Enfant, de la fenêtre de la cuisine, je regardais, bornée à droite par un vieux terril boisé et à gauche par une cité minière que dominait au loin un terril sur lequel des berlines inlassablement montaient, vidaient leurs terres puis descendaient, la plaine de Carvin qui s'étendait librement jusqu'à l'horizon où la rejoignaient les nuages qui s'enfuyaient, emportant mes rêves qui ne pouvaient être que d'infinis.

Je regardais longtemps, fasciné, ce spectacle. L'infini, la patience, la persévérance, la continuité dans l'action… Ma pensée, mes pensées, mes rêves accompagnaient les nuages au loin, les berlines au mouvement perpétuel…

C'est ce que je croyais, l'éternité. Les mines ont fermé, les berlines ont cessé leur mouvement d'horloge, l'horizon a été barré par des constructions, le terril a disparu. J'aurai dû comprendre que ce que l'on aime ne dure pas indéfiniment, que tout amour a une fin, ‟ que rien n'est jamais acquis. ”

« In a freumé ches fosses et rasé ches terrils, ches chevalets sont queus, ches gal'ries rinfouies, rimblayées ches bowettes ; adieu ches mollettes ! ches gosses n'sauront pu l'gout du pain d'alouette. »

Texte de Guy Dubois

Bowette :galerie de mine. (les plus grandes ?)

Pain d'alouette : pain que les mineurs remontaient du fond et donnaient aux enfants. Il nous paraissait délicieux !

Ce que je pouvais voir à ma gauche au printemps et en hiver avec notre « mont blanc » .

Terrils et cité minière

Chevalements et leurs molettes (les poulies)

Enseignant en primaire ayant débuté il y a plus de cinquante ans, chaque matin mes élèves apportaient des informations, des nouvelles sur lesquelles ils réfléchissaient et discutaient collectivement. Certains de ces sujets étaient choisis pour être approfondis par quelques uns d'entre eux, et parmi ces sujets il y avait parfois matière à réflexion mathématique.

Retraité je me suis posé un jour une question qui me taraudait depuis longtemps : « Tu as demandé à tes enfants de se créer des problèmes, de faire des recherches, saurais-tu te poser un problème que l'on ne t'a jamais demandé, faire une recherche dessus, voire le résoudre avec les outils que tu as… »

Ceci n'est pas un cours de math ni un modèle de travail mathématique, je n'en ai ni la prétention ni la capacité, tout juste un bricolage, s'y mêleront toutes sortes d'ajouts qui en feront une aventure, un voyage, un étrange bric-à-brac où se croiseront pensées, moments nombriliques vécus, imaginés, petits textes rescapés de ma jeunesse pour suggérer une histoire, « le grand Meaulnes » à moi, de ciels de chez moi magnifiques et variables dont la sérénité ou le tumulte nuageux s'adapteront à la difficulté supposée de l'explication mathématique ou de mon moral à l'époque des textes.

Extrait de ‟ élévations ”

Au-dessus des étangs, au-dessus des vallées,

Des montagnes, des bois, des nuages, des mers,

Par delà le soleil, par delà les éthers,

Par delà les confins des sphères étoilées,

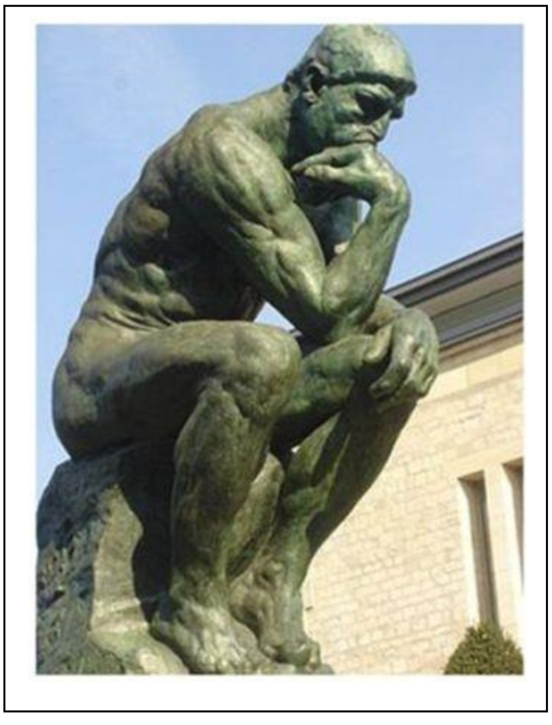
Mon esprit, tu te meus avec agilité,

Et, comme un bon nageur qui se pâme dans l’onde,

Tu sillonnes gayement l’immensité profonde

Avec une indicible et mâle volupté.

Charles Baudelaire



Le penseur
Rodin

L’aventure commence à l’aurore

A l’aurore de chaque matin

L’aventure commence alors

Que la lumière nous lave les mains.

L’aventure commence à l’aurore

Et l’aurore nous guide en chemin

L’aventure c’est le trésor

Que l’on découvre à chaque matin.

Jacques Brel

Je me souviens d’un livre acheté et lu pendant mon service militaire à Tours. On parlait alors beaucoup de la théorie des ensembles qui devait envahir nos programmes de math dès le primaire. Ce livre n’était pas vraiment utile pour l’enseignement que je devrai pratiquer mais il m’ouvrait la porte de cette théorie en me parlant de Cantor et de ses découvertes, en prenant la théorie à sa base. Une des conclusions que j’ai retenue était que deux ensembles infinis pouvaient avoir le même nombre d’éléments, mais pouvaient avoir un nombre d’éléments différent !

Relisez bien cette dernière phrase, elle donne le vertige, c’est de l’impensable ! J’étais surpris, émerveillé. L’innombrable continuait la suite des nombres, les ensembles infinis pouvaient être classés en familles plus grandes, plus petites !

Je pense qu'une recherche avec des infinis peut-être excitante, encore faut-il en trouver une en rapport avec mes faibles capacités, c'est-à-dire celles qui restent à un ‟ sciences expérimentales ” * (ceux qui ne sont bons ni en math ni en français m'a sorti un jour un collègue) de 1963. A peine plus que celles de la troisième donc.

- En 1963, après le 1er bac, nous avions pour la terminale à choisir d'entrer en classe de philosophie, en classe de mathématiques ou en classe de sciences expérimentales.

Osez les mathématiques !!!

Les maths, comme beaucoup de sciences, c'est du surprenant, du merveilleux, mais exprimés avec un langage, reconnaissons-le, assez rébarbatif, froid de précision. Je lisais une revue de l'ICEM*, créations n° 123, j'y trouvais des exemples de recherches enfantines. C'est vrai que les découvertes que font les enfants de ces classes provoquent de l'émotion, aux élèves et à leurs maitres. Oui, tout le monde y trouve son compte, les petits par le plaisir et l'effort unis dans la conquête, et l'adulte qui retrouve sa fraicheur et l'envie de connaitre. Alors oubliez l'école et ses leçons si elles vous ont semblé rébarbatives, émerveillez-vous encore devant la magie, l'étrange, la beauté et la poésie présentes dans les découvertes et les représentations (voir les fractales), l'enchainement des avancées ou fausses pistes comme dans un roman. **Osez les mathématiques !**

- *ICEM : Institut Coopératif de l'Ecole Moderne

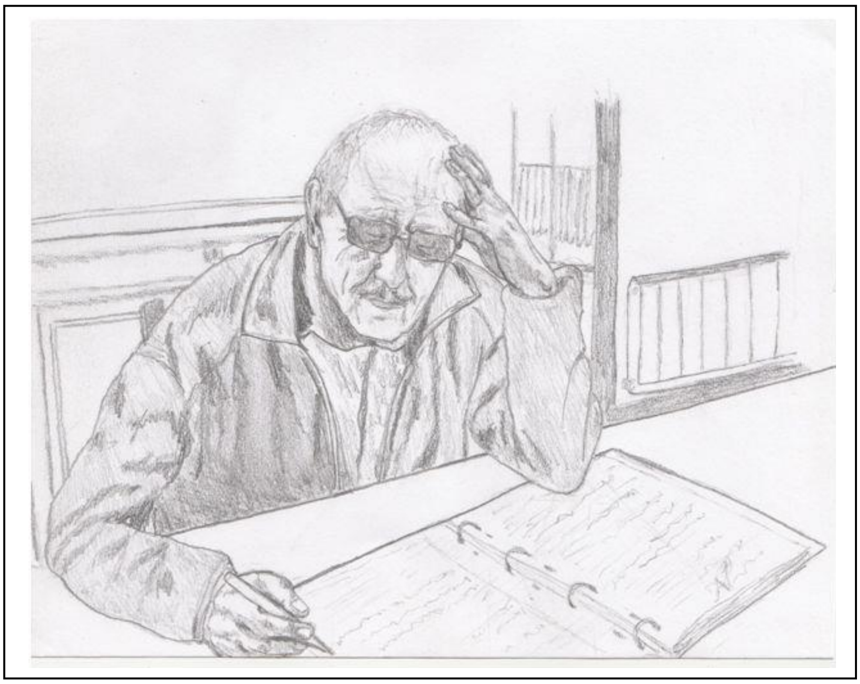
Lisbourg, CE1 – CE2

Alain me présente sa recherche, « Tiens, je n'avais pas pensé à cela » lui dis-je. Rentré chez lui, il déclare à sa mère, fier (à juste titre) de son travail :
« Monsieur ne connaissait même pas ce que j'ai découvert ! »

Euréka, j’ai trouvé ma question !

Un nombre avec une quantité infinie de décimales additionné à lui-même peut-il donner un nombre avec une quantité finie de termes ?

