Quelques rares connaissances ont lu " Vc16 "*, j'ai reçu dernièrement de l'une d'entre elles ce message : puisque tu t'intéresses à l'infini, voici quelque chose qui devrait exciter ta curiosité, suivait un article sur 2 mathématiciens qui ont découvert que l'ensemble N (les entiers naturels) et l'ensemble R (les réels) sont deux ensembles infinis égaux.

Je ne suis qu'un ignare, je pourrais me plonger dans des livres de math pour essayer de comprendre cette démonstration, je trouve cet effort intéressant d'une certaine façon, mais prétentieux, faut-il encore que je comprenne !!! Faut-il que je l'assimile !!! et pourquoi ? pour pérorer ? donc, c'est inutile. … **Mais**,

pour le plaisir, avec le peu de connaissances que j'ai, je peux " visiter " les infinis, m'amuser à découvrir – pourquoi pas ? – certaines règles. Peut-être ferai-je hurler les puristes et les savants parfois, par mes affirmations, conclusions, expériences …les mots ne seront peut-être pas justes, mais l'aventure peut être belle et donner l'envie à quelques lecteurs d'approfondir leurs connaissances.

Osons les mathématiques !

Plongeons dans les infinis !

Ce que je sais : N est infini et dénombrable, on peut en faire une liste.

R est infini et non dénombrable, on peut toujours placer un nombre entre 2 nombres voisins.

La bijection permet de montrer l'équivalence entre 2 ensembles, elle ne peut semble t'il pas être utilisée entre R et N.

Un ensemble infini est dit dénombrable si et seulement s'il peut être mis sous la forme d'une suite $\{m_1, m_2, m_3 \ldots\}$ c'est-à-dire si on peut faire correspondre, par un procédé bien défini, à chaque élément *m* de l'ensemble *E* un nombre naturel et un seul et à chaque nombre naturel un élément *m* et un seul de l'ensemble *E*.(bijection entre R et E)

* Voyage dans le bric à brac de mon cerveau version 2016-2017". Dorénavant j'écrirai Vc avec les 2 derniers chiffres de la première année de la version.

Je peux représenter les **entiers naturels** sur un axe :

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

Leur image pour moi est une suite de pointillés :

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

Une symétrie par rapport à 0 crée les entiers relatifs. je me contenterai de travailler avec les naturels,, pour la simplicité et parc e que rien ne change pour les observations et découvertes.

Les entiers sont en nombres infinis, je peux toujours en ajouter à ma liste, avec une limite 0 et une autre ∞, au "loin " pour les naturels.

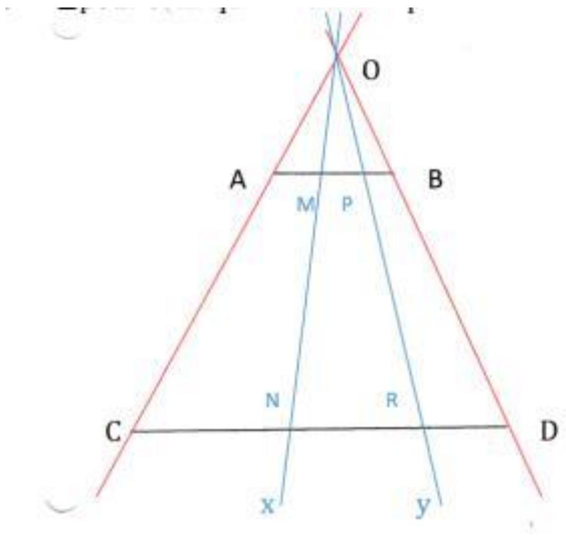
L'ensemble des nombres réels R* (ici aussi, pour les mêmes raisons que pour les naturels, je vais me limiter aux nombres positifs) est porté sur un axe qui supporte tous les points correspondant à un élément de R.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

0,5 π 20/3 13,75

Pour continuer mes "recherches " il faut que j'accepte que les règles de l'∞ ne sont pas toujours les mêmes que celles des nombres correspondants à des ensembles finis. Le premier exemple est celui présenté page 64 de VC16.

