La diagonale de Cantor

Il ne peut y avoir deux démonstrations justes qui aboutissent à deux conclusions opposées. Tout à fait d’accord, et comme je ne vois pas ce qui pourrait être faux dans ma démonstration des réels, je vais chercher ce qui pourrait être faux du côté de la diagonale. Manque de chance la démonstration est imparable semble t’il, la conclusion du professeur dans le ligotron donne peut-être une première idée : ce nombre n’est pas dans le tableau, que je vais traduire par : - dans **ce** tableau-..

D est le nombre créé par la diagonale chiffre après chiffre

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0, | 5 | 0 | 4 | 8 | 2 | 3 | 1 | 7 | 8 | 4 | 0 | 6 | 3 | 9 |
|  | 1 | 1 | 7 | 4 | 3 | 3 | 1 | 9 | 6 | 7 | 3 | 9 | 5 | 9 |
|  | 1 | 2 | 1 | 9 | 2 | 8 | 3 | 2 | 5 | 1 | 2 | 2 | 8 | 4 |
|  | 0 | 0 | 2 | 0 | 1 | 1 | 4 | 7 | 4 | 6 | 5 | 9 | 8 | 1 |
|  | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 1 | 4 | 5 | 9 | 8 | 6 | 2 | 7 | 4 |

C est le nombre créé à partir de D, chiffre après chiffre.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| D | 5 | 1 | 1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| C | 6 | 4 | 9 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Lorsque je commence ma diagonale je travaille sur un nombre de 1 chiffre .

Il y a 10 chiffres qui auraient pu composer ce nombre, ici c’est 5. Je choisis un chiffre différent de 5 pour créer le premier chiffre de C, soit 6.

Je passe à la ligne suivante, le chiffre est 1, dernier chiffre du nombre à 2 chiffres 11.

Notons que je passe directement d’un nombre de 1 chiffre à un nombre de 2 chiffres. Sur les 10 nombres de 1 chiffre possibles seul **un** a été noté, **9 autres ont été oubliés** dans un tableau supposé être composé des réels. 6 est un des 9 chiffres oubliés.

Je note ce chiffre 1 à la deuxième place de D, et je crée le chiffre 4, deuxième du nombre C.

Je passe à la ligne suivante, une ligne de 3 chiffres, le chiffre 1 est le troisième chiffre de D.

Notons que je passe directement d’un nombre de deux chiffres à un nombre de 3 chiffres. Sur les 100 nombres de 1 et 2 chiffres possibles seul **2 ont été pris en compte** dans mon tableau, **98 ont été ignorés**. Le chiffre 4 et un des chiffres de deuxième rang oubliés, il forme le nombre 64 qui est un des nombres oubliés du tableau.

Je note 1 à la troisième place de D, et je crée le chiffre 9 troisième de C, soit 649. Sur les **1 000 nombres de 1, 2, 3 chiffres possible** je n’en ai pour l’instant que **3** dans mon tableau, **997 ont été ignorés**, 649 étant l’un de ces nombres.

Pour recycler 649, ce dès la ligne suivante, il faudrait que celle-ci reprenne 649, et que le chiffre ajouté soit 0. (n’oublions pas que nous sommes dans [0,1[ et que ce 0 est inactif à ce stade d’écriture) . Malheureusement C augmente automatiquement d’un chiffre forcément différent de 0 et 649 ne peut pas être recyclé. De nouveau nous avons un nombre accepté de plus mais nous en avons créés 8999 inacceptés en plus.

Je pense qu’il est inutile de continuer, le tableau n’est pas le tableau des réels, loin s’en faut, il ignore une très grande majorité des nombres.

Je comprends que le tableau de la diagonale de Cantor n’est pas le tableau des réels, qu’une immense majorité de nombres sont absents de cette liste, que seule une infime minorité le compose. On ne peut en déduire aucune règle sur les réels, en particulier que ceux-ci sont indénombrables.

