



Département Mécanique Numérique et Modélisation

TRAVAUX PRATIQUES

RESISTANCE DES MATERIAUX

*T.P.*

ENVELOPPE MINCE



## TP : ENVELOPPE MINCE

### 1. Introduction

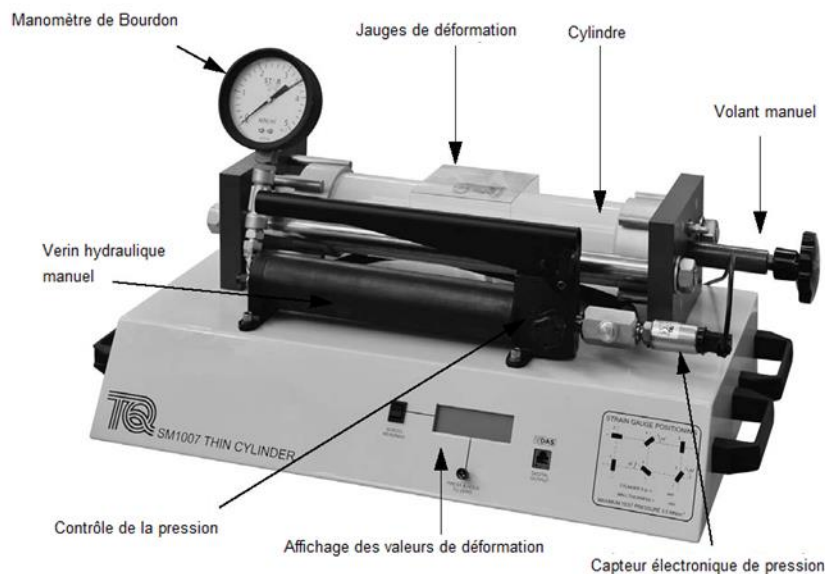
Tous les ingénieurs ont besoin de savoir comment prédire les effets des contraintes sur des formes standards. Ils peuvent utiliser cette information pour décider du bon type et de l'épaisseur des matériaux pour leurs conceptions. L'Appareil d'Etude d'une Enveloppe Mince permet montrer aux étudiants les déformations à la surface d'une enveloppe cylindrique mince lorsqu'elle est soumise à une contrainte due à une pression intérieure. Cette configuration est similaire à celle que l'on trouve dans de nombreuses applications industrielles, comme par exemple les tuyaux pressurisés, les fuselages d'avion et les bouteilles de gaz comprimés.

L'Appareil d'Etude d'une Enveloppe Mince permet également aux étudiants d'étudier :

- Un système de contrainte bi axiale.
- L'utilisation de jauges de déformation.
- Le Module d'Young.
- Le Coefficient de Poisson.
- Le tracé et l'utilisation du Cercle de Mohr.

### 2. Matériel d'étude

L'Appareil d'Etude d'une Enveloppe Mince est constitué d'un cylindre à paroi mince en alliage d'aluminium. Chaque extrémité intérieure du cylindre est équipée d'un piston pouvant librement se déplacer. Le cylindre est maintenu à l'intérieur d'un châssis robuste, lui-même placé sur la partie supérieur d'un boîtier en acier. Le boîtier en acier contient l'équipement électrique, l'afficheur numérique des jauges de déformation et les circuits.



*Figure 1 : L'Appareil d'Etude d'une Enveloppe Mince*

Un ensemble de jauges de déformation électriques est collé à la surface du cylindre. Un afficheur numérique sur la face avant de l'appareil permet d'afficher la déformation mesurée par chaque jauge. Pour appliquer la pression intérieure au cylindre, les étudiants utilisent une pompe hydraulique manuelle afin de mettre en pression l'huile dans le cylindre. Un manomètre mécanique de type de Bourdon affiche la pression d'huile dans le cylindre.

La Pompe manuelle comprend un bouton de contrôle de pression afin que l'opérateur puisse contrôler la pression dans le cylindre et une soupape de pression intégrée afin de prévenir tout dommage sur l'équipement. Le corps de la pompe manuelle constitue le réservoir d'huile.

### ➤ Extrémités Ouvertes et Fermées

Un volant manuel à l'extrémité du châssis permet de régler la configuration du cylindre pour les expériences avec les extrémités ouvertes et Fermées.

- Lorsque l'utilisateur visse le volant manuel, il serre les pistons à déplacement libre dans le cylindre. La contrainte axiale (longitudinale) est alors transmise au châssis et la paroi du cylindre est libre de contrainte axiale, comme si le cylindre n'avait pas d'extrémité. Cette configuration permet de réaliser les expériences avec les 'extrémités ouvertes' (voir la figure 2).
- Lorsque l'utilisateur dévisse le volant manuel, la poussée des pistons s'exerce contre les brides situées à l'extrémité du cylindre qui est alors en configuration 'extrémités fermées'. La contrainte axiale (longitudinale) est alors transmise sur la paroi du cylindre (voir la figure 3).

