p1 = 2$, $p2 = 6$ et $s = 1$:

$q1^d = (1 + 9 + 27) / 4 = 37/4$

$q2^d = (1 + 9 + 27) / 4 = 37 / 12$

$q1° = 1$

$q2° = 3$ **X (pour les quatre résultats, 0 sinon)**

Dans les deux cas, les marchés sont en excès de demande. Le CP doit donc proposer des prix plus élevés pour les biens 1 et 2. **XX**

3) A quelle condition les producteurs génèrent-ils une production optimale ? L'est-elle à l'équilibre général (5X) ?

Le plan de production optimal se trouve sur la frontière de production, celle-ci définit l'ensemble des plans de production pour lesquels il est impossible d'augmenter la production de bien 1 sans diminuer celle de bien 2. **X**

A l'optimum, le TMS de l'agent est égal au TMT.

Le TMT2-1 désigne la quantité de bien 2 à laquelle il faut renoncer pour produire une unité de bien 1 en plus en utilisant l'intégralité des facteurs de production. **X**

CO : TMS2-1 = TMT2-1 **X**

A l'équilibre général, l'utilité de tous les consommateurs et le profit de tous les producteurs sont maximaux. Donc :

CO : TMS2-1 = TMT2-1 = p1/p2 **X**

Par conséquent, à l'EG, la production est optimale.

On retrouve le résultat du premier TBES : tout EG est un optimum**. X**