Rappel :



En géométrie euclidienne, par 2 points distincts ne peut passer qu'une seule droite.

CD = 3 AB Tous deux, bien qu'ayant un début et une fin, sont constitués d'une infinité de points.

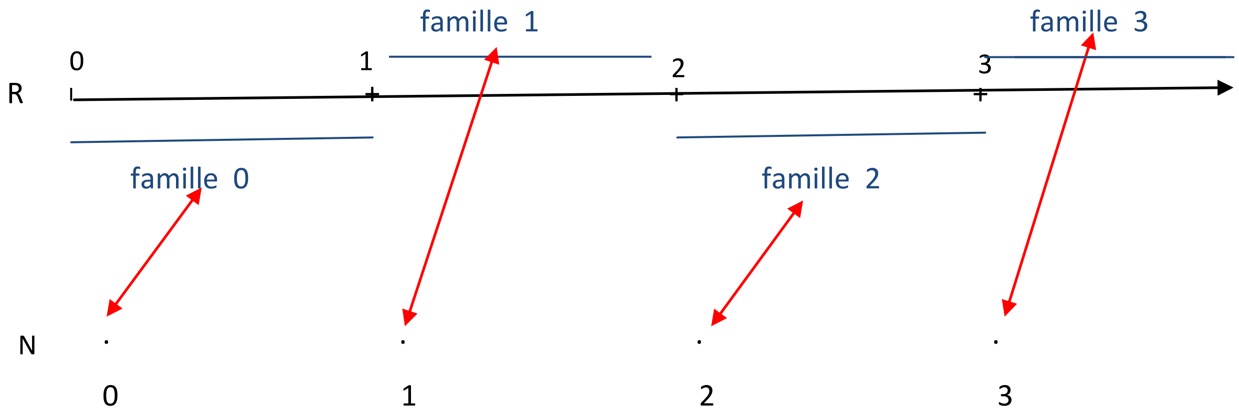
A tout point M de AB correspond un point image et un seul N de CD par la droite Ox.

A tout point R de CD correspond un point image P et un seul de AB par la droite Oy

AB et CD ont donc le même nombre de points. C'est superbe !

On comprend aisément que cette étrange propriété s'étend à l'ensemble des segments de droite que l'on peut choisir, des plus petits aux plus grands.

Comparons R et N



J'appelle famille 0 tous les nombres de R commençant par 0, cela va de 0 à 1, 1 non compris, cela s'écrit je crois [0,1[.

Famille 1, tous les nombres de R commençant par 1 (1 , 1,302 , 1,7 ,1,0030217….) et ainsi de suite.

Je peux facilement faire une bijection entre chaque famille et les nombres N : chaque élément de N est mis en relation avec la famille portant son nom, et chaque famille est mise en relation avec l'entier correspondant à son nom.

J'ai donc autant de nombres N que de familles.

Rappel : chaque famille est infinie, elles sont toutes équivalentes au " continu " donc ont toutes le même nombre d'éléments, de même que leur ensemble R.

Observons la famille 0

-Elle est composée des nombres dont la partie entière est 0.

-après la partie entière s'écrit la partie décimale, j'exclus de l'écriture les 0 que je pourrais placer à la droite du dernier chiffre non égal à 0 inutiles, par exemple 0,341. 0,342 suit ce nombre, je peux placer entre ces 2 nombres une infinité d'autres nombres, par exemple 0,34178, puis si je veux 0,3417835 et je peux continuer ainsi à l'infini. Il m'est impossible d'écrire tous les nombres de cette suite, un nouveau pouvant toujours se placer entre deux.

Notons que je ne peux placer un de ces nouveaux nombres n'importe où, sa place est bien déterminée dans la suite des nombres, l'ensemble [0,1[est donc ***ordonné***, mais impossible à dénombrer pour l'instant.

Essayons d'exprimer tous ces nombres avec une autre logique, un nouvel ordre.

Un nouvel ordre.

Je vais classer les nombres composant [0,1[d'après leur nombre de décimales. Je vais ainsi composer des sous-groupes à l'intérieur desquels l'ordre croissant naturels sera respecté.