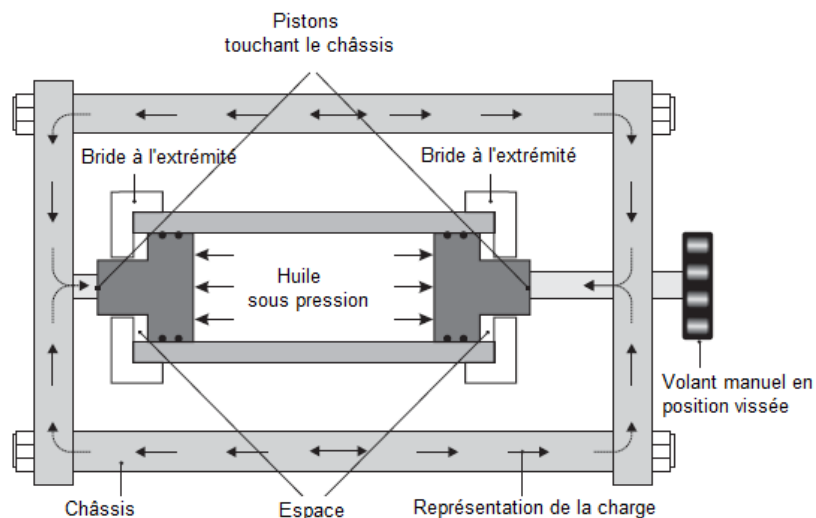


Figure 2 Conditions avec les Extrémités Ouvertes

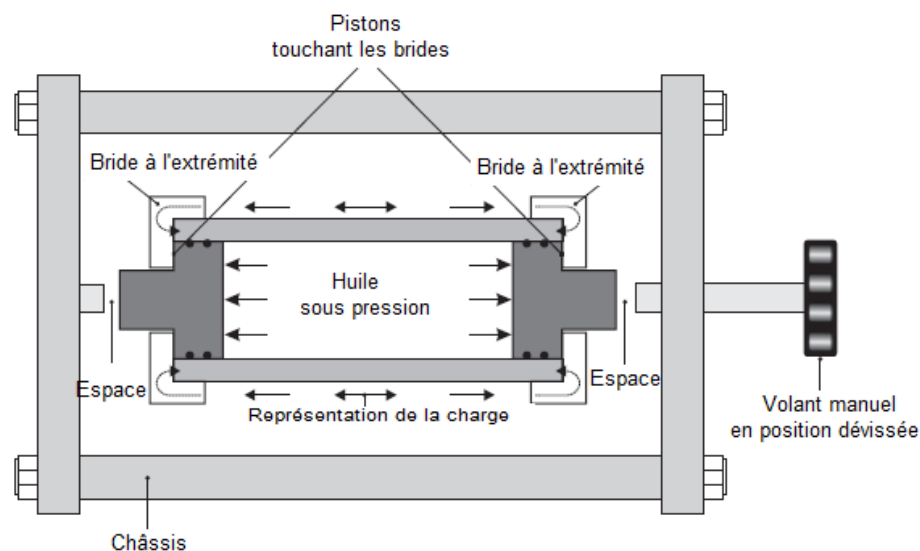


Figure 3 Conditions avec les Extrémités Fermées

## ➤ Jauges de déformation

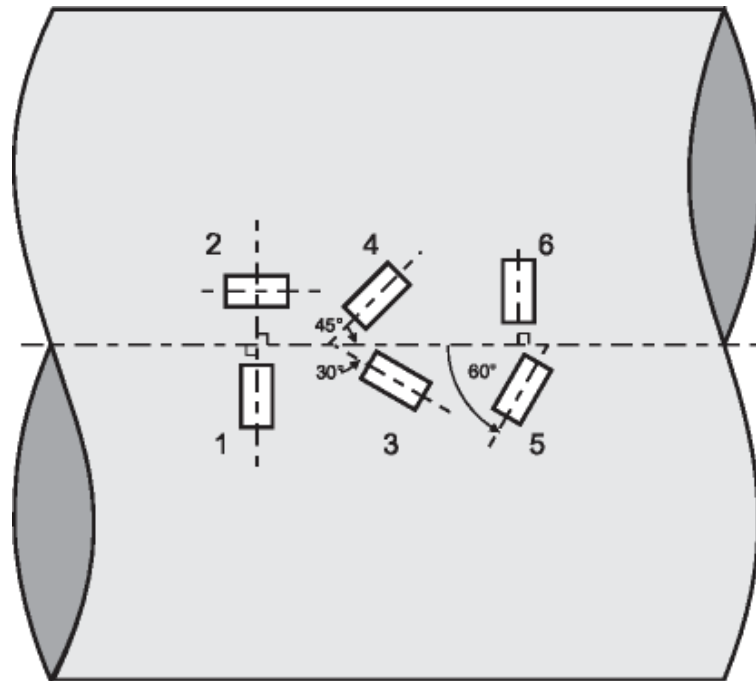


Figure 4 : Positions des Jauges de Déformation

Les jauges de déformation sont des capteurs qui mesurent les déformations dans les parois du cylindre. Leur utilisation est importante pour les ingénieurs qui travaillent sur les structures. Les jauges de déformation sont des capteurs électriques. Leur résistance électrique varie lorsqu'une force externe les soumet à un effort de traction ou de compression. Ce changement de résistance est directement lié avec le déplacement (la déformation). Les jauges de déformation sont de petites feuilles métalliques découpées selon une forme en zigzag. Comme leur épaisseur ne dépasse pas quelques microns, elles sont montées sur une feuille de doublage, pour conférer une stabilité mécanique et une isolation électrique. Les jauges sont collées sur la surface de la partie structurelle à étudier. Les jauges de déformation tendues et comprimées avec la surface de la partie sur laquelle est collées.