A première vue ceci me parait bien improbable, le tout est de le démontrer. Me voici parti pour quelques semaines de recherches.



Croqué par Jean-Philippe

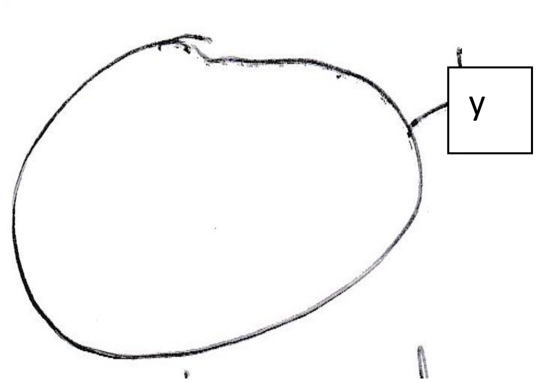
Petit, en faisant mes devoirs ou en lisant, je me frottais toujours le haut de la tête, peut-être pour mieux irriguer mon cerveau qui en avait bien besoin… Ma mère me disait : « Si tu continues, Robert, tu vas perdre tes cheveux. » Aujourd’hui je les ai perdus, maman tu avais raison. Des camarades, pour plaisanter, sur une de mes photos, m’ont même comparé à Einstein ! Quel compliment ! Quel plaisir ! mais ce n’était que pour une vague ressemblance d’auréole de cheveux en bataille et d’un crane dégarni, d’une moustache, d’un sourire.

Avertissement : Pour parler d'un nombre avec une infinité de décimales j'écrirai dorénavant nbdinf par gain de place, de discours et de temps.

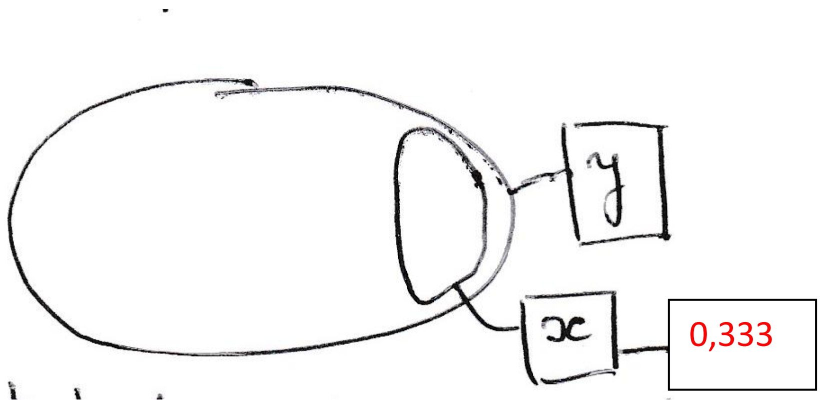
Ah si j'avais pu choisir 2 nbdinf différents dans ma formulation comme je me serais facilité la tâche ! Essayons.

Pour expliquer je vais me servir de « patates », représentation qui avait beaucoup cours pendant quelques années dans nos classes.

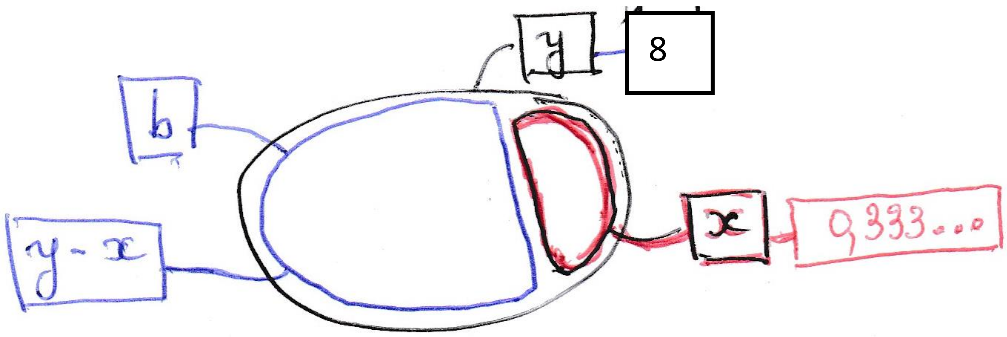
Je choisis un nombre fini **y** représentant par exemple une masse.



Je choisis un nbdinf **x**= 0,333…. Représentant une partie de la masse y.



Le complément **b** de **x** pour obtenir **y** est égal à y - x



x + b = y y – x = b

0,333… + b = 8 8 – 0,333… = b

Je peux me contenter de cette formulation

0,333… + b = 8 où 0.333… et b sont mes 2 nbdinf

donc b = 8 – 0,333…

Je peux aussi essayer d’en savoir un peu plus sur **b**

Cette partie demandera d'imaginer des propriétés à une fin qui n'existe pas puisque les nbdinf sont d'écriture décimale infinie ; c'est un jeu où il faudra accepter de raisonner sur une abstraction si l'on veut exprimer **b**.

∞Appelons rang $^{-1}$ (rg $^{-1}$), rang $^{-2}$ (rg $^{-2}$),….. la place des décimales d'un nbdinf .
exemple :

	rg 0	rg - 1	rg-2	rg - 3		rg -∞+ 1	rg -∞
Pour x :	0,	3	3	3	………………………………………………………………………………………..		

Pour que x + b = y, soit 0,333… + b = 8,000… il faut que toutes les décimales de 0,333… s'unissent aux décimales de même rang de b en donnant une valeur 0 aux décimales de 8. (8,000…)

0,333… + b = 8,000

J’envisage le rang r - ∞

Rang r - ∞ de 0,333… + r - ∞ de b donnent 0 (cela ne peut se faire qu’en obtenant 10, j’obtiens alors une retenue de 1 au rang r - ∞^{+1}

	r g- ∞^{+1}	rg - ∞
x :	retenue 1	3
+ b		7
= y		1 0

(7 est le complémentaire de 3 à 10)

Continuons les rangs qui précèdent :

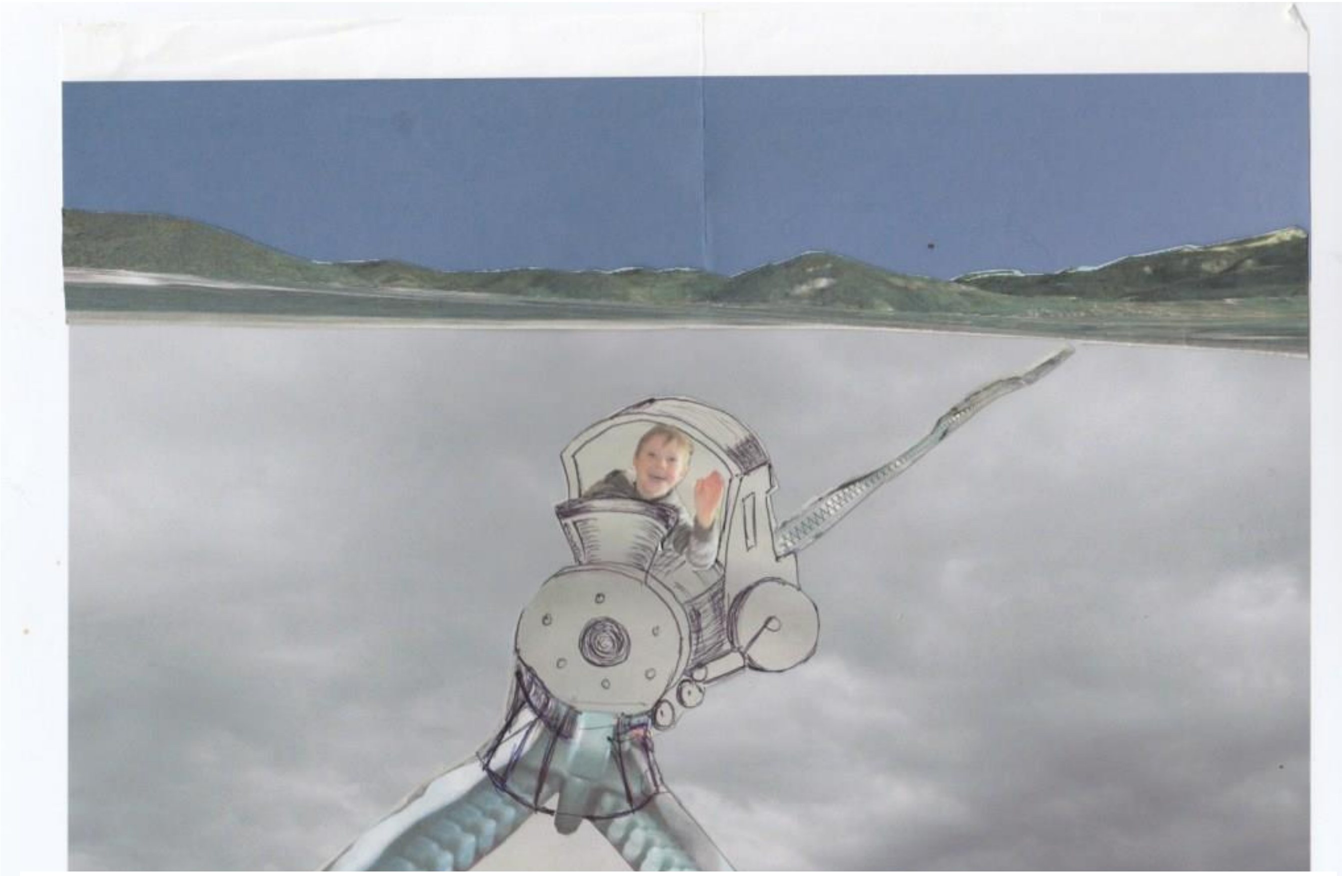
	rg ^{0}	rg $^{-1}$	…………………………	rg- ∞^{+2}	rg- ∞^{+1}	rg - ∞
	1	1		1	1	
x	0 ,	3	…………………………	3	3	3
+ b	7 ,	6		6	6	7
= y	8 ,	0		0	0	0

Remarquons qu’au rang $^{-\infty}$ 7 est le complément à 3 pour obtenir 10,

et que du rang $^{-1}$ au rang $^{-\infty+1}$ c’est 6, le complément à 3 pour obtenir 9 qu’il faut mettre pour avoir (avec la retenue) 0 à chaque décimale de 8.