Sous-groupe à 0 décimale : 0

Sous- groupe à 1 décimale : 0,1 0,2 0,3 0,4 0,5 0,6 0,7 0,8 0,9

Sous-groupe à 2 décimale : 0,01 0,02 0,03 … 0,08 0,09 0,11 0,12 … 0,99

0,10 n'est pas écrit puisque représenté déjà sous la forme 0,1 ainsi que le sont 0,20 0,30 0,40 … 0,90

Le sous-groupe à 2 décimales est composé donc de 0,01 à 0,99, exceptés 0,20 0,30 …. 0 ,90

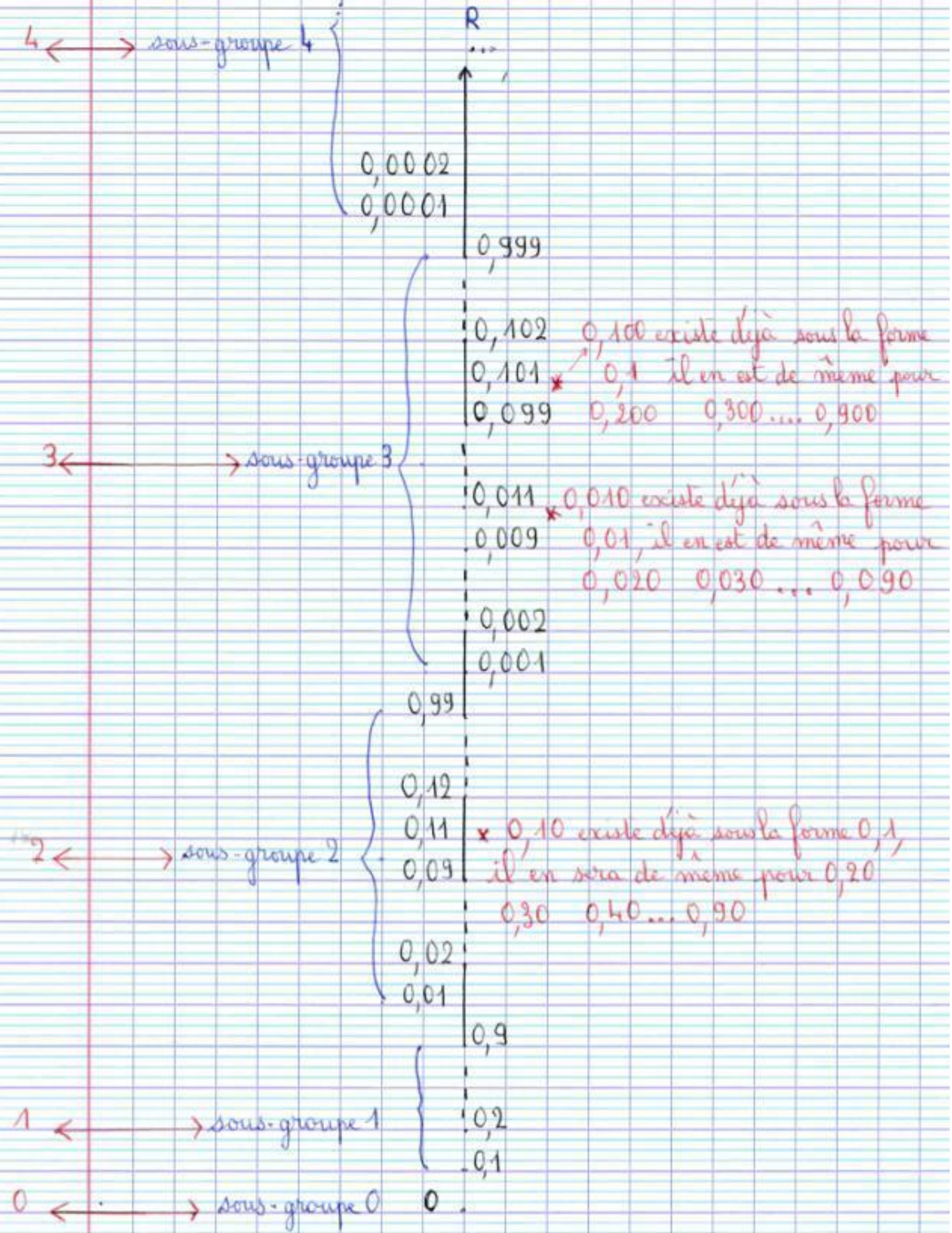
Le sous-groupe a 3 décimales est donc composé de 0,001 à 0,999 exceptés pour les mêmes raisons 0, 010 0,020 …. 0,090 0,100 0,110 0,120 … 0,200 ….. 0,300 … 0,990 .