Afin de donner une lecture directe de la déformation, la lecture de la jauge de déformation est multipliée par une constante appelée le **facteur de jauge**. Celui-ci compense les légères variations lors de la fabrication entre chaque lot de jauges. Le facteur de jauge varie d'habitude entre 1.8 et 2.2. TecQuipment règle le facteur de jauge dans les circuits électroniques du SM 1007, vous n'aurez donc pas besoin d'en tenir compte dans vos lectures.

Il y a six jauges de déformation sur le cylindre, placées selon différents angles pour permettre d'étudier la variation de la déformation selon différents angles par rapport à l'axe (voir la figure 4). L'afficheur de déformation sur la face avant de l'équipement indique les lectures de chaque jauge de déformation en  $\mu\epsilon$  (microdéformation). L'afficheur indique uniquement quatre lectures à la fois, vous devez donc utiliser le bouton de défilement 'Scroll Reading' pour faire défiler en haut et en bas toutes les six valeurs. Veuillez noter qu'une lecture négative correspond à une déformation de **compression** et qu'une lecture positive correspond à une déformation de **traction**.

## A. Expérience 1 - Extrémités Ouvertes

### ➤ Objectifs

- Montrer la linéarité des jauges de déformation dans la condition avec Extrémités Ouvertes
- Déterminer la relation entre la contrainte et la déformation (Module d'Young) pour le matériau du cylindre
- Déterminer la relation entre les déformations longitudinale et circonférentielle (Coefficient de Poisson) pour le matériau du cylindre
- Montrer comment tracer et utiliser le Cercle de Mohr

### ➤ Procédure

Condition du cylindre : EXTRÉMITÉS OUVERTES								
Lecture	Pression (MN.m <sup>-2</sup> )	Contrainte Direct Circonférentielle (MN.m <sup>-2</sup> )	Déformation					
			Jauge 1	Jauge 2	Jauge 3	Jauge 4	Jauge 5	Jauge 6
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
Valeurs réelles du Cercle de Mohr (à 3 MN.m <sup>-2</sup> )								
Valeurs théoriques du Cercle de Mohr (à 3 MN.m <sup>-2</sup> )								

Tableau 1 Tableau de Résultats

1. Mettez sous tension l'appareil d'étude d'une enveloppe mince et laissez-le au repos au moins cinq minutes avant de démarrer l'expérience. Cela permet aux jauges de déformation d'atteindre une température stable afin d'obtenir des lectures précises.
2. Regardez les positions des jauges de déformation (voir la figure 5 ou le diagramme situé à l'avant de l'enveloppe mince cylindrique). Quelles sont les jauges qui donneront des lectures directes de la déformation circonférentielle et de la déformation longitudinale dans le cylindre ?
3. Ouvrez (tournez en sens inverse des aiguilles d'une montre) le bouton de contrôle de pression et vissez le volant manuel pour configurer la condition avec Extrémités Ouvertes.
4. Fermez (tournez dans le sens des aiguilles d'une montre) le bouton de contrôle de pression et utilisez le bouton 'Appuyez & maintenir jusqu'à zéro' (Press & hold to zero) pour remettre à zéro les valeurs sur l'afficheur des jauges de déformation. Toutes les valeurs affichées des jauges

de déformation devraient maintenant afficher  $0 \mu\epsilon$  ( $\pm 5\mu\epsilon$ ) et l'indicateur de pression devrait afficher  $0 \text{ MN.m}^{-2}$  ( $\pm 0.05 \text{ N.m}^{-2}$ ).



*Utilisez le bouton de défilement ('Scroll Readings') pour faire défiler les valeurs des jauges de déformation de 1 à 6.  
Les valeurs des jauges de déformation affichées peuvent varier légèrement ( $\pm 2\mu\epsilon$ ) lorsque vous effectuez des relevés. Ceci est tout à fait normal.*

5. Inscrivez votre première série de relevé de mesures (avec une pression nulle) dans votre tableau
6. Pompez avec la pompe manuelle jusqu'à ce que la pression soit d'environ  $0.5 \text{ MN.m}^{-2}$ . Attendez quelques secondes que les valeurs se stabilisent et inscrivez les valeurs dans le tableau de résultats.
7. Augmentez soigneusement la pression par incréments de  $0.5 \text{ MN.m}^{-2}$  jusqu'à  $3 \text{ MN.m}^{-2}$ . A chaque incrément, attendez que les lectures se stabilisent et relevez les lectures dans votre tableau de résultats.



***Ne dépassez pas une pression dans le cylindre de  $3.5 \text{ MN.m}^{-2}$***

Essayez d'approcher le plus près possible jusqu'à  $3 \text{ MN.m}^{-2}$  afin que vous puissiez comparer vos résultats avec les valeurs théoriques

Ouvrez (tournez en sens inverse des aiguilles d'une montre) le bouton de contrôle de pression pour revenir jusqu'à une pression lue de  $0 \text{ MN.m}^{-2}$ .