Au rang $^{-\infty}$ le mouvement de création de mon nombre fini est lancé, il remonte à une vitesse bien plus rapide que l'imagination la suite des décimaux et vient s'écraser sur la somme + 1 des parties entières de nos deux nbdinf **x** et **b**.

C'est la locomotive-curseur d'une fermeture éclair qui part à toute vitesse réunissant en un long baiser les glissières séparées.



Voici pourquoi je vous ai parlé de la locomotive-curseur de la fermeture éclair, pour offrir à mon petit-fils Joseph ce dont il rêve : conduire une telle machine

Retour à mon problème

Je cherche comment un nbdinf peut s'unir à lui-même, j'essaie d' imaginer comment les chiffres décimaux des 2 queues peuvent s'accoupler et disparaitre.

J'ai vu (voir pages 19 et 20) qu'il fallait que les derniers chiffres de ces suites devaient être complémentaires à dix, si les chiffres sont les mêmes, seules la terminaison 5 peut lancer le train.

Les précédents doivent être complémentaires à 9 puisque j'ai une retenue de 1 à chaque rang ; 5 et 4, 6 et 3 …. Répondent à ce critère, mais ils ne peuvent alors répondre au critère du même nombre. La demande est impossible. La démonstration n'est pas très élégante, mais j'ai ma réponse, finalement décevante.

La locomotive peut démarrer, mais Joseph, chauffeur malchanceux, " cale " de suite.

J’ai trouvé plus simple, et plus élégant, me semble-t-il.

Il me faut sortir de cette image, ne pas chercher comment cette double queue de chiffres peut s’estomper et disparaitre… il me faut voir le problème sous un autre angle, prendre le chemin à l’envers, partir du nombre fini, énoncer le problème autrement.

Je vais travailler avec un nombre entier, l’explication sera moins brouillonne.

Comment un nombre entier N divisé par 2 peut-il donner un nbdinf ? Il me suffira alors de multiplier ce dernier par 2 pour répondre à la question d’origine :

N = nombre entier

$$\begin{tikzcd} N \arrow[r, bend left, "\boxed{\div 2}"] & \text{nbdinf} \arrow[l, bend left, "\boxed{x2}"] \end{tikzcd}$$

Les nombres entiers se partagent en nombres pairs et impairs.

Les N pairs sont divisibles par 2, par définition ils ne peuvent avoir de décimales

Les N impairs, divisés par 2, ne donnent que des nombres à 1 décimale : 5

$$5 \xrightarrow{\boxed{\div 2}} 2{,}5$$

$$131 \xrightarrow{\boxed{\div 2}} 65{,}5$$

Confirmation, un nbdinf ajouté à lui-même (x 2 donc) ne peut donner un nombre entier.

Sincèrement, j'ai répondu à mon défi, mais il reste un goût d'insatisfaction. La solution avec des opérateurs ouvre cependant de nouveaux horizons : et si j'ajoutais encore une fois mon nbdinf, ce qui reviendrait à le multiplier par 3.

$$\begin{tikzcd}
\text{Nbdinf} \arrow[r, bend left, "\boxed{\times 3}"] & N \arrow[l, bend left, "\boxed{\div 3}"]
\end{tikzcd}$$

La question devient donc :

Un nombre entier divisé par 3 peut-il donner un nbdinf ?

Bien sûr, à condition de ne pas être un multiple de 3.

Choisissons le plus simple : 1

$$1 \xrightarrow{\boxed{\div 3}} 0{,}333\ldots.$$

et son « retour »

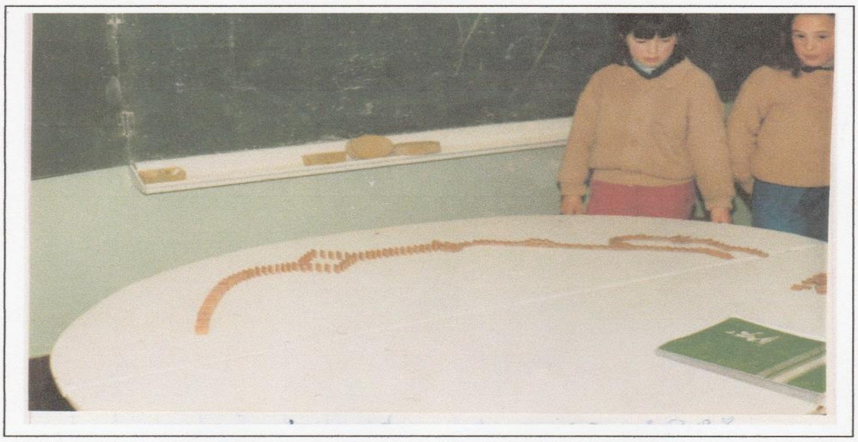
$$\begin{tikzcd}
1 \arrow[r, bend left, "\boxed{\div 3}"] & 0{,}333\ldots \arrow[l, bend left, "\boxed{\times 3}"]
\end{tikzcd}$$

C'est formidable, ce qui n'est pas possible avec 2 fois l'est avec 3 !!!

Le train de Joseph peut repartir !

L'eau en surfusion va instantanément cristalliser !

C'est peut-être aussi le premier domino d'une longue série qui entraine dans sa chute toute la suite. Ce n'est plus ici un long baiser, c'est une destruction, l'anéantissement en quelques secondes ou minutes d'un long temps de patience, de persévérance, de rêves, de passion. C'est l'écroulement d'un monde…



Céline et Virginie

Nicolas, Guillaume et Sylvie

Surprise

J'ai voulu vérifier le vocabulaire mathématique sur internet, en particulier comment nommer les nbdinf, je découvre et alors ne vois plus que ceci :

0,999… n'existe pas ! il est égal à 1.

Explications données :

1ère :

1/3 = 0,333…

1/3 x 3 =1 0,333… x 3 = 0,999…

donc 1 = 0,999…

2ième :

x = 0,999…

10x = 9,999…

10x – x = 9x = 9,999 – 0,999… = 9

9 x = 9 donc x = 1

Ceci parait on ne peut plus juste, inattaquable.

Mais, voici Ninon qui a fait un gâteau et le partage

La brioche de Ninon

Ça alors

Je n’ai plus 1000 g !!!

Merci Ninon

Je vais avoir besoin, pour la suite non prévue, d'outils. Voici le premier :

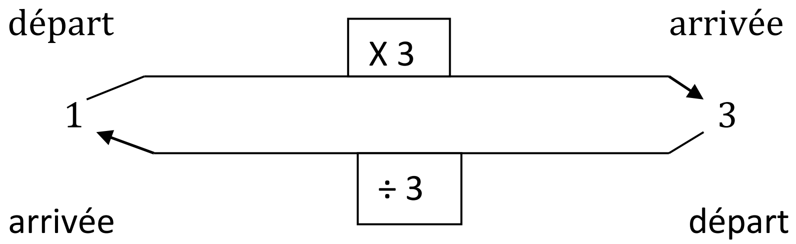
La technique de division de Nicolas

Nicolas est un élève que j'ai eu en classe unique. Un jour qu'il travaillait sur une de ses recherches il bute sur une difficulté ; pour la résoudre il devait diviser un nombre par un autre. Il ne connaissait pas la technique et vient me demander de l'aide alors que j'étais occupé avec un petit. Je lui conseille de patienter, de faire autre chose en m'attendant ou de réfléchir.

Il vient me retrouver un peu plus tard et me présente sa solution. Génial, il a découvert une technique très facilement compréhensible par ses copains à qui il la présente. Je vais vous la résumer, elle nous servira par la suite.

Nicolas possède bien l'idée d'unités, la création et l'usage des symboles en math, les notions d'ensembles, de bases, il a beaucoup observé, manipulé, représenté.

Pour lui l'opérateur $\rightarrow\boxed{\text{X } 3}\rightarrow$ est une machine qui, à chaque fois qu'on lui donne un objet en sort trois, je ne me souviens plus s'il connait « la machine retour » $\rightarrow\boxed{\div 3}\rightarrow$ qui, chaque fois qu'on lui donne 3 objets en sort 1.



Face à son problème il est allé chercher un matériel qui lui permet de représenter, matérialiser ses nombres en centaines, dizaines, unités.