Le sous-groupe a 0 décimale est baptisé sg 0, celui à 1décimale sg 1, celui à 2 décimales sg 2 et ainsi de suite. Ces sous-groupes sont en nombre illimité, chacun peut-être mis en relation avec le nombre naturel qui correspond à son nom, et chaque nombre naturel peut-être mis en relation avec le sous- groupe qui porte son nom. Une bijection est donc établie entre les sous-groupes et les naturels, ***il y a donc autant d'éléments dans l'ensemble des sous-groupes est dans celui des naturels***.

J'ai dans chaque famille (puisqu'il suffit de répéter avec chaque famille ce qui est fait avec la famille 0) des sous-groupes en nombre équivalent à celui des entiers, ce qui est logique puisque toutes ces familles sont équivalentes.

N

L'écriture se continuant avec une infinité de décimales, j'aurai donc des sous groupe à l'infini que je pourrai mettre en relation avec un entier et un seul de son nom et réciproquement.



Continuons ces observations, je vais étudier les nombres de la famille [0,1[sous cette nouvelle présentation. Tous les nombres, entier (0) ou à écriture décimale, finie, infinie, cyclique ou pas, de cet intervalle sont représentés. Ils sont ordonnés et je peux attribuer un nom d'élément correspondant à la place de chacun dans la liste.

Nombres de l'intervalle 0,1

0	élément 0
0,1	élément 1
0,2	élément 2
0,3	élément 3
……	
0,9	élément 9
0,01	élément 10
0,02	élément 11
……	
0,09	élément 18
0,11	élément 19
……	
0,31	élément 37
……	
0,99	élément 99
0,001	élément 100
……	
A l'infini	éléments à l'infini

Je peux établir une bijection entre chaque élément de l'intervalle [0,1[et chaque élément de N.

Comme [0,1[est équivalent à R , **R est équivalent à N et est <u>dénombrable</u>**.

liste ordonnée des nbs composant
↳ [0,1[
- sous-ens. de R
- équivalent à R

Je peux établir une bijection entre chaque élément de [0,1[et chaque élément de N donc [0,1[équivalent N
R équivalent N

[0,1[			N
0,101	→	élément 190	⟷ 190
0,099	→	élément 189	⟷ 189
			...
0,012	→	élément 110	⟷ 110
0,011		" " 109	⟷ 109
0,009	→	" " 108	⟷ 108
			...
0,002	→	" " 101	⟷ 101
0,001	→	" " 100	⟷ 100
0,99	→	" " 99	⟷ 99
			...
0,21	→	" " 28	⟷ 28
0,19	→	" " 27	⟷ 27
			...
0,12	→	" " 20	⟷ 20
0,11	→	" " 19	⟷ 19
0,09	→	" " 18	⟷ 18
			...
0,02	→	" " 11	⟷ 11
0,01	→	" " 10	⟷ 10
0,9	→	" " 9	⟷ 9
			...
0,3	→	" " 3	⟷ 3
0,2	→	" " 2	⟷ 2
0,1	→	" " 1	⟷ 1
0	→	" " 0	⟷ 0

Nouvelle écriture et confirmation de l'équivalence de R et de N

Cette façon d'écrire [0,1[me permet d'avoir un ensemble infini ordonné, ***dénombrable***, ***équivalent*** à N. Je pense avoir démontré cette équivalence qui entraine **N ~R**, et même **Z ~ R**. (Z : les entiers relatifs, c'est-à-dire positifs et négatifs.)