8. Tracez la déformation (axe vertical) en fonction de la pression (axe horizontal) pour la totalité des six jauges de déformation. Interprétez vos résultats.
9. Calculer la contrainte circonférentielle théorique pour chaque pression.
10. Etudiez les résultats pour les jauges 1 et 6, que pouvez-vous dire de l'amplitude de la déformation circonférentielle lorsque vous vous déplacer le long de l'axe du cylindre ?
11. Utilisez les résultats des jauges 1 et 6 pour tracer un graphe représentatif de la Contrainte Circonférentielle (axe vertical) en fonction de la Déformation Circonférentielle (axe horizontal). Quel est la relation entre la contrainte et la déformation ?
12. Utilisez la pente de vos graphes pour déterminer la valeur du module d'Young pour le matériau du cylindre. Comparez vos résultats avec la valeur réelle donnée par l'enseignant  $69 \text{ GN m}^{-2}$ . S'il y a une différence, pouvez-vous expliquer les causes d'erreur ?
13. Pour déterminer la relation entre la Déformation et la Déformation Circonférentielle, tracez la Déformation Longitudinale (de la jauge 2) en fonction de la Déformation Circonférentielle (à partir des jauges 1 ou 6).

14. Déterminez la pente de la droite sur votre graphe. La pente est en fait le coefficient de Poisson du matériau du cylindre (puisque le coefficient de Poisson pour l'enveloppe mince cylindrique correspond au rapport de la déformation longitudinale sur la déformation circonférentielle).

❖ **Déformations Principales et Cercle de Mohr**

Les déformations principales se situent uniquement dans les directions longitudinales et circonférentielles (deux angles). Pour déterminer les déformations à d'autres angles, la méthode la plus courante est le tracé du cercle de Mohr. Ce cercle est utilisé pour résoudre de nombreux problèmes sur les contraintes, déformations et les flèches.

**Pour tracer le cercle de Mohr :**

15. Vous devriez normalement tracer un graphe pour chaque réponse de jauge de déformation et déterminer sa pente pour calculer une valeur moyenne. Cependant, vos résultats devraient être très linéaires, donc vous pouvez utiliser n'importe quelle valeur de vos résultats. Pour la comparaison avec les valeurs théoriques vous devez utiliser les valeurs pour la pression d'essai maximum ( $3\text{MN.m}^{-2}$ ). Calculez la valeur maximum moyenne pour les jauges 1 et 6.
16. A partir de vos résultats, déterminez la valeur positive maximum de déformation principale (la moyenne des valeurs maximum des jauges 1 et 6). Déterminez la valeur négative maximum de déformation principale (à partir de la jauge 2).
17. Tracez un axe horizontal qui puisse contenir les valeurs maximum et minimum des déformations principales. Tracez un axe vertical à la même échelle.
18. Comme indiqué dans annexe, sur le Cercle de Mohr, les déformations relatives à  $2\Theta$  où  $\Theta =$  l'angle par rapport à l'axe. C'est important. La jauge 2 est orientée selon l'axe du cylindre, donc son angle est de  $0^\circ$  sur le cercle de Mohr. Les jauges 1 et 6 sont orientées à  $90^\circ$  de l'axe, donc leur angle est de  $180^\circ$  sur le cercle de Mohr. Tracez ces 2 points sur l'axe comme indiqué dans la figure 5.

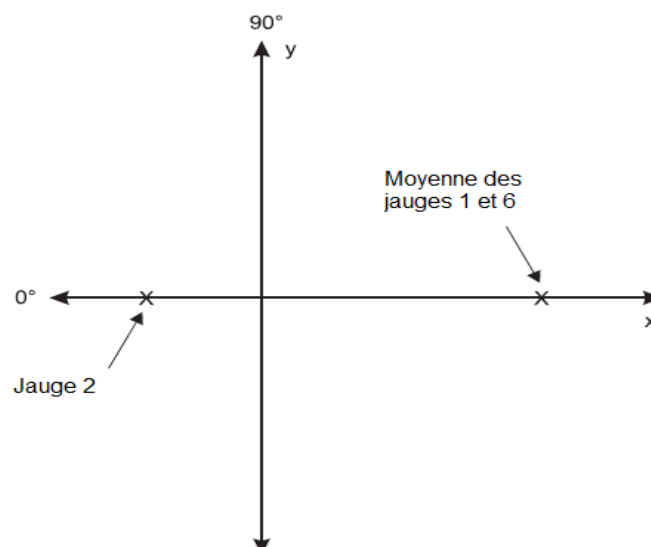


Figure 5 Tracer des points correspondants à la jauge 2 et à la moyenne des valeurs maximum des jauges 1 et 6.

19. Les deux points sont les extrémités (diamètre) du cercle de Mohr. Déterminez le centre du cercle (exactement à la moitié du diamètre) soit par calcul ou par construction graphique, puis tracez un cercle comme indiqué à la figure 6.