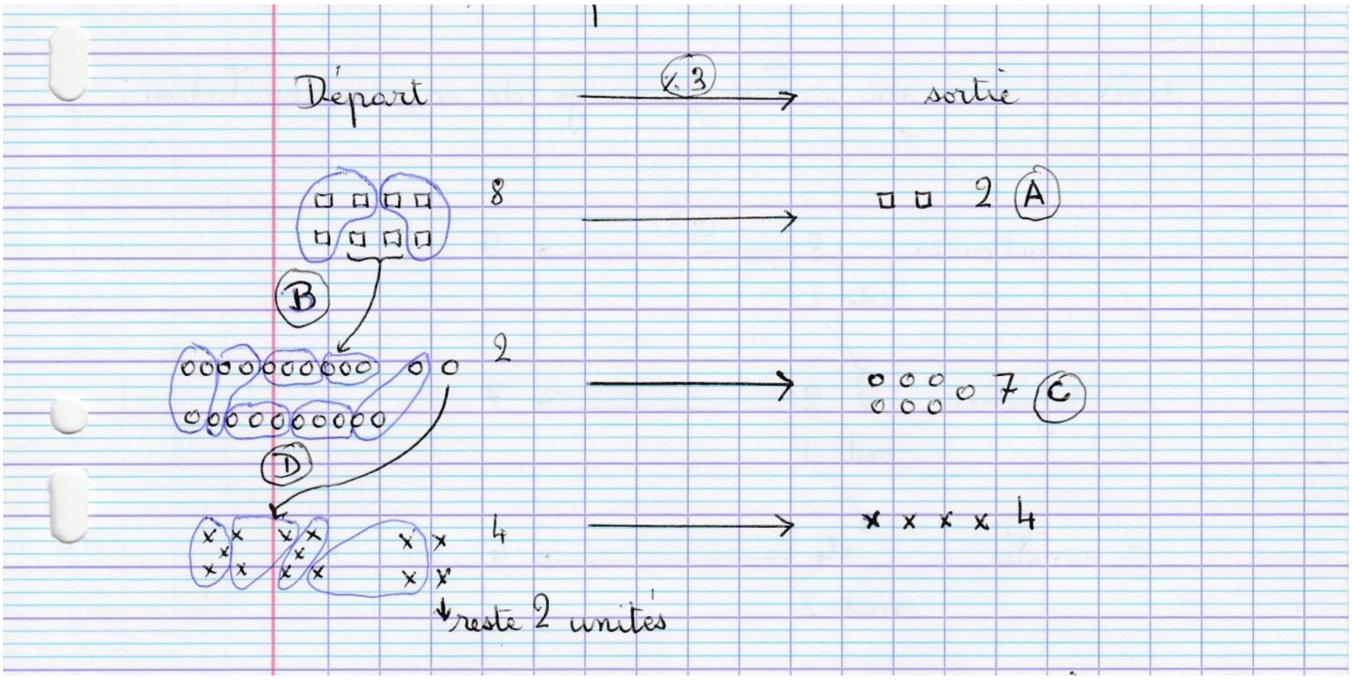
Choisissons pour cet exemple 824.

□ représente 1 centaine

◯ représente 1 dizaine

x représente 1 unité

Voici sa représentation



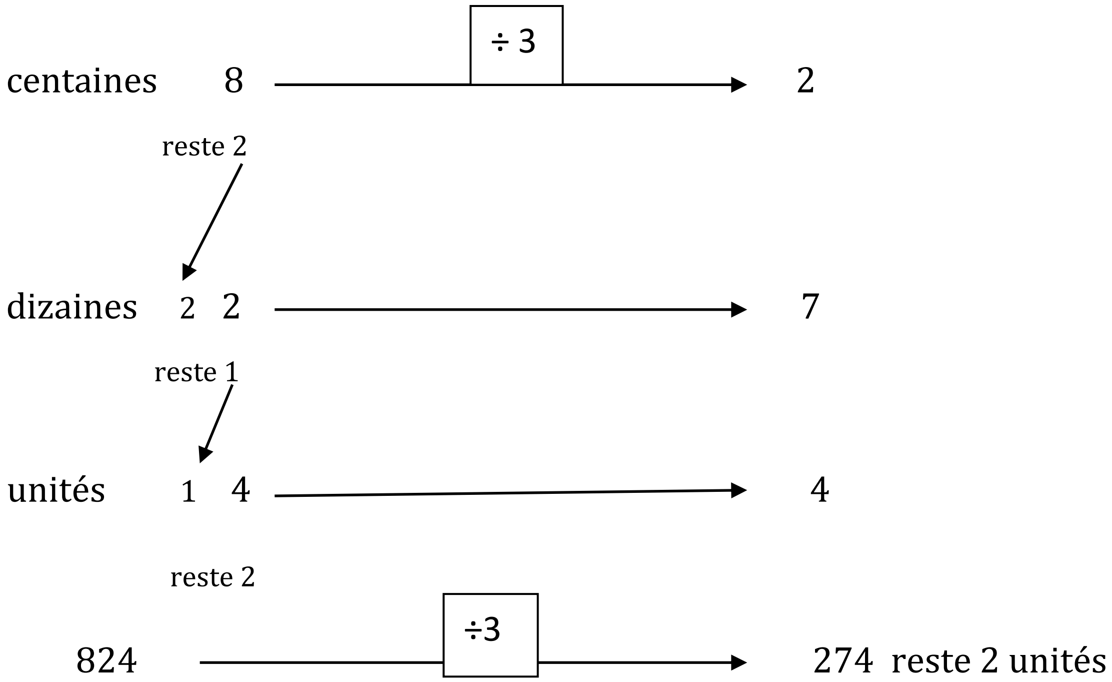
A - il passe ses centaines par paquets de 3 dans la machine $\xrightarrow{\boxed{\div 3}}$
il sort 2 centaines, il lui reste 2 centaines au départ.

B- il change ses 2 centaines restantes contre 20 dizaines qu'il joint aux autres. Il en a donc maintenant 22.

C- il peut passer 7 fois 3 dizaines, il en ressort 7, lui reste 1 dizaine au départ

D- qu'il échange contre 10 unités … et continue sa manipulation.

Il nous présente ensuite comment il écrit cette division sur son cahier, image de sa manipulation.



Pour l'anecdote son professeur de 6ième lui a reproché d'écrire ses nombres verticalement et non horizontalement. L'âne ne devait pas connaitre la multiplication arabe, celle de nos maitres en algèbre.

Je dois vous avouer que ce jour là j'étais fier de mon petit gars, heureux que la maitrise de ses fondamentaux lui ait permis de créer l'outil mathématique nécessaire, outil à compléter, améliorer mais compris, maitrisé, appris sans dressage ni conditionnement, mais avec tâtonnements et intelligence. Il me confirmait ce jour là que j'avais eu raison de lui laisser prendre son temps dès ses premiers balbutiements mathématiques en maternelle, de l'avoir laissé manipuler, jouer, l'avoir poussé à représenter, symboliser ce qu'il découvrait et le présenter à ses camarades. Souvent une connaissance était conceptualisée par une « image », concrète au départ, puis de plus en plus abstraite. Face à la difficulté qui se présente ici, il retourne à une ancienne « image » concrète, rassurante, qui lui permet de dépasser son problème. Très vite il représente abstraitement sa nouvelle connaissance, le nouvel outil est de suite prêt à être utilisé.

Reconnaissons qu'avec l'aide de camarades enseignants (Jean, François, Brigitte …) nous nous attachions lors de réunions de travail à déceler dans l'activité de nos enfants les notions ‟ savantes” qu’inconsciemment ils manipulaient. Un camarade professeur, Hugues, trop tôt parti victime d’une rupture d’anévrisme, et qui nous a beaucoup manqué, nous confortait dans nos intuitions, puis nous entrainait, nous hissait dans l’univers des dernières découvertes mathématiques ou physiques ; ainsi par exemple, des enfants qui jouaient sur un carrelage en damier ouvraient la porte du calcul matriciel, un autre qui mettait la table avant un repas préparait la distributivité et la multiplication, nous devenions plus perceptifs, réceptifs, plus observateurs de l’enfant, plus patients dans l’apprentissage.

Si nous considérons que les élèves sont des réceptacles que l’on doit remplir, conditionner, ils seront battus par les machines et les ordinateurs plus performants et rapides, si nous pensons que nous devons leur donner les outils pour qu’ils puissent découvrir, comprendre et retrouver si nécessaire les savoirs, qu’ils doivent être créateurs, leurs propres créateurs, que nous devons développer leur questionnement, leur imagination et leur sens critique, nous aurons une chance de les sauver.

Qui le veut ?

Magnicourt en Comté, premier samedi matin du mois de juin, jour de la réunion de coopérative, nous préparons l'emploi du temps de la semaine à venir.

Lundi. Je suis embêté. Même si ces années là le programme n'obligeait pas à parler de la technique opératoire de la division au CE_2 (Nicolas ne m'avait pas encore présenté la sienne, et j'en étais encore qu'aux balbutiements de ma mathématique), je savais que mes enfants qui partiraient en CM_1 seraient pénalisés par leur nouveau maitre de ne pas la connaitre. Je décide alors de faire un cours sur cette opération.

Samedi suivant, nouvelle réunion de coopé, intervention d' un enfant : « je voudrais que monsieur nous dise pourquoi il n'a pas respecté l'organisation décidée samedi passé. »

J'explique donc les difficultés qu'auront je pense les camarades qui iront au CM l'année prochaine.

La semaine suivante, réunion du samedi matin, la même question m'est reposée, je répète le même discours, un vote a lieu, l'unanimité accepte ma position. Je demande pourquoi donc, puisqu'ils sont unanimes à accepter mes modifications, ils ont reposé leur question après mes explications.

« Parce que, monsieur, vous nous aviez dit vos raisons, mais que nous nous n'avions pas donné notre avis. »

Pas facile d'être démocrate.

Pas facile d’être démocrate 2

Bermicourt, ma dernière classe unique.

