رياضيات

نماذج أهلية محلولة

ـ مترجمة ومعدّلة ـ

منقولة عن مواضيع امتحانات فرنسية

الأستاذ: **جعيجع محمد**

متوسطة: **الشهيد خنوف لخضر بحمام الضلعة**

السنة الدراسية:2015 - 2016

الموضوع الأوّل 1 — النصوص

التمرين الأول

1 - حل الجملة : $\begin{cases} 3x - 7y = 18.8 \\ x - 5y = 10 \end{cases}$.

2 - حل المتراجحة : $4x - 5 \prec 10x + 1$ مثـّل بالتلوين حلول هذه المتراجحة على مستقيم مدرّج.

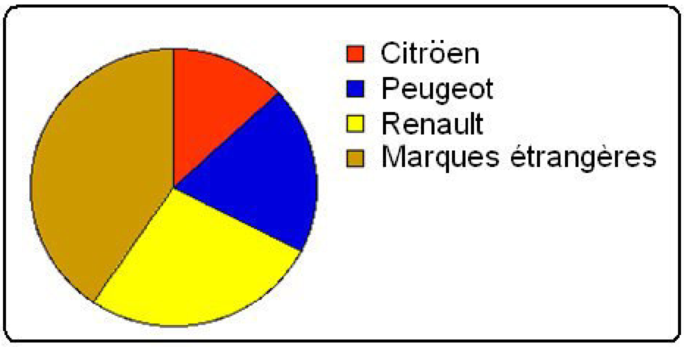
3 - هل العدد 4 يحقق المعادلة : $x^2 - 5x = 4$ ؟ .بيِّن ذلك من دون حل المعادلة.

التمرين الثاني

162800 سيارة جديدة بيعت في فرنسا خلال شهر أكتوبر 1995. الجدول الآتي يوضح المبيعات حسب كل نوع من السيارات .

أنواع السيارات	عددها
Citröen سيتروين	21164
Peugeot بيجو	31746
Renault رونو	43956
Marques étrangères أنواع أخرى	؟

المخطط الدائري الآتي يعطي تمثيلا لمبيعات كل نوع من السيارات .



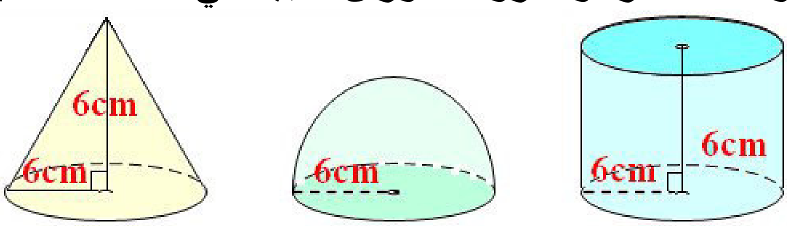
1 - ما هو عدد السيارات الأخرى التي بيعت خلال شهر أكتوبر 1995 ؟ .

2 - ما هي النسبة المئوية لمبيعات السيارات ذات النوع Renault بالنسبة لجميع الأنواع؟

3 - أحسب الزاوية $\widehat{AOB}$ من المخطط و الموافقة للنوع Peugeot.

التمرين الثالث

نعتبر أسطوانة ، ونصف الكرة ومخروط الدوران المبينة في الأشكال الآتية :



1 - تحقق بالحساب أنّ V_1 حجم الأسطوانة معبراعنه بالسنتيمتر المكعب يساوي 216π ، و أن V_2 حجم نصف الكرة مُعبَّرًا عنه بالسنتيمتر المكعب يساوي 144π .

2 - أحسب بالـ cm^3 الحجم V_3 لمخروط الدوران و أكتبه على شكل: $K\pi$ (K هو عدد ناطق).

3 - تحقق أن : $V_2 = 2V_3$. باستعمال العلاقات الآتية :

حجم الأسطوانة : Bh حيث : B مساحة القاعدة و h ارتفاع الأسطوانة .

حجم الكرة : $\frac{4}{3}\pi R^3$ حيث : R هو نصف قطر الكرة .

حجم المخروط : $\frac{B \times h}{3}$ حيث: B هو مساحة القرص(القاعدة) و h هو ارتفاع المخروط.

التمرين الرابع

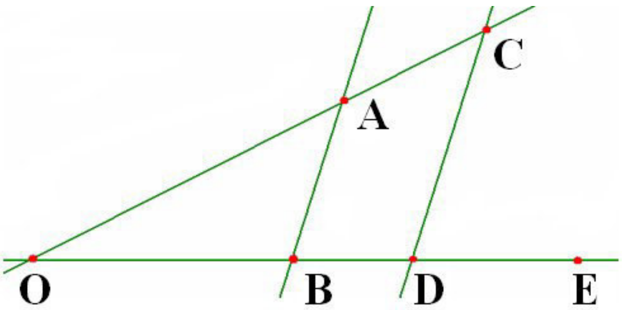
الشكل أسفله غير مرسوم بالأبعاد الحقيقة ،

المستقيمان (AB) و (CD)

متوازيان و الأبعاد هي كالآتي :

$OA = 5cm ; AC = AB = 4cm$

$OD = 6.3cm ; DE = 5.04cm$



1 - احسب OB و CD .

2 - هل المستقيمان AD و CE متوازيان ؟ برّر إجابتك .

المسألة

المستوي مزود بالمعلم المتعامد و المتجانس : $(O;\vec{I};\vec{J})$.

نعتبر النقاط : $A(6;5) ; B(2;-3)$ و $C(-4;0)$.

1 - أرسم الشكل حيث الوحدة على المحورين هي السنتيمتر. النقطة O ـ مبدأ المعلم ـ تعيّن على ورقة رسم في صفحة الإجابة .

2 - أحسب الأطوال : $AB ; BC$ و CA ، أكتب النتائج على شكل : $a\sqrt{b}$ حيث a عدد ناطق موجب .

3 - استنتج نوع المثلث ABC ، برِّر الإجابة .

4 - أحسب مساحة المثلث ABC .

5 - أحسب محيط المثلث ABC ، أعط النتيجة على شكل: $a\sqrt{b}$ ، ثم بالتدوير إلى 0.1 .

6 - نعتبر الدائرة التي تحيط بالمثلث ABC .

أ ـ حدّد E مركز هذه الدائرة مع تبرير الإجابة . أحسب إحداثيي هذه النقطة .

ب ـ أحسب القيمة المضبوطة لنصف قطر هذه الدائرة .

7 - أحسب القيمة المضبوطة لـ: $\tan A\widehat{C}B$، ثمّ القيمة المقربة إلى الدرجة للزاوية $A\widehat{C}B$.

8 - أحسب إحداثيي الشعاع $\overrightarrow{CA}$ ، واستنتج إحداثيي النقطة D كي يكون $ACBD$ متوازي أضلاع .

الموضوع الثّاني 2 — النصوص

التمرين الأول

نعتبر الأعداد التالية : $A = \frac{7}{18} \times \frac{2}{7} - \left(\frac{5}{3} - 1\right)^2$. و $B = \frac{3 \times 10^2 \times 5 \times 10^4}{12 \times \left(10^3\right)^3}$. و $C = 2\sqrt{5} + 2\sqrt{125} - 7\sqrt{45}$. بتدوين جميع خطوات الحل :

1 - أكتب A على شكل كسر غير قابل للاختزال .

2 - أعط الكتابة العلمية للعدد B .

3 - أكتب C بالشكل $a\sqrt{5}$ ، حيث a عدد ناطق .

التمرين الثاني

لتكن العبارة : $E = (2x - 3)(5 - 2x) - (2x - 3)^2$

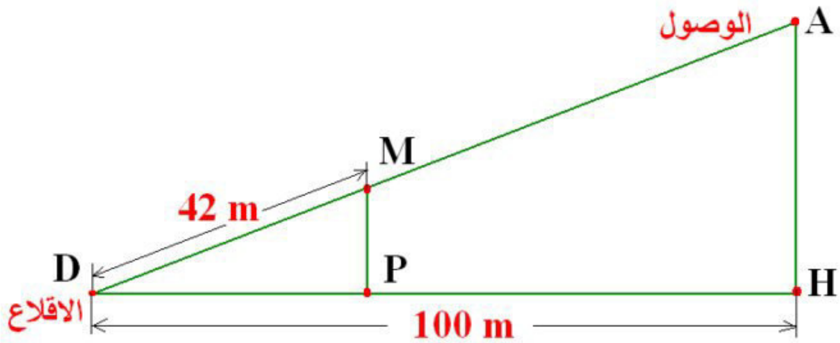
1 - أنشر وبسط E .

2 - حلل E.

3 - حل المعادلة : $(2x - 3)(-4x + 8) = 0$.

التمرين الثالث

المسافة AD هي الطريق الذي يسلكه قطار سلكي وهي $125m$.



1 - ما هو الإرتفاع AH الذي يبلغه هذا القطار عند الوصول ؟ .

2 - عندما يقطع القطار السلكي مسافة $42m$ ، يكون ارتفاعه MP .

أ - أنشيء شكلا بسلم $1/1000$ (على ورقة الإجابة) .

ب - ماذا يمكن أن نقول عن المستقيمين : (MP) و (AH) ؟ برِّر .

ج - أحسب MP .

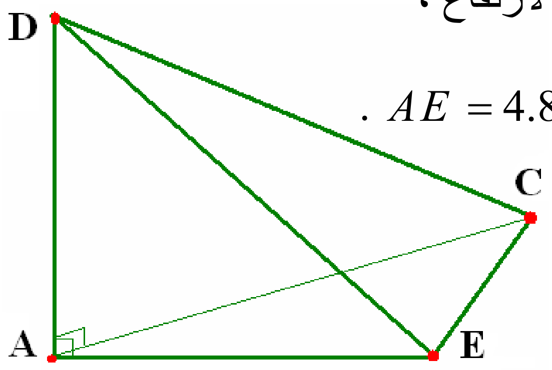
د - عيِّن قيس الزاوية $\widehat{D}$ بالتدوير إلى الدّرجة .

التمرين الرابع

لإنجاز هذا التمرين ، يمكنك أن تستعمل العلاقات الآتية :	
$L \times \ell \times h$	حجم الموشور القائم
$\frac{\pi \times R^2 \times h}{3}$	حجم المخروط

$\frac{B \times h}{3}$	حجم الهرم
L الطول ، ℓ العرض ، h الارتفاع ، R نصف القطر ، B مساحة القاعدة .	

● نعتبر الهرم $AECD$. $AD = 5cm$ هو الارتفاع ،
القاعدة هي المثلث AEC
حيث : $CA = 6cm$ ؛ $EC = 3.6cm$ ؛ $AE = 4.8cm$.



الشكل غير مرسوم بأبعاده الحقيقية

1 - برهن أن المثلث AEC ، قائم في E .
2 - أحسب حجم هذا الهرم .
3 - نريد صنع أهرامات مماثلة من الجبس ،
كم يمكن أن نصنع بـ $1dm^3$ من الجبس ؟ .

المسألة البحث عن الكنز .

زيد يبحث عن كنز يقع بمقربة من قريتين A و B و قصر قديم C .
هذا الكنز يقع على استقامة واحدة مع القرية B والقصر C ، ويقع على نفس المسافة من القريتين A و B .

على مخطط يمثل المنطقة وفي معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{I};\vec{J}\right)$ ، نمثل القرية A بالنقطة $A\left(-2;3\right)$. والقرية B بالنقطة $B\left(6;-1\right)$ ، والقصر C بالنقطة $C\left(8;-7\right)$. الوحدة $1cm$ تمثل $120m$ في الحقيقة.

الجزء الأوَّل:

1 - علِّم النقاط $A;B$ و C في المعلم : $\left(O;\vec{I};\vec{J}\right)$.
2 - عيِّن معامل توجيه المستقيم (AB) .
3 - أحسب إحداثيي M منتصف القطعة $[AB]$.
4 - بيِّن أنّ معادلة محور القطعة $[AB]$ هي : $y = 2x - 3$.
5 - أوجد معادلة المستقيم (BC) .
6 - لتكن النقطة T نقطة تقاطع المستقيمين (BC) والمستقيم المعرف بالمعادلة : $y = 2x - 3$. أحسب إحداثيي النقطة T .

الجزء الثاني :

1 - اشرح لماذا النقطة T تمثل موقع الكنز على المخطط .
2 - أحسب AT ، وأستنتج بتقريب $1m$ المسافة الحقيقية بين القرية A وموقع الكنز .

الموضوع الثّالث 3 — النصوص

التمرين الأول

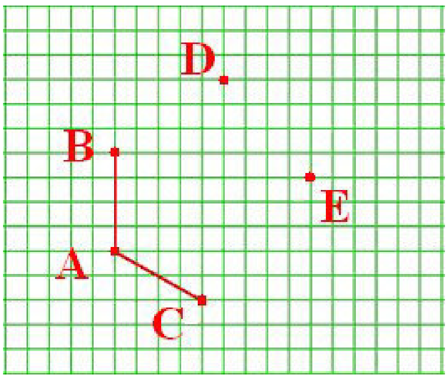
أحسب وبسط : $A = \frac{13}{14} - \frac{1}{15} \times \frac{10}{7}$.

التمرين الثاني

أحسب B و C بإعطاء النتيجة على الشكل : $m\sqrt{p}$ ، حيث m و p أعداد ناطقة و p أصغر ما يمكن .

$B = 7\sqrt{15} \times 2\sqrt{35} \times \sqrt{3}$ و $C = \left(2 - 3\sqrt{5}\right)\left(15 + 2\sqrt{5}\right)$.

التمرين الثالث



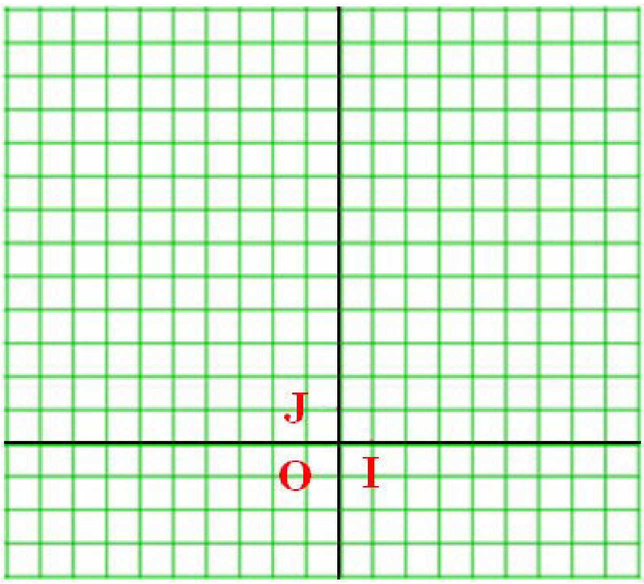
حدّد النقط : $P;T$ و M حيث :

$\overrightarrow{DT} = \overrightarrow{AC}$.

$\overrightarrow{EP} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$.

$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

التمرين الرابع



المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{I};\vec{J})$.

1 - عيّن النقطتين $A(-3;4)$ و $B(2;7)$.

2 - أجب مع التّبرير عن الأسئلة الآتية :

أ - أحسب إحداثيي الشعاع $\overrightarrow{AB}$.

ب - أحسب المسافة AB .

المسألة

$STUABC$ مجسم قائم ، حيث $SABC$ هرم قاعدته مثلث ، تعطى الأطوال بالسنتيمتر :

$AC = 4.5cm$ و $AB = 6cm$ و $BC = 7.5cm$ و $SB = 7cm$.

1 - أنشر الهرم $SABC$ (مع ترك أثر الرسم)

2 - الحسابات تكون مبررة فيما يلي :

أ ـ أحسب SA ارتفاع الهرم ، اعط القيمة المضبوطة.

ب ـ أحسب قيس الزاوية $\widehat{ASB}$ بالتـدّوير إلى الدّرجة .

ج ـ برهن أنّ ABC مثلث قائم .

د ـ أحسب مساحة القاعدة ABC ، ثمّ حجم الهرم $SABC$ بالتدوير إلى $1cm^3$.

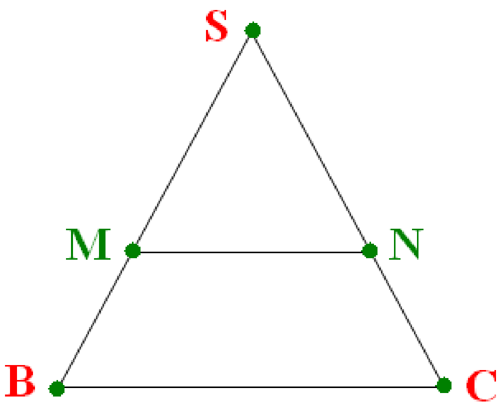
هـ ـ نضع النقطة M على الحرف $[SB]$ والنقطة N على الحرف $[SC]$.

حيث يكون المستقيمان (MN) و (BC) متوازيان

وبحيث $SM = 4.2cm$.

(الشكل المقابل يوضح الأمر لكنه غير مرسوم بالأبعاد الحقيقية) .

أحسب طول القطعة $[MN]$.



الموضوع الرّابع 4 — النصوص

التمرين الأول

احسب واكتب على شكل كسر غير قابل للإختزال وبالتـفصيل العددين A و B حيث :

$A = 3 - 3 \div \dfrac{9}{2}$ و $B = \dfrac{10^{-8} \times 0.7 \times 10^{12}}{21 \times 10^{3}}$.

التمرين الثاني

في مطعم دفعت عائلة عمر 2240 دج مقابل (3) ثلاث وجبات للكبار ووجبة (1) واحدة للصغار ، أمّا عائلة علي فقد دفعت 1880 دج مقابل وجبتين (2) للكبار و وجبتين (2) للأطفال .

نرمز بـ x لثمن وجبة الكبار الواحدة وبالرمز y لثمن وجبة الأطفال الواحدة .

1 - أكتب جملة المعادلتين التي تمكننا من حساب ثمن كل من وجبة الكبار وثمن وجبة الصغار .

2 - حل هذه الجملة .

3 - أعط ثمن وجبة الكبار وثمن وجبة الصغار .

التمرين الثالث

1 - أنشئ مثلثا حيث $IJ = 4.8cm$ و $JK = 8cm$ و $KI = 6.4cm$.

2 - برهن أنّ المثلث IJK قائم .

3 - احسب قيس الزاوية $\widehat{IJK}$ بالتّدوير إلى الدرجة .

التمرين الرابع

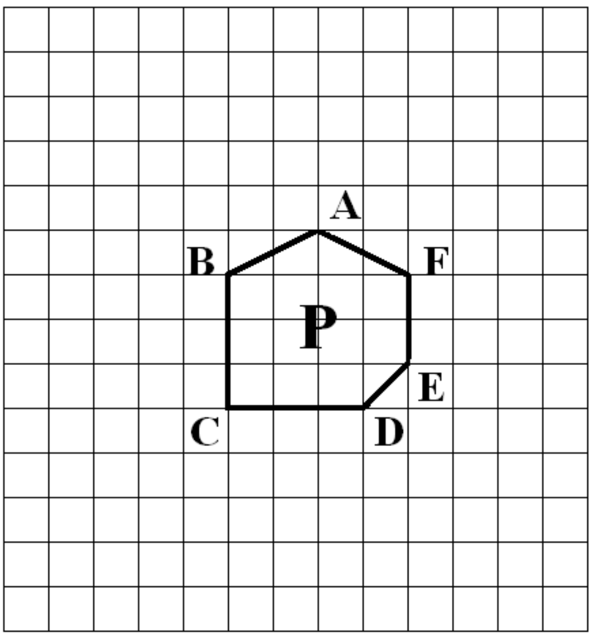
ليكن المضلع $ABCDEF$ الذي نرمز له بالرمز P .

أرسم على هذا الشكل

أ - P_1 صورة P بالتناظر المحوري الذي محوره المستقيم (DE) .

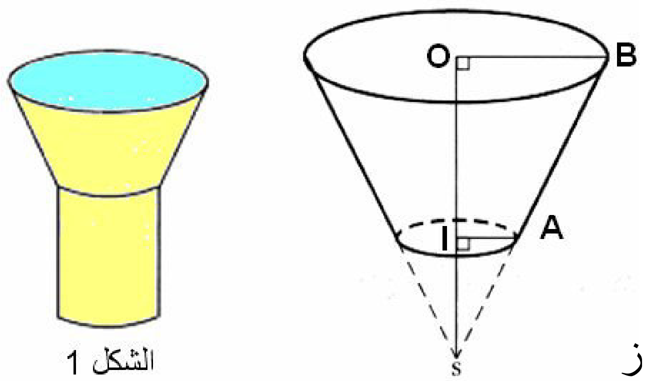
ب - P_2 صورة P بالتناظر المركزي الذي مركزه النقطة C .

ج - P_3 صورة P بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CA}$.



المسألة

الجزء الأوّل :



الشكل 1

الشكل 2

خزان ماء (الشكل 1) على شكل اسطوانة يعلوها جزء من مخروط ممثل على (الشكل 2) بخط خشن .

المخروط بارتفاع SO قطع بمستوي مواز للقاعدة مرورا بالنقطة I.

يعطي $SO = 8.1m$ و $SB = 13.5m$.

نذكر بأن حجم المخروط الذي مساحة قاعدته B وارتفاعه h يعطى بالعلاقة

$V = \frac{1}{3} B \times h$.

1 ـ أ ـ بيّن أنّ $OB = 10.8m$.

ب ـ أحسب حجم المخروط الذي رأسه (قمته) S وقاعدته القرص الذي نصف قطره $[OB]$: دوّر النتيجة إلى m^3 .

2 ـ يعطي $SI = 3.6m$.

أ ـ بملاحظة أن المستقيمين (IA) و (OB) متوازيان .

احسب IA و SA .

ب ـ احسب حجم المخروط الذي رأسه S وقاعدته القرص الذي نصف قطره $[IA]$.

دوّر النتيجة إلى m^3 .

3 ـ أحسب حجم الجزء من المخروط الممثل في (الشكل 2) بخط خشن .

الجزء الثاني :

فاتورة الماء .

في فترة (5) خمسة أشهر $(150$ يوم$)$، تحسب فاتورة الماء بالطريقة الآتية : 70 دج للاشتراك و 11 دج للمتر المكعب الواحد $(1m^3)$ المستهلَك.

1 ـ خلال هذه الفترة $(5$ أشهر$)$ استهلكت عائلة سي حسن $74m^3$ من الماء .

أحسب قيمة فاتورة الماء التي تلزم هذه العائلة .

2 ـ أ ـ أما عائلة سي امحمد فقد دفعت فاتورة قيمتها 1126 دج خلال نفس الفترة .

ما هي كمية الماء المستهلكة من قبل هذه العائلة ؟

ب ـ خلال الفترة الموالية أرادت عائلة سي امحمد تخفيض استهلاكها للماء بنسبة 10% .

ماهي النسبة المئوية للتخفيض في قيمة فاتورة الماء ؟ دوّر إلى الجزء من العشرة .

الموضوع الخامس 5 النصوص

التمرين الأول

حلل العبارة : $D=(2x+1)^2-64$.

حل المعادلة : $(5x+4)(3-2x)=0$.

التمرين الثاني

عمر يريد أن يهدي باقة أزهار لصديقه ، عرض عليه بائع الأزهار ما يلي :

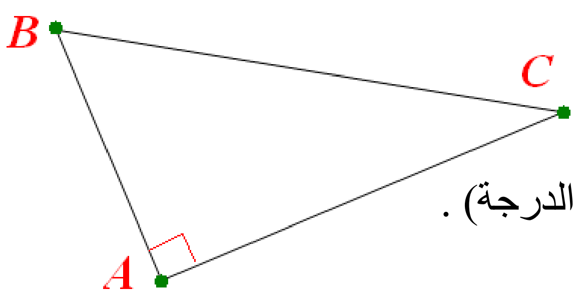
- باقة مشكلة من 8 أزهار سوسن و 5 ورود بثمن إجمالي 142 دج
- باقة مشكلة من 5 أزهار سوسن و 7 ورود بثمن إجمالي 143 دج

أحسب ثمن زهرة السوسن الواحدة و ثمن الوردة الواحدة.

ملاحظة : التحقق من الحل يكون مدونا على ورقة الإجابة .

التمرين الثالث

وحدة الطول هي السنتيمتر ، وحدة المساحة هي السنتيمتر المربع ، نعتبر الشكل الآتي :



حسب الشكل: المثلث ABC .

قائم في A حيث :

$AB=3.6$. و $BC=6$.

1 - أحسب قيس الزاوية $\widehat{ACB}$ (بالتدوير إلى الدرجة) .

2 - أحسب AC .

3 - أحسب مساحة المثلث ABC .

4 - لتكن H مسقط النقطة A على المستقيم (BC) . عبر عن مساحة المثلث ABC بواسطة AH .

5 - إستنتج AH .

المسألة

الجزءان منفصلان .

الجزء الأوّل :

يزرع فلاح القمح ، ثم ينتج منه بنفسه دقيقا كي يُحسّن مدخوله قرر أن يصنع خبزا تقليديا في الأسبوع مرّة واحدة حيث يبيعه بثمن 23 دج للكيلوغرام الواحد ، نفقاته في كل شهر هي : 2600 دج حيث يضيف لها 3 دج للكيلوغرام الواحد من الخبز الذي ينتجه .

أ - في شهر جوان باع هذا الفلاح $200kg$ من الخبز .

1 - أ - ما هو دخل هذا الفلاح ؟ .

ب - ما هي مصاريف هذا الفلاح ؟ . هل ربح ؟ إذا كان نعم . ما هي قيمة الربح ؟ .

ب - نسمي x كمية القمح بالكيلوغرام ، و المباع خلال شهر واحد .

$R(x)$. قيمة دخل هذا الفلاح و $D(x)$. قيمة التكاليف خلال نفس الشهر .

1 .عبّر عن $R(x)$ و $D(x)$ بدلالة x .

2 . حل المتراجحة $R(x) \succ D(x)$. كيف يمكن أن يفسر الفلاح النتيجة المحصل عليها ؟ .

3 . احسب وزن الخبز الذي لا بد أن يبيعه الفلاح خلال شهر كامل كي يربح 2000 دج .

4 . المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس . كل $1cm$ على محور الفواصل تمثل $20kg$ ، و كل $1cm$ تمثل 400 دج .

أ ـ نرمز بـ (D_1) للمستقيم المعرف بالمعادلة : $y = 23x$. و بالرمز (D_2) للمستقيم المعرف بالمعادلة : $y = 3x + 2600$.

أرسم المستقيمين : (D_1) و (D_2) .

ب ـ أوجد بيانيا نتائج السؤال (ب ـ 2) .

الجزء الثاني :

خبازنا التقليدي هذا يصنع خبزه باليد في إناء خشبي $ABCDHGFE$ هو على شكل جزء من هرم قاعدته مستطيل (أنظر الشكل) .

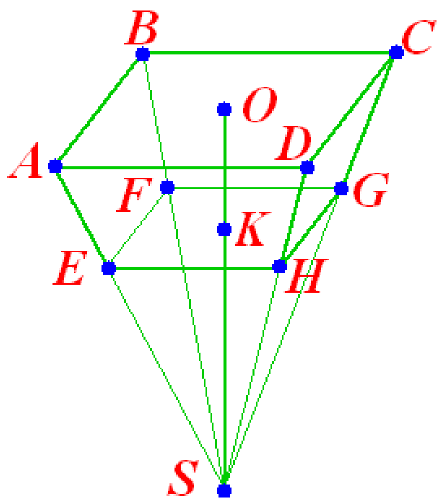
حيث الأبعاد هي كالتالي :

$AB = 0.90m$

و $BC = 1.50m$

و $OK = 0.40m$.