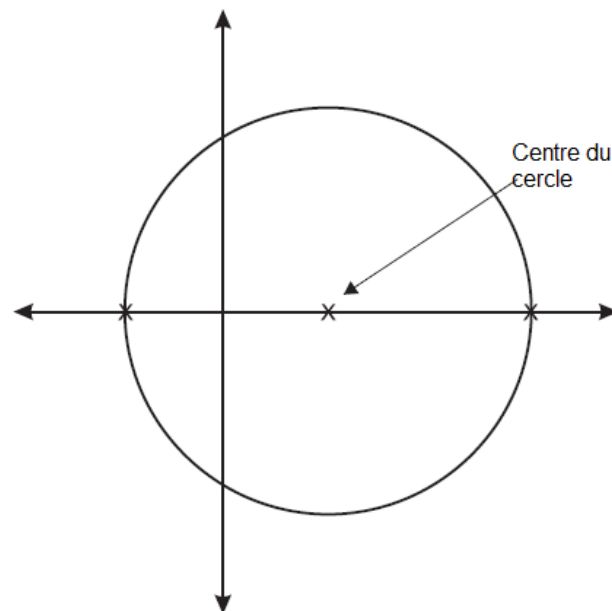


Figure 6 : Un Cercle, centré autour de vos deux ensembles de résultats.

C'est le cercle de Mohr basé sur vos résultats relatifs aux déformations principales. Vous pouvez l'utiliser pour déterminer la déformation directement à n'importe quel angle de l'axe.

20. Pour déterminer la déformation directe à  $60^\circ$  de l'axe, tracez une ligne du centre du cercle avec une direction à  $120^\circ$  dans le sens des aiguilles d'une montre à partir de  $0^\circ$  (souvenez-vous, deux fois l'angle!) jusqu'à ce qu'il croise le cercle, tracez ensuite verticalement une ligne à partir du point d'intersection vers le bas qui rejoint l'axe x (voir la figure 7).

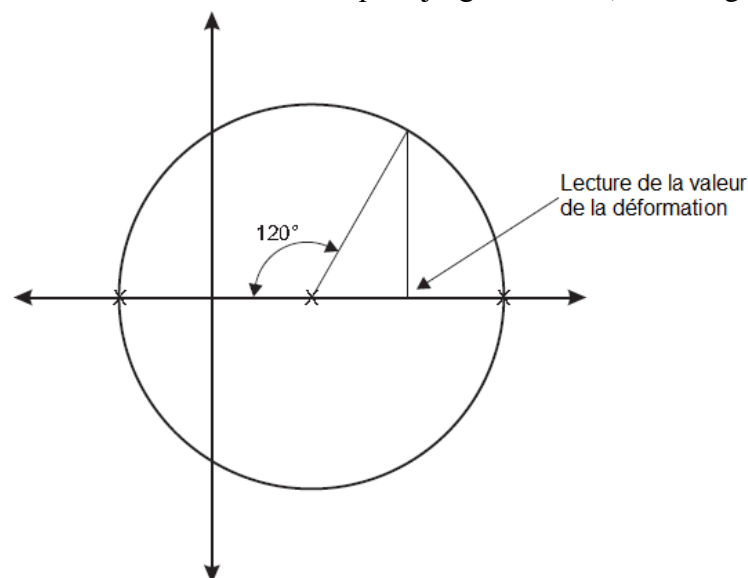


Figure 7 : Pour déterminer la déformation à 60 degrés.

21. Relevez la valeur de la déformation et comparez-la à la valeur mesurée de la jauge de déformation 5, qui est à  $60^\circ$  de l'axe. Vous devriez déterminer que les deux valeurs sont similaires.
22. Répétez le processus pour des angles de  $30^\circ$  et  $45^\circ$  et comparez les valeurs de déformation obtenues de votre cercle de Mohr avec celles mesurées sur l'équipement. Inscrivez vos résultats dans votre tableau de résultats. Le cercle de Mohr prédit-il exactement la déformation directe aux



angles donnés ?

- 23.** Sur votre cercle de Mohr, tracez deux lignes horizontales traversant l'axe vertical. Les lignes doivent commencer au point où le cercle croise les valeurs des jauges à 30 degrés (ou 60 degrés) et 45 degrés. Sur l'axe vertical, lisez les valeurs de déformation de cisaillement. Vous devriez remarquer que la contrainte de cisaillement maximum (et la déformation) se produit à la position de 45 degrés, comme décrit dans l'annexe.

➤ *Cercle de Mohr et Déformation de Cisaillement*

- i.** Utilisez l'équation dans l'annexe pour calculer la Contrainte Circonférentielle théorique pour chaque pression.
- ii.** Utilisez vos résultats expérimentaux de déformations principales (jauges 1, 6 et 2) pour tracer un cercle de Mohr comme dans l'expérience en condition avec les Extrémités Ouvertes. Le Cercle de Mohr prédit-il exactement les valeurs des jauges 3, 4 et 5 ?

## B. Expérience 2 - Extrémités Fermées

### ➤ Objectifs

Utiliser les résultats obtenus dans l'expérience avec les Extrémités Ouvertes pour analyser les applications qui correspondent plus au 'monde réel' relatives à une enveloppe mince cylindrique avec 'Extrémités Fermées' (contrainte bi axiale).