Election d’un texte d’élève parmi les différents présentés pour être étudié, travaillé collectivement et imprimé dans notre journal scolaire. Aux rapides questions posées aux auteurs et aux réactions des enfants je devine les préférences.

Surprise, c’est un texte qui ne me semblait pas avoir beaucoup de chances d’être élu qui emporte les suffrages. Une rapide enquête auprès des enfants confirme ce que je ressentais : le texte choisi avait fait le plein de ses voix mais n’était pas en réalité le préféré.

Si cela s’est réalisé dans ma classe sur le choix d’un texte je me suis dit que le même problème pouvait se poser au niveau des différentes élections politiques qui animent notre vie citoyenne. Comment faire pour éviter cet illogisme : le système a 2 tours, au lieu d’amener l’élection du candidat préféré peut amener en finale 1, voire les 2 candidats le plus controversés. Je ne savais pas alors que, quelques années plus tard, une telle situation s’est peut-être produite…

Je pensais alors à un vote à trois tours.

Au premier la question serait : quels candidats ne voulez-vous absolument pas voir en finale, avec 2 ou 3 choix possibles ? Seraient alors éliminés les candidats ayant plus de 50% de votes en leur défaveur, ou ayant les scores les moins favorables. Avec les rescapés pourraient avoir lieu les 2 derniers tours. Cela serait certes plus long, plus couteux, mais plus respectueux du choix des électeurs. Je n’ai pas proposé d’expérimenter cette formule, je ne voulais pas que l’œuvre d’un enfant puisse être soumise à la brutalité de la question : quels textes ne voulez-vous absolument pas voir en finale ?

J’en ai parlé à notre réunion de coopérative, une discussion a eu lieu. Il fut sagement décidé que chaque enfant aura dorénavant la possibilité de voter pour 2 textes, les auteurs pourront donc comme auparavant choisir leur œuvre à laquelle ils tiennent, mais aussi une autre qu’ils apprécient.

Pas facile d’être démocrate.

Petit détour

Désolé, je vais devoir faire un rappel rapide sur les bases pour ceux qui ne s'en souviennent plus.

J'éprouve l'envie d'écrire en base trois ce que j'ai découvert :1/3 = nbdinf

Notre numération habituelle repose sur la base dix, celle de l'informatique sur la base deux.

La base dix

je compte les carreaux de Guillaume et Céline. Mon unité est un carreau. Dès que j'en ai dix, je les mets dans un paquet appelé dizaine que je place à gauche du rang des unités :

	Rang des dizaines	rang des unités	
	(rg ^{1})	(rg^{0})	
3 écritures pour les dizaines	10^1	10^0	3 écritures pour les unités
	d	u	

dès que j'ai dix dizaines, je les mets dans un paquet plus grand que je place à gauche de celui des dizaines, c'est le rang des centaines (rg^2)

3 écritures pour les centaines

rg^2	rg^1	rg^0
(10 x 10)	(10)	(1)
10^2	10^1	10^0
c	d	u
8	2	4

3 écritures pour les unités

824 = 8 centaines + 2 dizaines + 4 unités

Nous pouvons continuer à l'infini.

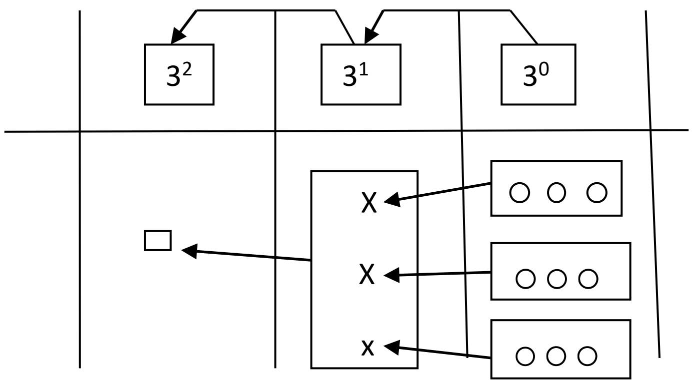
La base trois

en base trois, je fais pour compter des paquets de trois :

au départ les unités

trois unités sont groupées en un paquet de $rang^1$ à gauche du $rang^0$ des unités

trois paquets de $rang^1$ sont groupés dans un gros paquet de $rang^2$ à gauche du $rang^1$, et ainsi de suite …



○ représente une unité

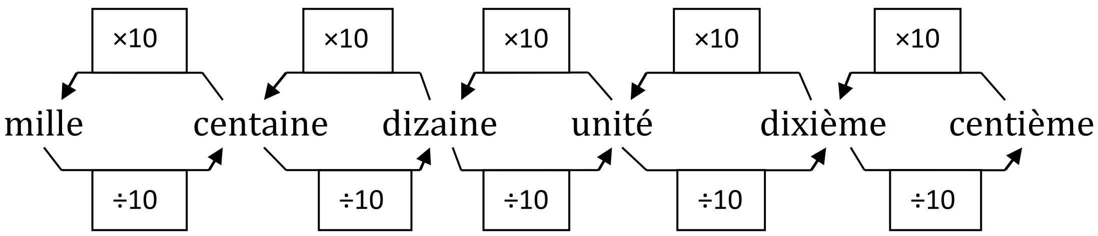
X représente une " troisaine "

□ représente une " neuvaine "

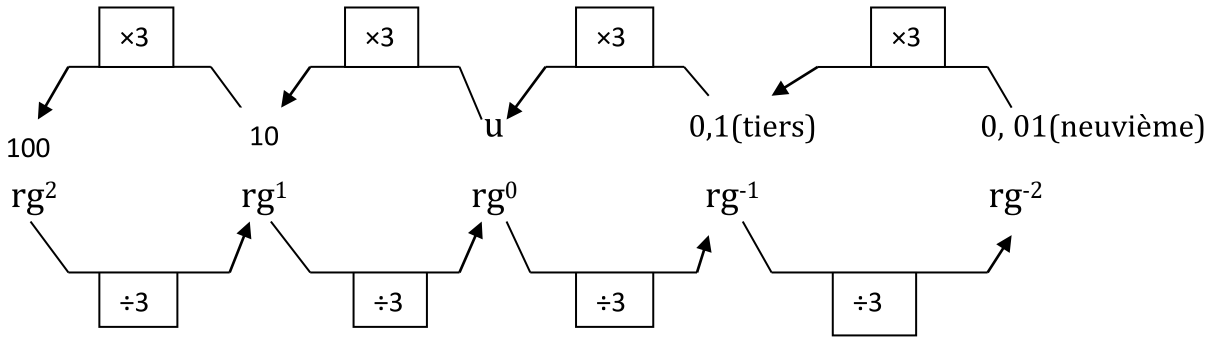
Ainsi, si je compare les écritures en bases dix et en base trois :

Base six	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Base trois	0	1	2	10	11	12	20	21	22	100	101

En base dix je remarque qu'en me déplaçant d'un rang vers la gauche la valeur d'un paquet est multiplié par dix, vers la droite elle est divisée par dix.



En base trois, je multiplie et divise la valeur des paquets par trois. (10 en base trois, par commodité j'écrirai ×3)



application parallèle de 1/3 en base dix et en base trois

base dix : 1 $\xrightarrow{\div 3}$ 0,333…

base trois : 1 $\xrightarrow{\div 3}$ 0,1

0,1 nombre fini en base trois représente 1/3, nbdinf en base dix.

Remarquons la simplicité d'utilisation de l'écriture fractionnaire 1/3 par rapport à l'écriture décimale dans le cas présent.

0,2 , nombre fini en base trois, représente 2/3 en base dix, soit 0,666... nbdinf en base dix.

Comment cela se peut-il ?

Trois est forcément divisible par 3, l'opérateur $\boxed{\div 3}$ ne laissera donc pas de "miettes" en base trois.

10 n'est pas divisible par 3, le pointeau de lecture de mon curseur ne peut se placer juste sur un cran quelque soit le rang où j'aille. (voir l'effet loupe pages suivantes)

Notre base dix est prise en défaut de précision, puis-je prendre en défaut ma base trois ?

Petite surprise

Tentons l'opérateur $\boxed{\div 2}$

en base dix : $1 \xrightarrow{\boxed{\div 2}} 0{,}5$

en base trois : $1 \xrightarrow{\boxed{\div 2}}$

Je vais utiliser la division de Nicolas très facile à comprendre pour ce travail en base trois.

rappel : $\boxed{\div 2}$ signifie que chaque fois que je donne 2 objets à mon opérateur, il m'en sort un.