Quand je regarde les décimales inscrites de cette façon certaines parties font diablement penser à la famille des entiers naturels, exceptés parmi ces derniers les nombres se terminant par un, deux, trois….. zéros (2300), ces zéros ne représentant rien en écriture décimale.(9,2300)

Remarquons que les 0 écrits à gauche dans la partie décimale des nombres décimaux (6,0078) ont eux un sens, une valeur à l'opposé des 0 écrits à gauche des entiers. (0078)

Exemples :

Entier : 50 ici le 0 représente le chiffre des unités, il est utile pour exprimer le nombre 50

Décimal : 0,350 ici le 0 est inutile pour exprimer le nombre (0, 35)

0,035 ici le 0 exprime le nombre de dixièmes, il est suivi des centièmes… il a une utilité pour exprimer le nombre.

Peut-on utiliser cette propriété ?

J'appelle série A^1 les nombres naturels à 2 chiffres se terminant par 0.

J'appelle série A^2 les nombres réels à 2 décimales de [0,1 [ayant 0 comme chiffres des dixièmes.

J'appelle série B^1 les nombres naturels à 3 chiffres se terminant par 00.

J'appelle série B^3 les nombres réels à 3 décimales dont les 2 premières sont 00.

J'appelle série B^3 les nombres naturels à 3 chiffres se terminant par un seul 0.

J'appelle série B^4 les nombres réels à 3 décimales dont seule la premières est 0.

N	[0,1 [
série A¹ Pour les nombres à 2 chiffres il y a 9 nombres se terminant par 0, les dizaines correspondant aux 9 chiffres autres que 0. 10 20 30 … 80 90 *série B¹* Pour les nombres à 3 chiffres il y en a 9 se terminant par 00, les centaines correspondant aux 9 chiffres autres que 0 100 200 300 … 800 900 *série B³*Pour ces nombres à 3 chiffres il y a pour chacun des 9 chiffres de centaines différents 9 nombres se terminant par un 0 correspondant aux 9 nombres de la série A¹ 110 120 130 … 180 190 210 220 230 … 280 290 310 …. … 990 ce qui revient à 81 nombres .	*série A²* Pour les nombres à 2 décimales il y an a 9 dont la 1ère décimale est 0 suivie par un des 9 chiffres autres que 0. 0,01 0,02 0,03 … 0,08 0,09 *série B²* Pour les nombres à 3 décimales il y en a 9 dont les 2 premières décimales sont 00, les centièmes correspondant aux 9 chiffres autres que 0. 0,001 0,002 0,003 … 0 ,008 0,009 *série B⁴*Pour ces nombres à 3 décimales il y a pour chacun des 9 nombres de la série A² 9 nombres créés en ajoutant aux millièmes un des 9 chiffres différents de 0. 0,011 0,012 0,013 … 0,018 0,019 0,021 0,022 0,023 … 0,028 0,029 0,031 … … 0,099 ce qui revient à 81 nombres .

Je peux continuer à l'infini ces constructions de nombres en parallèle.

Comparons chaque série créée.

N	[0,1[
Série A¹ 10 20 30 40 50 60 70 80 90 Série B¹ 100 200 300 ... 800 900 Série B³ 110 120 130 .... 180 190 210 220 230 .... 280 290 310 320 330 .... 380 390 410 420 ... 480 490 .... 910 920 990	Série A² 0,01 0,02 0,03 00,4 0,05 0,06 0,07 0.08 0,09 Série B² 0,001 0,002 0,003 ... 0.008 0,009 Série B⁴ 0,011 0,012 0,013 ... 0,018 0,019 0,021 0,022 0,023 ... 0,028 0,029 0,031 0,032 0,033 ... 0,038 0,039 0,041 0,042 .... 0,049 .... 0,091 0,092 0,099

Tout se passe comme si les nombres de N créaient les décimaux de [0,1[, les 0 terminant certains des nombres de N perdant tout sens en écriture décimale glissent alors vers la gauche, juste après la virgule, et prennent sens en écriture décimale. Tous les nombres de [0,1[peuvent s'écrire alors avec 0, suivi des décimales de issues de N, tous les nombres de N créant tous les nombres de [0,1[, chaque nombre de N créant un seul nombre de [0,1[et chaque nombre de [0,1[étant créé à partir de chaque nombre de N et un seul.