### ➤ Procédure

Condition du cylindre : EXTRÉMITÉS FERMEES								
Lecture	Pression (MN.m <sup>-2</sup> )	Contrainte Direct Circumférentielle (MN.m <sup>-2</sup> )	Déformation					
			Jauge 1	Jauge 2	Jauge 3	Jauge 4	Jauge 5	Jauge 6
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
Valeurs réelles du Cercle de Mohr (à 3 MN.m <sup>-2</sup> )								
Valeurs théoriques du Cercle de Mohr (à 3 MN.m <sup>-2</sup> )								

Tableau 2 Tableau de Résultats

- Ouvrez (tournez en sens inverse des aiguilles d'une montre) le bouton de contrôle de pression et dévissez le volant manuel pour configurer la condition avec Extrémités Fermées, Remplissez le tableau ci-dessus.

REMARQUE



*Le volant manuel n'est pas fixé à l'appareil, s'il est trop dévissé, il tombera en fin de course*

Pour vérifier que le châssis ne prend pas de charge :

- Fermez (tournez dans le sens des aiguilles d'une montre) la vanne de contrôle de pression et utilisez la pompe manuelle jusqu'à ce que le manomètre atteigne 3 MN.m<sup>-2</sup> (vous aurez besoin de pomper plusieurs fois).
- Poussez et tirez **doucement** le cylindre le long de son axe, le cylindre devrait bouger dans le châssis. Cela indique que le châssis ne prend pas de charge. Si le cylindre ne bouge pas, desserrez encore un peu plus le volant manuel et essayez de nouveau.

DANGER



**Ne dépassez pas une pression dans le cylindre de 3.5 MN.m<sup>-2</sup>**

- Ouvrez le bouton de contrôle de pression pour libérer la pression.



Répondez à toutes les questions de la première partie : Extrémités ouvertes.

# ANNEXE

## Notation, Équations Utiles et Théorie

### Notation

Symbole	Définition	Unités
$F$	Force	N
$A$	Surface	$m^2$
$l$	Longueur	m
$\sigma$	Contrainte Normale	$N.m^{-2}$
$\sigma_H$	Contrainte circonférentielle	$N.m^{-2}$
$\sigma_L$	Contrainte longitudinale	$N.m^{-2}$
$\tau$	Contrainte de cisaillement	$N.m^{-2}$
$\theta$	Position angulaire	Degrés
$p$	Pression interne	$N.m^{-2}$
$\mathcal{E}$	Déformation directe	*
$\mathcal{E}_{Lo}$	Déformation Longitudinale (conditions extrémités ouvertes)	*
$\mathcal{E}_{Ho}$	Déformation circonférentielle (conditions extrémités ouvertes)	*
$\mathcal{E}_{Lc}$	Déformation Longitudinale (conditions extrémités fermées)	*
$\mathcal{E}_{Hc}$	Déformation circonférentielle (conditions extrémités fermées)	*
$E$	Module d'Young	$N.m^{-2}$
$d$	Diamètre intérieur du cylindre	m
$t$	Epaisseur du cylindre	m
$\nu$	Coefficient de Poisson	-

\* la Déformation est un rapport de dimensions et est donc adimensionnel. L'afficheur de l'appareil indique les valeurs dans l'unité traditionnelle; la ' $\mu\varepsilon$ ' (microdéformation) qui est la valeur de la déformation  $\times 10^{-6}$ .

## ✚ Équations utiles

### Contrainte ( $\sigma$ )

C'est la force qui est appliquée au matériau sur une surface connue. Elle est déterminée par l'équation :

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

**La contrainte de compression** correspond à une surface de matériau comprimée. Elle a une valeur négative.

**La contrainte de traction** correspond à une surface de matériau étirée. Elle a une valeur positive.

### Déformation ( $\varepsilon$ )

Elle correspond au changement de longueur (distorsion provoquée par la contrainte) du matériau par rapport à sa longueur d'origine. Elle est déterminée par l'équation :

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

**La déformation de compression** correspond à une surface de matériau comprimée. Elle a une valeur négative.

**La déformation de traction** correspond à une surface de matériau étirée. Elle a une valeur positive.

### Module d'Young ( $E$ )

C'est le rapport de la contrainte divisée par la déformation du matériau. Un physicien anglais - Thomas Young l'a découvert. C'est la mesure de la raideur des matériaux (un matériau raide possède une valeur de module d'Young élevée). Il est déterminé par l'équation :

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

### Le Coefficient de Poisson ( $\nu$ )

C'est le rapport de la déformation 'transversale' dans un matériau (perpendiculairement à la contrainte appliquée), divisé par la déformation longitudinale (en direction de la contrainte appliquée). Le mathématicien français - Simeon Poisson l'a découvert en remarquant que la section transversale d'un matériau diminue lorsqu'on le soumet à une traction.

Pour l'enveloppe mince cylindrique, l'équation est :

$$\nu = \frac{-\varepsilon_L}{\varepsilon_H}$$

Ou

$$\nu = \frac{-\varepsilon_{L0}}{\varepsilon_{H0}} \quad (\text{pour la condition avec extrémités ouvertes})$$

Pour un matériau parfaitement compressible, le coefficient de Poisson aurait une valeur d'exactly 0.5. La plupart des métaux ont une valeur de coefficient de Poisson d'environ 0.3. Le caoutchouc a un rapport d'entre environ 0.5. Pour les matériaux standards, le coefficient de Poisson se situe entre 0.1 et 0.5.

