

## Sujets et corrigés CC 2 Equilibres de la firme et de la branche

### Groupe 5

Cinquante entreprises concourent à la production de chaises et leurs fonctions de coût sont identiques :

$$CT_i = 0.5q_i^2 + 10q_i + 20$$

La demande de chaises est donnée par la fonction

$$D = 100 - 10p$$

- 1) Déterminez l'équation de l'offre de chaque entreprise et celle de l'offre globale.
- 2) Calculez le prix d'équilibre.
- 3) Un équilibre concurrentiel de long terme est-il possible sachant que la fonction de coût de long terme s'écrit  $CT_{iLT} = 10q_i$  ?

### Corrigé

1) La fonction d'offre d'une entreprise représente la quantité produite qui maximise son profit pour tout niveau de prix. **XX (0 si élément manquant)**

Chaque entreprise individuelle maximise son profit selon le programme suivant

$$\text{Max}_{q_i} \pi_i = pq_i - 0.5q_i^2 + 10q_i + 20 \quad \mathbf{X}$$

A l'optimum, il n'existe aucune modification de la production qui permette d'augmenter le profit. **X**

$$d\pi/dq_i = 0$$

$$\text{d'où CO : } p = C_{m_i}(q_i) \quad \mathbf{XX}$$

$$p = q_i + 10$$

La fonction d'offre individuelle d'une entreprise s'écrit donc :

$$q_i^s(p) = p - 10 \quad \mathbf{XX}$$

Pour trouver l'offre globale, il nous faut le seuil de fermeture c'est-à-dire le seuil à partir duquel l'entreprise n'a plus intérêt à produire **X (0 si élément manquant)**

Méthode 1 (faire l'une ou l'autre, pas les deux):

$$\text{SF : } p = \text{MinCVM}_i(q_i) \quad \mathbf{X}$$

$$CVMi(q_i) = 0.5q + 10$$

Ce coût est minimal pour  $q = 0$

$$\text{Min}CVMi(q_i) = CVMi(0) = 10 \text{ XX}$$

Méthode 2 :

$$0 = p - 10 \text{ X}$$

$$SF : p = 10 \text{ XX}$$

Toutes les entreprises ayant la même fonction de coût, elles ont le même seuil de fermeture. Toutes les entreprises sortent donc du marché pour un prix inférieur ou égal à 10.

L'offre globale est la somme des offres individuelles. **X**

$$q_g^s(p) = 50(p - 10)$$

$$q_g^s(p) = 50p - 500 \quad \text{pour } p > 10 \text{ XXX (0 si élément manquant)}$$

2) Le prix d'équilibre est le prix qui permet d'égaliser l'offre à la demande. **XX (0 si élément manquant)**

$$50p - 500 = 100 - 10p$$

$$p^* = 10 \text{ XX}$$

3) Un équilibre concurrentiel est caractérisé par un ensemble de petites entreprises (atomicité) maximisant leur profit. **XX**

Cet équilibre n'est donc possible que si les rendements ne sont pas croissants, donc si le coût moyen de long terme n'est pas décroissant.

Les rendements correspondent à l'accroissement de la production suite à un accroissement simultané et proportionnel des facteurs. **X (0 si élément manquant)**

$$CMi_{LT} = 10$$

Le coût moyen de long terme est constant, les rendements sont donc constants. **X**

Un équilibre de long terme est donc possible **X**, mais les offres individuelles sont indéterminées. **XX**

## Groupe 10

20 entreprises concourent à la production d'un bien  $x$  et leurs fonctions de coût sont identiques :

$$CT_i = 10x_i^2 + 20$$

La demande de ce bien est donnée par la fonction

$$D = 3250 - 100x$$

- 1) Déterminez l'équation de l'offre de chaque entreprise et celle de la courbe d'offre globale.
- 2) Calculez le prix d'équilibre.
- 3) Après un changement technologique sur le long terme, la fonction de production des entreprises s'écrit :

$$x_i = K^a L^b$$

Sachant que les productivités marginales des facteurs sont décroissantes (ce qui implique une valeur plafond pour  $a$  et  $b$ ), quelles valeurs  $a$  et  $b$  doivent ils avoir pour que les rendements de cette fonction soient croissants ?

