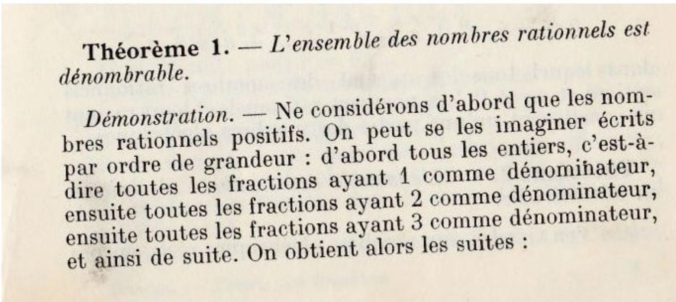
Cantor et.....Cantor

Cantor a démontré ce que j'ai exprimé dans Vc17, et bien plus encore.

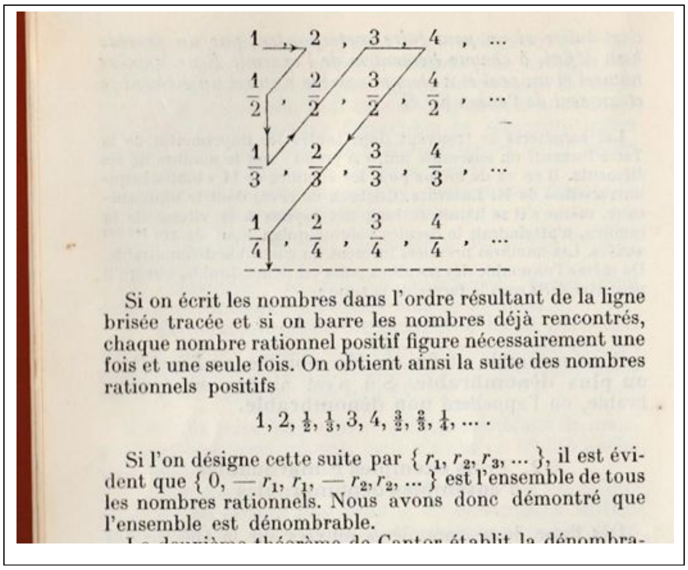
Tout d'abord souvenons-nous que les sous-ensembles d'un ensemble infini dénombrable sont eux-aussi dénombrables.

Reprenons la diagonale de Cauchy utilisée pour démontrer la dénombrabilité des nombres rationnels. (Vc17 page 16)



Théorème 1. — *L'ensemble des nombres rationnels est dénombrable.*

Démonstration. — Ne considérons d'abord que les nombres rationnels positifs. On peut se les imaginer écrits par ordre de grandeur : d'abord tous les entiers, c'est-à-dire toutes les fractions ayant 1 comme dénominateur, ensuite toutes les fractions ayant 2 comme dénominateur, ensuite toutes les fractions ayant 3 comme dénominateur, et ainsi de suite. On obtient alors les suites :



$$\begin{array}{lllll} 1, & 2, & 3, & 4, & \dots \\ \frac{1}{2}, & \frac{2}{2}, & \frac{3}{2}, & \frac{4}{2}, & \dots \\ \frac{1}{3}, & \frac{2}{3}, & \frac{3}{3}, & \frac{4}{3}, & \dots \\ \frac{1}{4}, & \frac{2}{4}, & \frac{3}{4}, & \frac{4}{4}, & \dots \end{array}$$

Si on écrit les nombres dans l'ordre résultant de la ligne brisée tracée et si on barre les nombres déjà rencontrés, chaque nombre rationnel positif figure nécessairement une fois et une seule fois. On obtient ainsi la suite des nombres rationnels positifs

$$1, 2, \tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{3}, 3, 4, \tfrac{3}{2}, \tfrac{2}{3}, \tfrac{1}{4}, \dots .$$

Si l'on désigne cette suite par $\{ r_1, r_2, r_3, \dots \}$, il est évident que $\{ 0, -r_1, r_1, -r_2, r_2, \dots \}$ est l'ensemble de tous les nombres rationnels. Nous avons donc démontré que l'ensemble est dénombrable.

Le deuxième théorème de Cantor établit la dénombra-

1ère ligne : tous les entiers, c'est-à-dire toutes les fractions ayant 1 comme dénominateur. Ceci correspond à N de mes tableaux (Vc17 pages 9, 14, 15), ou à l'ensemble des noms de familles (Vc17 page 5).