يعطى : $OS = 2m$.



1 ـ احسب V_1 حجم الهرم $SABCD$.

● الهرم الصغير $SEFGH$ هو تصغير للهرم الكبير $SABCD$.

نقبل أن معامل التصغير هو 0.8 .

أ ـ احسب V_2 حجم الهرم الصغير $SEFGH$.

ب ـ 1. استنتج V_3 حجم الإناء الذي يستعمله الفلاح لصناعة خبزه .

● أقصى ما يمكن ملء به هذا الإناء هو 80% من حجمه .

2. ما هي كميةالعجين الذي يمكن أن يحضرها هذا الفلاح في المرّة الواحدة ؟ .

الموضوع السادس 6 النصوص

التمرين الأول

1 ـ أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين $a = 837$ و $b = 411$.

2 ـ اختزل الكسر $\frac{a}{b}$ و استنتج اختزال الكسر $\frac{b}{a}$.

التمرين الثاني

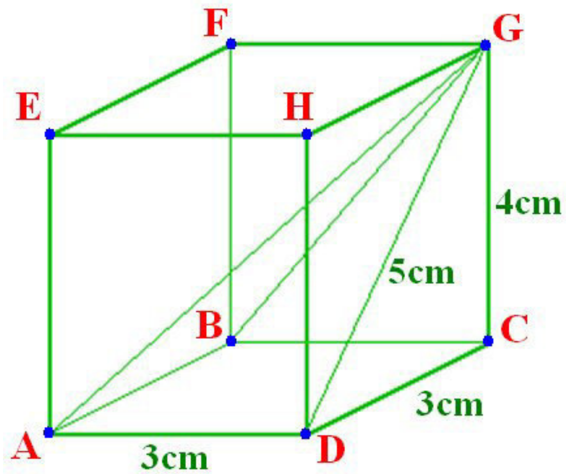
$ABCDEFG$ متوازي مستطيلات ، يعطى :

$AD = DC = 3cm$

و $GC = 4cm$

و $GD = 5cm$.

في الرسم المقابل الأبعاد غير محترمة .



1 ـ احسب حجم الهرم $GABCD$ معبرا عنه بالـ cm^3.

أ ـ أرسم بالأبعاد الحقيقية المثلث ADG القائم في D .

ب ـ احسب قيس الزاوية $\widehat{AGD}$ من المثلث ADG بالتدوير إلى الدرجة .

ج ـ احسب القيمة المضبوطة للطول AG ، ثم أعط القيمة المدورة إلى المليمتير.

التمرين الثالث

المستوي مزود بالمعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ الوحدة هي السنتيمتر (cm) .

1 ـ أ . علـِّم النقطتين $A(-2;3)$ و $B(1;6)$.

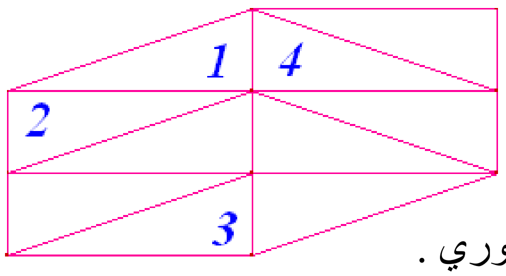
ب . اعط معادلة المستقيم (AB) ، من دون تقديم التبريرات .

2 ـ أرسم المستقيم (D) المعرف بالمعادلة $y = -2x + 1$ ، من دون تقديم تبريرات .

3 ـ نعتبر النقطة $C(-14;29)$ التي لا يطلب تعيينها على الرسم ، هل C تنتمي إلى المستقيم (D) ؟

هل C من (D) ؟ . برر إجابتك .

التمرين الرابع



الشكل المقابل مشكل من مثلثات قائمة .

- أنقل الجمل الآتية ثم أكملها بالكلمة المناسبة من القائمة :

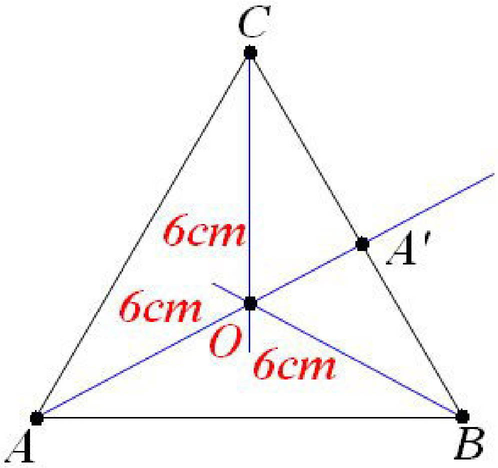
ـ انسحاب ـ دوران ـ تناظر مركزي ـ تناظر محوري .

الجملة1 : المثلث 2 هو صورة المثلث 1 بـ ....

الجملة 2 : المثلث 3 هو صورة المثلث 1 بـ ....

الجملة 3 : الثلث 4 هو صورة المثلث 1 بـ ....

المسألة



نعتبر المثلث المتقايس الأضلاع ABC.

المستقيمات (OA) و (OB) و (OC) هي متوسطات المثلث ABC .

الطول OB يساوي $6cm$، المستقيم (OA) يقطع $[BC]$ في A'.

لا يطلب إعادة رسم الشكل.

1 ـ برر أنّ قيس الزاوية $\widehat{OBA}$ هو $30°$.

أ. باستعمال $\sin\widehat{OBA}$، برهن أنّ : $OA' = 3cm$.

ب. برهن أنّ : $BA' = 3\sqrt{3}cm$.

ج . إستنتج الطول المضبوط للقطعة : $[BC]$.

3 ـ لتكن E نقطة من القطعة $[OC]$ حيث $OE = 2cm$.

المسقيم الموازي للمستقيم (BC) يمر من النقطة E ويقطع $[OB]$ في F .

أحسب الطولين : OF و EF.

4 ـ برهن أن مساحة المثلث COB هي $9\sqrt{3}cm^2$.

5 ـ الدائرة المحيطة بالمثلث ABC تقطع المستقيم (AA') في A وفي نقطة أخرى هي النقطة K .

برهنأنّ :الرباعي $OBKC$ معيّن .

6 ـ أحسب مساحة المعيّن $OBKC$.

الموضوع السابع 7 النصوص

التمرين الأول

لدينا العبارة : $a=(2x+3)(4x-1)$.

1 ـ حل المعادلة : $a=0$.

2 ـ أنشر و بسط العبارة : a .

3 ـ تأكد من صحة حل المعادلة : $a=0$ باستعمال النشر .

التمرين الثاني

في إحدى حصص التربية التشكيلية لدى كل مجموعة تلاميذ ورقة كرتونية مستطيلة الشكل طولها $29.7cm$ و عرضها $21cm$ طلب أستاذ المادة من التلاميذ تقسيمها إلى قصاصات ذات شكل مثلث قاعدته $9.9cm$ و ارتفاعه $21cm$. على كم من قصاصة ستحصل ؟

التمرين الثالث

تحصل 30 تلميذا من قسم السنة الرابعة متوسط في فرض الرياضيات على العلامات التالية :

2 ؛ 6 ؛ 7 ؛ 12 ؛ 4 ؛ 3 ؛ 6 ؛ 10 ؛ 10 ؛ 9 ؛ 9 ؛ 14 ؛ 13 ؛ 5 ؛ 5 ؛ 8 ؛ 3 ؛ 14 ؛ 13 ؛ 9 ؛ 9 ؛ 8 ؛ 10 ؛ 11 ؛ 7 ؛ 10 ؛ 13 ؛ 9 ؛ 12 ؛ 13 .

1 ـ رتّب هذه العلامات في فئات طول كل واحدة منها 3 بحيث تكون الفئة الأولى هي $[0;3[$.

2 ـ عيّن تكرار كل فئة .

3 ـ احسب التكرارات المجمعة الصاعدة و التكرارات المجنعة النازلة لكل فئة .

التمرين الرابع

المستوى مزود بمعلم متعامد و متجانس مبدؤه O .

أنشئ ممثلين للشعاع $\vec{u}(-3;+2)$.

المسألة

الجزء الأول :

هيأ إسماعيل مخططا لغرفته بسلم $1/100$ ، إنـّه مستطيل بطول $4.9cm$ و عرض هو $4cm$.

1 ـ أحسب الأبعاد الحقيقية للغرفة .

2 ـ أحسب المساحة الحقيقية للغرفة .

الجزء الثاني :

يريد عمر أن يشتري لأرضية غرفته سجّادا مساحته $20m^2$ فأخذ يسأل عن الأسعار عند مَحلين تجاريين مختصين في بيع السجّاد و تنصيبه .

- يقترح المحل (أ) التنصيب مجانا .

- يقترح المحل (ب) تخفيضا بـ 20% ، مع إلزامية دفع تكاليف التنصيب الذي هو 520 دج .

1 ـ أ ـ إذا اختار إسماعيل عرض المحل (أ) الذي سعر السِّجّاد فيه 90 دج للمتر المربع الواحد $(1m^2)$.

- أحسب ما يمكن أن يدفعه إسماعيل لصاحب المحل (أ) .

ب ـ إذا اختار إسماعيل عرض المحل (ب) الذي سعر السِّجّاد فيه أيضا 90 دج للمتر المربع الواحد $(1m^2)$ (دون تخفيض) ، مع حساب تكاليف التنصيب.

- أحسب ما يمكن أن يدفعه إسماعيل لصاحب المحل (ب) .

2 ـ ليكن x سعر $(1m^2)$ من السِّجّاد ، و T المبلغ الذي يمكن أن يدفع في المحل (أ) ، و B المبلغ الذي يمكن أن يدفع في المحل (ب) .

أ ـ أكتب T بدلالة x .

ب ـ تحقق أن ـ عند المحل (ب) ـ ثمن السِّجّاد بعد تخفيض 20% بـ x دج للمتر المربع الواحد $(1m^2)$ ، مساو لـ $16x$.

ج ـ إستنتج أن : $B = 16x + 520$.

3 ـ المستوي منسوب لمعلم متعامد ومتجانس ، على ورقة مليمتريه ، أنشئ هذا المعلم بالكيفية الآتية :

- المبدأ في أسفل الورقة على اليسار .
- على محور الفواصل $1cm$ تمثل 10 دج .
- على محور التراتيب $1cm$ تمثل 200 دج .

ليكن (d_1) و (d_2) المستقيمان المعرفان بالمعادلتين :

$y = 20x$ و $y = 16x + 520$. على الترتيب .

- أرسم (d_1) و (d_2) في هذا المعلم .

4 ـ عيّن المحل الأفضل لإسماعيل من حيث سعر المتر المربع الواحد $(1m^2)$ للسِّجّاد.

5 ـ أوجد بالحساب قيم x التي من أجلها يكون الثمن T أصغر أو يساوي الثمن B .

الموضوع الثامن 8 النصوص

التمرين الأول

في الجدول الآتي ، ثلاث إجابات $A ; B$ و C ، واحدة منها فقط صحيحة .

● أكتب في هذا الجدول في العمود الأيمن هذه الإجابة الصحيحة باستعمال الحروف $A ; B ; C$.

انتبه: سيكون التنقيط كالآتي: إجابة صحيحة 0.75 ، إجابة خاطئة -0.5 ، عدم الإجابة 0

الإجابة المختارة	الإجابة C	الإجابة B	الإجابة A	
	6	9	3	$3\times\frac{7}{2}-\frac{3}{2}$
	0.01	1.0001	0.1	$\frac{10^{-2}+10^{2}}{10^{2}}$
	10	50	14	$\sqrt{64}+\sqrt{36}$
	$x^2-x+\frac{1}{4}$	$x^2+\frac{1}{4}$	$x^2-\frac{1}{4}$	$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$

التمرين الثاني

وحدة الطول المختارة هي السنتيمتر ، ليكن المربع $ABCD$.

1 - أنشئ المربع على الورقة .

أنشئ النقطة N من نصف المستقيم $[DC)$ حيث : $DN=3DC$.

المستقيم (AN) يقطع الضلع $[BC]$ في M .

2 - احسب القيمة المضبوطة للطول AN . اشرح الطريقة المتبعة .

3 - احسب القيمة المضبوطة للطول CM ، اشرح الطريقة المتبعة .

التمرين الثالث

الجدول أدناه يبين إحصاء الحوادث التي يتعرض لها الأشخاص في فرنسا من جراء حوادث المرور وذلك في عام 1982.

1 - أكمل هذا الجدول .

النسب المئويةُدوّر كلـّها إلى الجزء من العشرة .بالنسبة للزوايا ، كل قيس يدوّر إلى الدّرجة .

2 - أرسم مخطط دائري يمثل هذا الإحصاء . نختار $4cm$ لنصف قطر القرص .

العدد الكلي للحوادث	عدد الجرحى الذين جراحهم خطيرة	عدد الجرحى الذين جراحهم خفيفة	عدد القتلى	
418000	84500	321000	12500	التكرار
100%				النسبة المئوية
$360°$				الزاوية

التمرين الرابع

1 ـ حل المتراجحة التالية : $4(2x-1) \prec 3x-2$.

2 ـ مثل مجموعة حلول المتراجحة على مستقيم عددي .

3 ـ هل العدد $\frac{1}{5}$ حل لهذه المتراجحة ؟

المسألة

قاعة سينما تقترح على زبائنها طريقتين للدفع .

- **الاقتراح الأول** : يدفع الزبون 45 دج للجلسة الواحدة .
- **الاقتراح الثاني**: يدفع الزبون اشتراكا سنويا قدره 250 دج و 20 دج فقط لكل جلسة.

الجزء الأول :

1 ـ أ ـ ما هو الاقتراح الأفضل بالنسبة للزبون إذا كانت عدد الجلسات في السنة هو 12 ؟ (برّر الإجابة) .

ب ـ ما هو الاقتراح الأفضل بالنسبة للزبون إذا كانت عدد الجلسات في السنة هو 5 ؟ (برّر الإجابة) .

2 ـ نرمز بـ x لعدد الجلسات في السنة ، و بـ A لما يدفعه الزبون بالدينار جزائري إذا اختار الزبون الاقتراح الأول ، و بـ B لما يدفعه الزبون لو اختار الاقتراح الثاني .
عبّر عن A و B بدلالة x .

الجزء الثاني :

في معلم متعامد ومتجانس ، نختار الوحدتين الآتيتين :

- على محور الفواصل : $1cm$ تمثل جلسة واحدة .
- على محور التراتيب : $2cm$ تمثل 50 دج .

نستخدم ورق مليمتري .

1 ـ أرسم في هذا المعلم المستقيمين (D) و (Δ) المعرفين بالمعادلتين
$y = 45x$ و $y = 20x + 250$. على الترتيب .

2 ـ احسب إحداثيي K نقطة تقاطع هذين المستقيمين .

الجزء الثالث :

1 ـ حل المتراجحة $45x \prec 20x + 250$.

2 ـ استعمل النتيجة السابقة لتعيين الاقتراح الأفضل للزبون الواحد ، حسب عدد الجلسات في السنة الواحدة .

الجزء الرابع :

قاعة السينما هذه تقترح طريقة أخرى لأفضل 3 زبائن ، اشتراك بـ 550 دج ، دون دفع أي مقابل للجلسة الواحدة .

1 ـ هل هذه الطريقة أفضل لو أن عدد الجلسات هو 12 ؟

2 ـ عيّن من البيان عدد الجلسات التي يكون هذا الاقتراح انطلاقا منها الأفضل بالنسبة للزبون . (أترك آثار الرسم) .

الموضوع التاسع 9 النصوص

التمرين الأول

1 - حلل إلى جداء عوامل العبارة التالية : $A = 49 - x^2 + (7 - x)(3x + 5)$.

2 - حل المعادلة : $A = 0$.

التمرين الثاني

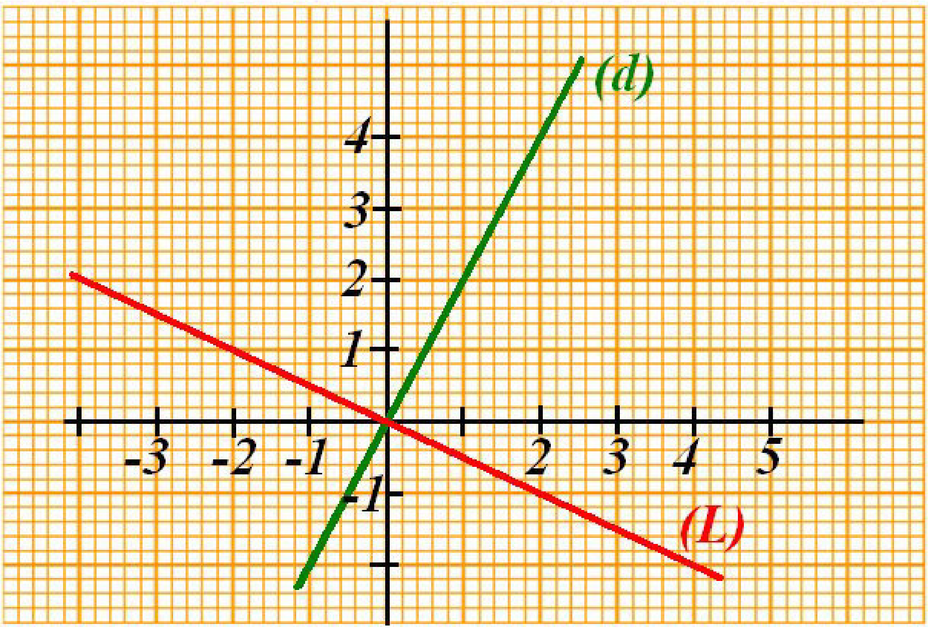
أكتب الأعداد التالية على شكل نسبة مقامها عدد ناطق :

$\frac{3}{\sqrt{2}}$ ؛ $\frac{5}{\sqrt{3} - 2\sqrt{2}}$ ؛ $\frac{3}{\sqrt{5} - 2}$.

التمرين الثالث

في الشكل المقابل (d) هو التمثيل البياني لدالة خطية f و (L) التمثيل البياني لدالة خطية g .

● عيّن معامل كل من الدالتين f و g .



التمرين الرابع

وحدة الطول هي السنتيمتر .

$[AB]$ ، $[AC]$ و $[AM]$ ثلاث قطع أطوالها qp و r على الترتيب بحيث:

$p = 2.5$ ، $q = 4$ و $r = 6$.

● أنشئ قطعة طولها x حيث $px = qr$. ثم تحقق بالحساب و بالقياس .

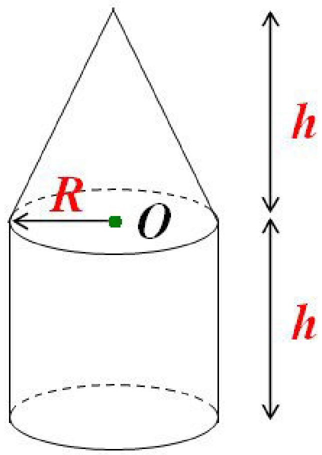
المسألة

في كل المسألة وحدة الطول هي المتر .

الجزء الأول :

طاحونة هوائية مركبة من اسطوانة و مخروط دوران ، الاسطوانة و المخروط

لهم نفس الارتفاع h وقاعدة مشتركة مركزها O ونصف قطرها R .



1 - عبّر عن حجم الاسطوانة والمخروط بدلالة R و h .

2 - استنتج أن حجم الطاحونة هو: $\frac{4\pi R^2 h}{3}$.

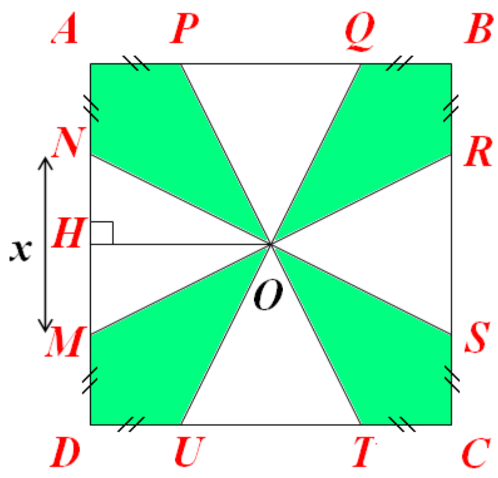
3 - نعطي $R=3$ و $h=5$ ، أحسب القيمة المدورة إلى $1m^3$ لهذا الحجم .

الجزء الثاني :

هذه أجنحة مروحة الطاحونة ممثلة باللون الأخضر (الشكل المقابل).

$ABCD$ مربع مركزه O وطول ضلعه $12m$ ، كل من المثلثات OMN و OPQ و OUT متساوي الساقين في O .

نضع $MN=x$.



1 - عبّر بدلالة x عن مساحة المثلث OMN .

واستنتج أن مساحة أجنحة مروحة الطاحونة هي: $144-12x$.

2 - عيّن قيمة x التي من أجلها تكون المساحة مساوية $36m^2$.

3 - أحسب OM .

4 - بيّن أن محيط الأجنحة هو $72m$.

الجزء الثالث :

في هذا السؤال نفرض أن : $x=9$.

صنعنا مجسما لهذه الطاحونة بمقياس $\frac{1}{20}$. أحسب ما يلي :

1 - محيط الأجنحة في هذا المجسم .

2 - مساحة الأجنحة في هذا المجسم .

3 - حجم المجسم ، باستعمال نتيجة السؤال 3 من الجزء الأول) .

وأعط الإجابة بالمتر مكعب (m^3) . وبالتدوير إلى الجزء من الألف .

الموضوع العاشر 10 النصوص

التمرين الأول

يوجد في كيس 161 قلما أحمر و 133 قلما أخضر يريد حسام وضعها في علب بحيث كل العلب تحوي نفس عدد الأقلام و كل علبة تحوي أقلاما من نفس اللون .

1 ـ ما هو أكبر عدد من الأقلام التي يمكن لحسام أن يضعها في كل علبة .

2 ـ على كم علبة تحصل حسام من كل لون .

التمرين الثاني

اشترى كل من عمر و علي أقلاما و كراريس . حيث :

اشترى عمر 5 أقلام و 3 كراريس بثمن 135 دج و اشترى علي 3 أقلام و 9 كراريس بثمن 225 دج .

1 ـ ما هو ثمن القلم الواحد و ثمن الكراس الواحد ؟

2 ـ تحقق من النتيجة كتابيا .

التمرين الثالث

f و g دالتان معرفتان كما يلي :

$f(x)=2.25x+3$ و $g(x)=3x+2.25$.

1 ـ تحقق أن كل من f و g دالة تآلفية .

2 ـ عيّن معاملي كل منهما .

3 ـ ما هو العدد x الذي يحقق $f(x)=g(x)$ ؟

4 ـ ليكن (d_1) التمثيل البياني لدالة f و (d_2) التمثيل البياني للدالة g في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O .

أ ـ ماذا يمثل العدد x المحصل عليه في السؤال 3 ؟

ب ـ أرسم المستقيمين (d_1) و (d_2) .

التمرين الرابع

أنشئ ثمانيا منتظما حيث طول ضلعه $2cm$.

المسألة

في كل المسألة وحدة الطول هي المتر .

الجزء الأول :

ليكن المثلث ABC القائم في A ؛ حيث: $AB=4$ و $AC=5$.

و لتكن النقطة M من القطعة $[AC]$. نضع $AM=x$.

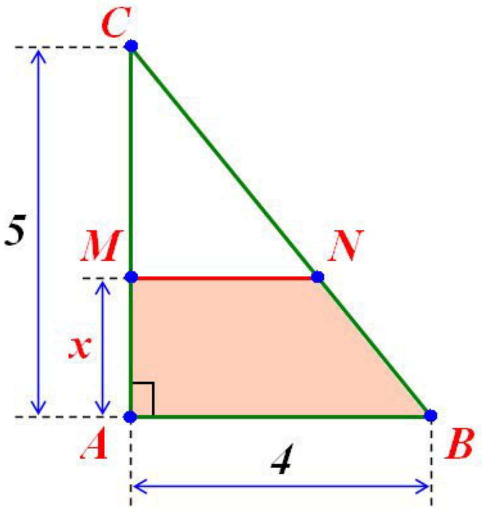
المستقيم الموازي للمستقيم (AB) والمار من M يقطع القطعة $[BC]$ في N .

1 ـ أ ـ أحصر العدد x .

ب ـ أكتب الطول: CM بدلالة x .

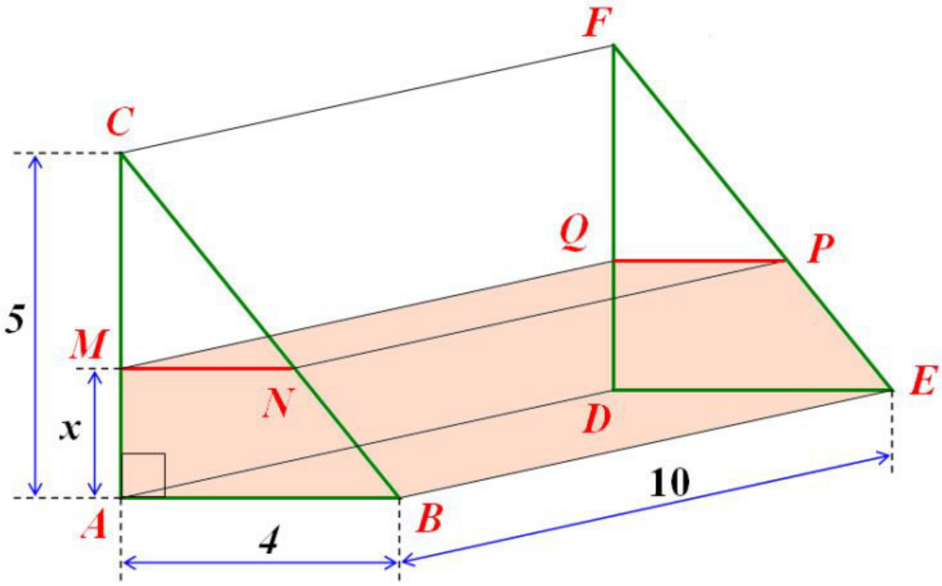
ج ـ برهن أن: $MN = 4 - 0.8x$.

2 ـ أحسب بدلالة x،
مساحة شبه المنحرف $ABNM$.



الجزء الثاني :

الشكل المقابل يمثل صهريجا موضوعا على سطح أفقي ويمثله الموشور $ABCDEF$ ، قاعدته المثلث ABC . و نضع $BE = 10$.



1 ـ ما هو حجم الصهريج بالمتر المكعب ؟

2 ـ في الصهريج ماء يصل إلى مستوى الرباعي $MNPQ$ كما يوضح الشكل .
x يمثل الطول AM .

● برهن أن : الحجم $V(x)$ مساو لـ: $4x(10-x)$.

3 ـ أ ـ أحسب حجم الماء الموجود في الصهريج عندما يملأ إلى نصف إرتفاعه .

ب ـ أعد رسم الجدول الآتي ثم أكمله .

x	1	1.4	1.5	1.6	2
$V(x) = 4x(10-x)$					

ج ـ استنتج ارتفاعا بالتقريب إلى 0.1 للماء عندما يملأ الصهريج إلى غاية نصفه .

الموضوع الحادي عشر 11 — النصوص

التمرين الأول

نضع $A = \dfrac{n+9}{n-3}$ حيث n عدد طبيعي أكبر من 3 .

1 - في كل حالة من الحالات التالية:عيّن الكسر غير القابل للاختزال المساوي A .
$n = 8$ ، $n = 16$ و $n = 27$.

2 - أثبت أن: $A = 1 + \dfrac{12}{n-3}$.

3 - استنتج قيم n التي يكون من أجلها A عددا طبيعيا .