## Corrigé

1) La fonction d'offre d'une entreprise représente la quantité produite qui maximise son profit pour tout niveau de prix. **XX (0 si élément manquant)**

Chaque entreprise individuelle maximise son profit selon le programme suivant

$$\text{Max} \pi_{x_i} = px_i - 10x_i^2 + 20 \quad \mathbf{X}$$

A l'optimum, il n'existe aucune modification de la production qui permette d'augmenter le profit. **X**

$$d\pi/dq_i = 0$$

$$\text{d'où CO : } p = C_{m_i}(q_i) \quad \mathbf{XX}$$

$$p = 20x_i$$

La fonction d'offre individuelle d'une entreprise s'écrit donc :

$$x_i^s(p) = p/20 \quad \mathbf{XX}$$

Pour trouver l'offre globale, il nous faut le seuil de fermeture c'est-à-dire le seuil à partir duquel l'entreprise n'a plus intérêt à produire **X (0 si élément manquant)**

Méthode 1 (faire l'une ou l'autre, pas les deux):

SF :  $p = \text{MinCVMi}(q_i)$  **X**

$\text{CVMi}(q_i) = 10x_i$

Ce coût est minimal pour  $q = 0$

$\text{MinCVMi}(q_i) = \text{CVMi}(0) = 0$  **XX**

Méthode 2 :

$0 = p/20$  **X**

SF :  $p = 0$  **XX**

Toutes les entreprises ayant la même fonction de coût, elles ont le même seuil de fermeture.  
Toutes les entreprises sortent donc du marché pour un prix égal à 0.

L'offre globale est la somme des offres individuelles. **X**

$q_g^s(p) = 20(p/20)$

$q_g^s(p) = p$  pour  $p > 0$  **XXX (0 si élément manquant)**

2) Le prix d'équilibre est le prix qui permet d'égaliser l'offre à la demande. **XX (0 si élément manquant)**

$p = 20 - q$

$p^* = 10$  **XX**

3) Les productivités marginales des facteurs représentent l'augmentation de la production suite à l'augmentation d'une unité supplémentaire d'un des facteurs, l'autre étant maintenu constant. **XXX (0 si élément manquant)**

Les rendements correspondent à l'augmentation de la production suite à une augmentation simultanée et proportionnelle des facteurs. **XX (0 si élément manquant)**

Pour que les rendements soient croissants, la fonction de production doit être homogène de degré  $k$ , pour  $k > 1$ . Autrement dit :

$t K^a t L^b > t K^a L^b$

Donc  $t^{a+b} K^a L^b > K^a L^b$  **X**

Donc, pour que les rendements soient croissants :  $a+b > 1$

Pour que les productivités marginales soient décroissantes  $a$  et  $b$  doivent être  $< 1$

Donc  $a < 1$  et  $b < 1$  mais  $a+b > 1$

D'où  $a$  et  $b$  doivent appartenir à l'intervalle  $] 0.5 ; 1 [$  **XXXX**

### Groupes 21 et 24

Soient 20 entreprises dans un secteur d'activité divisées en 2 catégories selon leur technologie. 15 entreprises (celles de la première catégorie) disposent d'une technologie de production se traduisant par la fonction de coût suivante

$$CT1 = 0.5q1^2$$

Les 5 entreprises restantes (celles de la deuxième catégorie) disposent d'une technologie de production résumée par la fonction de coût suivante :

$$CT2 = q2^2$$

1) Calculez l'offre globale des firmes.

2) A long terme, les entreprises de la deuxième catégorie, constatant l'efficacité de la technologie des entreprises de la première catégorie, décident d'adopter cette technologie. Les 20 entreprises sont donc soumises à des coûts résumés par la fonction 1.

Calculez le prix d'équilibre de long terme sachant que la forme de la demande est :

$$D(p) = 20 - p$$

3) Une 21<sup>ème</sup> entreprise entre sur le marché avec une technologie de production correspondant à  $CT = q^3 + 100$ . Un équilibre concurrentiel est-il possible avec cette entreprise sur le marché ?