Utilisons l'ordre naturel des nombres composant N pour écrire mes décimales de R (version positive)

R	copie de N	les décimales de R	R
...	...		
0,	21$\boxed{0}$	021	0,021
...	...		
0,	201	201	0,201
0,	2$\boxed{00}$	002	0,002
...	...		
0,	12$\boxed{0}$	012	0,012
...	...		
0,	111	111	0,111
0,	11$\boxed{0}$	011	0,011
0,	109	109	0,109
...	...		
0,	101	101	0,101
0,	1$\boxed{00}$	001	0,001
0,	99	99	0,99
...	...		
0,	21	21	0,21
0,	2$\boxed{0}$	02	0,02
0,	19	19	0,19
...	...		
0,	11	11	0,11
0,	1$\boxed{0}$	01	0,01
0,	9	9	0,9
...	...		
0,	3	3	0,3
0,	2	2	0,2
0	1	1	0,1
0,			0,

Je déplace les 0 de droite des N à droite de la virgule des R de l'espace [0,1[

tous les nombres à 2 décimales dont la première est un 0 apparaissent ici.

E = élément E1 = élément 1

[0,1[		mise en bijection	N
...			
0,1111	E 1111	⟷	1111
0,0111	E 1110	⟷	1110
...			
0,0011	E 1100	⟷	1100
...			
0,0109	E 1090	⟷	1090
...			
0,0101	E 1010	⟷	1010
...			
0,1001	E 1001	⟷	1001
0,0001	E 1000	⟷	1000
...			
0,012	E 120	⟷	120
...			
0,011	E 110	⟷	110
...			
0,001	E 100	⟷	100
0,99	E 99	⟷	99
...			
0,21	E 21	⟷	21
0,02	E 20	⟷	20
0,19	E 19	⟷	19
...			
0,11	E 11	⟷	11
0,01	E 10	⟷	10
...			
0,3	E 3	⟷	3
0,2	E 2	⟷	2
0,1	E 1	⟷	1
0	E 0	⟷	0

Les nombres de [0,1[ont été directement créés à partir de la liste des N, la bijection est ici évidente, elle suit l'ordre des N avec un glissement des 0 inutiles aux nombres décimaux à une place où ils expriment une position utile.

Conclusions :

[0,1[est ordonné et dénombrable,

[0,1[et N peuvent être mis en bijection, ils sont équivalents.

[0,1[est équivalent à R, donc R est équivalent à N.

Une autre utilisation de l'ordre naturel des nombres composant N pour écrire les nombres de [0,1[, avec une règle commune à tous les nombres pour passer des éléments de N aux décimaux des nombres composant [0,1[.

Règle : J'écris les nombres N en "miroir " (symétrie) par rapport à 0, pour écrire les décimaux de [0,1[.

N	Correspond à	[0,1[
………..		………..
997	$\longleftrightarrow$	0, 799
998	$\longleftrightarrow$	0,899
999	$\longleftrightarrow$	0,999
1000	$\longleftrightarrow$	0,0001
1001	$\longleftrightarrow$	0,1001
1002	$\longleftrightarrow$	0,2001
1003	$\longleftrightarrow$	0,3001

Ici encore tous les nombres de [0,1[sont listés, leur rang dans [0,1[est facilement trouvé en recréant par miroir des décimaux le naturel correspondant.

0 est au rang 0

0,1 est au rang 1

0,799 est au rang 997,

0,300 1 est au rang 1 003

0, 715 080 930 6 est au rang 6 039 080 517

Si le rang m'est donné je retrouve aussi facilement le nombre de [0,1[correspondant.

<u>Questions :</u>

Ce que j'appelle R (ici je rappelle que R est limité aux nombres positifs et nul, une simple symétrie par rapport à 0 permet de créer les négatifs, les démonstrations employées gardent leurs valeurs et leurs possibilités pour ce supplément) est-il vraiment R (les réels positifs) ? Pour l'instant j'appellerai cet ensemble R^S c'est-à-dire ensemble R simplifié.