التمرين الثاني

1 - أكتب على الشكل $a\sqrt{b}$ الأعداد التالية: $\sqrt{12}$ ؛ $\sqrt{18}$ ؛ $\sqrt{48}$ ؛ $\sqrt{108}$.

2 - بسط العبارة التالية: $A = \sqrt{48} - \sqrt{12} + \sqrt{108}$.

التمرين الثالث

المستوى مزود بمعلم متعامد و متجانس .

1 - ما طبيعة المثلث ABC حيث: $A(6;-1)$ ؛ $B(2;3)$ و $C(2;-5)$ ؟

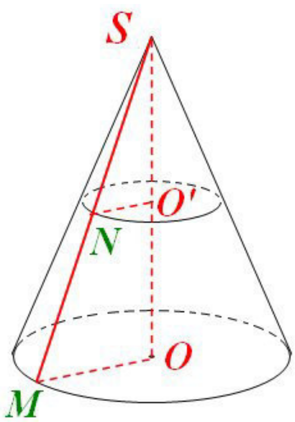
2 - إذا كانت وحدة الطول هي $1cm$ ، أحسب مساحة المثلث ABC .

التمرين الرابع

مخروط دوران ارتفاعه $4cm$ و نصف قطره $1.5cm$ يقطع بمستو يوازي قاعدة هذا المخروط على بعد $1cm$ من القاعدة .

1 - أحسب نصف قطر المقطع الناتج .

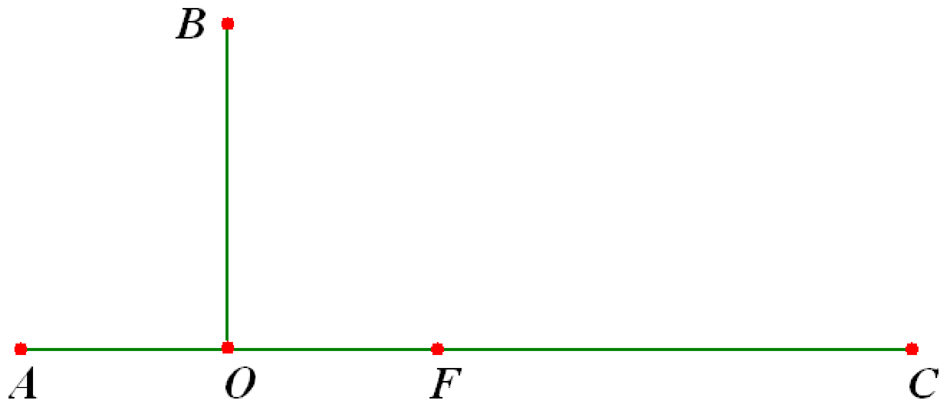
2 - أحسب نسبة حجم المخروط العلوي على حجم المخروط الكبير .



المسألة

ملاحظة: الأسئلة مستقلة عن بعضها البعض .

1 - أعد رسم الشكل بالأبعاد الحقيقة باستعمال المعطيات الآتية :
وحدة الأطوال هي السنتيمتر ، النقاط $F;O;A$ و C على استقامة واحدة .
$AC = 15$ و $AO = OF = 3$ و $BO = 6$.
المستقيمان (BO) و (AC) متعامدان ، يتم إكمال رسم الشكل بالتدريج وحسب تقدم الأسئلة .



2 ـ أثبت أن: $AB = 3\sqrt{5}$ و أن: $BC = 6\sqrt{5}$.

3 ـ برهن أن : المستقيمين (AB) و (BC) متعامدان .

4 ـ أ ـ أنشئ الدائرة (C) التي قطرها $[FC]$ والتي تقطع المستقيم (BC) في H .

ب ـ برهن أن المثلث FHC قائم .

ج ـ برهن أن المستقيمين (AB) و (FH) متوازيان .

د ـ أحسب الطول CF ثمّ CH .

5 ـ برهن أن المثلث BAF متساوي الساقين .

6 ـ أ ـ أرسم من A الموازي للمستقيم (BF) ، والذي يقطع (HF) في G .

ب ـ برهن أن : الرباعي $ABFG$ معيّن ، ثم أوجد محيطه .

7 ـ بين أن المثلث OBC له نفس مساحة المعيّن $ABFG$.

الموضوع الثاني عشر 12 — النصوص

التمرين الأول

أكتب على شكل كسر وبأبسط شكل ممكن كلا من:

$$A=\frac{1+\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}-3} \text{ ؛ } B=\frac{2}{3}-\frac{1}{4}\times 6+7 .$$

التمرين الثاني

يحضر صانع حلوى نوعين من العلب تحوي شكولاطة ونوع آخر من الحلوى .

- في النوع الأول من العلب ، الذي يبيعه بـ ɧə102.50 ، يضع 25 قطعة شكولاطة و 10 حبات من الحلوى .
- وفي النوع الثاني من العلب ، الذي يبيعه بـ ɧə82.50 ، يضع 15 قطعة شكولاطة و 20 حبة من الحلوى .

● أحسب ثمن قطعة الشكولاطة وثمن حبة الحلوى .

لحل التمرين نقترح أن نرمز بـ x لثمن قطعة الشكولاطة ، و بـ y لثمن حبة الحلوى .

التمرين الثالث

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين كما يلي :

$$f(x)=2x-11 \quad \text{و} \quad g(x)=-\frac{5}{2}x+7 .$$

1 - ما هما معاملا كل من الدالتين f و g ؟

2 - أ - أحسب صورة العدد 0 بكل من الدالتين f و g .

ب - أحسب العدد الذي صورته بالدالتين f و g . على الترتيب هي العدد 0 .

3 - مثـّل بيانيا في معلم متعامد و متجانس مبدؤه O . كل من الدالتين f و g .

4 - ليكنالتمثيل البياني للدالة.

أ - ماذا يمثل العد

ب - أرسم المستقيمي.

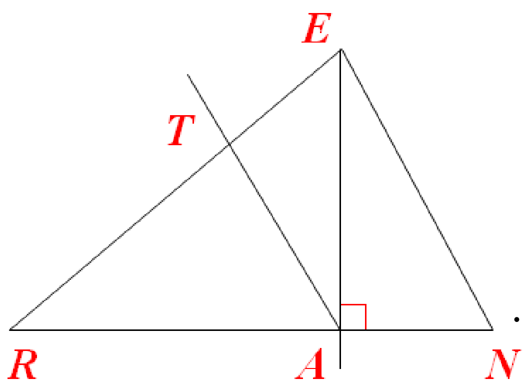
التمرين الرابع

الأبعاد في الشكل ليست حقيقية .

في مثلث ERN ، نعطي: $EN=9cm$ ، $RN=10.6cm$ ،

$\widehat{ENR}=60°$.

الارتفاع المار من E يقطع



الضلع $[RN]$ في A ، الموازي للمستقيم (EN) . والذي يمر من A يقطع الضلع $[RN]$ في T .

1 ـ أ ـ أثبت أن: $AN = 4.5cm$.

ب ـ أحسب الطول EA (بالتدوير إلى 0.1) .

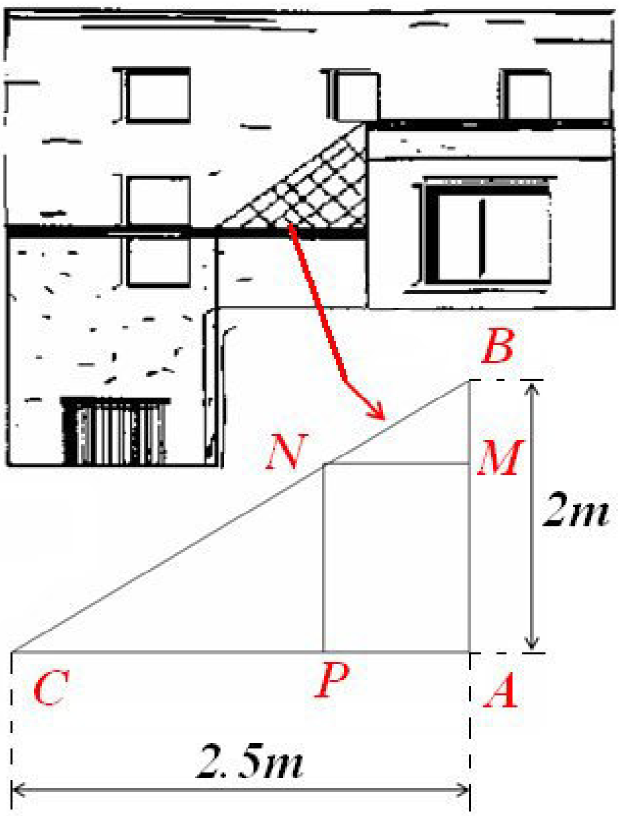
2 ـ أ ـ أحسب الطول AR .

ب ـ أحسب TA (بالتدوير إلى 0.1) .

ج ـ أحسب قيس الزاوية $\widehat{ERA}$ (بالتدوير إلى الدرجة) .

المسألة

الشكل أدناه هو منظر لمنزل . (الأبعاد بالمتر) .



على الجزء المظلل نريد تثبيت نافذة ممثلة بالمستطيل $AMNP$ في المثلث ABC .

الهدف من المسألة هو تعيين أبعاد النافذة التي لها أكبر مساحة . ABC مثلث قائم في A حيث: $AC = 2.5m$ ؛ $AB = 2m$.

N نقطة من $[BC]$ ، M نقطة من $[AB]$.

و (MN) يوازي (AC) .

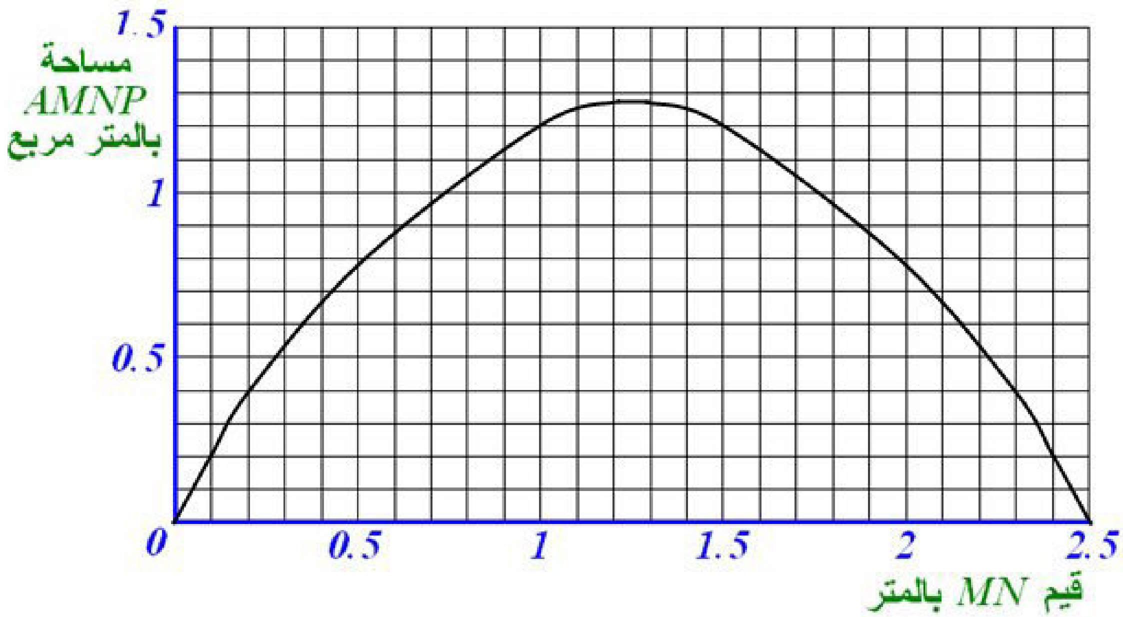
نضع $MN = x$.

1 ـ باستعمال نظرية فيثاغورث ، عبر عن الطول BM بدلالة x . واستنتج أن:
$MA = 2 - 0.8x$.

2 ـ أ ـ أحسب MA ارتفاع النافذة ، ثم مساحتها عندما:
يكون: $x = 0.75$. و من أجل : $x = 1.5$.

ب ـ من اجل أي قيمة للعدد x تكون النافذة على شكل مربع ؟
أعط القيمة المضبوطة ثم المدورة إلى السنتيمتر .

3 ـ على المخطط البياني الآتي ، مثلنا مساحة المستطيل $AMNP$ بدلالة x .
ضع على المنحنى النقاط الموافقة للسؤال الثاني .



4 ـ من اجل الجانب الجمالي ، لابد أن يحترم في أبعاد النافذة الشروط الآتية :
من جهة ، العرض MN يكون أكبر أو يساوي $0.50m$.
ومن جهة أخرى ، الارتفاع MA يكون أكبر أو يساوي $0.60m$.
بالحساب ، أثبت أن x يحقق : $0.50 \leq x \leq 1.75$.

5 ـ بقراءة بسيطة للبيان (نترك النقاط الهامة واضحة على الرسم) :

أ ـ ما هما بعدا النافذة التي توافق المساحة $0.80m^2$ ؟ من أجل هذه الأبعاد ، الشروط السابقة في السؤال 4 هل تحقق الغرض ؟

ب ـ ما هو عرض النافذة الذي يجعلها أكبر مساحة ؟ من أجل هذا العرض قارن مساحة النافذة ومساحة المثلث ABC .

الموضوع الثالث عشر 13 — النصوص

التمرين الأول

أحسب و أعط النتيجة على شكل كتابة علمية العدد C حيث :

$C = 153\times10^{-4} + 32\times10^{-3} - 16\times10^{-5}$.

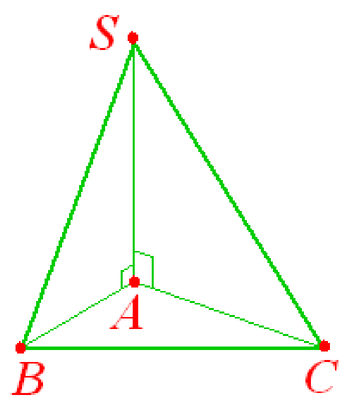
التمرين الثاني

ليكن العددين : $2\sqrt{75}$ و $\sqrt{27}$.

1 - أحسب جداءهما P (أعط النتيجة على شكل عدد صحيح) .

2 - أحسب مجموعهما S (أعط النتيجة على شكل $a\sqrt{3}$ حيث a عدد صحيح) .

التمرين الثالث



ليكن الهرم $SABC$ الذي رأسه S
وقاعدته المثلث ABC ، الأبعاد
معطاة بالمليمتر حيث : $AS = 65$ ؛ $AB = 32$
؛ $AC = 60$ و $BC = 68$.

1 - برهن أن المثلث ABC قائم .

2 - أحسب حجم الهرم $SABC$.

3 - أرسم تصميما لهذا الهرم .

التمرين الرابع

$A\left(1;\frac{3}{2}\right)$ ؛ $B\left(\frac{5}{2};0\right)$ و $C\left(-2;-\frac{3}{2}\right)$ ثلاث نقط .

1 - مثّل هذه النقط (وحدة الطول هي $1cm$) .

2 - أثبت حسابيا أن المثلث ABC قائم . ما هو وتره ؟

3 - أحسب إحداثيي مركز الدائرة المحيطة بهذا المثلث .

المسألة

1 - في معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ حيث الوحدة هي السنتيمتر، عيّن النقاط $A\left(1;5\right)$ و $B\left(3;-1\right)$.

2 - عين بالحساب معادلة المستقيم: $\left(AB\right)$.

3 - أحسب إحداثيي النقطة M منتصف القطعة $\left[AB\right]$ ، وعيّن النقطة M في الشكل .

4 ـ أرسم المستقيم (d) المعرف بالمعادلة: $y=\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}$.

5 ـ هل النقطة M من المستقيم (d) ؟ برّر الإجابة بالحساب .

6 ـ برهن أن المستقيمين (d) و (AB) متعامدان .

7 ـ عيّن النقطة $C(-3;2)$ ، ماذا يمثل المستقيم (CM) بالنسبة إلى المثلث ABC ؟

8 ـ عيّن معادلة المستقيم (CM) .

الموضوع الرابع عشر 14 النصوص

التمرين الأول

لتكن العبارة التالية: $D=(x-5)(3x-2)-(3x-2)^2$.

1 - أنشر وبسط العبارة D .

2 - حلّل العبارة D .

3 - حل المعادلة: $(3x-2)(-2x-3)=0$.

التمرين الثاني

1 - حل الجملة التالية: $\begin{cases} x-y-3=0...(1) \\ 2x+3y+4=0...(2) \end{cases}$.

2 - أكتب الجملة بالشكل: $\begin{cases} y=ax+b...(1) \\ y'=a'x+b'...(2) \end{cases}$.

3 - المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس ، المعادلة (1) تمثل بالمستقيم (d_1) و المعادلة (2) تمثل بالمستقيم (d_2) . الجملة تمثل بالمستقيمين (d_1) و (d_2) .

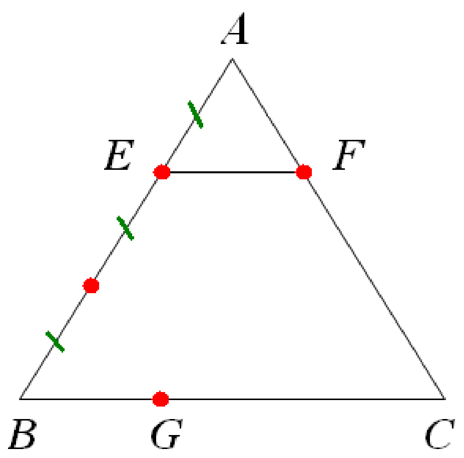
أ - مثـّل الجملة بيانيا (الوحدة هي السنتيمتر) .

ب - ماذا يمثل حل الجملة بالنسبة للمستقيمين (d_1) و (d_2) ؟

التمرين الثالث

لاحظ الشكل المقابل . (EF) يوازي (BC) و $AB=3AE$.

(وحدة الطول هي السنتيمتر) .



تعطى: $AE=2$ ؛ $BC=6$ ؛

$EF=2$ و $AF=2$ و $CG=2BG$.

1 - أحسب الأطوال

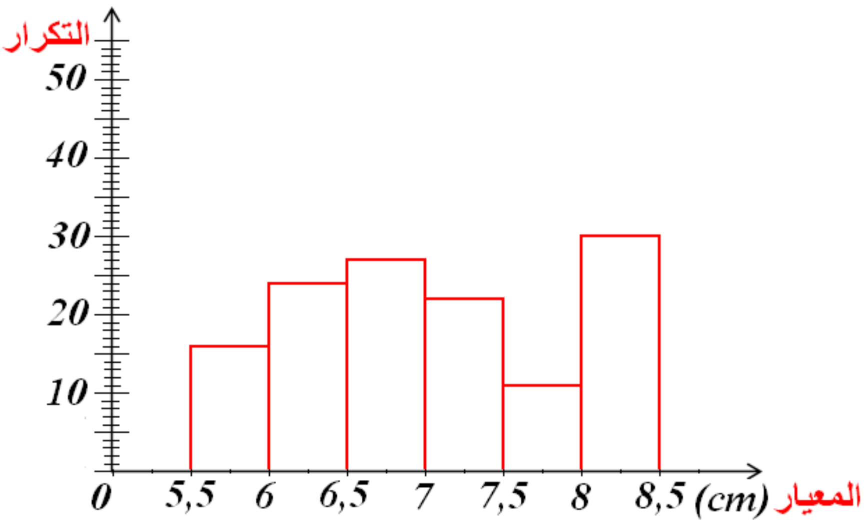
AB ؛ AC ؛ BC ؛ CF ؛ CG.

2 - برهـّن أن: (FG) يوازي (AB).

3 - هل (EG) يوازي (AC)؟

التمرين الرابع

قبل بيع محصول التفاح ؛ تقوم شركة متخصصة بانتقاء الحبات حسب قطرها . المدرج التكراري التالي يبين توزيع كمية 130 حبة تفاح حسب معيارها :



1 - إنطلاقا من هذا المدرج التكراري أكمل الجدول التالي:

التكرار	المعيار (cm)
16	[5.5 ؛ 6 [
	[؛ [
	[؛ [
	[؛ [
	[؛ [
	[؛ [

2 - ما هو عدد حبات التفاح ذات معيار $7cm$ على الأقل ؟

3 - أحسب النسبة المئوية لحبات التفاح التي قطرها d محصور بين $7cm$ و $8cm$ أي: $(7 \leq d \prec 8)$.

4 - نريد تمثيل السلسلة الإحصائية بواسطة مخطط دائري .
أكمل الجدول التالي ؛ علما أن القيمة الأولى للزاوية تحسب كما يلي:
$\frac{16 \times 360}{130} = 44.30°$.

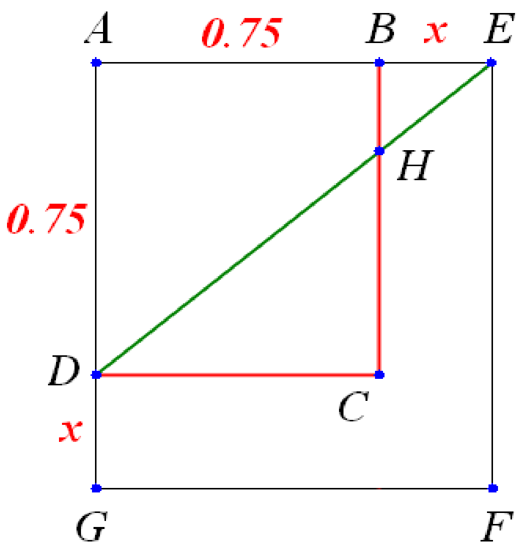
الزاوية $(°)$	التكرار	المعيار (cm)
$44.30°$	16	[5.5 ؛ 6 [
		[؛ [
		[؛ [
		[؛ [
		[؛ [
		[؛ [
360	130	المجموع

أ ـ أرسم المخطط الدائري بأخذ $5cm$ كقطر القرص .

ب ـ أحسب وسط هذه السلسلة .

ج ـ إلى أي فئة ينتمي هذا الوسط ؟

المسألة



إليك الشكل التالي:

طول ضلع المربع $ABCD$ هو $0.75cm$. نحصل على المربع $AEFG$ بتمديد الضلعين $[AB]$ و $[AD]$ بنفس الطول x ، حيث x معبرا عنه بالسنتيمتر .

القطعة $[ED]$ تقطع $[BC]$ في H .

الجزء الأول: في هذا السؤال ، نضع $BE = 0.5$.

1 ـ أحسب محيط المربع $AEFG$.

2 ـ أحسب $\tan\widehat{AED}$ و استنتج القيمة المدورة إلى الدرجة لقيس الزاوية $\widehat{AED}$.

الجزء الثاني: نضع من الآن فصاعدا : $BE = x$.

1 ـ بيّن أنّ : P محيط المربع $AEFG$ يساوي $4x + 3$.

2 ـ المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ وحدة الأطوال هي السنتيمتر .

باستعمال ورق مليمتري ، أرسم المستقيم المعرف بالمعادلة: $y = 4x + 3$.

3 ـ باستعمال هذا التمثيل (أترك آثار الرسم) ، أوجد P محيط المربع $AEFG$ من أجل: $x = 2$.

أ ـ أوجد x بالتقريب إلى $0.1cm$ (سنتيمتر) كي يكون محيط المربع $AEFG$ يساوي $10cm$.

ب ـ بالحساب ، عيّن القيمة المضبوطة للعدد x التي يكون من أجلها $P = 10$.

ج ـ في هذا السؤال ، نضع $HB = 0.6$ و $BE = x$ ، أحسب الطول BE .

الموضوع الأوّل 1 — الحلول

التمرين الأول

1 - حل الجملة : $\begin{cases}3x-7y=18.8\\ x-5y=10\end{cases}$.

نحل الجملة $\begin{cases}3x-7y=18.8\\ x-5y=10\end{cases}$. بطريقة الجمع :

لدينا : $\begin{cases}3x-7y=18.8\\ -3(x-5y)=-3\times10\end{cases}$. أي : $\begin{cases}3x-7y=18.8\\ -3x+15y=-30\end{cases}$.

بجمع طرف لطرف المعادلتين نجد : $3x-7y-3x+15y=18.8-30=$.

و بالتالي : $8y=-11.2$. إذن : $y=-\frac{11.2}{8}$. أي : $y=-1.4$.

نعوض y بالعدد -1.4 في المعادلة الثانية $x-5y=10$.

فنحصل على المعادلة $x-5(-1.4)=10$. و بالتالي : $x+7=10$. إذن :

$x=10-7$ إذن : $x=3$.

ينتج أن : الجملة $\begin{cases}3x-7y=18.8\\ x-5y=10\end{cases}$ تقبل حلا واحدا هو $(3;-1.4)$.

2 - حل المتراجحة : $4x-5\prec10x+1$.

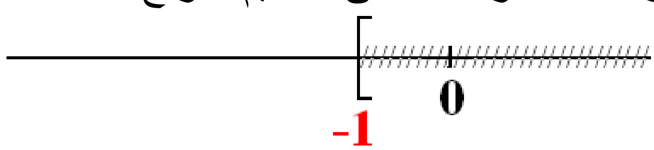
$4x-5\prec10x+1$ يعني : $4x-10x\prec5+1$. و بالتالي : $-6x\prec6$

أي : $x\prec-\frac{6}{6}$. إذن : $x\prec-1$.

و بالتالي :

مجموعة حلول المتراجحة $4x-5\prec10x+1$ هي مجموعة الأعداد x التي تحقق $x\prec-1$ (أي الأعداد الأصغر من -1) .

- تمثيل بالتلوين حلول هذه المتراجحة على مستقيم مدرّج .



3 - العدد 4 لايحقق حلا للمعادلة : $x^2-5x=4$ ؟ .

لأن : $(4)^2-5(4)=16-20=-4$. إذن : $4\neq-4$.

ينتج أن : المعادلة $x^2-5x=4$ لا تقبل العدد 4 حلا لها .

التمرين الثاني

1 - عدد السيارات الأخرى التي بيعت خلال شهر أكتوبر 1995 .

$162800-21164-31746-43956-65934$.

2 - النسبة المئوية التي تمثلها مبيعات سيارات ذات النوع Renault :

نضع العدد a هو عدد مبيعات شركة Renault أي $a=43956$.

نضع العدد b هو عدد مبيعات شركة Renault أي $b=162800$.

نضع x النسبة المئوية لمبيعات السيارات ذات النوع Renault بالنسبة لجميع الأنواع .

أي : $x=\dfrac{a}{b}$ أي : $x=\dfrac{43956}{162800}=0.27$.

ينتج أن :

النسبة المئوية لمبيعات السيارات ذات النوع Renault بالنسبة لجميع الأنواع
هي : 27% .

3 - حساب الزاوية $\widehat{AOB}$ الممثلة على المخطط الدائري للسيارات ذات النوع Peugeot.

نضع العدد C هو مبيعات شركة Peugeot . أي : $C=31764$.

نضع العدد α هو الزاوية الممثلة على المخطط الدائري للسيارات ذات النوع Peugeot .

و لدينا : $b=162800$ و $C=31764$.

باستخدام جدول التناسبية :

31764	162800
α	360

إذن : $\alpha=\dfrac{360\times31746}{162800}=\dfrac{11428560}{162800}=70.2°$

ينتج أن :

الزاوية الممثلة على المخطط الدائري للسيارات ذات النوع Peugeot .
هي : $72.2°$.

التمرين الثالث

1 - التعبير عن V_1 حجم الإسطوانة و V_2 حجم نصف الدائرة بواسطة π :

$V_1=\pi R^2\times h=\pi\times6^2\times6=216\pi$.