## Théorie

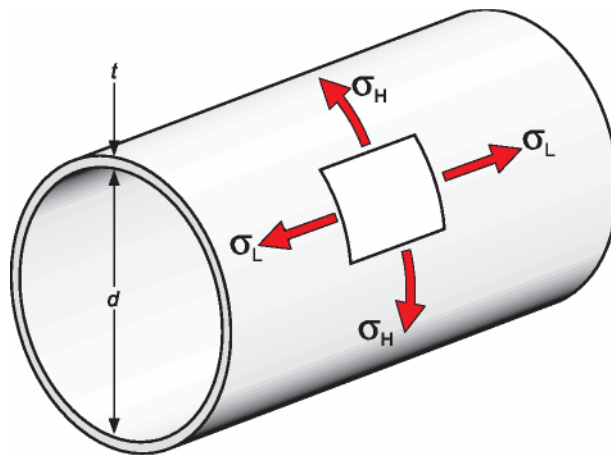
### *Contraintes Directes sur une Enveloppe Cylindrique Mince*

Trois types de contraintes directes peuvent agir sur un cylindre fermé soumis à une pression intérieure :

1. **Contrainte longitudinal (ou Axial)** - la contrainte le long de la longueur du cylindre (l'axe).
2. **Contrainte (ou Circonférentielle)** - la contrainte autour du diamètre des cylindres.
3. **Contrainte radiale** - la compression des parois du cylindre. Elle est égale à la pression à l'intérieur et est nulle à l'extérieur.

Les contraintes longitudinales et circonférentielles sont directement proportionnelles à la pression intérieure et au rapport diamètre-épaisseur du cylindre. La contrainte radiale correspond uniquement à la pression intérieure.

À cause de leur rapport à la géométrie, les contraintes Longitudinales et les contraintes de circonférentielles sont bien plus grandes et plus significatives que la contrainte radiale dans une enveloppe cylindrique mince. Pour cette raison, la contrainte radiale est suffisamment petite pour l'ignorer dans les calculs de base (et dans ce Manuel d'utilisation).



*Figure 8 Contraintes dans une enveloppe cylindrique mince*

Les contraintes directes individuelles dans enveloppe cylindrique mince sont données par les relations :

$$\sigma_H = pd/2t \quad (10)$$

$$\sigma_L = pd/4t \quad (11)$$

### *Déformations Principales - Extrémités Ouvertes*

Dans un cylindre, les déformations minimum et maximum sont perpendiculaires l'une de l'autre. On appelle ces déformations les **déformations principales**. Dans l'enveloppe cylindrique mince, elles

correspondent à la Déformation Circonférentielle maximum et la Déformation Longitudinale maximum.

Dans la condition avec les extrémités ouvertes, il devrait y avoir une déformation circonférentielle directe en raison de la contrainte circonférentielle, mais il ne devrait y avoir aucune déformation longitudinale, du fait que les extrémités sont ouvertes. Cependant, en raison de l'effet de Poisson, il y aura une valeur (négative) de déformation de compression.

En utilisant l'équation du module d'Young, dans la condition avec les extrémités ouvertes, l'enveloppe cylindrique mince possède des déformations principales suivantes :

$$\varepsilon_{H\theta} = \frac{\sigma_{H\theta}}{E} \text{ (directement à partir de la contrainte circonférentielle)}$$

$$\varepsilon_{Lo} = \frac{-\nu\sigma_{H\theta}}{E} \text{ indirectement, du fait de l'effet de Poisson}$$

### ***Les Déformations Principales par Superposition - Extrémités Fermées***

Une contrainte circonférentielle directe crée une déformation longitudinale indirecte, en raison de l'effet de Poisson. Donc, une contrainte purement longitudinale créera une déformation circonférentielle indirecte. Si le cylindre a été tendu, il aura une tendance à réduire de diamètre (c'est exactement ce qui arrive si vous tendez un élastique). Pour déterminer les déformations principales dans l'expérience avec les extrémités fermées, nous pouvons utiliser le principe de 'superposition'. Cela signifie que nous pouvons calculer simplement les déformations directes pour chaque cas de contrainte (circonférentielle et longitudinal) en les isolant puis en les additionnant ensuite pour déterminer les déformations principales pour le système bi axial.