Oui, d'après certains articles, cours et travaux * présentés sur internet : c'est l'ensemble de tous les nombres dont l'écriture décimale est finie, non finie et périodique ou non périodique.

* : par exemple, pour démontrer que R n'est pas dénombrable Cantor et ses successeurs travaillent sur R^S (voyez sur internet). Je comprends la technique mais ai du mal à accepter leur conclusion, Appliquée à ce que je propose (page 9) cette technique confirmerait plutôt son bien fondé, et le classement page 15 permet de trouver facilement le rang dans la suite proposée du nombre créé par la diagonale de Cantor.

<u>Pourtant</u>, je vais essayer d'aller un peu plus loin.

Pour moi certains nombres ne sont pas véritablement pris en compte dans cette définition prise à la lettre ; dans Vc16 (page 48) je parle par exemple de 1/3 qui, en base dix, ne correspond sur la droite des nombres jamais précisément à un nombre même à écriture décimale infinie cyclique 0,333… ou non alors qu'il peut-être placé précisément en base six par exemple : 0,2. Je montrerai un peu plus loin que cette position peut-être trouvée précisément. Pour l'instant j'appellerai cet ensemble R^S c'est-à-dire ensemble R simplifié.

Puis-je joindre les nombres rationnels périodiques à ma liste ?

Là je me tourne vers Cantor qui a démontré la dénombrabilité des nombres rationnels.

Théorème 1. — *L'ensemble des nombres rationnels est dénombrable.*

Démonstration. — Ne considérons d'abord que les nombres rationnels positifs. On peut se les imaginer écrits par ordre de grandeur : d'abord tous les entiers, c'est-à-dire toutes les fractions ayant 1 comme dénominateur, ensuite toutes les fractions ayant 2 comme dénominateur, ensuite toutes les fractions ayant 3 comme dénominateur, et ainsi de suite. On obtient alors les suites :

$$\begin{array}{ccccccccc}
1 & , & 2 & , & 3 & , & 4 & , & \ldots \\
\frac{1}{2} & , & \frac{2}{2} & , & \frac{3}{2} & , & \frac{4}{2} & , & \ldots \\
\frac{1}{3} & , & \frac{2}{3} & , & \frac{3}{3} & , & \frac{4}{3} & , & \ldots \\
\frac{1}{4} & , & \frac{2}{4} & , & \frac{3}{4} & , & \frac{4}{4} & , & \ldots
\end{array}$$

Si on écrit les nombres dans l'ordre résultant de la ligne brisée tracée et si on barre les nombres déjà rencontrés, chaque nombre rationnel positif figure nécessairement une fois et une seule fois. On obtient ainsi la suite des nombres rationnels positifs

$$1, 2, \tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{3}, 3, 4, \tfrac{3}{2}, \tfrac{2}{3}, \tfrac{1}{4}, \ldots .$$

Si l'on désigne cette suite par $\{ r_1, r_2, r_3, \ldots \}$, il est évident que $\{ 0, -r_1, r_1, -r_2, r_2, \ldots \}$ est l'ensemble de tous les nombres rationnels. Nous avons donc démontré que l'ensemble est dénombrable.

Le deuxième théorème de Cantor établit la dénombra-

Je vais donc adapter à mon cas la démonstration de Cantor. Je ne dois pas oublier que je suis dans l'intervalle [0,1[je vais donc devoir éliminer beaucoup plus de fractions qu'il ne le fait :

- Toutes les fractions égales ou supérieures à 1 sont à proscrire, c'est-à-dire toutes celles dont le numérateur est ≥ au dénominateur.
- Toutes les fractions restantes qui sont déjà représentées par leur écriture décimale, c'est-à-dire avec une partie décimale finie. Je peux donc supprimer toutes celles dont
  - dénominateur est égal à 2 et aux puissances de 2
  - dénominateur est égal à 5 et aux puissances de 5
  - dénominateur est égal aux multiples de 2 et de 5 ou de leurs puissances uniquement.