$V_2=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{4}{3}\times\pi R^3=\dfrac{4}{6}\pi\times6^3=144\pi$.

2 - الحساب بالـ cm^3، V_3 حجم المخروط مكتوبا بالشكل : $K\pi$.

نعلم أن : V_3 حجم المخروط هو ثلث حجم الاسطوانة التي لها نفس القاعدة والارتفاع .

ومنه : $V_3=V_1\div3$.

إذن : $V_3 = 216\pi \div 3 = 72\pi$.

3 - التحقق أنّ : $V_2 = 2V_3$ ، مع التّبرير :

رأينا أنّ : حجم نصف الكرة هو: $V_2 = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{2}{3}\pi R^3$.

نأخذ علاقة الحجم المخروط عندما يكون الارتفاع مساويا لنصف قطر القاعد ة :

$V_3 = \frac{\pi R^2 \times R}{3} = \frac{\pi R^3}{3}$.

لدينا : $V_2 = \frac{2}{3}\pi R^3 = 2\frac{\pi R^3}{3} = 2V_3$ إذن محققة .

التمرين الرابع

1 - حساب OB و CD . :

في المثلث ODC ، (AB) موازٍ لـ (CD) فحسب نظرية طالس

لدينا : $\frac{AB}{CD} = \frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD}$. و بالتالي : $\frac{4}{CD} = \frac{5}{9} = \frac{OB}{6.3}$.

أي : $OB = 6.3 \times \frac{5}{9} = 3.5cm$. و $CD = 9 \times \frac{4}{5} = 7.2cm$.

2 - توازي المستقيمين : (AD) و (CE) .

باستعمال النظرية العكسية لنظرية طالس نتحقق من أن : $\frac{OD}{OE} = \frac{OA}{OC}$.

أي : $OA \times OE = OD \times OC$.

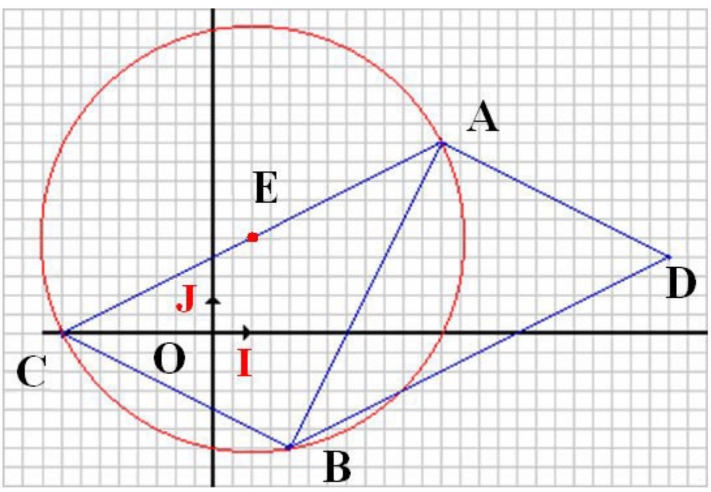
لدينا : $OD \times OC = 6.3 \times 9 = 56.7$

و $OA \times OE = 5 \times 11.34 = 56.7$.

النتيجتان متساويتان ، والمستقيمان (AD) و (CE) متوازيان .

المسألة

1 - رسم الشكل :



2 - حساب المسافات $AB\,;BC$ و CA . وكتابتها على شكل : $a\sqrt{b}$.

● لدينا : $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$.

$=\sqrt{(2-6)^2+(-3-5)^2}=\sqrt{(-4)^2+(-8)^2}$.

$=\sqrt{16+64}=\sqrt{80}=\sqrt{4^2\times5}=4\sqrt{5}$.

إذن : $AB=4\sqrt{5}$.

● لدينا : $BC=\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}$.

$=\sqrt{(-4-2)^2+(0-(-3))^2}=\sqrt{(-6)^2+(3)^2}$.

$=\sqrt{36+9}=\sqrt{45}=\sqrt{3^2\times5}=3\sqrt{5}$.

إذن : $BC=3\sqrt{5}$.

● لدينا : $CA=\sqrt{(x_A-x_C)^2+(y_A-y_C)^2}$.

$=\sqrt{(6-(-4))^2+(5-0)^2}=\sqrt{10^2+5^2}$.

$=\sqrt{100+25}=\sqrt{125}=\sqrt{5^2\times5}=5\sqrt{5}$.

إذن : $CA=5\sqrt{5}$.

3 - استنتاج نوع المثلث ABC.

لدينا: $AB^2+BC^2=\left(4\sqrt{5}\right)^2+\left(3\sqrt{5}\right)^2=80+45=125$.

و لدينا : $CA^2=\left(5\sqrt{5}\right)^2=125$.

ينتج أن : $AB^2+BC^2=CA^2$

إذن المثلث ABC قائم في النقطة B حسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث.

4 - حساب مساحة المثلث ABC .

لدينا : $S=\dfrac{AB\times BC}{2}$.

و بالتالي : $=\dfrac{4\sqrt{5}\times3\sqrt{5}}{2}=\dfrac{4\times3\times5}{2}=\dfrac{60}{2}=30$.

ينتج أن : مساحة المثلث ABC هي : $30cm^2$.

5 - حساب محيط المثلث ABC .

لدينا : $P = AB + BC + CA$.

و بالتالي : $= 4\sqrt{5} + 3\sqrt{5} + 5\sqrt{5} = (3+4+5)\sqrt{5}$.

$= 12\sqrt{5} \times 2.236 \approx 26.8$

ينتج أن : محيط المثلث ABC هو : $26.8cm$.

6 - أ - تحديد مركز الدائرة التي تحيط بالمثلث ABC .

المثلث ABC قائم فمركز الدائرة التي تحيط به هو منتصف الوتر $[AC]$.

نضع إحداثيي مركز الدائرة التي تحيط بالمثلث ABC . $E(x;y)$.

لدينا : $x_E = \dfrac{x_C + x_A}{2} = \dfrac{-4+6}{2} = \dfrac{2}{2} = 1$.

و $y_E = \dfrac{y_C + y_A}{2} = \dfrac{0+5}{2} = \dfrac{5}{2} = 2.5$.

ينتج أن : إحداثيي مركز الدائرة التي تحيط بالمثلث ABC . $E(1;2.5)$.

6 - ب - حساب القيمة المضبوطة لنصف قطر هذه الدائرة :

لدينا : نصف قطر الدائرة EA أو EC هو نصف الطول AC . أي :

$EA = EC = \dfrac{AC}{2}$. و لدينا : $AC = 5\sqrt{5}$.

و بالتالي : $EA = EC = \dfrac{5\sqrt{5}}{2}$.

و ينتج أن :

نصفي قطر هذه الدائرة EA و EC قيمة كل منهما المضبوطة هي : $\dfrac{5\sqrt{5}}{2}$.

7 - حساب القيمة المضبوطة لـ $\tan A\widehat{C}B$ ثمّ القيمة المقربة إلى الدرجة للزاوية $A\widehat{C}B$.

لدينا :

$$\tan A\widehat{C}B = \frac{AB}{BC} .$$

و بالتالي : $= \dfrac{4\sqrt{5}}{3\sqrt{5}} = \dfrac{4}{3} \approx 1.333$

إذن : القيمة المضبوطة لـ $\tan A\widehat{C}B$ هي : 1.333 .

و بالتالي فإن القيمة المقربة إلى الدرجة للزاوية $A\widehat{C}B$ هي : $53°$.

8 - حساب إحداثيي الشعاع $\overrightarrow{CA}$ ، و استنتاج إحداثيي النقطة D حيث يكون :

$ACBD$ متوازي أضلاع .

● لدينا : $\overrightarrow{CA}\begin{cases} x_A - x_C \\ y_A - y_C \end{cases}$. و بالتالي : $\overrightarrow{CA}\begin{cases} 6-(-4) \\ 5-0 \end{cases}$. و بالتالي :

$\overrightarrow{CA}\begin{cases} 6+4 \\ 5 \end{cases}$. إذن : $\overrightarrow{CA}\begin{cases} 10 \\ 5 \end{cases}$.

● لدينا : $\overrightarrow{BD}\begin{cases} x_D - x_B \\ y_D - y_B \end{cases}$. و بالتالي : $\overrightarrow{BD}\begin{cases} x_D - 2 \\ y_D - (-3) \end{cases}$.

يكون $ACBD$ متوازي أضلاع إذا تحقق : $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BD}$.

$\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BD}$ يعني : $\overrightarrow{BD}\begin{cases} 10 \\ 5 \end{cases}$.

و بالتالي : $x_D - 2 = 10$. و بالتالي : $x_D = 10 + 2$.

إذن : $x_D = 12$.

و : $y_D - (-3) = 5$. و بالتالي : $y_D + 3 = 5$.

و بالتالي : $y_D = 5 - 3$.

إذن : $y_D = 2$.

استنتاج إحداثيي النقطة D هما : $D(12;2)$.

الموضوع الثّاني 2 — الحلول

التمرين الأول

1 - كتابة A على شكل كسر غير قابل للاختزال :

$A = \frac{7}{18} \times \frac{2}{7} - \left(\frac{5}{3} - 1\right)^2$. يعني : $A = \frac{7 \times 2}{18 \times 7} - \left(\frac{5-3}{3}\right)^2$.

و بالتالي : $A = \frac{1}{9} - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} - \frac{4}{9} = \frac{1-4}{9} = -\frac{3}{9} = -\frac{1}{3}$.

إذن : $A = -\frac{1}{3}$.

2 - إعطاء الكتابة العلمية للعدد B .

$B = \frac{3 \times 10^2 \times 5 \times 10^4}{12 \times \left(10^3\right)^3}$. يعني :

$B = \frac{3 \times 5 \times 10^6}{3 \times 4 \times 10^9} = \frac{5 \times 10^6}{4 \times 10^9} = \frac{5 \times 10^6 \times 10^{-9}}{4} = \frac{5}{4} \times 10^{-3}$.

إذن الكتابة العلمية للعدد B هي : $B = 1.25 \times 10^{-3}$.

3 - كتابة C على شكل $a\sqrt{b}$ حيث a عدد ناطق .

$C = 2\sqrt{5} + 2\sqrt{125} - 7\sqrt{45}$.

يعني : $C = 2\sqrt{5} + 2\sqrt{25 \times 5} - 7\sqrt{9 \times 5}$.

و بالتالي : $= 2\sqrt{5} + 2\sqrt{5^2 \times 5} - 7\sqrt{3^2 \times 5}$

و بالتالي : $= 2\sqrt{5} + 10\sqrt{5} - 21\sqrt{5}$

و بالتالي : $= (2 + 10 - 21)\sqrt{5} = -9\sqrt{5}$

إذن : كتابة C على شكل $a\sqrt{b}$ هو $C = -9\sqrt{5}$.

التمرين الثاني

1 - نشر وتبسيط العبارة E .

يعني : $E = (2x - 3)(5 - 2x) - (2x - 3)^2$

$E = 10x - 4x^2 - 15 + 6x - \left(4x^2 - 12x + 9\right)$.

و بالتالي : $E = 10x - 4x^2 - 15 + 6x - 4x^2 + 12x - 9$.

و بالتالي : $E=-8x^2+28x-24$.

ينتج أن : نشر وتبسيط العبارة E هو بالشكل : $E=-8x^2+28x-24$.

2 - تحليل العبارة E.

$E=(2x-3)(5-2x)-(2x-3)^2$. يعني :

$E=(2x-3)[(5-2x)-(2x-3)]$.

و بالتالي : $E=(2x-3)[5-2x-2x+3]$.

و بالتالي : $E=(2x-3)[-4x+8]$.

إذن : $E=(2x-3)(8-4x)$.

ينتج أن : تحليل العبارة E هو بالشكل : $E=(2x-3)(8-4x)$.

3 - حل المعادلة : $(2x-3)(8-4x)=0$.

$(2x-3)(8-4x)=0$ يعني :

إما أن : $(2x-3)=0$. و بالتالي : $(2x-3)=0$ و بالتالي : $2x=3$. إذن : $x=\frac{3}{2}$

و إما أن : $(8-4x)=0$. و بالتالي : $(8-4x)=0$ و بالتالي : $4x=8$. إذن : $x=\frac{8}{4}=2$ إذن : $x=2$.

ينتج أن : المعادلة : $(2x-3)(8-4x)=0$ تقبل حلين هما: $2;\frac{3}{2}$.

التمرين الثالث

1 - الإرتفاع AH الذي يرتفعه القطار .

لدينا المثلث ADH قائم في H ، باستعمال نظرية فيثاغورث نجد :

$AD^2=AH^2+DH^2$. و بالتالي : $AH^2=AD^2-DH^2$.

و بالتالي : $AH^2=125^2-100^2=15625-10000=5625=75^2$.

إذن : $AH=75$.

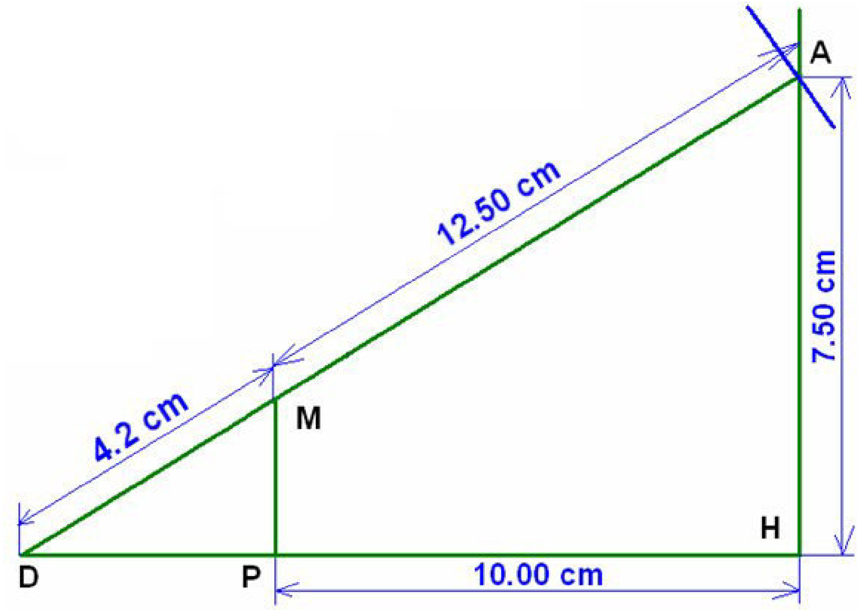
ينتج أن : الإرتفاع الذي يرتفعه القطار عند وصوله هو : $75m$.

أ - إنشاء الشكل بسلم $1/1000$.

$100m$ تمثل $10000cm$ على الرسم .

نمثل هذه المسافة بالطول : $10cm$ (أصغر بألف مرَّة) .

$125m$ نمثلها على الرسم بـ $12.5cm$ و المسافة $75m$ نمثلها بالطول $7.5cm$.



ب - ما يمكن قوله عن المستقيمين (MP) و (AH) .

التبرير :

من الرسم المعطى ، المستقيمان (MP) و (AH) عموديان على المستقيم (DH) .

وبالتالي فهما مستقيمان متوازيان .

ج - حساب MP .

لدينا في المثلث ADH :

- النقاط $D;M$ و A من جهة و $D;P$ و H من جهة أخرى مرتبة بنفس الترتيب.
- المستقيمان (MP) و (AH) متوازيان .

حسب نظرية طالس : $\frac{DM}{DA}=\frac{MP}{AH}$ إذن : $MP\times DA=DM\times AH$ و

بالتالي : $MP=\frac{DM\times AH}{DA}$. إذن : $MP=\frac{45\times 75}{125}=25.2$.

ينتج أن : $MP=25.2m$

د - تعيين بالتدوير إلى الدرجة قيس $\widehat{D}$.

لدينا : المثلث ADH قائم في H ، يمكن إستعمال نسبة الجيب تمام للزاوية $\widehat{D}$.

لدينا : $\cos\widehat{D}=\frac{DH}{DA}$.

$=\frac{100}{125}=0.8$.

وباستعمال الآلة الحاسبة نبحث عن الزاوية $\widehat{D}$ ،

نجد أن : $\widehat{D} \approx 36.86°$.

إذن : قيس الزاوية $\widehat{D}$ بالتدوير إلى الدرجة هو : $37°$.

التمرين الرابع

1 - برهنة أنّ المثلث AEC قائم في E .

يكون AEC قائما في E إذا تحقق : $AC^2 = AE^2 + EC^2$.

وذلك حسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث .

لدينا : $AC^2 = 6^2$.

و لدينا : $AE^2 + EC^2 = (4.8)^2 + (3.6)^2 = 23.04 + 12.96 = 36 = 6^2$.

إذن : $AE^2 + EC^2 = 6^2$.

ينتج أن : AEC مثلث قائم في E لتحقق الشرط : $AC^2 = AE^2 + EC^2$.

2 - حساب حجم الهرم :

نضع V حجم هذا الهرم و B مساحة قاعدته و h إرتفاعه .

فيكون : $V = \dfrac{B \times h}{3}$.

نحسب مساحة قاعدة الهرم B : $B = \dfrac{AE \times EC}{2} = \dfrac{4.8 \times 3.6}{2} = 8.64$.

إذن : $B = 8.64cm^2$. و لدينا : إرتفاع الهرم : $AD = 5cm$.

بتعويض كل من B و h في عبارة حجم الهرم .

$V = \dfrac{B \times h}{3}$. يعني : $V = \dfrac{8.64 \times 5}{3}$. و بالتالي : $V = \dfrac{43.2}{3} = 14.4$.

ينتج أن : حجم الهرم $ABCD$ هو $14.4cm^3$.

3 - عدد الأهرامات التي يمكن صنعها من $1dm^3$ من الجبس :

لدينا : $1dm^3 = 1000cm^3$. و لدينا حجم الهرم الواحد هو : $14.4cm^3$ و حجم الجبس هو $1dm^3$ أي : $1000cm^3$.

نضع العدد n عدد الأهرامات التي يمكن صنعها من $1dm^3$ من الجبس .

و بالتالي : $n = \dfrac{1000}{14.4} = 69.44$.

ينتج أن :

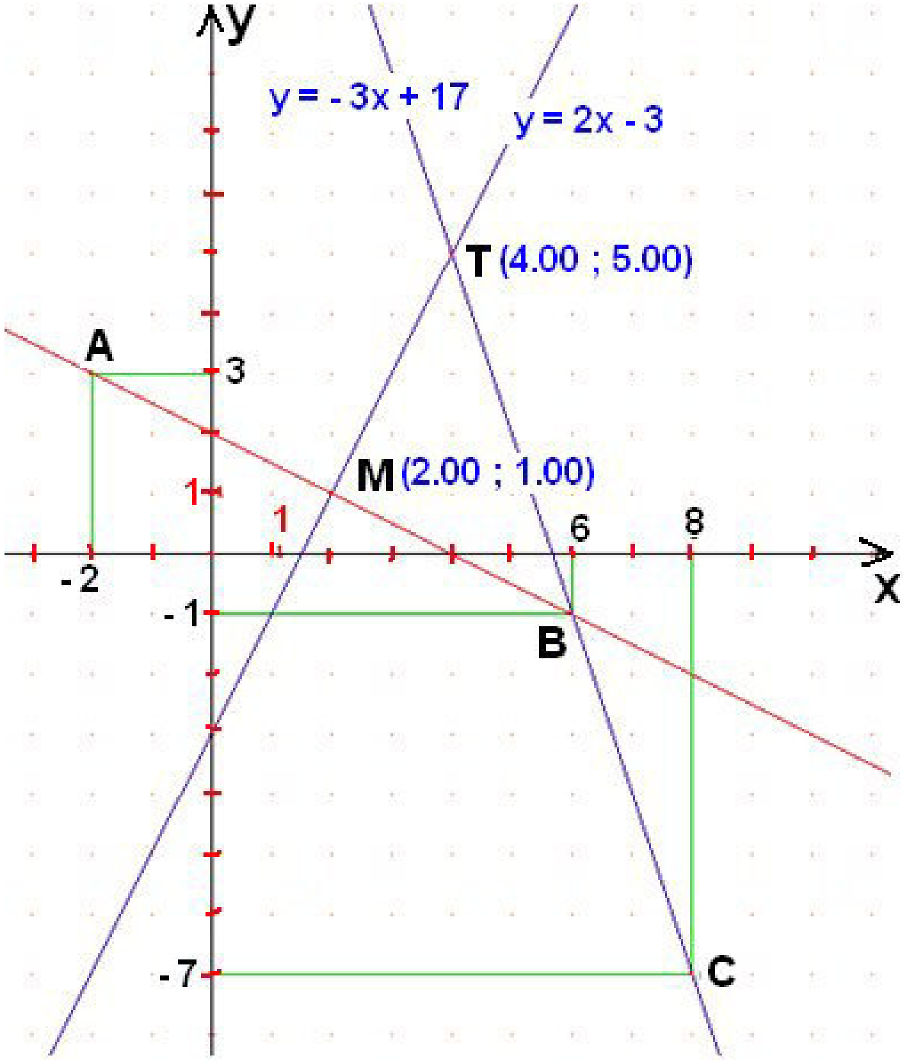
عدد الأهرامات التي يمكن صناعتها من $1dm^3$ من الجبس هو 69 هرم .

المسألة

البحث عن الكنز .

الجزء الأول:

1 - تعليم النقاط $A;B$ و C في المعلم : $\left(O;\vec{I};\vec{J}\right)$.



2 - تعيين معامل توجيه المستقيم (AB) .

لتكن m معامل توجيه (AB) .

لدينا : $m=\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$. و بالتالي : $m=\dfrac{-1-3}{6-(-2)}=\dfrac{-4}{8}=-\dfrac{1}{2}$.

إذن : $m=-\dfrac{1}{2}$.

ينتج أن : m معامل توجيه (AB) هو العدد $-\dfrac{1}{2}$.

3 - حساب إحداثيي M منتصف $[AB]$.

M منتصف $[AB]$. إحداثيا النقطة M هما العددان : $x_M ; y_M$

أي : $M(x_M ; y_M)$.

M منتصف $[AB]$ يعني :

$x_M = \dfrac{x_A + x_B}{2} = \dfrac{-2+6}{2} = \dfrac{4}{2} = 2$. إذن : $x_M = 2$

و $y_M = \dfrac{y_A + y_B}{2} = \dfrac{3+(-1)}{2} = \dfrac{2}{2} = 1$. إذن : $y_M = 1$.

ينتج أن : إحداثيا النقطة M منتصف $[AB]$ هما : $M(2;1)$.

4 - التبيان أن معادلة محور $[AB]$ هي : $y = 2x - 3$.

معادلة محور $[AB]$ هي من الشكل : $y = mx + p$. حيث m هو معامل توجيه و p هو الترتيب إلى المبدأ .

محور القطعة $[AB]$ عمودي على المستقيم (AB) .

بما أن المستقيمان (AB) وهذا المحور متعامدان، إذن: جداء معاملي توجيههما هو -1 .

و بالتالي : $m \times \left(-\dfrac{1}{2}\right) = -1$. و بالتالي : $m = 2$.

إذن معادلة المحور هي : $y = 2x + p$.

- نحسب p .

من جهة أخرى : هذا المحور يشمل النقطة $M(2;1)$ فإحداثيي M تحقق معادلة هذا المحور .

$y = 2x + p$ يعني : $1 = 2\times 2 + p$ و بالتالي : $1 = 4 + p$ و بالتالي : $p = 1 - 4$. إذن : $p = -3$.

بتعويض العددين m و p في المعادلة $y = mx + p$.

نجد : $y = 2x - 3$.

ينتج أن : معادلة محور $[AB]$ هي $y = 2x - 3$.

5 - تعيين معادلة المستقيم (BC) .

معادلة المستقيم (BC) هي من الشكل : $y = ax + b$.

لنبحث عن معامل التوجيه a ، حيث نعلم من هذا المستقيم نقطتان هما : C و B .

$a=\dfrac{y_C-y_B}{x_C-x_B}=\dfrac{-7-(-1)}{8-6}=\dfrac{-6}{2}=-3$. إذن : $a=-3$.

إحداثيا النقطة C و كذلك إحداثيا النقطة B يحققان معادلة (BC) .

إذن : $-1=-3\times 6+b$ و بالتالي : $-1=-18+b$ و بالتالي : $-1+18=b$

إذن : $b=17$.

بتعويض العددين a و b في المعادلة $y=ax+b$.

نجد : $y=-3x+17$

ينتج أن : معادلة المستقيم (BC) هي : $y=-3x+17$.

6 - حساب إحداثيي T نقطة تقاطع (BC) مع المستقيم المعرف بالمعادلة $y=2x-3$.

نحل جملة معادلتي هذين المستقيمين : $\begin{cases} y=-3x+17 \\ y=2x-3 \end{cases}$.

من المعادلتين نجد : $-3x+17=2x-3$. و بالتالي : $3x+2x=17+3$.

وبالتالي : $5x=20$. و بالتالي : $x=\dfrac{20}{5}=4$. إذن : $x=4$.

بتعويض العدد x بالقيمة 4 في المعادلة الثانية نجد : $y=2(4)-3$.

وبالتالي : $y=8-3=5$. إذن : $y=5$.

ينتج أن :

إحداثيي T نقطة تقاطع (BC) مع المستقيم المعرف بالمعادلة $y=2x-3$. هما : $(4;5)$.

الجزء الثاني:

1 - شرح لماذا النقطة T تمثل موقع الكنز على المخطط .

T من المستقيم (BC) ، إذن : T تقع على استقامة واحدة مع النقطتين B و C اللتان تمثلان القرية و القصر على الترتيب .

من جهة أخرى T من محور القطعة $[AB]$ فهي متساوية المسافة عن النقطتين A و B اللتان تمثلان القريتين A و B . إذن: T تمثل موقع الكنز على المخطط .

2 - حساب AT ، واستنتاج بتقريب $1m$ المسافة الحقيقية بين القرية A و الكنز .

$$AT=\sqrt{(x_T-x_A)^2+(y_T-y_A)^2}$$.

$$=\sqrt{(4-(-2))^2+(5-3)^2}$$.

$$= \sqrt{(4+2)^2 + (5-3)^2} \ .$$

$$AT = \sqrt{(6)^2 + (2)^2} = \sqrt{36+4} = \sqrt{40} \approx 6.3245$$

إذن : $AT \approx 6.3245cm$.

نعلم أنّ الوحدة على المخطط هي : $1cm$ وتوافق : $120m$ في الحقيقة .

المسافة الحقيقية هي :نضع العدد d هو المسافة الحقيقية بين القرية A و الكنز .

و بالتالي : $d = AT \times 120m$. و بالتالي : $d = 6.3245 \times 120 = 758.94$.

إذن : $d = 758.94m \approx 759m$.

ينتج أن : المسافة الحقيقية بين القرية A و الكنز تقريبا هي : $759m$.

الموضوع الثّالث 3 الحلول

التمرين الأول

حساب وتبسيط العبارة : A.

لدينا : $A=\frac{13}{14}-\frac{1}{15}\times\frac{10}{7}$. يعني $A=\frac{13}{14}-\frac{1\times10}{15\times7}$.

و بالتالي : $A=\frac{13}{14}-\frac{10}{105}$. و بالتالي : $A=\frac{7.5\times13}{7.5\times14}-\frac{10}{105}$.

و بالتالي : $A=\frac{97.5}{105}-\frac{10}{105}$. و بالتالي : $A=\frac{97.5-10}{105}$.

و بالتالي : $A=\frac{87.5}{105}$. $A=\frac{87.5\div5}{105\div5}$. إذن : $A=\frac{17.5}{21}$.

التمرين الثاني

حساب B و C بإعطاء النتيجة على الشكل : $m\sqrt{p}$ ، حيث m و p أعداد ناطقة و p أصغر ما يمكن .