Je suis en base trois

$1 \xrightarrow{\boxed{\div 2}} 0\,,$ Je sors des entiers

reste1

J'ouvre mon paquet, il me sort 3 tiers, soit 10

$10 \xrightarrow{\boxed{\div 2}} 1$

reste1

$10 \xrightarrow{\boxed{\div 2}} 1$

reste1

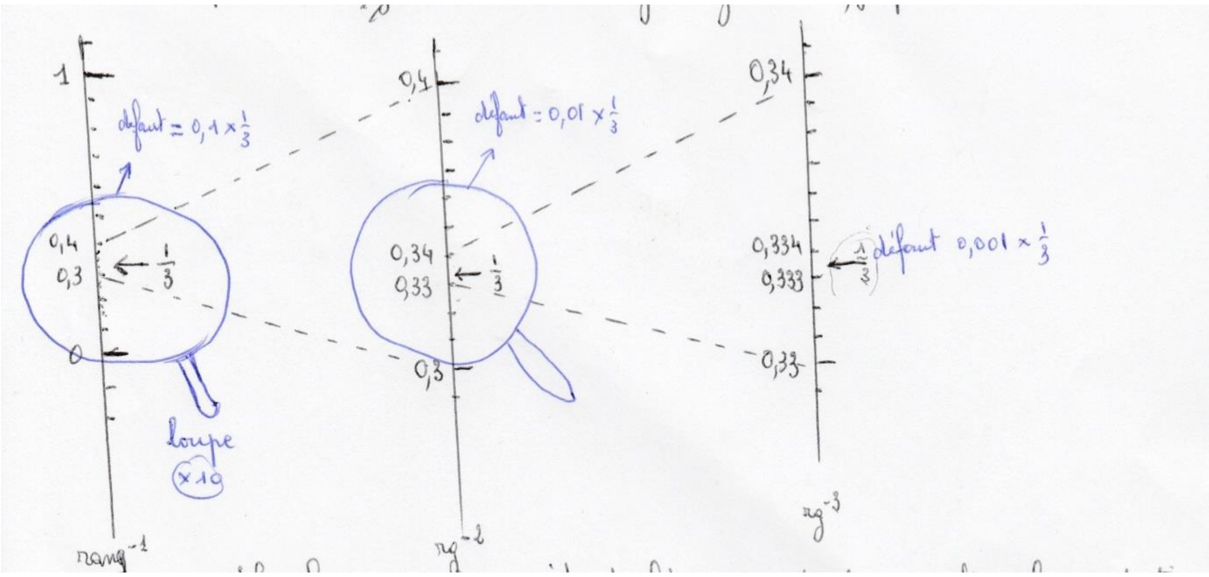
Soit 0,11…

Je m'aperçois qu'en base trois, 1 divisé par 2 me donne un "nombre tricimal" à l'infini 0,111… alors qu'en base dix j'ai simplement 0,5.

Rien n'est parfait en ce monde !

L’effet loupe

Sur une règle graduée en base dix je positionne la valeur 1/3.

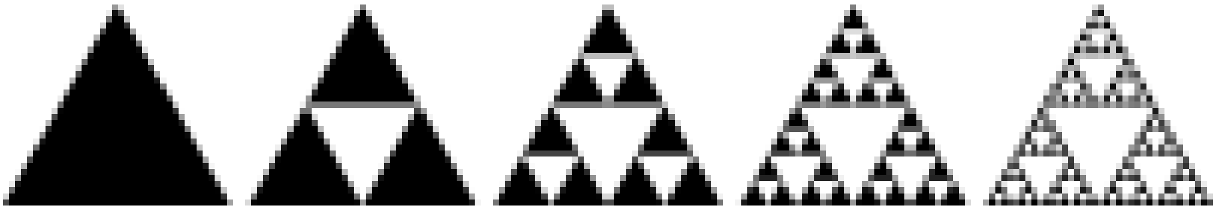


La loupe qui grossit 10 fois permet de visualiser les graduations des dixièmes, puis de centièmes, puis des millièmes… En base dix jamais le pointeau ne tombera juste sur une graduation

Cette répétition me fait penser aux représentations de fractales dont la structure se répète, tant dans le plus petit que dans le plus grand.

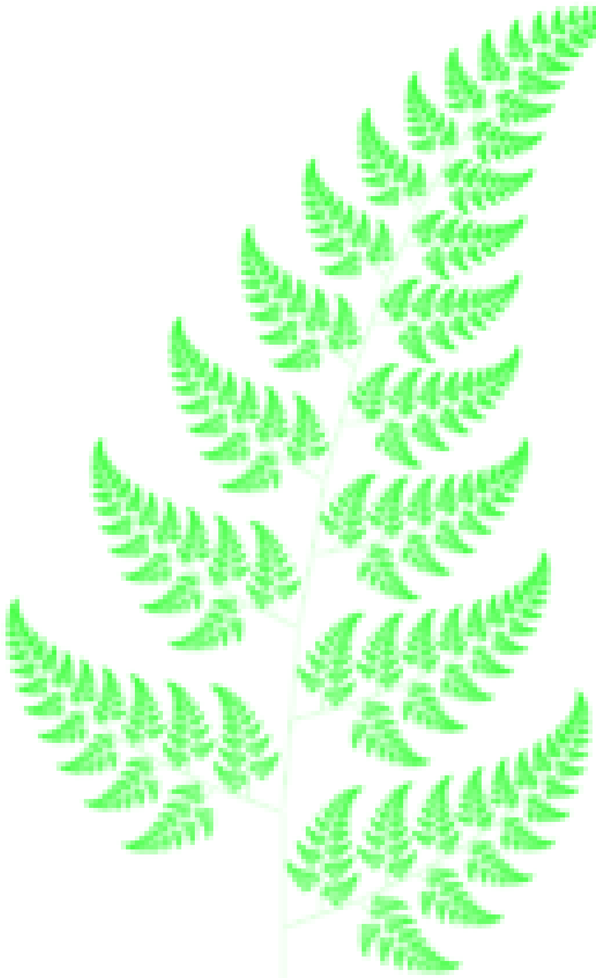
Vous pouvez trouver de magnifiques représentations de fractales sur internet, je vous joins quelques exemples tirés de Wikipédia.

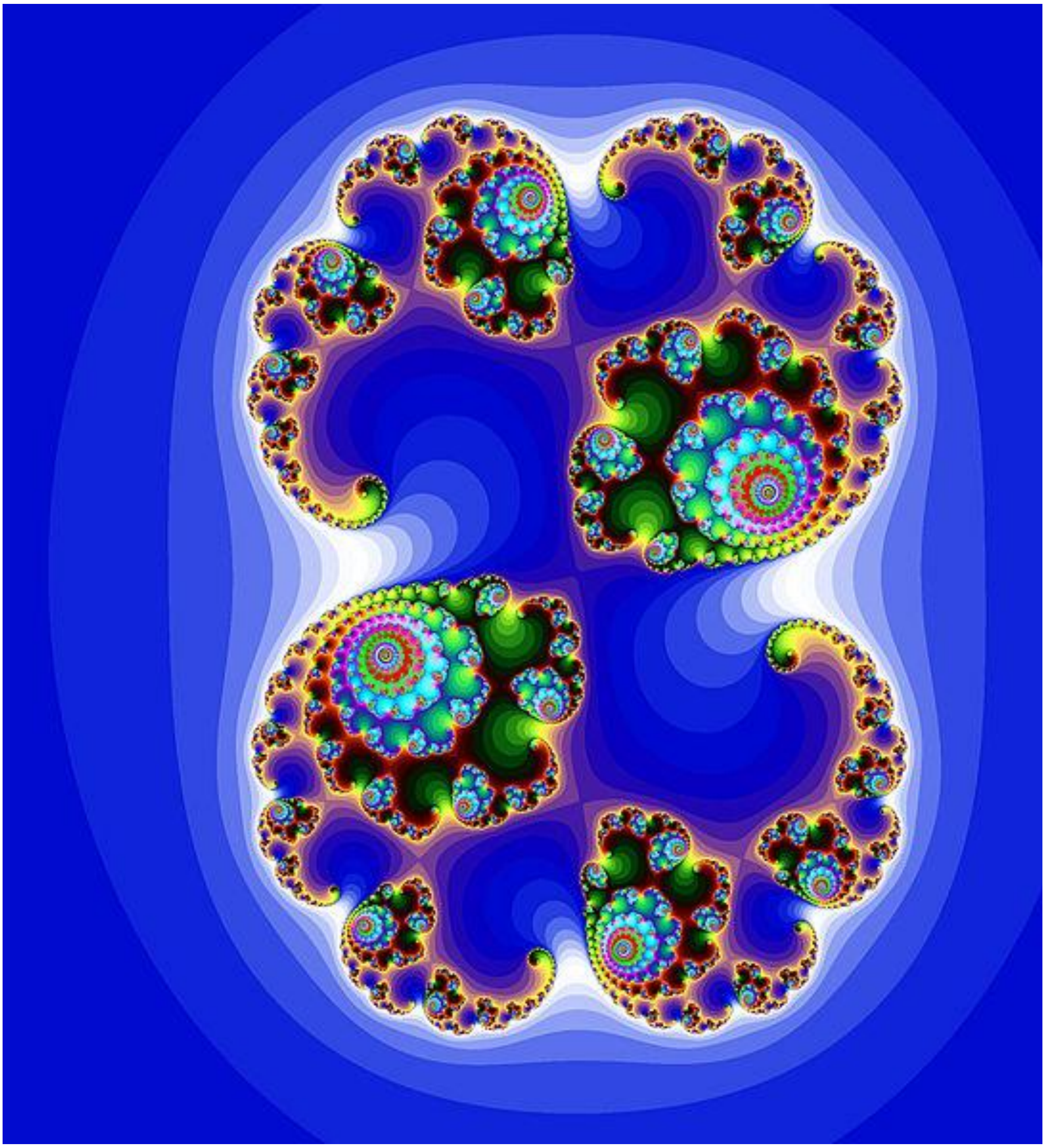
Exemples de fractales tirées de Wikipédia



Les cinq premières étapes de construction du triangle de Sierpinski

Une fougère fractale, modélisée en utilisant un système de fonctions itérées.





Ensemble de Julia (C = [0.285, 0.01]), une Fractale

Auteur : Solkoll

Si un tableau peut-être la représentation d'une fractale, je pense que le boléro de Ravel peut en être une superbe représentation musicale ; voici quelques textes qui je pense en ont aussi la structure . (avis tout à fait personnel)

Tu as pénétré sans scrupule

Mon corps et mon esprit

Tu t’es installée au fond de mes cellules

Et tu m’as laissé là

De toi empli

Mais seul.