En rouge les éléments éliminés

~~1 2 3 4 5 6 7 8 9 ....~~

~~1/2 2/2 ...~~

1/3 → 2/3 ~~3/3 .....~~

~~1/4 ....~~

~~1/5 ....~~

1/6 2/6 3/6 4/6 → 5/6 ~~6/6 .....~~

1/7 2/7 3/7 4/7 5/7 → 6/7 ~~7/7 .....~~

~~1/8 2/8 .....~~

1/9 2/9 3/9 4/9 5/9 6/9 7/9 8/9 ~~9/9 ...~~

La suite des rationnels périodiques de [0,1[ainsi obtenue que j'appelle P est

1/3 1/6 1/7 2/7 1/9 3/7 5/6 4/7 2/9 1/11 ....

Comme Cantor je désigne cette suite par { r_1, r_2, r_3, ...} , elle est infinie puisque le dénominateur le plus grand possible est infini, elle est dénombrable et peut être mise en bijection avec N par l'intermédiaire des indices de r_n. [0,1[partie équivalente de R^S et P sont dénombrables, leur union est dénombrable, vérifions le.

Je vais unir [0,1[et P en plaçant les éléments de [0,1[aux places 0 et paires et les nombres de P aux places impaires. Je désigne ensuite cette suite par { p_1, p_2, p_3, ...} . Ce nouvel ensemble créé s'appellera $R^{P.}$

R^P	0	1/3	0,1	1/6	0,2	1/7	0,3	2/7	0,4	1/9	....
	P_0	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8	p_9	.....
	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	....

R^S ainsi complété est mis en bijection avec N**, le nouvel ensemble R^P est donc dénombrable.**

Pour que R^S corresponde bien au R des réels que j'exige, après y avoir ajouté les rationnels et obtenu R^P il faut que j'y joigne les irrationnels (algébriques et transcendants).

Cantor a aussi démontré que l'ensemble des nombres algébriques est dénombrable, sa réunion avec R^P dénombrable lui aussi donne un ensemble infini aussi dénombrable, que je nomme R^A.

Me restent maintenant les nombres transcendants que je ne dirai pas venus de nulle part car ils doivent être bien sur l'axe des nombres, bien ordonnés. J'ai déjà visiblement dépassé largement les limites de mes connaissances me voici devant ces derniers. Le seul que je connais est π, "ce nombre utile au sage". Je me dis que si tous ont un nom l'ordre alphabétique suffit pour les dénombrer, mais je crains qu'ils soient très nombreux, encore plus nombreux ceux qui sont à découvrir, que même classés en sous-groupe ils deviennent impossible à nommer, si cela n'est déjà fait. Leur nom ne suffira plus pour les dénombrer, il faudra se contenter de leur écriture avec des décimales, écriture souvent infinie et imparfaite par défaut, il est certain qu'il existe dans R^S un nombre qui suit tous les méandres de cette écriture.

Conclusion

Ne soyons pas plus royaliste que le roi, les mathématiciens qui travaillent sur les réels travaillent sur R^S, **l'ensemble des réels est dénombrable.** La première déduction qui en résulte est que l'ensemble des transcendants est dénombrable.

Dénombrabilité des transcendants : (je travaille toujours dans [0,1[ )

1. Les nombres transcendants s'écrivent sous la forme de décimales infinies non répétitives .
2. Ils sont irrationnels
3. Ils ne sont pas algébriques.

Du n° 1 j'en déduis que les transcendants se trouvent dans le sous-groupe ∞ (voir page 7), celui des nombres réels s'écrivant avec une infinité de décimales.

De 1 et de 2 j'élimine de ce sous-groupe les rationnels (reconnaissables à l'écriture cyclique de leurs décimales)

Du n° 3 j'élimine les nombres algébriques qui restent (j'aurais pu ne faire que cette action, les rationnels faisant partie de ce groupe).

Restent les transcendants ordonnés et classés, qu'il suffit de mettre en bijection avec les Naturels.

Et oui, tout ceci est théorique, puisque l'infini est impossible à écrire, mais ce travail est facile je pense à imaginer.