- حساب العبارة B.

$B=7\sqrt{15}\times2\sqrt{35}\times\sqrt{3}$ يعني $B=7\times2\sqrt{5\times3\times7\times3\times3}$.

و بالتالي : $B=14\sqrt{5\times3\times7\times3\times3}$. و بالتالي : $B=14\sqrt{5\times7\times3\times(3)^2}$. و بالتالي : $B=14\times3\sqrt{5\times7\times3}$.

إذن : $B=42\sqrt{105}$.

- حساب العبارة C.

$C=\left(2-3\sqrt{5}\right)\left(15+2\sqrt{5}\right)$.يعني $C=30+4\sqrt{5}-45\sqrt{5}-30$.

إذن : $C=-41\sqrt{5}$.

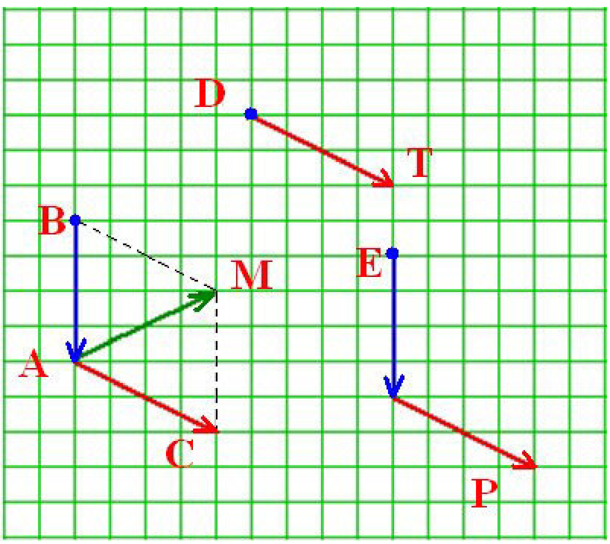
التمرين الثالث

تحديد النقاط $P;T$ و M حيث :

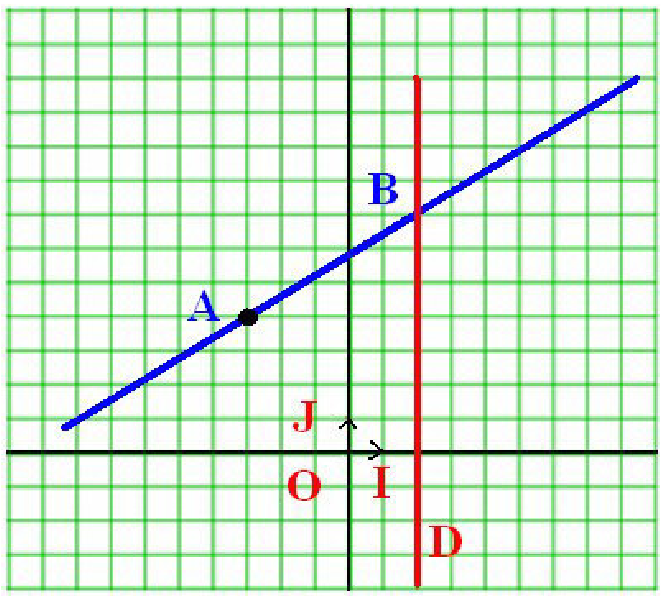
$\overrightarrow{DT}=\overrightarrow{AC}$.

$\overrightarrow{EP}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}$.

$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.



التمرين الرابع



1 ـ تعيين النقطتين :

$A\left(-3;4\right)$ و $B\left(2;7\right)$.

2 ـ حساب إحداثيي $\overrightarrow{AB}$.

لدينا : $\overrightarrow{AB}\begin{cases} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{cases}$

و بالتالي : $\overrightarrow{AB}\begin{cases} 2-(-3) \\ 7-4 \end{cases}$.

و بالتالي : $\overrightarrow{AB}\begin{cases} 2+3 \\ 3 \end{cases}$.

إذن : $\overrightarrow{AB}\begin{cases} 5 \\ 3 \end{cases}$. ينتج أن : إحداثيا $\overrightarrow{AB}$ هما : $\overrightarrow{AB}\begin{cases} 5 \\ 3 \end{cases}$.

3 ـ حساب المسافة AB .

لدينا : $AB = \sqrt{\left(x_B - x_A\right)^2 + \left(y_B - y_A\right)^2}$.

و بالتالي : $= \sqrt{\left(2-(-3)\right)^2 + \left(7-4\right)^2}$.

$= \sqrt{\left(2+3\right)^2 + \left(3\right)^2}$.

$= \sqrt{\left(5\right)^2 + \left(3\right)^2}$.

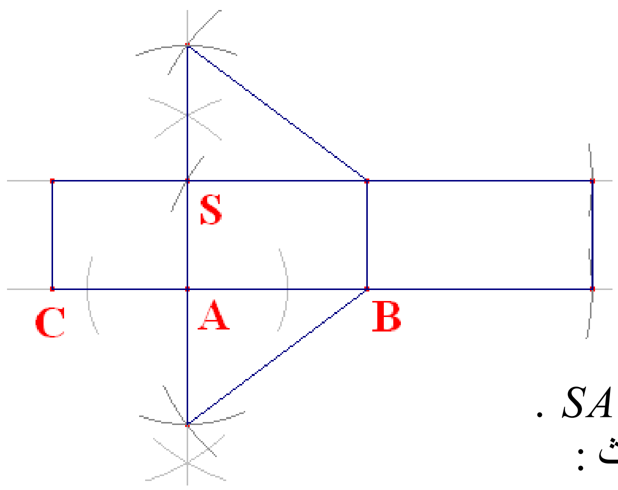
$= \sqrt{25+9} = \sqrt{34}$.

ينتج أن : المسافة AB هي $\sqrt{34}$.

المسألة

1 ـ نشر الهرم $SABC$.

الشكل مرسوم بتصغير $1/2$.



2 ـ أ ـ حساب القيمة المضبوطة للارتفاع SA .

المثلث SAB قائم ، فحسب نظرية فيثاغورث :

لدينا : $SA^2 + AB^2 = SB^2$.

و بالتالي : $SA^2 = SB^2 - AB^2$.

إذن : $= (7)^2 - (6)^2 = 49 - 36 = 13$.

إذن : $SA = \sqrt{13} \approx 3.605$.

ينتج أن : القيمة المضبوطة للارتفاع SA ارتفاع الهرم هي $\sqrt{13}$.

ب ـ حساب قيس الزاوية $\widehat{ASB}$ بالتدوير إلى الدرجة.

ليكن α قيس الزاوية $\widehat{ASB}$.

لدينا : $\sin\alpha = \dfrac{AB}{SB} = \dfrac{6}{7} = 0.857$.

باستعمال الآلة الحاسبة العلميّة .

لدينا : $\sin 58° \approx 0.848$ و $\sin 59° \approx 0.857$ و $\sin 60° \approx 0.866$

بمقارنة $\sin\alpha$ مع هذه القيم الثلاث . ينتج لدينا :

$\sin\alpha \approx \sin 59° \approx 0.857$.

ينتج أن : قيس الزاوية $\widehat{ASB}$ هو $59°$.

ج ـ برهان أن المثلث ABC قائم :

حسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث كي يكون المثلث ABC . قائما في A يكفي أن يكون : $AB^2 + AC^2 = BC^2$.

و بالتالي : $AB^2 + AC^2 = (6)^2 + (4.5)^2 = 36 + 20.25 = 56.25$.

إذن : $AB^2 + AC^2 = 56.25$

لدينا : $BC^2 = (7.5)^2 = 56.25$.

إذن : $BC^2 = 56.25$.

إذن : $AB^2 + AC^2 = BC^2$.

ينتج أن : المثلث ABC قائم في A .

د ـ حساب مساحة القاعدة ABC ، ثم حجم الهرم $SABC$.

لدينا :

- مساحة القاعدة : نضع العدد S هو مساحة القاعدة ABC .

و بالتالي : $S = \dfrac{AB \times AC}{2} = \dfrac{6 \times 4.5}{2} = \dfrac{27}{2} = 13.5cm^2$.

ينتج أن : مساحة قاعدة الهرم هي : $13.5cm^2$.

- حجم الهرم : نضع العدد V هو حجم الهرم $SABC$.

(حجم الهرم = جداء مساحة القاعدة (ABC) و الارتفاع على 2).

لدينا : $V = \dfrac{S \times AC}{2}$.

و بالتالي : $V = \dfrac{13.5 \times 4.5}{2} = \dfrac{60.75}{2} = 30.375$.

إذن : حجم الهرم $SABC$ هو $30.375cm^3$.

وبالتدوير إلى cm^3 ينتج أن : حجم الهرم حوالي $30cm^3$.

هـ ـ حساب طول القطعة $[MN]$.

باستعمال نظرية طالس نجد :

لدينا : $\dfrac{SM}{SB} = \dfrac{SN}{SC} = \dfrac{MN}{BC}$.

و بالتالي : $\dfrac{SM}{SB} = \dfrac{MN}{BC}$.

و بالتالي : $\dfrac{4.2}{7} = \dfrac{MN}{7.5}$.

$MN \times 7 = 4.2 \times 7.5$. و بالتالي : $MN \times 7 = 31.5$.

و بالتالي : $MN = \dfrac{31.5}{7} = 4.5$. إذن : $MN = 4.5cm$.

ينتج أن : طول القطعة $[MN]$ هو $4.5cm$.

الموضوع الرّابع 4 **الحلول**

التمرين الأول

- حساب وكتابة العدد A على شكل كسر غير قابل للإختزال وبالتّفصيل العدد B حيث :

$A = 3 - 3 \div \frac{9}{2}$.

$A = 3 - 3 \div \frac{9}{2}$. يعني : $A = 3 - 3 \times \frac{2}{9}$.

و بالتالي : $A = 3 - \frac{3 \times 2}{9}$. و بالتالي : $A = \frac{3 \times 9}{9} - \frac{3 \times 2}{9}$.

و بالتالي : $A = \frac{3 \times 9 - 3 \times 2}{9}$. و بالتالي : $A = \frac{3(9-2)}{3 \times 3}$.

و بالتالي : $A = \frac{9-2}{3}$. إذن : $A = \frac{7}{3}$.

ينتج أن : العدد A يكتب على شكل الكسر $\frac{7}{3}$ غير قابل للإختزال .

- حساب وكتابة العدد B على شكل كسر غير قابل للإختزال وبالتّفصيل حيث :

$B = \frac{10^{-8} \times 0.7 \times 10^{12}}{21 \times 10^{3}}$.

$B = \frac{10^{-8} \times 0.7 \times 10^{12}}{21 \times 10^{3}}$. يعني $B = \frac{10^{-8} \times 7 \times 10^{-1} \times 10^{12}}{21 \times 10^{3}}$.

و بالتالي : $B = \frac{7 \times 10^{-8} \times 10^{-1} \times 10^{12}}{21 \times 10^{3}}$. و بالتالي :

$B = \frac{7 \times 10^{-8} \times 10^{-1} \times 10^{12}}{7 \times 3 \times 10^{3}}$. و بالتالي : $B = \frac{10^{-8} \times 10^{-1} \times 10^{12}}{3 \times 10^{3}}$.

و بالتالي : $B = \frac{10^{-8-1+12}}{3 \times 10^{3}}$. و بالتالي : $B = \frac{10^{-9+12}}{3 \times 10^{3}}$. و بالتالي : $B = \frac{10^{3}}{3 \times 10^{3}}$.

إذن : $B = \frac{1}{3}$.

ينتج أن : العدد B يكتب على شكل الكسر $\frac{1}{3}$ غير قابل للإختزال .

التمرين الثاني

1 - كتابة جملة المعادلتين التي تمكننا من حساب ثمن كل من وجبة الكبار x وثمن وجبة الصغار y.

● لنكتب : المعادلة الأولى : $3x + y = 2240$.

المعادلة الثّانية : $2x + 2y = 1880$.

و يمكن تبسيطها إلى : $x + y = 940$.

ينتج أن : جملة المعادلتين هي : $\begin{cases} 3x + y = 2240 \\ x + y = 940 \end{cases}$.

2 - حل هذه الجملة .

$\begin{cases} 3x + y = 2240 \\ x + y = 940 \end{cases}$. يعني : $\begin{cases} 3x + y = 2240 \\ x = 940 - y \end{cases}$.

بتعويض x بـ $940 - y$ في المعادلة الأولى نجد :

$3(940 - y) + y = 2240$. أي : $3 \times 940 - 3y + y = 2240$.

و بالتالي : $2820 - 2y = 2240$. و بالتالي : $2y = 2820 - 2240$.

و بالتالي : $2y = 580$. أي : $y = \frac{580}{2}$. إذن : $y = 290$.

بتعويض العدد y بالقيمة 290 في المعادلة الثّانية نجد :

$x = 940 - y$. و بالتالي : $x = 940 - 290$. إذن : $x = 650$.

يتنتج أن : جملة $\begin{cases} 3x + y = 2240 \\ x + y = 940 \end{cases}$ تقبل حلا واحدا هو $(650;290)$.

3 - ثمن وجبة الصغار هي 290 دج و ثمن وجبة الكبار هي 650 دج .

التمرين الثالث

1 - إنشاء مثلثا بحيث :

$IJ = 4.8cm$ و $JK = 8cm$

و $KI = 6.4cm$.

2 - برهنة أنّ المثلث IJK قائم .

يكون المثلث IJK قائم إذا تحقق : $IJ^2 + IK^2 = JK^2$.

● نحسب : IJ^2+IK^2 .

IJ^2+IK^2 . يعني : $IJ^2+IK^2=(4.8)^2+(6.4)^2$.

و بالتالي : $=23.04+40.96=64=8^2$. أي : $IJ^2+IK^2=8^2$.

● نحسب : JK^2 .

JK^2 . يعني : $JK^2=8^2=64$. أي : $JK^2=8^2$.

إذن : $IJ^2+IK^2=JK^2$.

ينتج أن : حسب نظرية فيثاغورث المثلث IJK قائم في I .

3 - حساب قيس الزاوية $\widehat{IJK}$ بالتّدوير إلى الدرجة .

نضع العدد α هو قيس الزاوية $\widehat{IJK}$.

لدينا : $\sin\alpha=\dfrac{IK}{JK}$. و بالتالي : $\sin\alpha=\dfrac{6.4}{8}=0.8$.

بالمقارنة مع :

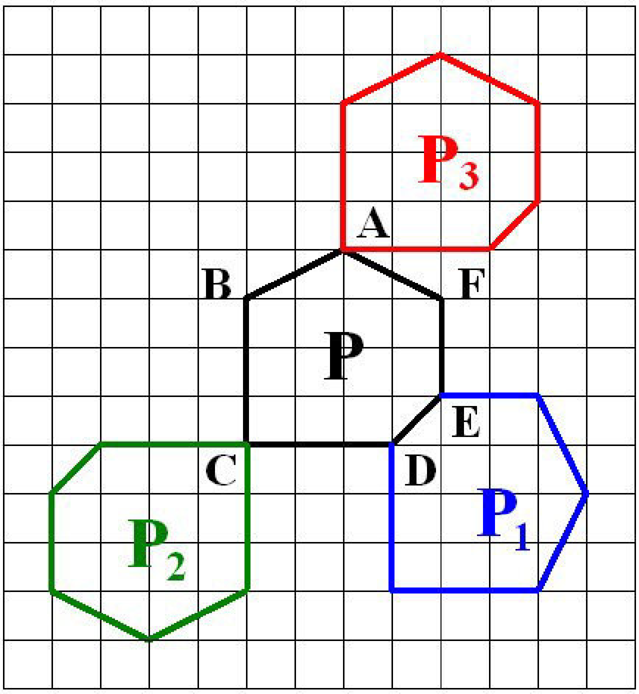
$\sin 55°\approx 0.819$ و $\sin 54°\approx 0.809$ و $\sin 53°\approx 0.798$.

نجد : $\sin\alpha\approx\sin 53°\approx 0.798$.

ينتج أن : قيس الزاوية $\widehat{IJK}$ بالتّدوير إلى الدرجة هو $53°$.

التمرين الرابع

الرسم :



المسألة

الجزء الأول :

1 - أ - بيان أن : $OB = 10.8m$.

لدينا SOB مثلث قائم في O .

حسب نظرية فيثاغورس فإن : $OB^2 + OS^2 = SB^2$.

$OB^2 + OS^2 = SB^2$. يعني : $OB^2 = SB^2 - SO^2$.

و بالتالي : $OB^2 = (13.5)^2 - (8.1)^2$. و بالتالي :

$OB^2 = 182.25 - 65.61$. و بالتالي : $OB^2 = 116.64$.

إذن : $OB = \sqrt{116.64} = 10.8$.

ينتج أن : $OB = 10.8m$.

ب - حساب حجم المخروط الذي رأسه S وقاعدته القرص الذي نصف قطره $[OB]$.

لدينا مساحة القاعدة : $B = \pi R^2$. يعني : $B = \pi \times (OB)^2$

و بالتالي : $B = \pi \times (10.8)^2$. إذن : $B = 116.64\pi$.

لدينا حجم المخروط : $V = \frac{1}{3} B \times h$.

و بالتالي : $V = \frac{1}{3} \times 116.64\pi \times 8.1$.

و بالتالي : $V = \frac{1}{3} \times 116.64\pi \times 8.1 = \frac{944.784\pi}{3} = 314.928\pi$.

و بالتالي : $V = 314.928 \times 3.14$. أي : $V = 988.873$.

إذن : $V = 988.873 \approx 989m^3$.

ينتج أن :

حجم المخروط الذي رأسه S وقاعدته القرص الذي نصف قطره $[OB]$ هو تقريبا : $989m^3$.

2 - أ - بملاحظة أن المستقيمين (IA) و (OB) متوازيان . و $SI = 3.6m$.

نحسب IA و SA .

لدينا : في الثلث : SOB ، $OB \parallel IA$.

حسب نظرية طالس لدينا : $\frac{IS}{OS}=\frac{SA}{BS}=\frac{IA}{OB}$.

$\frac{IS}{OS}=\frac{SA}{BS}=\frac{IA}{OB}$. يعني : $\frac{3.6}{8.1}=\frac{SA}{13.5}=\frac{IA}{10.8}$.

● نحسب IA . لدينا : $\frac{3.6}{8.1}=\frac{IA}{10.8}$.

و بالتالي : $8.1\times IA=3.6\times10.8$.

و بالتالي : $IA=\frac{3.6\times10.8}{8.1}=\frac{38.88}{8.1}=4.8m$. إذن : $IA=4.8m$.

● نحسب SA . لدينا : $\frac{3.6}{8.1}=\frac{SA}{13.5}$.

و بالتالي : $8.1\times SA=3.6\times13.5$.

و بالتالي : $SA=\frac{3.6\times13.5}{8.1}=\frac{48.6}{8.1}=6m$. إذن : $SA=6m$.

ينتج أن : $SA=6m$ و $IA=4.8m$.

ب - حساب حجم المخروط الذي رأسه S وقاعدته القرص الذي نصف قطره $[IA]$.

بتدوير النتيجة إلى m^3 .

نضع العدد B' هو مساحة قاعدة هذا المخروط .

لدينا : $B'=\pi R^2$. يعني : $B'=\pi\times(IA)^2$

و بالتالي : $B'=\pi\times(4.8)^2$. إذن : $B'=23.04\pi$.

و نضع العدد V' هو حجم المخروط . لدينا : $V'=\frac{1}{3}B'\times h$.

و بالتالي : $V'=\frac{1}{3}\times23.04\pi\times3.6$.

و بالتالي : $V'=\frac{1}{3}\times23.04\pi\times3.6=\frac{82.944\pi}{3}=27.648\pi$.

و بالتالي : $V'=27.648\times3.14$. أي : $V'=86.814$.

إذن : $V'=86.814\approx87m^3$.

ينتج أن :

حجم المخروط الذي رأسه S وقاعدته القرص الذي نصف قطره $[IA]$ هو تقريبا : $87m^3$.

3 - حساب حجم الجزء من المخروط الممثل في (الشكل 2) بخط خشن .

نضع العدد V'' هو حجم الجزء من المخروط . و يمثل الفرق بين حجمي المخروطين السابقين V و V' .

لدينا : $V''=V-V'$. يعني : $V''=989-87$. إذن : $V''=902m^3$.

ينتج أن : حجم الجزء من المخروط هو : $902m^3$.

الجزء الثاني : فاتورة الماء .

1 - حساب قيمة فاتورة الماء التي تلزم عائلة سي حسن .

نضع العدد y هو مبلغ فاتورة الماء . و العدد a هو حجم الماء المستهلك . و العدد x هو سعر المتر مكعب الواحد من الماء . و العدد b مبلغ الاشتراك .

● مبلغ الفاتورة هو من الشكل : $y=ax+b$

بالتعويض نجد : $y=74\times11+70$. و بالتالي : $y=814+70$.

إذن : $y=884$.

ينتج أن : قيمة فاتورة الماء التي تلزم عائلة سي حسن هي 884 دج .

2 - أ - حساب حجم كمية الماء المستهلكة من قبل عائلة سي امحمد .

نضع العدد y_1 هو مبلغ فاتورة الماء . و العدد a_1 هو حجم الماء المستهلك . و العدد x هو سعر المتر مكعب الواحد من الماء . و العدد b مبلغ الاشتراك .

● مبلغ الفاتورة هو من الشكل : $y_1=a_1x+b$

بالتعويض نجد : $1126=a_1\times11+70$.

و بالتالي : $11\times a_1=1126-70$.

و بالتالي : $11\times a_1=1056$.

$a_1=\dfrac{1056}{11}=96$. إذن : $a_1=96m^3$.

ينتج أن : حجم كمية الماء التي تستهلكها عائلة سي حسن هي $96m^3$.

ب - حساب النسبة المئوية للتخفيض في قيمة فاتورة الماء .

● نحسب كمية الماء المخفضة في الاستهلاك .

نضع العدد a' هو مقدار التخفيض في الاستهلاك .

لدينا : $a'=a\times10\%$. و بالتالي : $a'=96\times10\%$.

و بالتالي : $a'=\dfrac{96\times10}{100}$. و بالتالي : $a'=\dfrac{960}{100}=9.6$

إذن : مقدار التخفيض في الاستهلاك $9.6m^3$.

● نحسب كمية الماء المستهلكة خلال الفترة الموالية .

نضع العدد a_2 هو مقدار كمية الماء المستهلكة خلال الفترة الموالية .

لدينا : $a_2 = a_1 - a'$. و بالتالي : $a_2 = 96 - 9.6$.

إذن : كمية الماء المستهلكة خلال الفترة الموالية $86.4m^3$.

● نحسب مبلغ الفاتورة الاستهلاك خلال الفترة الموالية .

نضع العدد y_2 هو مبلغ فاتورة الماءخلال الفترة الموالية .

و لدينا العدد a_2 هو حجم الماء المستهلك . و العدد x هو سعر المتر مكعب الواحد من الماء . و العدد b مبلغ الاشتراك .

● مبلغ الفاتورة هو من الشكل : $y_2 = a_2x + b$

بالتعويض نجد : $y_2 = 86.40 \times 11 + 70$. و بالتالي : $y_2 = 950.40 + 70$.

وبالتالي : $y_2 = 1020.40$.

إذن : مبلغ الفاتورة الجديد هو 1020.40 دج.

● نحسب مبلغ التخفيض في فاتورة الاستهلاك خلال الفترة الموالية .

نضع العدد y' هو مبلغ فاتورة الماءخلال الفترة الموالية .

و لدينا العدد a_2 هو حجم الماء المستهلك . و العدد x هو سعر المتر مكعب الواحد من الماء . و العدد b مبلغ الاشتراك .

● مبلغ الفاتورة الجديد هو : $y_1 = y_2 + y'$.

بالتعويض نجد : $1126 = 1020.40 + y'$. و بالتالي : $y' = 1126 - 1020.40$

و بالتالي : $y' = 105.6$.

إذن : مبلغ التخفيض هو 105.6 دج .

● نحسب النسبة المئوية للتخفيض في قيمة فاتورة الماء .

نضع العدد Z هو النسبة المئوية المخفضة .

لدينا : $\begin{cases} 1126 \to 100\% \\ 105.6 \to Z \end{cases}$. و بالتالي: $Z \times 1126 = 105.6 \times 100$

و بالتالي: $Z = \dfrac{105.6 \times 100}{1126}$. و بالتالي : $Z = \dfrac{10560}{1126} = 9.378$.

$Z \approx 9.4\%$. ينتج أن :

النسبة المئوية للتخفيض في قيمة فاتورة الماء التي تلزم عائلة سي امحمد خلال الفترة الموالية هي تقريبا 9.4% .

الموضوع الخامس 5 الحلول

التمرين الأول

1 - تحليل العبارة : D .

لدينا : $D=(2x+1)^2-64$

$=(2x+1)^2-(8)^2$

$=\left[(2x+1)-8\right]\left[(2x+1)+8\right]$

$=[2x+1-8][2x+1+8]$

$=(2x-7)(2x+9)$

و بالتالي : $D=(2x-7)(2x+9)$.

2 - حل المعادلة : $(5x+4)(3-2x)=0$.

أي : $(5x+4)=0$. أو $(3-2x)=0$.

لدينا : $5x+4=0$. و بالتالي : $5x=-4$. إذن : $x=-\frac{4}{5}$.

و : $3-2x=0$. و بالتالي : $2x=3$. إذن : $x=\frac{3}{2}$.

ينتج أن: المعادلة $(5x+4)(3-2x)=0$ تقبل حلين هما $\frac{3}{2}$ $-\frac{4}{5}$.

التمرين الثاني

- حساب ثمن زهرة السوسن :

نضع العدد x هو عدد أزهار السوسن. و العدد y هو عدد الوردات.

نشكل معادلتين حسب العرضين المقدّمين من البائع .

المعادلة الموافقة للعرض الأول هي: $8x+5y=142$.

أمّا المعادلة الموافقة للعرض الثاني هي: $5x+7y=143$

لنتحصل على جملة معادلتين : $\begin{cases}8x+5y=142\\5x+7y=143\end{cases}$. نحل هذه الجملة :

$\begin{cases}8x+5y=142\\5x+7y=143\end{cases}$ تبسيطها على الشكل التالي : $\begin{cases}8x+5y=142\\x+1.4y=28.6\end{cases}$

لدينا : $x+1.4y=28.6$. إذن : $x=28.6-1.4y$

• نعوض العدد x بالقيمة $28.6-1.4y$ في المعادلة الأولى .

فيكون : $8(28.6-1.4y)+5y=142$. و بالتالي :

$228.8-11.2y+5y=142$. و بالتالي : $228.8-6.2y=142$.

و بالتالي : $6.2y=228.8-142$. و بالتالي : $6.2y=86.8$

و بالتالي : $y=\dfrac{86.8}{6.2}$. إذن : $y=14$.

• نعوض العدد y بقيمته في $x=28.6-1.4y$. نجد : $x=28.6-1.4(14)$

. و بالتالي : $x=28.6-19.6$. إذن : $x=9$

ينتج أن :

ثمن زهرة السوسن الواحدة هو 9 دج و ثمن الوردة الواحدة هو 14 دج.

التحقق من الحلّ

لدينا : نعوض العدد x بقيمته $x=9$ و العدد y بقيمته $y=14$

في : • المعادلة الموافقة للعرض الأول هي: $8x+5y=142$.

لدينا : $8x+5y=8\times9+5\times14=72+70=142$.

• المعادلة الموافقة للعرض الثاني هي: $5x+7y=143$.

لدينا : $5x+7y=5\times9+7\times14=45+98=143$.