Chaque jour chaque nuit

Se répète à l’infini

Ton absence ton absence

Chaque jour chaque nuit

Se répète à l’infini

Mon ennui.

Chaque heure chaque minute

Se répète à l’infini

Ton absence ton absence

Chaque heure chaque minute

Se répète à l’infini

Mon ennui.

Chaque minute chaque seconde

Se répète à l'infini

Ton absence ton absence

Chaque minute chaque seconde

Se répète à l'infini

Mon ennui.

Comme une fractale

Ton absence trop présente

Meuble de vide

Ma vie.

Vive le jour Ma Mie où nous vivrons

Dans un monde sans dimension

Vive le jour Ma Mie où nous vivrons

Dans un monde sans dimension.

Il n'y aura Ma Mie

Rien pour nous séparer

Il n'y aura Ma Mie

Pas de montagnes entre nous deux.

Vive le jour Ma Mie où nous vivrons

Dans un monde sans dimension

Vive le jour Ma Mie où nous vivrons

Dans un monde sans dimension.

Il n'y aura Ma Mie

Rien pour nous séparer

Il n'y aura Ma Mie

Aucune vallée entre nous deux

Vive le jour Ma Mie où nous vivrons

Dans un monde sans dimension

Vive le jour Ma Mie où nous vivrons

Dans un monde sans dimension.

Il n'y aura Ma Mie

Rien pour nous séparer

Il n'y aura Ma Mie

Aucun torrent entre nous deux.

Vive le jour Ma Mie où nous vivrons

Dans un monde sans dimension

Vive le jour Ma Mie où nous vivrons

Dans un monde sans dimension.

Les miettes

Ninon m'a parlé de miettes, et j'ai vu que 0,333… est le fruit d'un défaut de l'outil base dix qui ne peut prendre totalement en compte ces miettes (voir la brioche de Ninon et l'effet loupe). Je vais essayer d'incorporer ces dernières (que je baptise mimp, association de miettes et imprécision) dans mon écriture de nbdinf obtenus par fractions. Cette imprécision est égale au reste de chaque rang × 1/3 (je préfère cette écriture à ÷3) (voir, sur le dessin de l'effet loupe, la précision défaut = 0,…× 1/3)

Reprenons la division de Nicolas

rg^0 1 $\xrightarrow{\boxed{\div 3}}$ 0 , + mimp

reste 1

ici mimp= 1 × 1/3

rg^{-1} 10 $\xrightarrow{\boxed{\div 3}}$ 3 +mimp

reste 1

ici mimp= 0,1 × 1/3

rg^{-2} 10 $\xrightarrow{\boxed{\div 3}}$ 3 +mimp

reste 1

ici mimp= 0,01 × 1/3

Je vous laisse le loisir de continuer.

<u>Remarque</u> :

Ici l'imprécision revient à chaque rang négatif (et même avec le rang 0) sous la forme (reste $^{\text{rang n}}$ × 1/3) ou n représente le rang choisi compris entre rg^0 et $rg^{-\infty}$ inclus.

Dorénavant ‟ r ” signifie **reste** et ‟ rg ”signifie **rang**.

Lors de mes calculs je peux choisir le rg qui m'est le plus pratique.

1/3 peut donc s'écrire 0,333 +(r^{-3} × 1/3) = 0,333 + (0,001 × 1/3)

Ou

1/3 = 0,3 + (r^{-1} × 1/3) = 0,3 + (0,1 × 1/3)

Ou même

1/3 = 0 + (r^0 ×1/3) = 1 × 1/3

Tout ceci peut paraitre bien long pour représenter une évidence, mais cette évidence, ce travail me servira pour la suite.

0,999… n'existe pas, voir le chapitre ‟ surprise ”

Reprenons la première justification donnée :

Sans la mimp

1/3 = 0,333…

0,333… × 3 = 0,999…

avec la mimp

1/3 = 0,333+ mimp= 0,333 +(0,001 × 1/3)

[0,333 + (0,001 × 1/3)] × 3=

0,999 + (0,001 × 3/3) = 0,999 +(0,001× 1)

0,999 + 0,001 = 1

Bien sûr il était plus facile de travailler ici avec le rg^0.

L'imprécision de mon écriture disparait, surtout j'évite l'erreur d'écrire

1/3 × 3 = 0,333× 3 = 0,999…

Si je veux avoir le plaisir d'imaginer le train de la fermeture éclair de Joseph, les dominos de Guillaume, Céline et leurs camarades qui tombent ou l'eau en surfusion qui cristallise instantanément je peux appliquer mon imp au rang - 25, ou au-delà…

Conséquence : Je devrais écrire 1/3 ≃ 0,333… (valeur approchée) et mon pari de départ est peut-être perdu, si j'écris 1/3 = 0,333… + mimp $rg^{-\infty}$ j'ai peut-être réussi.

Reste l'explication qui parait irréfutable

X = 0,999…

$\boxed{A}$

10 x= 9,999…

$\boxed{B}$

10 x – x = 9x

$\boxed{C}$

9,999… - 0,999 =9

$\boxed{D}$

9 x = 9

$\boxed{E}$

x = 1

$\boxed{F}$

Observons les 6 moments A, B, C , D, E, F. Si erreur il y a, ce doit être au moment D quand je suppose que les décimaux de 9,999… et de 0,999… sont les mêmes.

x = 0,999… a une forme cyclique, cycle très court d'un seul élément, il est certainement le fruit d'une fraction dont le numérateur et le dénominateur ont une valeur très proche l'une de l'autre, le numérateur étant inférieur au dénominateur.

Essayons avec l'écart le plus petit possible, ε (epsilon) : $\dfrac{1 - \varepsilon}{1}$ c'est-à dire

$\dfrac{0{,}999....}{1}$ = 0,999…, c'est évident, mais vérifions quand même.

Rappel : ÷ n signifie que chaque fois que je donne n à mon opérateur il sort 1.

Ici, n = 1 donc $1 \xrightarrow{\boxed{\div 1}} 1$

Vérifions $\dfrac{1 - \varepsilon}{1}$

rg^0 $\quad 1 - \varepsilon \xrightarrow{\boxed{\div 1}} 0,$

reste $1 - \varepsilon$

Qui donne

ε trop petit n'est jamais modifié par le passage de rang

rg^{-1} $\quad 10 - \varepsilon \longrightarrow 9$

reste $1 - \varepsilon$

rg^{-2} $\quad 10 - \varepsilon \longrightarrow 9$

reste $1 - \varepsilon$

Je vois que le nbdinf obtenu est 0.999… avec une mimp de $\dfrac{1 - \varepsilon}{1}$ soit $1 - \varepsilon$, $\div 1$ étant un opérateur neutre qui ne modifie pas du tout le numérateur, mon mimp est donc $1 - \varepsilon$.

Remarquons qu'ici le mimp n'est pas dû à la fraction, mais à l'expression même du numérateur $(1 - \varepsilon)$,en particulier de ε.

Je refais la deuxième démonstration, avec et sans mimp. Comme je peux appliquer mon imp du rang^0 au rang $-\infty$, je choisis de l'appliquer au rang^0 .

Sans mimp	avec mimp
x- 0,999…	$x = 0 + (1 - \varepsilon) = 1 - \varepsilon$
$10\,x = 9,999…$	$10\,x = 10 - 10\,\varepsilon$
$10\,x - x = 9x$	$10\,x - x = 9\,x$
$\underbrace{9,999…}_{} - \underbrace{0,999…}_{} = 9$	$10 \underbrace{- 10\,\varepsilon}_{} - (1 \underbrace{- \varepsilon}_{}) = 10 - 10\,\varepsilon - 1 + \varepsilon$
Parties équivalentes	Parties non équivalentes $\quad = 9 - 9\,\varepsilon$

$9\,x = 9 \qquad x = 1 \qquad\qquad 9\,x = 9 - 9\,\varepsilon \qquad x = 1 - \varepsilon$

Notons que nous n' étions pas obligé, vu la particularité du mimp (1- ε) de passer par tout ce calcul mais nous pouvions partir directement de l'écriture

$x = 1 - \varepsilon \qquad 9\,x = 9 - 9\,\varepsilon$ J'ai voulu faire ce calcul pour montrer que le moment D était dû à une imprécision d'écriture, l'absence de mimp.

La différence est minime mais….

Extrait d'un sketch de Raymond Devos

> Car rien…ce n'est pas rien.
>
> La preuve c'est qu'on peut le soustraire.
>
> Exemple : Rien moins rien = moins que rien !
>
> Si on peut trouver moins que rien c'est que rien vaut déjà quelque chose !
>
> On peut acheter quelque chose avec rien !
>
> En le multipliant
>
> Une fois rien…c'est rien
>
> Deux fois rien… ce n'est pas beaucoup !
>
> mais trois fois rien !… pour trois fois rien on peut déjà acheter quelque chose … ; et pour pas cher !
>
> Maintenant si vous multipliez trois fois rien par trois fois rien.
>
> Rien multiplié par rien = rien.
>
> Trois multiplié par trois = neuf.
>
> Cela fait rien de neuf !
>
> Oui … Ce n'est pas la peine d'en parler !

Continuons d'en parler quand même

Alors, 0,999… ne peut être égal à 1 d'après mes calculs.

Je ne suis qu'un bricoleur des math, je pense pour l'instant que oui, dans l'absolu des math, si 0,999… rapproche très fortement de 1 (il tend vers 1), il ne l' atteint pas. Appliqué à la physique par exemple dans l'expression d'une mesure, (masse _ taille …) il est certainement un moment ou 1 – ε sera égal à 0, cela tend-il à devoir écrire que 0,999…. est égal à 1 ?