Que se passe t’il si je crée ce tableau avec les tous les réels de [0,1[ ?

Comme il faut choisir un ensemble de nombres réels pourquoi pas l’ensemble des nombres réels dénombrés dans la première version que j’ai présentée.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1  0, | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 9 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Lorsque je commence ma diagonale je travaille sur un nombre de 1 chiffre. J’ai le choix parmi 10 chiffres de 0 à 9. ( je prends le 0 qui facilitera les calculs et ne changera rien à la démonstration. Il est reporté après le 9 pour commodités de calcul.

Le tableau est censé être composé de tous les nombres R, ici je n’ai qu’un seul chiffre choisi parmi les dix possibles. Comme ils doivent se retrouver dans le tableau je les inscris maintenant. Ma diagonale sert de frontière, elle sélectionne 1 chiffre et ignore les autres à ce stade de mon tableau. En rouge le chiffre sélectionné qui servira à construire le nombre de ma diagonale.

Je m’aperçois que j’ai besoin pour les exprimer d’un tableau de 10 lignes sur 10 pour composer la diagonale, soit 10 x10= 100 cases, avec beaucoup de cases occupées par des 0 inactifs.

Passons aux nombres à 2 chiffres. Je m’aperçois de suite que si je continue à exprimer mes nombres à 1 chiffre non sélectionnés ma diagonale ne parcourra que des 0. Pour éviter ce problème je vais échanger les nombres à 2 chiffres avec les nombres à 1 chiffre non sélectionnés. Certes les 0 seront toujours présents mais moins visibles( ! ).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1  0, | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 7 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 9 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Je dois écrire 90 chiffres qui s’ajoutent aux 10 précédents, l’ensemble s’inscrit dans un carré de 100 cases de coté, ( de 0 à 99) soit 10 000 cases (104), avec seulement 190 cases occupées par des nombres actifs le reste par des 0 inactifs.

Notons que pour 100 nombres possibles ma diagonale n’a sélectionné avec ma diagonale que 2 nombres.

Avec les réels dénombrés le problème est toujours le même, pour un nombre à x chiffres des nombres représentant des 0 inactifs seront créés fabriquant de nouveau des exclus réels et largement plus nombreux.

Ma diagonale sert de frontière, elle sélectionne 1 chiffre et ignore les autres à ce stade de mon tableau. En rouge le chiffre sélectionné qui servira à construire le nombre de ma diagonale, au-dessus de la diagonale rouge les nombres ayant été sélectionné, sous la diagonale ceux qui ont été oublié pour l’instant, ceux dont on dira qu’ils n’existent pas.

Pour des nombres de 1 chiffre, j’ai 10 nombres possibles, 1 de ces nombres sélectionné, 9 nombres restés sous la diagonale oubliés…

Pour des nombres de 1 et 2 chiffres j’ai 100 nombres possibles, 2 de ces nombres sélectionnés, 98 donc oubliés.

Pour des nombres de 1 à 3 chiffres j’ai 1000 nombres possibles, 3 sélectionnés, 997 écartés pour l’instant…

La règle de la diagonale ne respecte pas l’ordre de création des nombres : d’abord l’ordre des unités, celle des 10 chiffres ,

Puis l’ordre des dizaines, chaque unité se combinant avec les 10 chiffres à notre disposition, créant 100 nombres de 0 à 99.

L’ordre des centaines, chaque nombre de l’ordre des dizaines se combinant avec les 10 chiffres à notre disposition créant un ensemble de 1000 nombres de 0 à 999.

La diagonale crée 1 nombre d’un ordre, puis passe à l’ordre suivant, ne créant de nouveau qu’un nombre avant de passer à l’ordre suivant…

Oui, la diagonale ne vérifie pas l’existence des réels, encore moins l’existence des réels dénombrés, elle fabrique des nombres exclus avec une efficacité qui augmente  redoutablement à chaque passage de case…