التمرين الثالث

1 ـ حساب قيس الزاوية : $\widehat{ACB}$. (بالتدوير إلى الدرجة) .

لدينا المثلث ABC قائم في A ، فيمكن استعمال النسبة المثلثية :

$$\sin\alpha=\frac{\text{طول المقابل}}{\text{طول المجاور}}$$

نضع العدد α هو الزاوية $\widehat{ACB}$.

بالتالي : $\sin\alpha=\dfrac{AB}{BC}=\dfrac{3.6}{6}=0.6$.

باستخدام الحاسبة العلمية نجد : $\alpha=36.869$. و بالتدوير إلى الدرجة نجد : $\alpha\approx37°$

.

ينتج أن : قيس الزاوية $\widehat{ACB}$ هو تقريبا $37°$.

2 ـ أحسب AC .

باستعمال نظرية فيثاغورث نجد :

لدينا : $AB^2+AC^2=BC^2$.

$AC^2 = BC^2 - AB^2$ و بالتالي : $AC^2 = (6)^2 - (3.6)^2$.

و بالتالي : $AC^2 = 36 - 12.96 = 23.04$. و بالتالي : $AC = \sqrt{23.04}$. أو $AC = -\sqrt{23.04}$.

أي : $AC = 4.8$. أو : $AC = -4.8$.

لكن الطول AC عدد موجب . إذن : $AC = 4.8$.

ينتج أن : الطول AC هو $4.8cm$.

3 ـ حساب مساحة المثلث ABC .

نضع العدد S هو مساحة المثلث ABC .

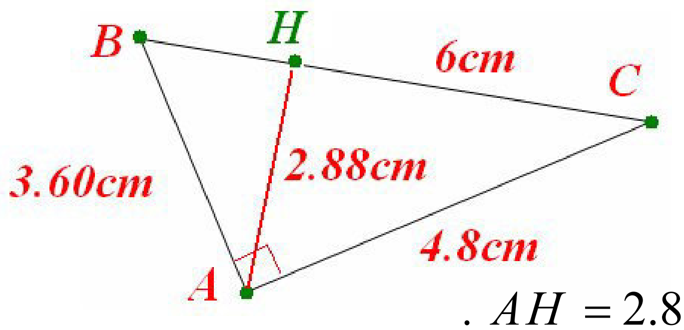
لدينا : $S = \frac{AB \times AC}{2}$. و بالتالي : $S = \frac{3.6 \times 4.8}{2} = \frac{17.28}{2} = 8.64$. إذن : $S = 8.64cm^2$.

ينتج أن : مساحة المثلث ABC هي $8.64cm^2$.

4 ـ التعبير عن مساحة المثلث ABC بواسطة AH .

لدينا : $\frac{BC \times AH}{2} = \frac{6 \times AH}{2} = 3AH$.

5 ـ إستنتاج AH .



مساحة ABC حُسبت بطريقتين مختلفتين في السؤالين 3 4 .

لدينا : $3AH = 8.64$.

و بالتالي : $AH = \frac{8.64}{3}$. إذن : $AH = 2.88$.

ينتج أن : الارتفاع AH هو $2.88cm$.

المسألة

الجزء الأول :

أ ـ **1** ـ أ . حساب مدخول هذا الفلاح الذي باع $200kg$ من الخبز خلال شهر جوان .

نضع العدد m هو كمية المبيعات من الخبز خلال شهر جوان .

و نضع العدد R هو مدخول هذا الفلاح . و نضع العدد z هو ثمن الكيلوغرام الواحد $(1kg)$.

لدينا: $R = m \times z$ و بالتالي: $R = 200 \times 23$. إذن: $R = 4600DA$

ينتج أن : مدخول هذا الفلاح هو 4600 دج .

ب . حساب مصروف هذا الفلاح :

نضع العدد c هو نفقات الفلاح . و نضع العدد d هو المبلغ المضاف عن كل $1kg$ خبز . و نضع العدد D هو مصروف هذا الفلاح .

لدينا : $D = c + 200 \times d$. و بالتالي : $D = 2600 + 200 \times 3$. و بالتالي : $D = 3200$. ينتج أن : مصروف هذا الفلاح هو 3200 دج .

- نعم ربح هذا الفلاح لأن مدخوله أكبر من مصروفه ($4600 \succ 3200$) .
- حساب المبلغ الذي ربحه هذا الفلاح .

نضع العدد r هو مبلغ الربح .

لدينا : $r = R - D$. و بالتالي : $r = 4600 - 3200$.

إذن : $r = 1400$. ينتج أن : ربح هذا الفلاح قدر بـ 1400 دج .

ب - x كمية القمح بالكيلوغرام ، المباعة خلال شهر واحد .

$R(x)$ قيمة دخل هذا الفلاح و $D(x)$ قيمة التكاليف خلال نفس الشهر .

1 . التعبير عن $R(x)$ و $D(x)$ بدلالة x .

$R(x) = 23x$ و $D(x) = 2600 + 3x$.

2 . حل المتراجحة $R(x) \succ D(x)$. و كيفية تفسير الفلاح للنتيجة المحصل عليها .

لدينا : $R(x) \succ D(x)$. يعني : $23x \succ 2600 + 3x$.

و بالتالي : $23x - 3x \succ 2600$. و بالتالي : $20x \succ 2600$.

و بالتالي : $x \succ \dfrac{2600}{20}$. إذن : $x \succ 130kg$.

ينتج أن: هذا الفلاح ليحقق ربحا لا بد أن يبيع كمية أكبر من $130kg$.

3 . حساب وزن الخبز الذي لا بد أن يبيعه الفلاح خلال شهر كامل كي يربح 2000 دج .

نضع العدد $r' = 2000$ هو مبلغ الربح . $R(x) = 23x$ هو مدخول هذا الفلاح .

$D(x) = 2600 + 3x$ هو مصروف هذا الفلاح .

لدينا : $r' = R(x) - D(x)$.

و بالتالي: $2000 = 23x - (2600 + 3x)$.

و بالتالي : $2000 = 23x - 2600 - 3x$.

و بالتالي : $2000 = 20x - 2600$.

و بالتالي : $20x = 2000 + 2600$. و بالتالي : $20x = 4600$.

إذن : $230 = \frac{4600}{20} = x$. إذن : $x = 230kg$.

ينتج أن :

كي يربح هذا الفلاح 2000 دج لابد أن يبيع $230kg$ من الخبز .

4 . لدينا : $1cm \rightarrow 20kg$ على محور الفواصل .

$1cm \rightarrow 400$ على محور التراتيب ، المعلم متعامد و متجانس .

أ - (D_1) مستقيم معرف بالمعادلة : $y = 23x$.

(D_2) مستقيم معرف بالمعادلة : $y = 3x + 2600$.

- رسم المستقيمين : (D_1) و (D_2) .

○ إنشاء المستقيم (D_1).

1 . بما أن معادلته من الشكل: $y = 23x$ ، فإنه يمر من المبدأ O .

2. نبحث عن نقطة أخرى : نضع مثلا : $x = 100$ ، فإن: $y = 23 \times 100 = 2300$.

ينتج أن :

المستقيم (D_1) يمر بالنقطتين : $O(0;0)$ و $A(100,2300)$.

○ إنشاء المستقيم (D_2).

1 . بما أن معادلته من الشكل: $y = 3x + 2600$.

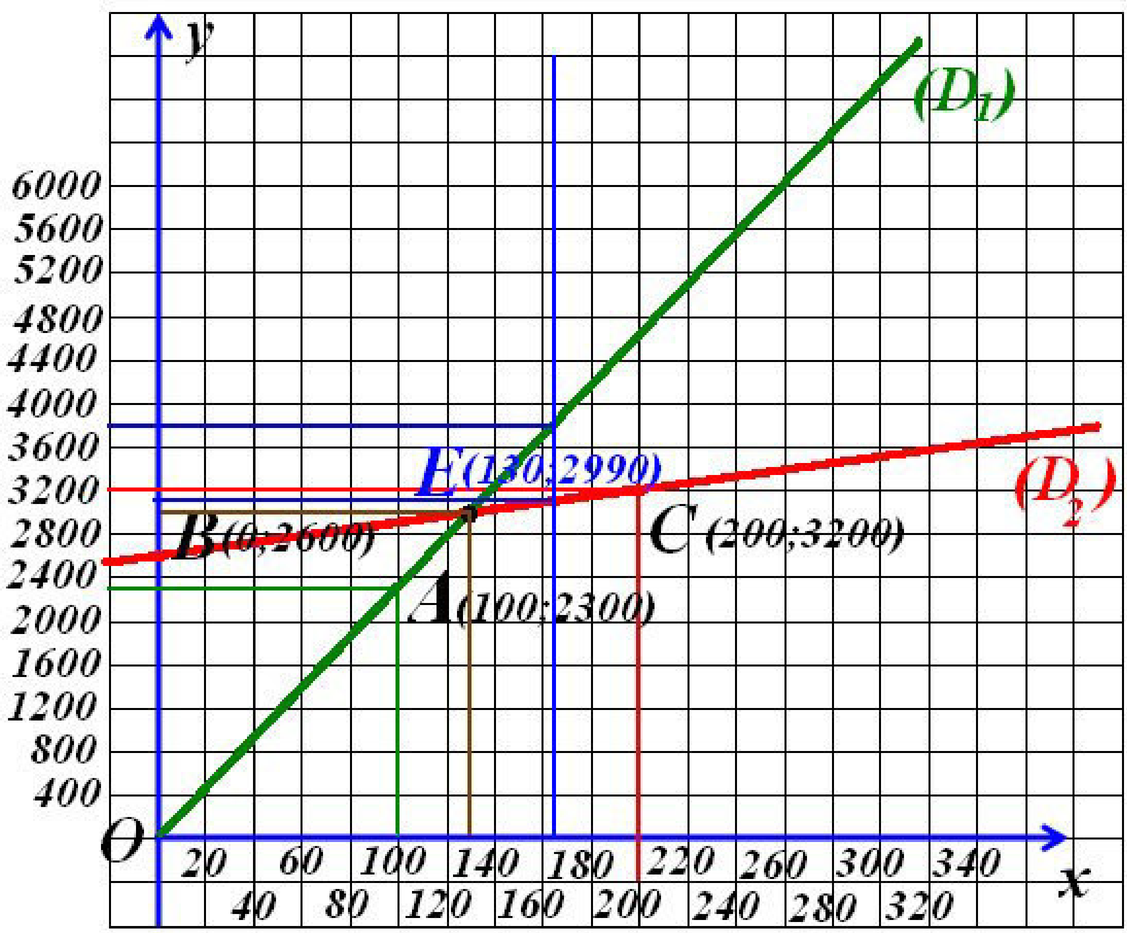
نضع مثلا : $x = 0$ ، فإن: $y = 2600$

نضع مثلا : $x = 200$ ، فإن: $y = 3 \times 200 + 2600 = 3200$.

ينتج أن :

المستقيم (D_2) يمر بالنقطتين : $B(0;2600)$ و $C(200,3200)$.

التمثيل البياني :



ب ـ إيجاد بيانيا نتائج السؤال (ب ـ 2) .

بما أن : (D_1) يمثل دالة خطية و (D_2) يمثل دالة تآلفية ، فإن نقطة تقاطع (D_1) مع (D_2) تمثل التساوي بين مدخول هذا الفلاح و مصروفه . و هي النقطة $E(130;2990)$.

من أجل وزن أكبر من $130kg$ ، المستقيم (D_1) يمر فوق المستقيم (D_2) . إذن : مخول هذا الفلاح يكون أكبر من مصروفه ، و في هذه الحالة يحقق ربحا . (أنظر التمثيل البياني أعلاه) .

الجزء الثاني :

أبعاد الإناء الخشبي $ABCDHGFE$ هي : $AB = 0.90m$ و $BC = 1.50m$ و $OK = 0.40m$. يعطى : $OS = 2m$.

1 ـ حساب V_1 حجم الهرم $SABCD$.

● نحسب مساحة قاعدة الهرم $SABCD$:

نضع العدد S هو مساحة قاعدة الهرم $SABCD$.

لدينا : $S = AB \times BC$. و بالتالي : $S = 0.90 \times 1.50$.

إذن : $S = 1.35m^2$.

● نحسب V_1 حجم الهرم $SABCD$.

لدينا : $V_1 = \frac{S \times h}{3}$. حيث : $h = OS = 2m$.

$V_1 = \frac{S \times h}{3}$. يعني : $V_1 = \frac{1.35 \times 2}{3}$. و بالتالي :

$V_1 = \frac{2.70}{3} = 0.9$. إذن : $V_1 = 0.9m^3$.

ينتج أن : V_1 حجم الهرم $SABCD$ هو $0.9m^3$.

● الهرم الصغير $SEFGH$ هو تصغير للهرم الكبير $SABCD$.

نقبل أن معامل التصغير هو 0.8 .

أ ـ حساب V_2 حجم الهرم الصغير $SEFGH$.

لدينا : نسبة التصغير هي 0.8 . و حجم الهرم الكبير $SABCD$ هو $V_1 = 0.9m^3$.

نسبة التصغير هي 0.8 (نسبة الإرتفاعين) .

نسبة حجم الهرم الصغير (المصغر) على حجم الهرم الكبير (الأصلي) هي $(0.8)^3$.

V_2 حجم الهرم الصغير ، V_1 حجم الهرم الكبير .

لدينا : $\frac{V_2}{V_1} = (0.8)^3$. يعني : $\frac{V_2}{0.9} = (0.8)^3$. و بالتالي : $V_2 = 0.9 \times (0.8)^3$.

ينتج أن : $V_2 = 0.9 \times (0.8)^3 = 0.9 \times 0.512 = 0.4608$.

أي : $V_2 = 0.4608m^3$.

ينتج أن : حجم الهرم الصغير $SEFGH$ هو $0.4608m^3$.

ب ـ 1. استنتاج V_3 حجم الإناء الذي يستعمله الفلاح لصناعة خبزه .

حجم الإناء هو الفرق بين حجم الهرم الكبير و حجم الهرم الصغير .

$V_3 = V_1 - V_2$. و بالتالي : $V_2 = 0.9 - 0.4608$.

أي : $V_2 = 0.4392m^3$.

ينتج أن :

حجم الإناء الذي يستعمله الفلاح لصناعة الخبز هو $0.4392m^3$.

- أقصى ما يمكن ملء به هذا الإناء هو 80% من حجمه .

2. حساب كمية العجين التي يمكن أن يحضرها هذا الفلاح في المرّة الواحدة .

نضع العدد x هو كمية العجين .

لدينا : $\begin{cases} 0.4392 \to 100\% \\ x \to 80\% \end{cases}$. يعني : $x \times 100 = 0.4392 \times 80$.

و بالتالي : $x = \dfrac{0.4392 \times 80}{100}$.

و بالتالي : $x = \dfrac{35.136}{100} = 0.35136$. إذن : $x = 0.35136m^3$.

ينتج أن :

كمية العجين التي يمكن للفحلاح تحضيرها في المرة الواحدة هي $0.35136m^3$.

الموضوع السادس 6 الحلول

التمرين الأول

1 - حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين $a=837$ و $b=411$.
نستعمل خوارزمية إقليدس .
لدينا : $837=411\times 2+15$.
$411=15\times 27+6$
$15=6\times 2+3$
$6=3\times 2+0$
ينتج أن القاسم المشترك الأكبر للعددين $a=837$ و $b=411$.هو 3
أي : $pgcd\left(827;411\right)=3$.

2 - اختزال الكسرين $\frac{a}{b}$ و $\frac{b}{a}$.
لدينا : $a=837=3\times 279$ و $b=411=3\times 137$.
- لدينا : $\frac{a}{b}=\frac{837}{411}$. لدينا : $\frac{a}{b}=\frac{3\times 279}{3\times 137}$. أي : $\frac{a}{b}=\frac{279}{137}$.

ينتج أن : $\frac{837}{411}=\frac{279}{137}$.
- لدينا : الكسر $\frac{b}{a}$ هو مقلوب الكسر $\frac{a}{b}$. إذن : $\frac{b}{a}=\frac{137}{279}$.

الكسر $\frac{279}{137}$ غير قابل لاختزال و الذي يساوي $\frac{837}{411}$.
الكسر $\frac{137}{279}$ غير قابل لاختزال و الذي يساوي $\frac{411}{837}$.

التمرين الثاني

$ABCDEFG$ متوازي مستطيلات ، يعطى :
$AD=DC=3cm$ و $GC=4cm$ و $GD=5cm$.

1 - حساب حجم الهرم $GABCD$ بالـ cm^3.
- حساب قاعدة هذا الهرم (مربع) لأن : $AD=DC=3cm$) .

نضع العدد β هو مساحة قاعدة الهرم .
لدينا : $\beta=AD\times DC$. و بالتالي : $\beta=3\times 3=9$. إذن : $\beta=9cm^2$.
- نحسب حجم الهرم $GABCD$ بالـ cm^3.

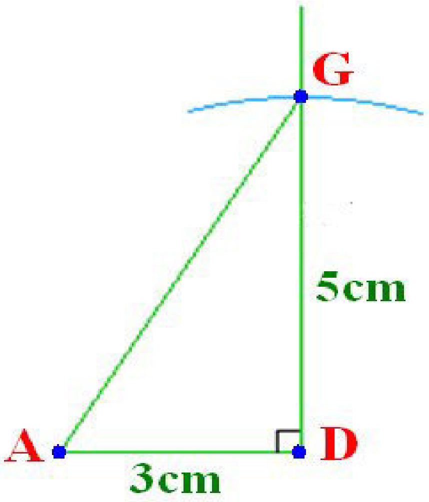
نضع العدد V هو حجم الهرم و نضع h هو ارتفاع الهرم ، حيث $h = GC = 4cm$.

لدينا : $V = \frac{\beta \times h}{3}$. و بالتالي : $V = \frac{9 \times 4}{3}$. و بالتالي : $V = \frac{36}{3} = 12$. إذن :

$V = 12cm^3$.

ينتج أن : حجم الهرم $GABCD$ هو $12cm^3$.

أ - رسم المثلث ADG القائم في D بالأبعاد الحقيقية .



ب - حساب قيس الزاوية $\widehat{AGD}$ من المثلث ADG بالتدوير إلى الدرجة .

- المثلث ADG قائم في D .

باستعمال النسب المثلثية نجد : لدينا :

$$\tan \widehat{AGD} = \frac{AD}{GD}$$

و بالتالي : $= \frac{AD}{GD} = \frac{3}{5} = 0.6$.

باستعمال الآلة الحاسبة العلمية نجد : $\widehat{AGD} \approx 30.96°$.

ينتج أن :

قيس الزاوية $\widehat{AGD}$ من المثلث ADG بالتدوير إلى الدرجة هو $31°$.

ج - حساب القيمة المضبوطة للطول AG ، و إعطاء القيمة المدورة إلى المليمتير.

لدينا : المثلث ADG القائم في D .

نستعمل نظرية فيثاغورث : $AG^2 = AD^2 + DG^2$.

و بالتالي : $AG^2 = 3^2 + 5^2$. و بالتالي : $AG^2 = 9 + 25$.

و بالتالي : $AG^2 = 34$. إذن : $AG = \sqrt{34}$.

بما أن AG و الطول عدد موجب فإن : $AG = \sqrt{34} = 5.83$.

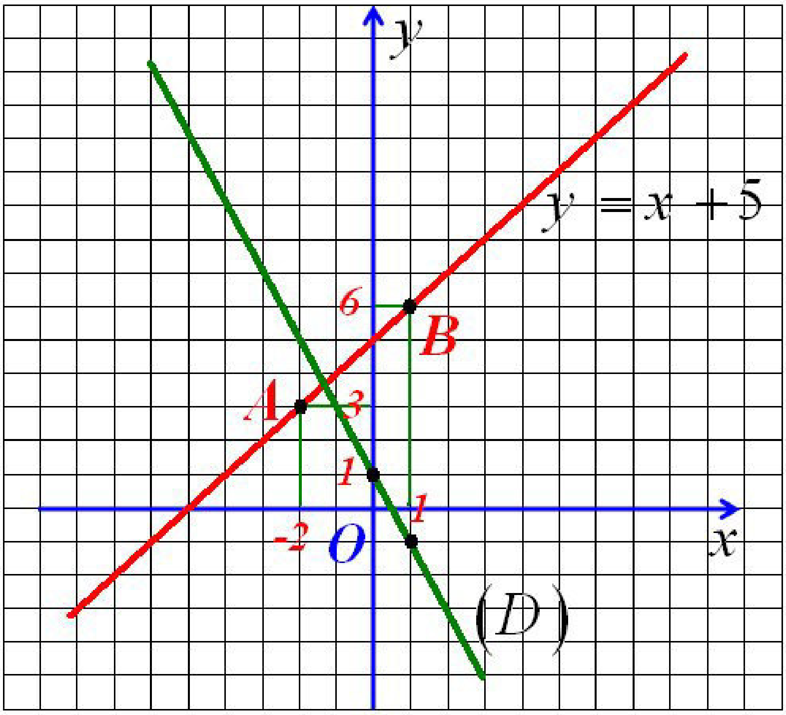
ينتج أن :

القيمة المضبوطة للطول AG بالتدوير إلى الميليمتر هي $5.8cm$.

التمرين الثالث

المستوي مزود بالمعلم $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ الوحدة هي السنتيمتر (cm) .

1 - أ . تعليم النقطتين $A\left(-2;3\right)$ و $B\left(1;6\right)$.



ب . معادلة المستقيم (AB) هي من الشكل $y=x+5$.

2 - رسم المستقيم (D) المعرف بالمعادلة $y=-2x+1$.

3 - انتماء النقطة $C\left(-14;29\right)$ إلى المستقيم (D) .

- نعوض العدد x في معادلة المستقيم (D) بفاصلة النقطة C و هي (-14) .

لدينا : $y=-2x+1$. و بالتالي : $y=-2(-14)+1$.

و بالتالي: $y=28+1=29$. إذن: فاصلة النقطة C حققت المعادلة.

أو ● نعوض العدد y في معادلة المستقيم (D) بترتيب النقطة C و هي (29) .

لدينا : $y=-2x+1$. و بالتالي : $29=-2x+1$.

و بالتالي : $-2x=29-1$. و بالتالي : $x=-\dfrac{28}{2}=-14$

إذن: ترتيب النقطة C حقق المعادلة.

ينتج أن : النقطة $C\left(-14;29\right)$ إلى المستقيم (D) .

- النقطة C من (D) . لأن إحداثياها حققا المعادلة $y=-2x+1$.

التمرين الرابع

- نقل الجمل و تكملتها

بالكلمة المناسبة من القائمة : ـ انسحاب ـ دوران

ـ تناظر مركزي (الدوران بزاوية $180°$) . ـ تناظر محوري .

الجملة 1 : المثلث 2 هو صورة المثلث 1 بـ**التناظر المركزي** .

الجملة 2 : المثلث 3 هو صورة المثلث 1 بـ**الانسحاب** .

الجملة 3 : الثلث 4 هو صورة المثلث 1 بـ**التناظر المحوري** .

المسألة

1 ـ تبرير أنّ قيس الزاوية $\widehat{OBA}$ هو $30°$.

لدينا المثلث ABC متقايس الأضلاع . المستقيم (OB)

هو متوسط متعلق بالضلع $[AC]$. فهو أيضا منصف للزاوية المقابلة لهذا الضلع .

إذن : (OB) هو منصف للزاوية $\widehat{ABC}$ التي قيسها $60°$.

فينتج أن : قيس الزاوية $\widehat{ABC}$ هو $30°$.

أ . باستعمال $\sin\widehat{OBA}$ ، برهن أنّ : $OA' = 3cm$.

لدينا : $[AA']$ متوسط يتعلق بالقطعة $[BC]$.

إذن : فهو عمود متعلق بهذه القطعة ، و عليه يكون المثلث $AA'B$ قائم في A' .

يمكن استعمال النسب المثلثية :

$$\sin\alpha = \frac{\text{طول المقابل}}{\text{طول الوتر}}$$ و بالتالي: $$\sin\widehat{OBA'} = \frac{OA'}{OB}$$

و بالتالي : $\sin 30° \dfrac{OA'}{6}$. إذن : $OA' = 6\times\sin 30°$.

و بالتالي : $OA' = 6\times 0.5 = 3$. إذن : $OA' = 3cm$.

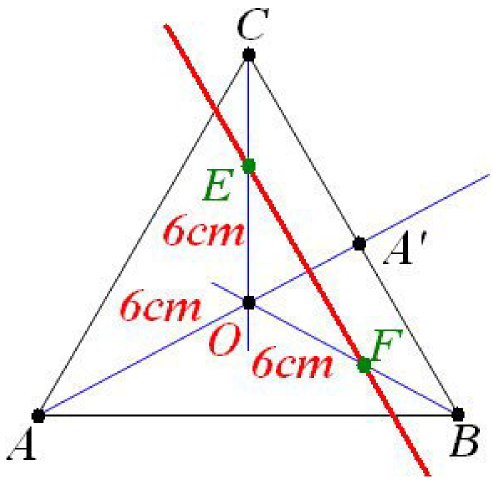
ينتج أن : طول القطعة $[OA']$ هو $3cm$.

ب . برهنة أنّ : $BA' = 3\sqrt{3}cm$.

لدينا في المثلث $AA'B$.

$$\cos\widehat{OBA'} = \frac{BA'}{OB}$$.

و بالتالي : $$\frac{BA'}{6} = \cos 30°$$.



و بالتالي : $BA'=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}$. إذن : $BA'=3\sqrt{3}cm$.

ينتج أن : طول القطعة $[BA']$ هو $3\sqrt{3}cm$ . .

ج . إستنتاج الطول المضبوط للقطعة : $[BC]$.

لدينا : المستقيم (AA') متوسط للقطعة $[BC]$. و بالتالي : A' منتصف $[BC]$.

يعني : $BC=2BA'$. و بالتالي : $BC=2\times3\sqrt{3}$. و بالتالي : $BC=6\sqrt{3}$.

إذن : الطول المضبوط للقطعة : $[BC]$ هو $6\sqrt{3}cm$.

3 - حساب الطولين : OF و EF.

E نقطة من القطعة $[OC]$ حيث $OE=2cm$.

لدينا في المثلث OCB : - E تنتمي إلى الضلع $[OC]$.

- F تنتمي إلى الضلع $[OB]$.

- المستقيم (EF) يوازي حامل الضلع $[BC]$.

باستعمال نظرية طالس نجد : $\frac{OE}{OC}=\frac{OF}{OB}=\frac{EF}{BC}$.

يعني $\frac{4}{6}=\frac{OF}{6}=\frac{EF}{6\sqrt{3}}$.

• حساب الطول OF . لدينا : $\frac{4}{6}=\frac{OF}{6}$. و بالتالي : $6\times OF=4\times6$.

و بالتالي : $OF=\frac{24}{6}=4$. إذن : $OF=4cm$.

• حساب الطول EF .

لدينا : $\frac{4}{6}=\frac{EF}{6\sqrt{3}}$. و بالتالي : $6\times EF=4\times6\sqrt{3}$. و بالتالي:

$OF=\frac{4\times6\sqrt{3}}{6}$. و بالتالي: $EF=4\sqrt{3}$. إذن: $EF=4\sqrt{3}cm$.

ينتج أن :

طول القطعة $[OF]$ هو $4cm$ و طول القطعة $[EF]$ هو $4\sqrt{3}cm$.

4 ـ برهنة أن مساحة المثلث COB هي $9\sqrt{3}cm^2$.

نضع العدد S هو مساحة المثلث COB .

و لدينا قاعدته هي القطعة $[BC]$ و ارتفاعه هو القطعة $[OA]$.