Refaisons la division de Nicolas et appliquons la jusqu'à atteindre la plus infime mesure de taille ou de masse possible de la plus infime particule possible, peut-être encore inconnue.

rg^0 $1 - \varepsilon \xrightarrow{\boxed{\div 1}} 0,$

reste $1 - \varepsilon$

Qui donne

rg^{-1} $10 - \varepsilon \longrightarrow 9$

reste $1 - \varepsilon$

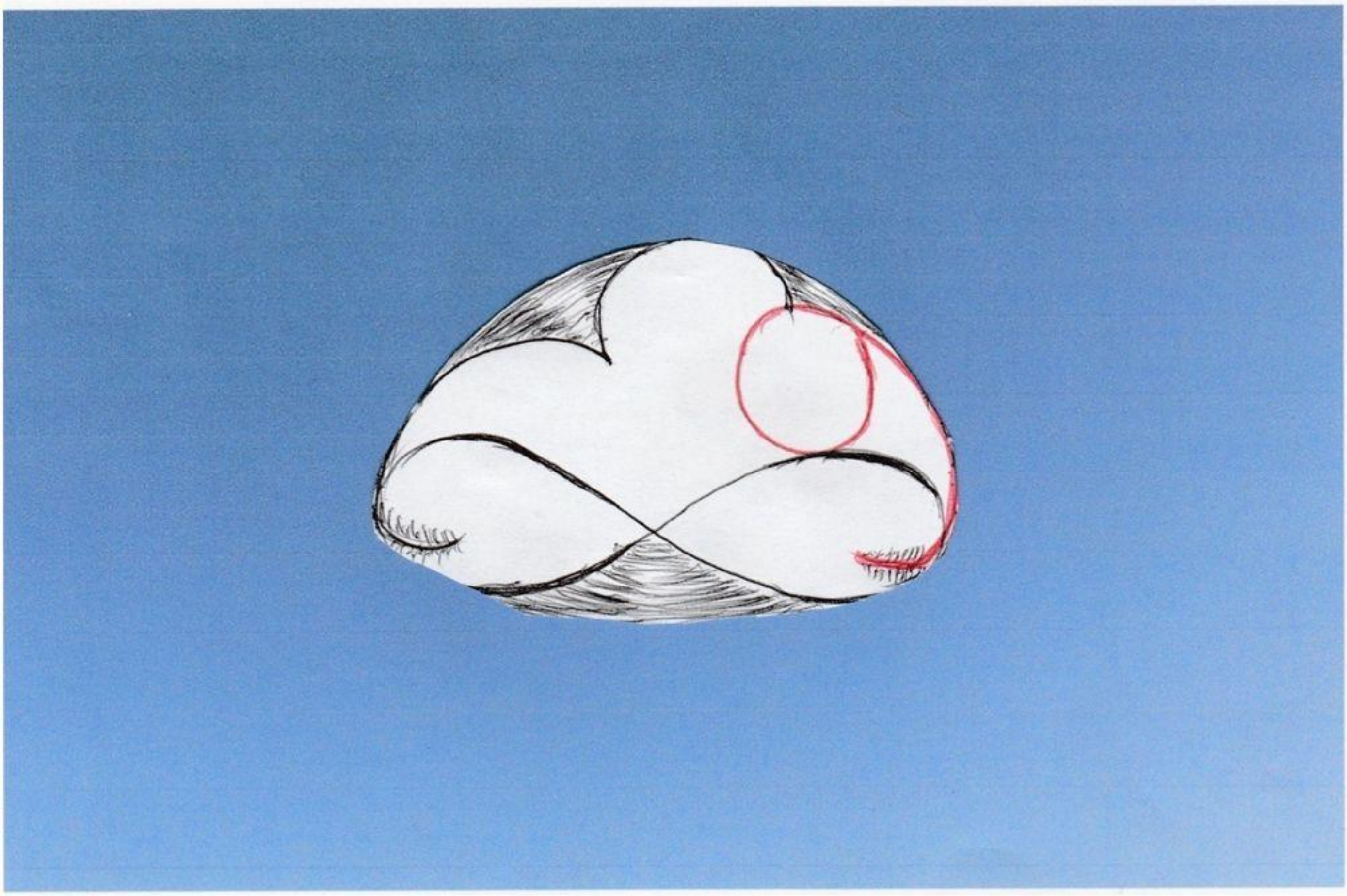
Passons de suite à l'extrémité où $1 - \varepsilon$ s'annule

rg$^{?}$ $10 - \varepsilon \longrightarrow 9$

reste $1 - \varepsilon = 0$

Toute cette chaîne reste,

Là se finit le calcul, mais il ne modifie pas les rangs qui précèdent le rang ?. Le train de Joseph ne peut remonter l'échelle des rangs, il est bloqué à cette ligne de départ. Cela signifie simplement que peut-être en physique, d'après le bricoleur que je suis (autant en physique qu'en math), 0,999… n'est en réalité pas un nbdinf, qu'il a une fin et reste différencié de 1. Je laisse au CERN à trancher la question de la plus petite mesure avec son LHC, accélérateur de particules.



Du choc terrible de la rencontre du grain de poussière d' ε et de l'immensité du vide de l' ∞ nait le neuf, les trois forment l'œuf origine du monde.

Quand c'est fini…

C'est fini.

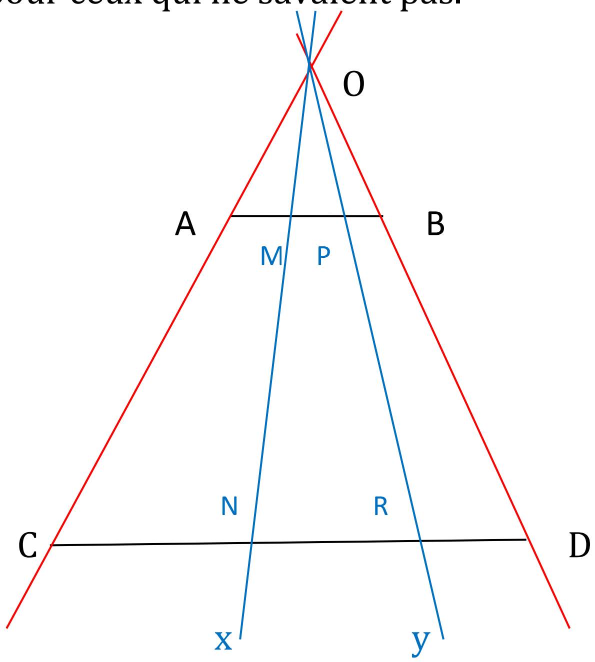
J'ai décidé que je finissais ma recherche math ici. J'ai d'autres questions qui me taraudent mais j'arrête là, pour l'instant… mon jardin, le vent, l'air, mon corps qui veut encore éprouver le plaisir de se mouvoir m'appellent dehors, au grand air.

Pour ceux qui voudraient, comme on joue au sudoku, aux mots croisés… se défier, je leur propose quelques pistes, il en est certainement d'autres. Prenons le plaisir de nous confronter à l'impossible, à l'incompréhensible, bricolons gaiement, offrons-nous notre petite aventure intellectuelle.

_ Les mathématiciens ont certainement prouvé leur affirmation par d'autres démonstrations, vous pouvez les chercher et essayer de les comprendre.

_ Comme ils ont beaucoup exploré les infinis, les mathématiciens ont certainement fait de même avec ε, et mes pauvres recherches seront peut-être rangées au royaume des inepties. Je vous laisse le plaisir de le découvrir.

Je ne peux cependant m'empêcher de vous livrer rapidement ceci : surprenant pour ceux qui ne savaient pas.



En géométrie euclidienne, par 2 points distincts ne peut passer qu'une seule droite.

CD = 3 AB Tous deux, bien qu'ayant un début et une fin, sont constitués d'une infinité de points.

A tout point M de AB correspond un point image et un seul N de CD par la droite Ox.

A tout point R de CD correspond un point image P et un seul de AB par la droite Oy

AB et CD ont donc le même nombre de points. C'est superbe !

- J'ai choisi des fractions simples dont le quotient s'exprime avec un seul chiffre répété. Il en existe d'autres, plus complexes, dont les chiffres du quotient ont un cycle plus important (2 ÷ 7par exemple). Pourquoi cette forme cyclique ?

- La règle énoncée pour le mimp s'applique encore avec ces nombres (pour le rang^n, prendre le reste de rg^n et lui appliquer le diviseur). Testez cette règle sur quelques exemples.

- Pour ces fractions est-on obligé, pour trouver le reste de rg^n , de passer par la division de Nicolas ? existe-t-il un moyen plus rapide ?

- Chercher le tiers de 0,999 +mimp, comparez le au 0,333… obtenu par la fraction 1/3 ? attention je pense qu'avec la définition donnée de ε $\frac{\varepsilon}{3}$ ne peut –être retenu mais ε (ce qui ne doit pas modifier le rg d'application de cette mimp mais pose de nouvelles questions)

- Pour obtenir 0,333… on peut aussi essayer $\frac{1 - \varepsilon}{3}$. Testez.

- Pour obtenir 0 ,999… nous aurions pu choisir $\frac{1}{1 + \varepsilon}$. Obtenons-nous encore 0,999… ?

- Un nbdinf, étant donné son imprécision, peut-il représenter des valeurs différentes mais très proches ?

Moi, j'ai fini, pour l'instant. L'hiver se termine, les jours s'allongent …