Tous ces entiers sont ensuite divisés par 2, puis 3, …puis 10,….puis 100,…puis 1000, ………..

Or 1/10 = 0,1 2/10 =0,2 ……….

1/100 =0,01 2/100 = 0,02 ....27/100 = 0,27 28/100 = 0,28 ....

On comprend que tous les nombres de [0,1[de mes tableaux se retrouvent ici, dénombrés puisque faisant partie d'un sous-ensemble dénombrable, ils existent dans le tableau de Cantor ci-dessus sous d'autres formes d'écriture, 1/5 = 0,2 par exemple, mais il est plus simple pour retrouver ces nombres de partir des fractions ayant une puissance de 10 comme dénominateur.), on les retrouve ainsi dans le même ordre de création que dans mon premier tableau de Vc17 page 7. On y trouve aussi

tous les nombres correspondants aux différentes familles de Vc17 page 5 , c'est-à-dire aux R positifs exprimés sous la forme d'une écriture décimale, et

tous les nombres rationnels écrits sous la forme d'une fraction, les décimaux et surtout les non décimaux.

- Une question : quand j'aurai $\infty/10^{\infty}$ qu'aurai-je comme résultat ? 1 ? 9 ?, l'infiniment petit ? indécidable ?
- Qu'en est-il de la diagonale de Cantor appliquée à 0,1[, écrite avec des nombres à écriture décimale, les mêmes que ceux trouvés ici et démontrés dénombrables ? qui de Cantor ou de Cantor a raison ?

Est-ce possible ?

Mes bijections sont elles toujours possibles ? la première ligne de l'écriture des nombres rationnels du tableau de Cantor s'écrit-elle avec une infinité de chiffres ? Il semblerait que non : les réels peuvent avoir une infinité de chiffres à la droite de la virgule, mais pas à la gauche de celle-ci.

Ainsi présentés, il semblerait que l'infini puisse être un état, un terme pour les décimales, mais une avancée perpétuelle pour les entiers.

Une autre école de mathématiciens nous parle des nombres décadiques pouvant avoir une infinité de chiffres à droite de la virgule, mais pas à gauche.

Si les deux écoles ne peuvent voir leurs propositions réunies en une seule, l'écriture de l'infini des nombres avec une infinité de chiffres, tant à droite qu'à gauche, ou plutôt le contraire une infinité de chiffres qui ne constitue pas un état, un terme dans les deux directions, mais une fuite à l'infini, alors mon écriture de N ne peut être mise en bijection avec [0,1[, et je ne peux écrire tous les éléments de [0,1[avec les entiers de la première ligne du tableau de Cantor, les premiers ayant pour certains une infinité de décimales alors que les seconds non.

Je rappelle cependant que, pour les bijections de type 2, c'est l'infiniment grand et l'infiniment petit qui permettent ces bijections, en particulier qui permettent à des infinis d'être équivalents à certains de leur sous-ensembles. Est-ce compatible avec les affirmations sur l'infinité des chiffres de l'écriture des décimales et des entiers ?

Bien d'autres questions se posent encore…

Pour ce qui est de la diagonale si j'arrive à comprendre sa construction, si j'arrive à comprendre que le nombre de la diagonale 2 au moment x ne peut-être dans le tableau avant et au moment x, je ne peux pour l'instant accepter l'affirmation qu'il ne l'est pas dans tout le tableau, et je choisis le Cantor qui démontre la dénombrabilité des nombres à écriture décimale de [0,1[à celui de la diagonale qui veut prouver le contraire.

J‘ai lu que Cantor l’avait appliquée aux entiers, j’avais entrepris de le faire dans *diagonale 2* , le résultat semble démonter une exception à la conclusion classique. Il est affirmé par ailleurs que cette application n’est pas possible avec les entiers, en particulier parce que ceux-ci ne s’écrivent pas avec une infinité de chiffres contrairement aux décimales, pourtant cette diagonale serait aussi applicable avec des ensembles finis.

Les éléments de mon ensemble [0,1[tel qu’il est écrit semble bien correspondre aux éléments de R^S (Vc17 page 15), il doit relever par ses propriétés à l’application de la diagonale et lui aussi remet en cause les conclusions finales .