لدينا : $S = \frac{BC \times OA}{2}$.   و بالتالي : $S = \frac{6\sqrt{3} \times 3}{2}$.

و بالتالي : $S = 9\sqrt{3}cm^2$. ينتج أن : مساحة المثلث COB هي $9\sqrt{3}cm^2$.

5 ـ برهنة أنّ :الرباعي $OBKC$ معيّن .

O نقطة تقاطع المثلث ABC فالنقطة O هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC

القطعة $[OK]$ هي نصف قطر فنجد $OK = 6cm$.

بما أن : $OA' = 3cm$ و $A'K = 3cm$. ينتج أن : الرباعي $OBKC$ معين .

6 ـ حسب مساحة المعيّن $OBKC$.

نضع العدد S' هو مساحة المعين .

و لدينا قطره الكبير هو القطعة $[BC]$ و قطره الصغير هو القطعة $[OK]$.

لدينا : $S' = \frac{BC \times OK}{2}$. و بالتالي : $S' = \frac{6\sqrt{3} \times 6}{2}$.

و بالتالي : $S' = 18\sqrt{3}cm^2$. ينتج أن: مساحة المعيّن $OBKC$ هي $18\sqrt{3}cm^2$.

الموضوع السابع 7 — الحلول

التمرين الأول

1 - حل المعادلة : $a = 0$.

$a = (2x+3)(4x-1)$

لدينا : $(2x+3)(4x-1) = 0$.

أي : $(2x+3) = 0$. أو $(4x-1) = 0$.

لدينا : $2x + 3 = 0$. و بالتالي : $2x = -3$. إذن : $x = -\frac{3}{2}$.

و : $4x - 1 = 0$. و بالتالي : $4x = 1$. إذن : $x = \frac{1}{4}$.

ينتج أن: المعادلة $(2x+3)(4x-1) = 0$ تقبل حلين هما $\frac{1}{4}$ $-\frac{3}{2}$.

2 - نشر و تبسيط العبارة : a .

لدينا : $a = (2x+3)(4x-1)$. و بالتالي :

$a = (2x \times 4x) + (2x \times (-1)) + (3 \times 4x) + (3 \times (-1))$.

و بالتالي: $a = 8x^2 - 2x + 12x - 3$. إذن: $a = 8x^2 + 10x - 3$.

3 - التأكد من صحة حل المعادلة : $a = 0$ باستعمال النشر .

لدينا : $a = 8x^2 + 10x - 3$.

○ نعوض x بالعدد $-\frac{3}{2}$ في المعادلة : $a = 8x^2 + 10x - 3$. و بالتالي :

$a = 8\left(-\frac{3}{2}\right)^2 + 10\left(-\frac{3}{2}\right) - 3$. و بالتالي :

$a = 8\left(\frac{9}{4}\right) - \frac{10 \times 3}{2} - 3 = \frac{8 \times 9}{4} - \frac{30}{2} - 3 = 18 - 15 - 3 = 0$.

○ نعوض x بالعدد $\frac{1}{4}$ في المعادلة : $a = 8x^2 + 10x - 3$.

و بالتالي : $a = 8\left(\frac{1}{4}\right)^2 + 10\left(\frac{1}{4}\right) - 3$.

و بالتالي : $a = 8\left(\frac{1}{16}\right) + \frac{10\times 1}{4} - 3 = \frac{8}{16} + \frac{10}{4} - 3 = \frac{1}{2} + \frac{5}{2} - 3$.

و بالتالي : $a = \frac{1+5}{2} - 3 = \frac{6}{2} - 3 = 3 - 3 = 0$.

التمرين الثاني

إيجاد عدد القصاصات النتاجة من تقسيم الورقة .

- نحسب مساحة الورقة .

نضع العدد S هو مساحة الورقة . و نضع العدد L طول الورقة فيكون $L = 29.7cm$. و نضع العدد ℓ هو عرض الورقة فيكون $\ell = 21cm$.

لدينا : $S = L \times \ell$. و بالتالي : $S = 29.7 \times 21$.

و بالتالي : $S = 623.7$. إذن : $S = 623.7cm^2$.

- نحسب مساحة القصاصة الواحدة .

نضع العدد S' هو مساحة القصاصة . و نضع العدد B طول قاعدة المثلث فيكون $B = 9.9cm$. و نضع العدد h هو إرتفاع المثلث فيكون $h = 21cm$.

لدينا : $S' = \frac{1}{2} B \times h$. و بالتالي : $S' = \frac{1}{2} \times 9.9 \times 21$.

و بالتالي : $S' = \frac{1}{2} \times 207.9$. و بالتالي : $S' = \frac{207.9}{2}$

و بالتالي : $S' = 103.95$. إذن : $S' = 103.95cm^2$.

- نحسب عدد القصاصات الناتجة من تقسيم الورقة .

نضع العدد n هو عدد القصاصات .

لدينا : عدد القصاصات = مساحة الورقة ÷ مساحة القصاصة الواحدة .

و بالتالي : $n = \frac{S}{S'}$. و بالتالي : $n = \frac{623.7}{103.95} = 6$.

و بالتالي : $n = 6$.

ينتج أن : تقسم الورقة إلى 6 قصاصات .

التمرين الثالث

- ترتيب العلامات ترتيبا تصاعديا :

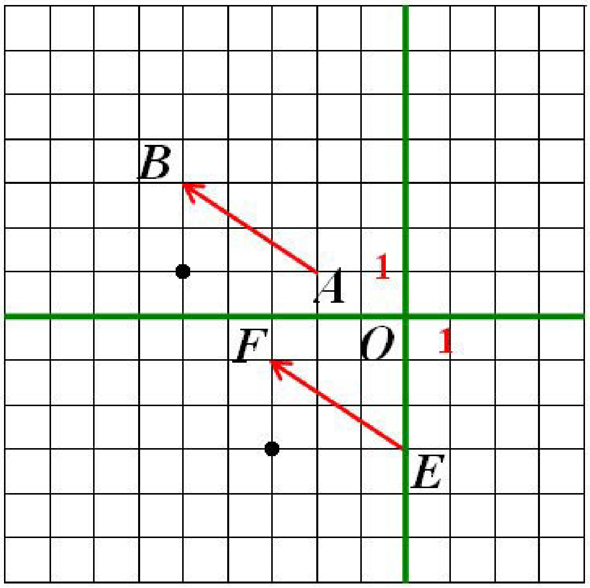
2 ؛ 3 ؛ 3 ؛ 4 ؛ 5 ؛ 5 ؛ 6 ؛ 6 ؛ 7 ؛ 7 ؛ 8 ؛ 8 ؛ 9 ؛ 9 ؛ 9 ؛ 9 ؛ 9 ؛ 10 ؛ 10 ؛ 10 ؛ 10 ؛ 11 ؛ 12 ؛ 12 ؛ 13 ؛ 13 ؛ 13 ؛ 13 ؛ 14 ؛ 14 .

تنظيم السلسلة الإحصائية في فئات طول كل واحدة منها 3 .

الفئات	$[0;3[$	$[3;6[$	$[6;9[$	$[9;12[$	$[12;15[$
التكرارات	1	5	6	10	8
التكرارات المجمعة الصاعدة	1	6	12	22	30
التكرارات المجمعة النازلة	30	29	24	18	8

التمرين الرابع

1 - رسم $\overrightarrow{AB}$ بحيث $\overrightarrow{AB}=\vec{u}$. نختار المبدأ A ثم ننشئ النهاية B للحصول على ممثل أول .



بما أن -3 سالب و $+2$ موجب فنقوم بالانسحاب موازيا لمحور الفواصل في الاتجاه السالب بطول 3 وحدات .
ثم نقوم بإزاحة النقطة المحصل عليها بالانسحاب الثاني موازيا لمحور التراتيب في الاتجاه الموجب و بالطول 2 (وحدتين) .

2 - رسم $\overrightarrow{EF}$ بحيث $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{AB}$.
نختار المبدأ E و نعين النهاية F . للحصول على ممثل ثان للشعاع $\vec{u}$ نكمل برسم متوازي الأضلاع $ABFE$ (يمكن اتباع الكيفية المطبقة لرسم $\overrightarrow{AB}$) .

المسألة

الجزء الأول :

1 - حساب الأبعاد الحقيقية للغرفة .

السلم هو $\frac{1}{100}$ يعني أن كل $1cm$ على المخطط يقابل $100cm$ في الحقيقة .

نضع العدد L هو طول الغرفة ، و نضع العدد ℓ عرضها .

إذن : $4.9\times100=490cm$. أي : $4.90m$.

و : $4\times100=400cm$. أي : $4m$.

ينتج أن : طول الغرفة هو $4.90m$ و عرضها هو $4m$.

2 - حساب المساحة الحقيقية للغرفة .

نضع العدد S هو مساحة الغرفة .

لدينا : $S=L\times\ell$. يعني : $S=4.90\times4$.

إذن : $S = 19.6cm^2$.

ينتج أن : مساحة الحقيقية للغرفة هي $19.6m^2$.

الجزء الثاني :

1 ـ أ ـ ○ حساب ما يمكن أن يدفعه إسماعيل لصاحب المحل (أ) .

نضع العدد S' هو مساحة السِّجّاد ، حيث : $S' = 20m^2$.

و نضع العدد x هو سعر $(1m^2)$. و نضع العدد T هو المبلغ الذي يدفع لصاحب المحل (أ) .

لدينا : $T = S' \times x$. يعني : $T = 20 \times 90$. إذن : $T = 1800$.

ينتج أن : يدفع إسماعيل لصاحب المحل (أ) مبلغا قدره 1800 دج .

ب ـ ○ حساب ما يمكن أن يدفعه إسماعيل لصاحب المحل (ب) .

نضع العدد B هو المبلغ الذي يدفعه إسماعيل لصاحب المحل (ب). و نسبة التخفيض هي 20%.

● نحسب مبلغ التخفيض .

نضع العدد B' هو المبلغ المخفض .

لدينا : $B' = T \times 20\%$. و بالتالي : $B' = \frac{T \times 20}{100}$. و بالتالي :

$B' = \frac{1800 \times 20}{100} = 360$. إذن : $B' = 360$.

●نحسب ثمن شراء السِّجّاد دون احتساب تكاليف التنصيب .

نضع العدد T' هو ثمن شراء السِّجّاد دون احتساب تكاليف التنصيب .

لدينا : $T' = T - B'$. و بالتالي : $T' = 1800 - 360$.

إذن : $T' = 1440$.

○ حساب ما يمكن أن يدفعه إسماعيل لصاحب المحل (ب) .

نضع العدد y هو ثمن تكاليف تنصيب السِّجّاد .

$B = T' + y$. يعني : $B = 1440 + 520$. إذن : $B = 1960$

ينتج أن : يدفع إسماعيل لصاحب المحل (ب) مبلغا قدره 1960 .

2 ـ ليكن x سعر $1m^2$ من السِّجّاد ، و T المبلغ الذي يمكن أن يدفع في المحل (أ) ، و B المبلغ الذي يمكن أن يدفع في المحل (ب) .

أ ـ كتابة T بدلالة x . $T = 20x$.

ب ـ تحقق أن ـ عند المحل (ب) ـ ثمن السِّجّاد بعد تخفيض 20% بـ : xدج للمتر المربع الواحد $(1m^2)$ ، مساو لـ $16x$.

$T' = T - T \times 20\%$. يعني : $T' = 20x - 20x \times 20\%$.

و بالتالي : $T'=20x-20x\times 0.2$. و بالتالي : $T'=20x-4x$.

إذن : $T'=16x$.

ينتج أن ثمن السجّاد المباع في المحل (ب) هو $16x$ دج .

ج - إستنتج أن : $B=16x+520$.

بما أنثمن شراء السجّاد من المحل (ب) هو $T'=16x$. دون احتساب تكاليف التنصيب

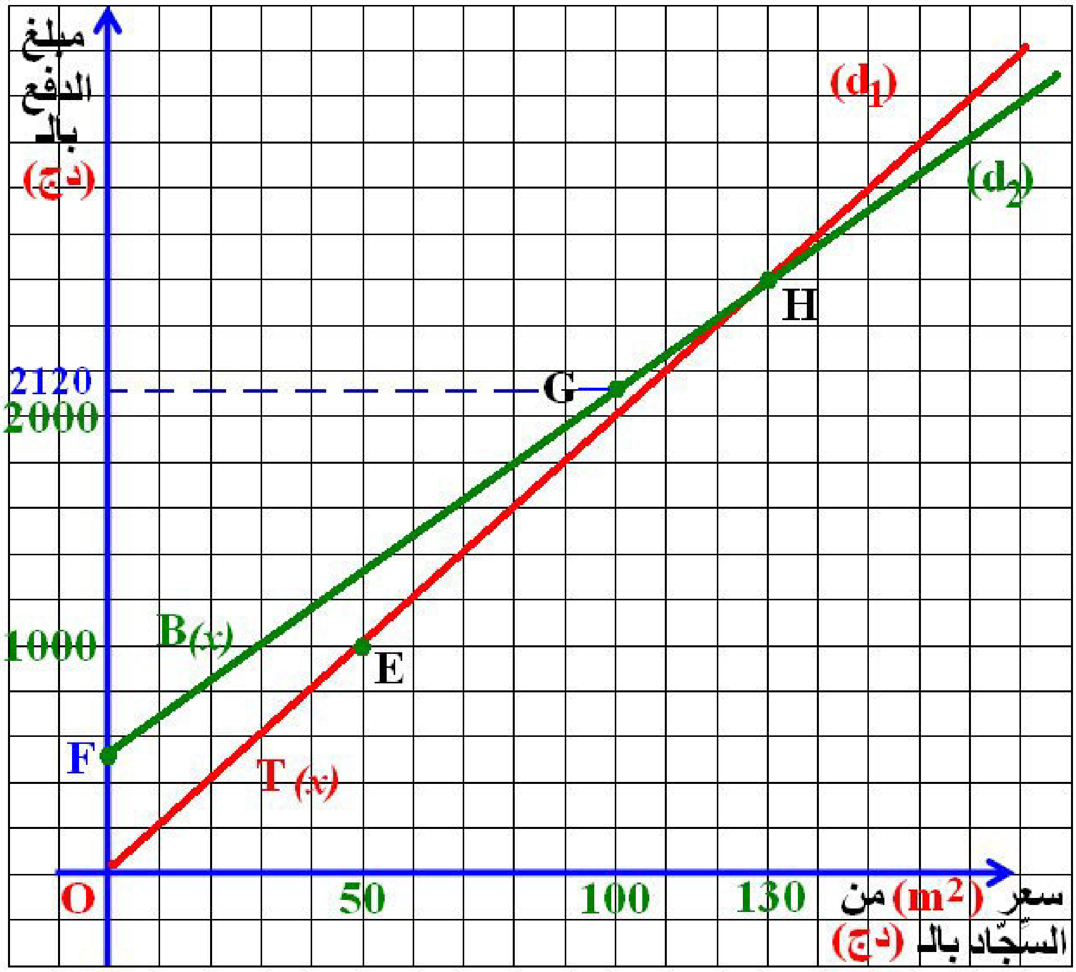
.

بإضافة التكاليف لهذا المبلغ يصبح المبلغ المدفوع للمحل (ب) هو :

$B=16x+520$

3 - إنشاء المعلم بحيث :

- المبدأ في أسفل الورقة على اليسار .
- على محور الفواصل $1cm$ تمثل 10 دج .
- على محور التراتيب $1cm$ تمثل 200 دج .



○ رسم (d_1) و (d_2) في هذا المعلم .

● معادلة (d_1) من الشكل $y=ax$ فالمستقيم (d_1) يمر من المبدأ O ، فيكفي إيجاد نقطة لرسم (d_1).

نضع : $x = 50$. ينتج أن : $y = 1000$. إذن : المستقيم (d_1) يشمل النقطة $E(50;1000)$.

● معادلة (d_2) من الشكل $y = ax + b$. لرسمه نبحث عن نقطتين منه .

نضع : $x = 0$. ينتج أن : $y = 520$.

ونضع : $x = 100$. ينتج أن : $y = 2120$.

فالمستقيم (d_2) يشمل النقطتين : $F(0;520)$ و $G(100;2120)$.

4 - تعيين المحل الأفضل لإسماعيل من حيث سعر المتر الواحد $(1m^2)$ المربع للسجّاد.

● من البيان لدينا :

○ المستقيمان (d_1) و (d_2) متقاطعان في النقطة H التي إحداثياها $(130;2600)$،

إذن: في الثمن 130 دج للمتر المربع الواحد $(1m^2)$ تتساوى التكلفة في المحلين (أ) و (ب) .

○ المستقيم (d_1) فوق المستقيم (d_2) من أجل فاصلة أكبر من 130 دج للمتر المربع الواحد $(1m^2)$.

إذن المحل (ب) أفضل من المحل (أ) من أجل سعر أكبر من 130 دج للمتر المربع الواحد $(1m^2)$.

○ المستقيم (d_2) فوق المستقيم (d_1) من أجل فاصلة أصغر من 130 دج للمتر المربع الواحد $(1m^2)$ ، إذن المحل (أ) أفضل من المحل (ب) من أجل سعر أصغر من 130 دج للمتر المربع الواحد $(1m^2)$.

5 - أيجاد بالحساب قيم x التي من أجلها يكون الثمن T أصغر أو يساوي الثمن B .

لدينا: $T \le B$. يعني : $20x \le 16x + 520$.

و بالتالي : $20x - 16x \le 520$. و بالتالي : $4x \le 520$.

إذن : $x \le \dfrac{520}{4}$. إذن : $x \le 130$.

ينتج أن :

يكون الثمن T أصغر أو يساوي الثمن B عندما يكون سعر المتر المربع الواحد $(1m^2)$ من السجّاد أصغر أو يساوي 130 دج أي : $x \le 130$.

الموضوع الثامن 8 — الحلول

التمرين الأول

- كتابة الإجابة الصحيحة باستعمال الحروف $A\,;B\,;C$.

	الإجابة A	الإجابة B	الإجابة C	الإجابة المختارة
$3\times\frac{7}{2}-\frac{3}{2}$	3	9	6	B
$\frac{10^{-2}+10^{2}}{10^{2}}$	0.1	1.0001	0.01	B
$\sqrt{64}+\sqrt{36}$	14	50	10	A
$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$	$x^2-\frac{1}{4}$	$x^2+\frac{1}{4}$	$x^2-x+\frac{1}{4}$	C

الحساب الأول :

لدينا : $3\times\frac{7}{2}-\frac{3}{2}=\frac{21}{2}-\frac{3}{2}=\frac{21-3}{2}=\frac{18}{2}=9$.

إذن : الإجابة الصحيحة هي : $B=9$.

الحساب الثاني :

لدينا : $\frac{10^{-2}+10^{2}}{10^{2}}=\frac{0.01+100}{100}=\frac{100.01}{100}=1.0001$.

إذن : الإجابة الصحيحة هي : $B=1.0001$.

الحساب الثالث :

لدينا : $\sqrt{64}+\sqrt{36}=8+6=14$.

إذن : الإجابة الصحيحة هي : $A=14$.

الحساب الرابع :

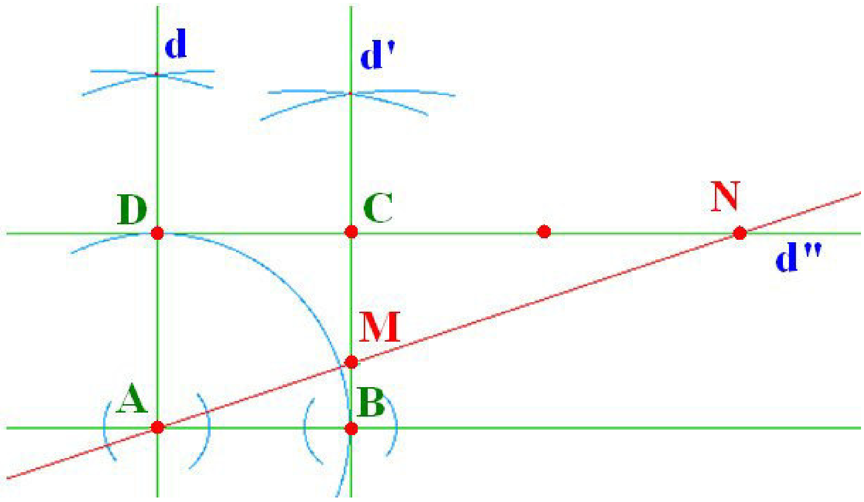
نعلم أن : $(a-b)^2=a^2-2\times a\times b+b^2$

لدينا : $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=x^2-2x\times\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2=x^2-x+\frac{1}{4}$.

إذن : الإجابة الصحيحة هي : $C=x^2-x+\frac{1}{4}$.

التمرين الثاني

1 - الإنشاء :



2 - حساب القيمة المضبوطة للطول AN . مع شرح الطريقة المتبعة.

$ABCD$ مربع ، يعني أن له أربع زوايا قائمة و المثلث ADN قائم في D . إذن يمكن استعمال نظرية فيثاغورث .

$AN^2 = DA^2 + DN^2$. و بالتالي : $AN^2 = 4^2 + (3\times 4)^2$.

و بالتالي : $AN^2 = 16 + 12^2$. و بالتالي : $AN^2 = 16 + 144$.

و بالتالي : $AN^2 = 160$.

إذن : $AN = \sqrt{160}$. أو $AN = -\sqrt{160}$.

AN طول فهو موجب إذن : $AN = \sqrt{160}cm$.

ينتج أن : القيمة المضبوطة للطول AN هي $\sqrt{160}cm$.

3 - حساب القيمة المضبوطة للطول CM ، مع شرح الطريقة المتبعة .

$ABCD$ مربع ، يعني أن كل ضلعين متقابلين متوازيين .

في المثلث ADN . (AD) يوازي (CM) ، فباستعمال نظرية طالس نجد :

$\frac{CM}{DA} = \frac{NC}{ND} = \frac{NM}{NA}$.

لدينا : $\frac{CM}{DA} = \frac{NC}{ND}$. و بالتالي : $\frac{CM}{4} = \frac{2}{3}$.

و بالتالي : $3\times CM = 2\times 4$. و بالتالي : $CM = \frac{8}{3}cm$.

ينتج أن : القيمة المضبوطة للطول CM هي $\frac{8}{3}cm$.

التمرين الثالث

1 - إتمام الجدول :

العدد الكلي للحوادث	عدد الجرحى الذين جراحهم خطيرة	عدد الجرحى الذين جراحهم خفيفة	عدد القتلى	
418000	84500	321000	12500	التكرار
100%	20.2%	76.8%	3.0%	النسبة المئوية
$360°$	$73°$	$276°$	$11°$	الزاوية

- حساب النسب المئوية :

  - عدد القتلى : $\begin{cases} 418000 \to 100\% \\ 12500 \to x \end{cases}$ و بالتالي :

$418000\times x = 12500\times 100$. و بالتالي : $x = \frac{12500\times 100}{418000}$.

و بالتالي : $x = \frac{1250000}{418000} = 2.9904$. إذن : $x \approx 3.0\%$.

  - عدد جرحى المجروحون جراحا خفيفة: $\begin{cases} 418000 \to 100\% \\ 321000 \to x \end{cases}$.

و بالتالي : $418000\times x = 321000\times 100$. و بالتالي : $x = \frac{321000\times 100}{418000}$.

و بالتالي : $x = \frac{32100000}{418000} = 76.794$. إذن : $x \approx 76.8\%$.

  - عدد الجرحى الذين جراحهم خطيرة: $\begin{cases} 418000 \to 100\% \\ 84500 \to x \end{cases}$.

و بالتالي : $84500 \times 100 = 418000 \times x$. و بالتالي : $x = \dfrac{84500 \times 100}{418000}$.

و بالتالي : $x = \dfrac{8450000}{418000} = 20.215$. إذن : $x \approx 20.2\%$.

- حساب الزوايا:
  - عدد القتلى: ○ عدد القتلى : $\begin{cases} 418000 \to 360° \\ 12500 \to x \end{cases}$ و بالتالي :

و بالتالي : $12500 \times 360 = 418000 \times x$. و بالتالي : $x = \dfrac{12500 \times 360}{418000}$.

و بالتالي : $x = \dfrac{4500000}{418000} = 10.765$. إذن : $x \approx 11°$.

  - عدد جرحى المجروحون جراحا خفيفة: $\begin{cases} 418000 \to 360° \\ 321000 \to x \end{cases}$.

و بالتالي : $321000 \times 360 = 418000 \times x$. و بالتالي : $x = \dfrac{321000 \times 360}{418000}$

.

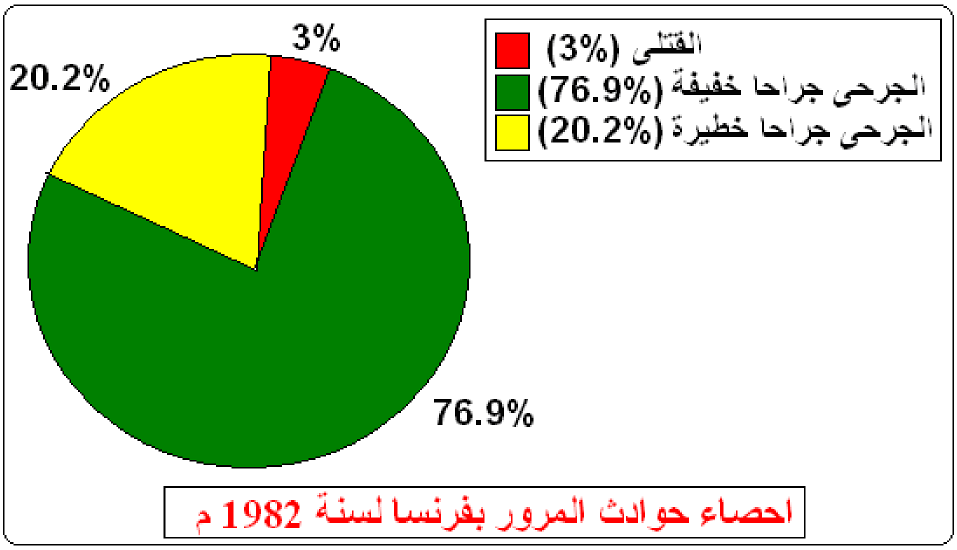
و بالتالي : $x = \dfrac{115560000}{418000} = 276.459$. إذن : $x \approx 276°$.

  - عدد الجرحى الذين جراحهم خطيرة: $\begin{cases} 418000 \to 360° \\ 84500 \to x \end{cases}$.

و بالتالي : $84500 \times 360 = 418000 \times x$. و بالتالي : $x = \dfrac{84500 \times 360}{418000}$.

و بالتالي : $x = \dfrac{30420000}{418000} = 72.775$. إذن : $x \approx 73°$.

2 - رسم المخطط الدائري :



التمرين الرابع

1 ـ حل المتراجحة :

لدينا : $4(2x-1) \prec 3x-2$. أي : $8x-4 \prec 3x-2$.

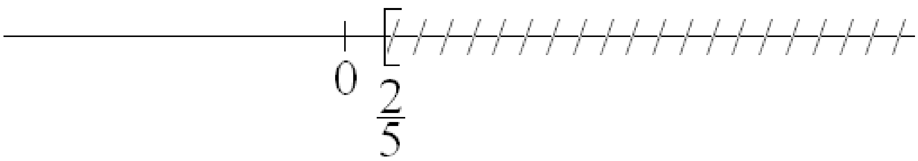
أي : $8x-3x \prec 4-2$. أي : $5x \prec 2$. إذن : $\frac{5x}{5} \prec \frac{2}{5}$.

أي : $x \prec \frac{2}{5}$.