### Corrigé

1) La fonction d'offre d'une entreprise représente la quantité produite qui maximise son profit pour tout niveau de prix. **XX (0 si élément manquant)**

Chaque entreprise individuelle maximise son profit selon le programme suivant (pour les entreprises de catégorie 1) :

$$\text{Max}_{q1} \pi_{q1} = pq1 - 0.5q1^2 \quad \mathbf{X}$$

A l'optimum, il n'existe aucune modification de la production qui permette d'augmenter le profit. **X**

$$d\pi/dq1 = 0$$

$$\text{d'où CO : } p = Cm_1(q1) \quad \mathbf{XX}$$

$$p = q1$$

La fonction d'offre individuelle d'une entreprise s'écrit donc :

$$qi^s(p) = p \quad \mathbf{X}$$

Pour trouver l'offre globale, il nous faut le seuil de fermeture c'est-à-dire le seuil à partir duquel l'entreprise n'a plus intérêt à produire **X (0 si élément manquant)**

Méthode 1 (faire l'une ou l'autre, pas les deux):

$$SF : p = \text{MinCVMi}(q_i)$$

$$\text{CVMi}(q_i) = 0.5q_1$$

Ce coût est minimal pour  $q_1 = 0$

$$\text{MinCVMi}(q_i) = \text{CVMi}(0) = 0 \text{ **XX (1X s'il n'y a que le résultat, XX s'il y a tout)**}$$

Méthode 2 :

$$0 = p$$

$$SF : p = 0 \text{ **XX**}$$

Toutes les entreprises de la catégorie 1 sortent donc du marché pour un prix égal à 0.

Chaque entreprise individuelle maximise son profit selon le programme suivant (pour les entreprises de catégorie 2) :

$$\text{Max}\pi_{2q_2} = pq_2 - q_2^2 \text{ **X**}$$

A l'optimum, il n'existe aucune modification de la production qui permette d'augmenter le profit.

$$d\pi/dq_2 = 0$$

$$\text{d'où CO : } p = \text{Cm}_2(q_2)$$

$$p = 2q_2$$

La fonction d'offre individuelle d'une entreprise s'écrit donc :

$$q_i^s(p) = p/2 \text{ **X**}$$

Le seuil de fermeture des entreprises de la deuxième catégorie est donc lui aussi  $p = 0$ . **X**

L'offre globale est la somme des offres individuelles. **X**

$$q_g^s(p) = 15p + 5(p/2)$$

$$q_g^s(p) = (35/2)p \quad \text{pour } p > 0 \text{ **XXX**}$$

2) L'offre globale de long terme est donc

$$20p \text{ **XX**}$$

$$21p = 20 - p$$

$p = 20/21$  **XX**

Bonus :

Cependant, l'équilibre de long terme est caractérisé par la variation possible du nombre des entreprises. Pour que l'équilibre de long terme soit atteint, les entreprises individuelles doivent maximiser leur profit et le nombre des entreprises doit être stable, ce qui implique que le profit soit nul. **X (0 si élément manquant)**

Donc, CO :  $p = C_{mi_{LT}}(q_i) = \text{Min}C_{Mi_{LT}}(q_i)$  **XX**

$C_{mi_{LT}}(q_i) = q_i$

$C_{Mi_{LT}}(q_i) = 0.5q_i$

Donc  $\text{Min}C_{Mi_{LT}}(q_i) = 0$

Ici,  $20/19 > 0$ , ce qui signifie que le marché est profitable, d'autres entreprises devraient donc entrer sur le marché et augmenter la quantité produite jusqu'à ce que le prix du marché soit 0. **X**

Mais si le prix du marché est 0, l'offre globale est 0. Donc, à long terme, le marché disparaît. **XX**

3) Un équilibre concurrentiel est caractérisé par un ensemble de petites entreprises (atomicité) maximisant leur profit. **XXX (0 si élément manquant)**

Cet équilibre n'est donc possible que si les rendements ne sont pas croissants, donc si le coût moyen de long terme n'est pas décroissant.

Les rendements correspondent à l'accroissement de la production suite à un accroissement simultané et proportionnel des facteurs. **X (0 si élément manquant)**

$C_{Mi_{LT}} = 1 + 100/q$

Le coût moyen de long terme est décroissant, les rendements sont donc croissants. **X**

Un équilibre de long terme est donc impossible, l'organisation de la branche tendra vers une ou plusieurs grandes entreprises produisant une quantité importante **X**

### Rattrapage

Soient 50 entreprises dans un secteur d'activité divisées en 2 catégories selon leur technologie. 30 entreprises (celles de la première catégorie) disposent d'une technologie de production se traduisant par la fonction de coût suivante

$$CT1 = q_1^2$$

Les 20 entreprises restantes (celles de la deuxième catégorie) disposent d'une technologie de production résumée par la fonction de coût suivante :

$$CT2 = 2q_2^2$$

1) Calculez l'offre globale des firmes.