Étant donné que :

$$\text{Déformation} = \text{Contrainte}/\text{Module d'Young}$$

Et

$$\text{Déformation principale circonférentielle} = \text{Déformation circonférentielle directe}$$

$$+ \text{coefficient de Poisson} \times \text{Déformation longitudinale}$$

Et

$$\text{Déformation principale longitudinale} = \text{Déformation longitudinale directe}$$

$$+ \text{coefficient de Poisson} \times \text{Déformation circonférentielle}$$

En termes mathématiques :

$$\varepsilon_H = \sigma_H / E$$

La contrainte circonférentielle provoque une déformation circonférentielle de :

$$\varepsilon_L = -\nu\sigma_H / E \text{ (du fait de l'effet de Poisson)}$$

Egalement, la contrainte longitudinale provoque une déformation longitudinale de :

$$\varepsilon_L = \sigma_L / E$$

et la contrainte circonférentielle provoquera une déformation circonférentielle de :

$$\varepsilon_H = -\nu\sigma_L/E \quad (\text{du fait de l'effet de Poisson})$$

Donc, les déformations principales pour les expériences avec les extrémités fermées sont la somme de ces équations, ce qui donne :

$$\varepsilon_{Hc} = (\sigma_H - \nu\sigma_L)/E$$

$$\varepsilon_{Lc} = (\sigma_L - \nu\sigma_H)/E$$

### Le Cercle de Mohr

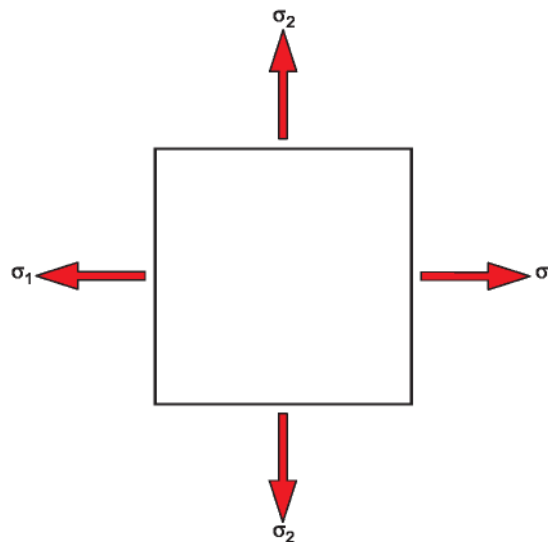


Figure 9 Diagramme des Contraintes Principales sur un élément

La déformation dans la direction de  $\sigma_1$

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \frac{\nu\sigma_2}{E}$$

La déformation dans la direction de  $\sigma_2$

$$\varepsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E} - \frac{\nu\sigma_1}{E}$$

$\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_2$  sont les valeurs des déformations principales. Ces déformations peuvent être utilisées pour construire les déformations sur le Cercle de Mohr.

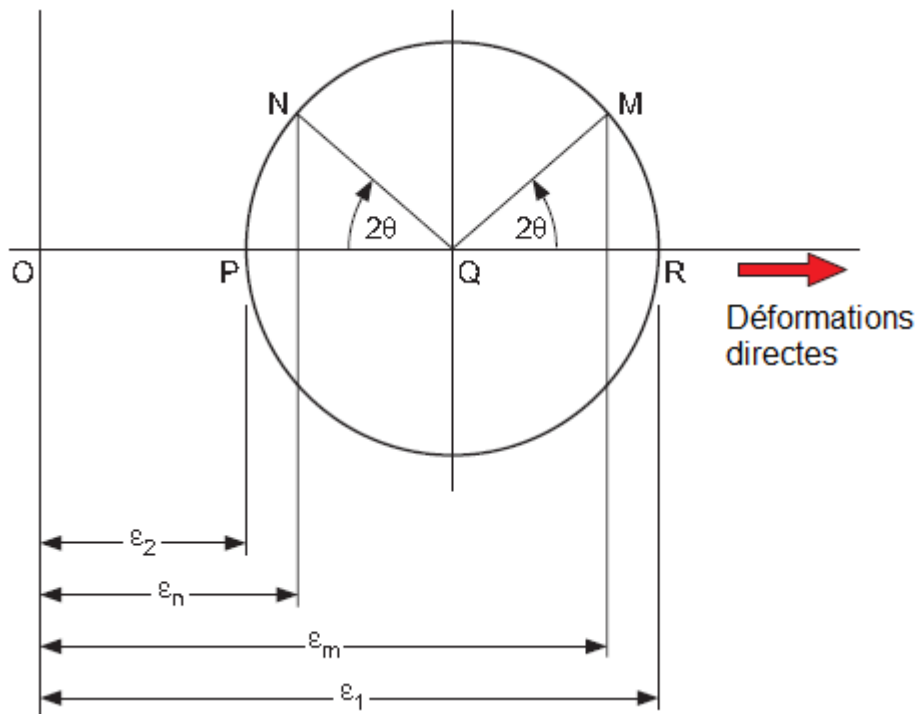


Figure 10 Représentation des déformations sur le Cercle de Mohr

En se référant à la figure 10 :

$\vec{OR}$  = déformation principale maximum.

$\vec{OP}$  = déformation principale minimum perpendiculairement à la valeur maximum.

$Q$  = Centre du cercle de déformation.

A partir du diagramme :

$$\varepsilon_m = \varepsilon_2 + \left(\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2}\right) + \left(\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2}\right) \cos 2\theta$$

$$\varepsilon_m = \left(\frac{\varepsilon_2 + \varepsilon_1}{2}\right) + \left(\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2}\right) \cos 2\theta$$

Et

$$\varepsilon_n = \varepsilon_2 + \left(\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2}\right) - \left(\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2}\right) \cos 2\theta$$

$$\varepsilon_n = \left(\frac{\varepsilon_2 + \varepsilon_1}{2}\right) + \left(\frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{2}\right) \cos 2\theta$$