2) Calculez l'équilibre de court terme sachant que la demande globale s'écrit

$$D(p) = 40 - 2p$$

3) Un équilibre de long terme est-il possible sur ce marché si les entreprises potentiellement entrantes n'ont le choix qu'entre les deux technologies (donc entre les deux fonctions de coût déjà présentées) ?

### Corrigé

1) La fonction d'offre d'une entreprise représente la quantité produite qui maximise son profit pour tout niveau de prix. **XX (0 si élément manquant)**

Chaque entreprise individuelle maximise son profit selon le programme suivant (pour les entreprises de catégorie 1) :

$$\text{Max}_{q_1} \pi_{q_1} = pq_1 - q_1^2 \quad \mathbf{X}$$

A l'optimum, il n'existe aucune modification de la production qui permette d'augmenter le profit. **X**

$$d\pi/dq_1 = 0$$

$$\text{d'où CO : } p = C_{m_1}(q_1) \quad \mathbf{XX}$$

$$p = 2q_1$$

La fonction d'offre individuelle d'une entreprise s'écrit donc :

$$q_1^s(p) = 0.5p \quad \mathbf{X}$$

Pour trouver l'offre globale, il nous faut le seuil de fermeture c'est-à-dire le seuil à partir duquel l'entreprise n'a plus intérêt à produire **X (0 si élément manquant)**

Méthode 1 (faire l'une ou l'autre, pas les deux):

$$SF : p = \text{MinCVMi}(q_i)$$

$$\text{CVMi}(q_i) = q_1$$

Ce coût est minimal pour  $q_1 = 0$

$$\text{MinCVMi}(q_i) = \text{CVMi}(0) = 0 \text{ **XX (1X s'il n'y a que le résultat, XX s'il y a tout)**}$$

Méthode 2 :

$$0 = 0.5p$$

$$SF : p = 0 \text{ **XX**}$$

Toutes les entreprises de la catégorie 1 sortent donc du marché pour un prix égal à 0.

Chaque entreprise individuelle maximise son profit selon le programme suivant (pour les entreprises de catégorie 2) :

$$\text{Max} \pi_{2q_2} = pq_2 - 2q_2^2 \text{ **X**}$$

A l'optimum, il n'existe aucune modification de la production qui permette d'augmenter le profit.

$$d\pi/dq_2 = 0$$

$$\text{d'où CO : } p = C_{m_2}(q_2)$$

$$p = 4q_2$$

La fonction d'offre individuelle d'une entreprise s'écrit donc :

$$q_i^s(p) = 0.25p \text{ **X**}$$

Le seuil de fermeture des entreprises de la deuxième catégorie est donc lui aussi  $p = 0$ . **X**

L'offre globale est la somme des offres individuelles. **X**

$$q_g^s(p) = 30 \times 0.5p + 20 \times 0.25p$$

$$q_g^s(p) = 20p \quad \text{pour } p > 0 \text{ **XXX**}$$

2) L'équilibre de court terme se caractérise par l'égalité entre offre et demande. **X**

$$20p = 20 - 2p$$

$$P^* = 20/22 \text{ **XX**}$$

$$q^* = 400/22 \text{ **X**}$$

3) Un équilibre concurrentiel est caractérisé par un ensemble de petites entreprises (atomicité) maximisant leur profit. **XXX (0 si élément manquant)**

Cet équilibre n'est donc possible que si les rendements ne sont pas croissants, donc si le coût moyen de long terme n'est pas décroissant.

Les rendements correspondent à l'accroissement de la production suite à un accroissement simultané et proportionnel des facteurs. **X (0 si élément manquant)**

$$CM_{1LT} = q_1$$

$$CM_{2LT} = 2q_2$$

Le coût moyen de long terme est croissant, les rendements sont donc décroissants. **X**

Un équilibre de long terme est donc possible. **X**