ينتج أن :

حلول المتراجحة هي الأعداد x بحيث $x \prec \frac{2}{5}$ أي كل عدد أصغر من $\frac{2}{5}$ هو حل لها .

2 ـ مجموعة حلول المتراجحة ممثلة بالجزء غير مشطوب من المستقيم العددي التالي :



3 ـ العدد $\frac{1}{5}$ حل لهذه المتراجحة لأنه ($\frac{1}{5}=0.2$) ينتمي إلى مجموعة حلول المتراجحة

و هي كل عدد أضغر من ($\frac{2}{5}=0.4$) .

المسألة

الجزء الأول :

1 ـ أ ـ الاقتراح الأفضل بالنسبة للزبون إذا كانت عدد الجلسات في السنة هو 12 .

- **الاقتراح الأول**: $12\times 45=540$. يدفع الزبون 540 دج للجلسات 12.
- **الاقتراح الثاني**: $250+12\times 20=250+240=490$. يدفع الزبون 490 دج للجلسات 12.

الاقتراح الأفضل بالنسبة للزبون إذا كانت عدد الجلسات في السنة هو 12 . هو الاقتراح الثاني .

ب - الاقتراح الأفضل بالنسبة للزبون إذا كانت عدد الجلسات في السنة هو 5 .

- **الاقتراح الأول**: $5\times 45=225$. يدفع الزبون 225 دج للجلسات 5.
- **الاقتراح الثاني**: $250+5\times 20=250+100=350$. يدفع الزبون 350 دج للجلسات 5.

الاقتراح الأفضل بالنسبة للزبون إذا كانت عدد الجلسات في السنة هو 5 . هو الاقتراح الأول .

2 - التعبير عن A و B بدلالة x .

$A=45x$ و $B=20x+250$.

الجزء الثاني :

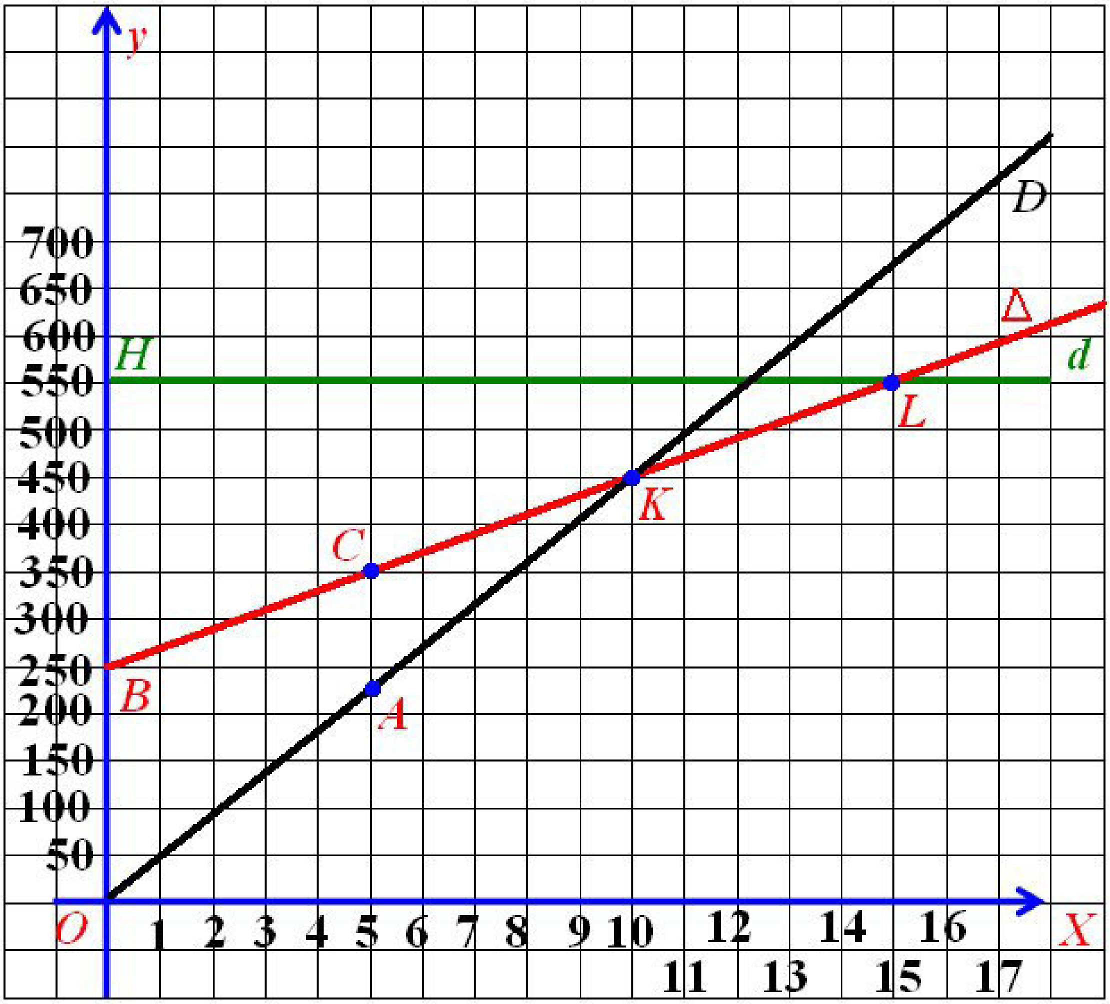
1 - رسم المستقيمين (D) و (Δ) المعرفين بالمعادلتين

$y=45x$ و $y=20x+250$. على الترتيب .

(D) يمر من المبدأ و من النقطة $A(5;225)$.

(Δ) يشمل النقطتين :

- نضع $x=0$ فإن : $y=250$. (Δ) يشمل النقطة $B(0,250)$.
- نضع $x=5$ فإن : $y=350$. (Δ) يشمل النقطة $C(5,350)$.



2 - حساب إحداثيي K نقطة تقاطع هذين المستقيمين .

إحداثيا K يحققا معادلتي المستقيمين . وبالتالي كي نجد إحداثيي نقطة التقاطع K نحل الجملة :

$\begin{cases} y = 45x \\ y = 20x + 250 \end{cases}$. و بالتالي : $20x + 250 = 45x$.

و بالتالي : $45x - 20x = 250$. و بالتالي : $25x = 250$.

و بالتالي : $x = \dfrac{250}{25}$. إذن : $x = 10$.

بتعويض العدد x بالقيمة 10 في المعادلة الأولى نجد : $y = 45 \times 10$.

إذن : $y = 450$.

ينتج أن : إحداثيي K نقطة تقاطع هذين المستقيمين . هما $(10;450)$.

الجزء الثالث :

1 - حل المتراجحة $45x \prec 20x + 250$.

$45x \prec 20x + 250$. أي: $45x - 20x \prec 250$. أي: $25x \prec 250$.

أي: $\frac{250}{25} \prec \frac{25x}{25}$. أي: $x \prec \frac{250}{25}$. إذن: $x \prec 10$.

حلول المتراجحة هي الأعداد x بحيث $x \prec 10$ أي كل عدد أصغر من 10 هو حل لها . (من هذه الحلول الأعداد الصحيحة و الموجبة فقط التي توافق مسألتنا) .

2 - استعمال النتيجة السابقة لتعيين الاقتراح الأفضل للزبون الواحد ، حسب عدد الجلسات في السنة الواحدة .

- الاقتراح الأول هو الأفضل من أجل عدد من الجلسات أقل من 10.
- الاقتراحان الأول و الثاني متساويان من أجل 10 جلسات .
- الاقتراح الثاني هو الأفضل من أجل عدد من الجلسات أكبر من 10.

الجزء الرابع :

1 - هذه الطريقة ليست هي الأفضل لو أن عدد الجلسات هو 12 .
(الاقتراح الأول 540 دج ، الاقتراح الثاني 490 دج ، الاقتراح لأفضل ثلاثة زبائن 550 دج) .

2 - تعيين عدد الجلسات التي يكون هذا الاقتراح انطلاقا منها الأفضل بالنسبة للزبون من البيان .

- نرسم المستقيم (d) المعرف بالمعادلة $y = 550$. هذا المستقيم يمر من النقطة $H(0;550)$ وهو موازي لمحور الفواصل ، ويقطع (d) في النقطة $L(15;550)$.
- من أجل عدد من الجلسات يفوق 15 المستقيم (d) أسفل (D) و (Δ).
- يكون هذا الاقتراح أفضل انطلاقا من عدد جلسات يفوق 15 جلسة .

الموضوع التاسع 9 — الحلول

التمرين الأول

1 - تحليل إلى جداء عوامل العبارة : $A=49-x^2+(7-x)(3x+5)$.

لدينا : $49-x^2=(7+x)(7-x)$.

و بالتالي : $A=(7+x)(7-x)+(7-x)(3x+5)$.

نلاحظ أن : $(7-x)$ هو عامل مشترك .

إذن : $A=(7-x)\left[(7+x)+(3x+5)\right]$.

و بالتالي : $A=(7-x)\left[7+x+3x+5\right]$.

و بالتالي : $A=(7-x)(4x+12)$.

2 - حل المعادلة : $A=0$.

لدينا : $(7-x)(4x+12)=0$.

- إما : $7-x=0$. إذن : $x=7$.
- و إما : $4x+12=0$. و بالتالي : $4x=-12$. و بالتالي : $x=\dfrac{-12}{4}$. إذن : $x=-3$.

ينتج أن: المعادلة $(7-x)(4x+12)=0$ تقبل حلين هما 7 -3 .

التمرين الثاني

كتابة الأعداد على شكل نسبة مقامها عدد ناطق :

- $\dfrac{3}{\sqrt{2}}$. يعني : $\dfrac{3}{\sqrt{2}}=\dfrac{3}{\sqrt{2}}\times\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$. و بالتالي : $\dfrac{3}{\sqrt{2}}=\dfrac{3\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$.

إذن : $\dfrac{3}{\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.

- $\dfrac{5}{\sqrt{3}-2\sqrt{2}}$. يعني: $\dfrac{5}{\sqrt{3}-2\sqrt{2}}=\dfrac{5\left(\sqrt{3}+2\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{3}-2\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}+2\sqrt{2}\right)}$.

و بالتالي: $\frac{5\left(\sqrt{3}+2\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{3}\right)^2-\left(2\sqrt{2}\right)^2}=\frac{5}{\sqrt{3}-2\sqrt{2}}$. و بالتالي:

$\frac{5\left(\sqrt{3}+2\sqrt{2}\right)}{3-8}=\frac{5}{\sqrt{3}-2\sqrt{2}}$. إذن: $\boxed{\frac{5}{\sqrt{3}-2\sqrt{2}}=-\left(\sqrt{3}+2\sqrt{2}\right)}$

○ $\frac{3}{\sqrt{5}-2}$. يعني: $\frac{3}{\sqrt{5}-2}\times\frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}+2}=\frac{3}{\sqrt{5}-2}$.

و بالتالي: $\frac{3\left(\sqrt{5}+2\right)}{\left(\sqrt{5}-2\right)\left(\sqrt{5}+2\right)}=\frac{3}{\sqrt{5}-2}$. و بالتالي: $\frac{3\left(\sqrt{5}+2\right)}{\left(\sqrt{5}\right)^2-(2)^2}=\frac{3}{\sqrt{5}-2}$.

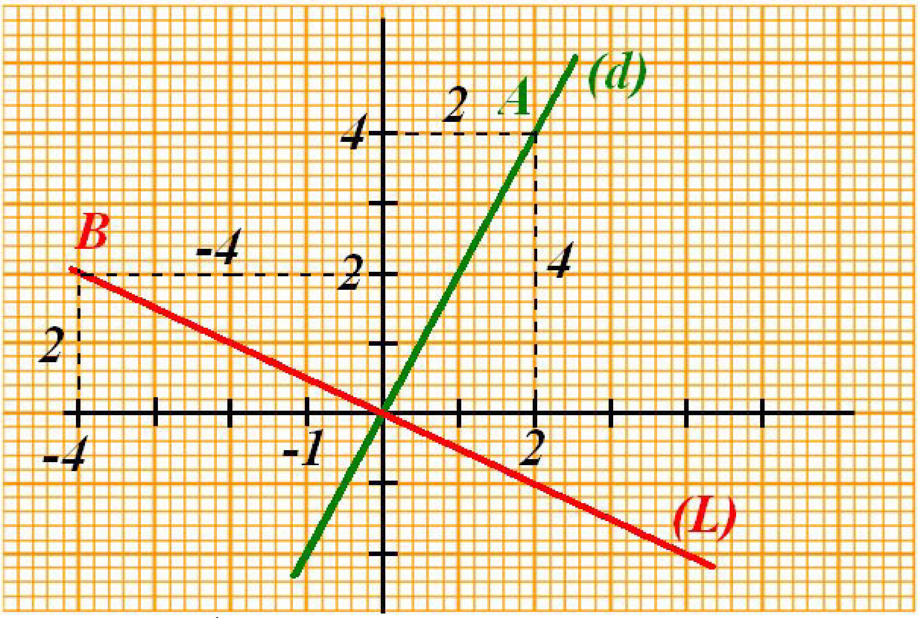
و بالتالي: $\frac{3\left(\sqrt{5}+2\right)}{5-4}=\frac{3}{\sqrt{5}-2}$.

و بالتالي: $3\left(\sqrt{5}+2\right)=\frac{3}{\sqrt{5}-2}$. إذن: $\boxed{\frac{3}{\sqrt{5}-2}=3\sqrt{5}+6}$.

التمرين الثالث

● تعيين معامل كل من الدالتين f و g .

بالقراءة على المستقيم (d) نلاحظ أن النقطة $A\ (2;4)$ تنتمي إلى (d) .



إذن معامل الدالة الخطية f هو العدد a الذي يحقق $y=ax$ أي: $4=a\times 2$. أي:

$a=\frac{4}{2}$. إذن: $\boxed{a=2}$.

و بالتالي الدالة الخطية f هي: $f : x \mapsto 2x$.

بنفس الكيفية نقرأ على المستقيم (L) . النقطة $B(4;2)$ تنتمي إلى (L) .

إذن معامل الدالة الخطية g هو العدد a' الذي يحقق $y = a'x$ أي: $2 = a' \times (-4)$.

أي: $a' = \frac{2}{-4}$. إذن: $a' = -\frac{1}{2}$.

و بالتالي الدالة الخطية g هي: $g : x \mapsto -\frac{1}{2}x$.

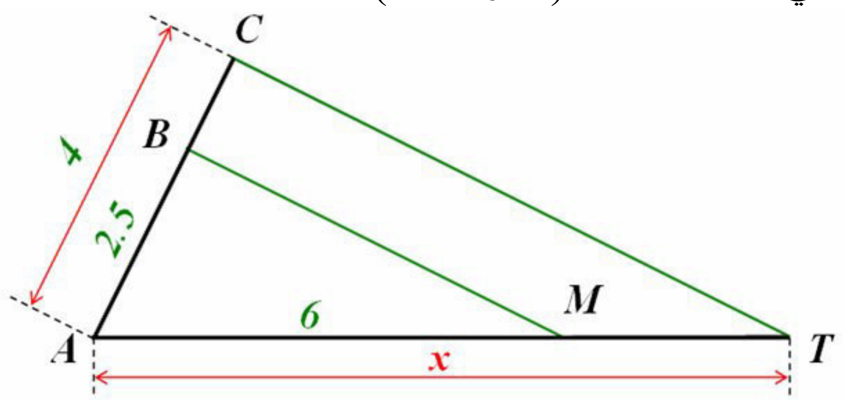
التمرين الرابع

- إنشاء قطعة طولها x حيث $px = qr$.

لدينا : $px = qr$ يعني: $\frac{p}{q} = \frac{r}{x}$. أي: $\frac{AB}{AC} = \frac{AM}{x}$.

فالتناسب $\frac{p}{q} = \frac{r}{x}$ يكتب على الشكل: $\frac{2.5}{4} = \frac{6}{x}$.

- ○ نلاحظ أن: x هو الرابع المتناسب للأعداد 2.5 ؛ 4 و 6 .
- ○ نرسم مثلثين في وضعية طالس (أنظر الشكل) .



- لدينا : (CT) يوازي (BM) و ينتج أن: $x = AT$.

التحقق باستعمال الحساب: يكفي حل المعادلة: $2.5x = 4 \times 6$.

$2.5x = 4 \times 6$. أي: $2.5x = 24$. أي: $x = \frac{24}{2.5}$. إذن: $x = 9.6$.

تحقق باستعمال القياس :

يكفي إنجاز قياس هذه القطعة بمسطرة مدرجة و الحصول على قيمة مقربة للطول x.

المسألة

في كل المسألة وحدة الطول هي المتر .

الجزء الأول :

1 - التعبير عن حجم الاسطوانة والمخروط

بدلالة R و h .

- حجم الاسطوانة : $\pi R^2 \times h$.
- حجم المخروط : $\dfrac{\pi R^2 \times h}{3}$.

2 - استنتاج أن حجم الطاحونة هو: $\dfrac{4\pi R^2 \times h}{3}$.

حجم الطاحونة هو مجموع حجم الاسطوانة وحجم المخروط .

$\pi R^2 \times h + \dfrac{\pi R^2 \times h}{3}$. و بالتالي:

$$\dfrac{3\pi R^2 \times h}{3} + \dfrac{\pi R^2 \times h}{3} = \dfrac{4\pi R^2 \times h}{3}$$.

ينتج أن : حجم الطاحونة هو $\dfrac{4\pi R^2 \times h}{3}$.

3 - حساب القيمة المدورة إلى $1m^3$ لهذا الحجم .

نضع العدد V هو حجم الطاحونة .

لدينا : $R = 3$ و $h = 5$. و $V = \dfrac{4\pi R^2 \times h}{3}$.

و بالتالي : $V = \dfrac{4\pi (3)^2 \times 5}{3} = \dfrac{180\pi}{3} = 60\pi$.

و بالتالي : $V = 60\pi = 60 \times 3.14 \approx 188.4$.

ينتج أن : حجم الطاحونة بالقيمة المدورة إلى $1m^3$ هو $188m^3$.

الجزء الثاني :

1 - التعبير بدلالة x عن مساحة المثلث OMN .

○ لدينا : OH هو ارتفاع متعلق بالضلع $[MN]$.

OH هو نصف طول ضلع المربع $ABCD$. أي : $6m$.

مساحة المثلث: OMN . هي: $3x = \dfrac{x \times 6}{2} = \dfrac{MN \times OH}{2}$.

ينتج أن : مساحة المثلث بدلالة x هي: $3x$.

○ استنتاج أن مساحة أجنحة مروحة الطاحونة هي: $144-12x$.

نضع العدد S_2 هي مساحة الأجنحة . و نضع العدد S هي مساحة المربع . و نضع العدد S_1 هي مساحة المثلث OMN .

لدينا: مساحة المربع هي: مجموع (أربع مرّات مساحة المثلث OMN و مساحة أجنحة مروحة الطاحونة) .

أي : $S=4\times S_1+S_2$. و بالتالي:

مساحة الأجنحة هي : مساحة المربع مطروح منها أربع مرات مساحة المثلث OMN .

أي : $S_2=S-4\times 3x$.

و بالتالي: $S_2=(12)^2-4\times 3x$. و بالتالي: $S_2=144-12x$.

ينتج أن : مساحة أجنحة مروحة الطاحونة هي: $144-12x$.

2 - تعيين قيمة x التي من أجلها تكون المساحة مساوية $36m^2$.

لدينا : $144-12x=36$. و بالتالي : $12x=144-36$.

و بالتالي : $12x=108$. و بالتالي : $x=\dfrac{108}{12}=9m$.

ينتج أن : تكون المساحة مساوية $36m^2$ من أجل: $x=9m$.

3 - أحسب OM .

○ لدينا : المثلث OMN متساوي الساقين في O .

إذن : $[OH]$ هو ارتفاع و متوسط . H هي منتصف $[MN]$.

إذن : $HM=\dfrac{9}{2}=4.5m$.

○ المثلث OMH قائم في H . يمكن استعمال نظرية فيثاغورث :

$OM^2=HM^2+HO^2$. و بالتالي: $OM^2=(4.5)^2+(6)^2$.

و بالتالي: $OM^2=20.25+36=56.25$.

و بالتالي: $OM=\sqrt{56.25}$. و بالتالي: $OM=7.5m$.

ينتج أن : $OM=7.5m$.

4 - بيان أن محيط الأجنحة هو $72m$.

نضع العدد P هو محيط أجنجو مروحة الطاحونة .

لدينا : $P=8\times OM+8\times MD$. أي :
محيط الأجنحة هو مجموع 8 مرات الطول OM و 8 مرات الطول MD .

○ لدينا: $MD=\dfrac{AD-MN}{2}$.

و بالتالي: $MD=\dfrac{12-9}{2}=\dfrac{3}{2}=1.5m$.

إذن : $MD=1.5m$. و لدينا : $OM=7.5m$.

● محيط الأجنحة هو : $P=8\times OM+8\times MD$.

و بالتالي : $P=8\times 7.5+8\times 1.5$. و بالتالي : $P=60+12$.

إذن : $P=72m$.

ينتج أن : محيط أجنحة مروحة الطاحونة هو $72m$.

الجزء الثالث :

1 - حساب محيط الأجنحة في هذا المجسم .

لدينا : الطول في المجسم هو الطول في الحقيقة مضروب في السلم .

نضع العدد P' هو محيط الأجنحة في المجسم بتصغير $1/20$.

و لدينا : P هو محيط الأجنحة في الحقيقة $P=72m$.

لدينا : $P'=P\times\dfrac{1}{20}$. و بالتالي : $P'=72\times\dfrac{1}{20}$.

و بالتالي : $P'=\dfrac{72}{20}=3.6$. إذن : $P'=3.6m$.

ينتج أن : محيط الأجنحة في هذا المجسم هو $3.6m$.

2 - حساب مساحة الأجنحة في هذا المجسم .

لدينا : مساحة الأجنحة في المجسم هي المساحة في الحقيقة مضروبة في مربع السلم .

نضع العدد S' هو محيط الأجنحة في المجسم بتصغير $1/20$.

و لدينا : S_2 هي مساحة الأجنحة في الحقيقة $S_2=36m^2$.

لدينا : $S'=S_2\times\left(\dfrac{1}{20}\right)^2$. و بالتالي : $S'=36\times\left(\dfrac{1}{20}\right)^2$.

و بالتالي : $S' = 36 \times \frac{1}{400} = \frac{36}{400} = 0.09m^2$. إذن : $S' = 0.09m^2$.

أي : $S' = 9dm^2$

ينتج أن : مساحة أجنحة المروحة في هذا المجسم هو $0.09m^2$.

3 - حساب حجم المجسم ، باستعمال نتيجة السؤال 3 من الجزء الأول) . و أعطاء الإجابة بالمتر مكعب (m^3) . وبالتدوير إلى الجزء من الألف .

لدينا : حجم المجسم هو حجم الطاحونة في الحقيقة مضروبة في مكعب السلم .

نضع العدد V' هو محيط الأجنحة في المجسم بتصغير $1/20$.

و لدينا : V هو حجم الطاحونة في الحقيقة $V = 188m^3$.

لدينا : $V' = V \times \left(\frac{1}{20}\right)^3$. و بالتالي : $V' = 188 \times \left(\frac{1}{20}\right)^3$.

و بالتالي : $V' = 188 \times \frac{1}{8000} = \frac{188}{8000} = 0.0235m^3$. إذن :

$V' = 0.0235m^3$.

ينتج أن :

حجم الطاحونة في هذا المجسم (مدور إلى الجزء من ألف) هو $0.024m^3$.

الموضوع العاشر 10 الحلول

التمرين الأول

1 - عدد الأقلام التي يمكن لحسام أن يضعها في كل علبة هو قاسم مشترك لكل من العددين 161 و 133 .

● حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 161 و 133 .

باستعمال خوارزمية إقليدس نجد :

$161 = 133 \times 1 + 28$.

$133 = 28 \times 4 + 21$.

$28 = 21 \times 1 + 7$.

$21 = 7 \times 3 + 0$.

ينتج أن : القاسم المشترك للعددين 161 و 133 هو 7 .

أي: $p\gcd(161;133) = 7$.

ينتج أن :

أكبر عدد من الأقلام التي يمكن لحسام أن يضعها في كل علبة هو 7 .

2 - عدد العلب التي تحصل حسام عليها من كل لون .

لدينا : $161 = 23 \times 7$. أي : (23 علبة من الأقلام الحمراء) .

$133 = 19 \times 7$. أي : (19 علبة من الأقلام الخضراء) .

ينتج أن :

تحصل حسام على :

23 علبة من الأقلام الحمراء و 19 علبة من الأقلام الخضراء .

التمرين الثاني

اشترى كل من عمر و علي أقلاما و كراريس . حيث :

اشترى عمر 5 أقلام و 3 كراريس بثمن 135 دج و اشترى علي 3 أقلام و 9 كراريس بثمن 225 دج .

1 - حساب ثمن القلم الواحد و ثمن الكراس الواحد

نضع العدد x هو ثمن القلم الواحد و العدد y هو ثمن الكراس الواحد .

لدينا : $5x + 3y = 135$ و $3x + 9y = 225$.

○ لحساب ثمن القلم الواحد و ثمن الكراس الواحد يتطلب حل الجملة التالية:

$$\begin{cases} 5x + 3y = 135 \\ 3x + 9y = 225 \end{cases}$$

. نحل الجملة بطريقة الجمع .

يمكن كتابة الجملة على الشكل: $\begin{cases} -3(5x+3y)=-3\times 135 \\ 3x+9y=225 \end{cases}$.

أي: $\begin{cases} -15x-9y=-405 \\ 3x+9y=225 \end{cases}$. نجمع طرفا لطرف المعادلتين فنتحصل على المعادلة ذات المجهول الواحد x التالية : $3x-15x+9y-9y=225-405$.

و بالتالي : $-12x=-180$. و بالتالي: $x=\dfrac{180}{12}$. إذن: $x=15DA$.

نعوض x بالعدد 15 في المعادلة الأولى: $5x+3y=135$.

فنتحصل على المعادلة ذات المجهول الواحد y التالية :

$5(15)+3y=135$. و بالتالي: $75+3y=135$.

و بالتالي: $3y=135-75$. و بالتالي: $3y=60$.

و بالتالي: $y=\dfrac{60}{3}$. إذن : $y=20DA$.

ينتج أن : ثمن القلم الواحد هو 15 دج و ثمن الكراس الواحد هو 20 دج .

2 - التحقق من النتيجة كتابيا .

لدينا : $\begin{cases} 5x+3y=135 \\ 3x+9y=225 \end{cases}$. نعوض كل من العددين x و y بالعددين 15 و 20 على الترتيب في الجملة .

$$\begin{cases} 5(15)+3(20)=75+60=135 \\ 3(15)+9(20)=45+180=225 \end{cases}.$$

كل من المساواتين صحيحة .

التمرين الثالث

f و g دالتان معرفتان كما يلي :

$f(x)=2.25x+3$ و $g(x)=3x+2.25$.

1 - التحقق من أن كل من f و g دالة تآلفية .

لدينا : صورة كل عدد x بالدالتين f و g من الشكل: $ax+b$.

ينتج أن : كل من f و g دالة تآلفية .

2 ـ تعيين معاملي كل منهما .

- معاملا الدالة f هما 2.25 و 3 . أي: $a = 2.25$ و $b = 3$.
- معاملا الدالة g هما 3 و 2.25 . أي: $a = 3$ و $b = 2.25$.

3 ـ إيجاد العدد x .

العدد x الذي يحقق $f(x) = g(x)$ هو حل المعادلة : $f(x) = g(x)$.

لدينا : $f(x) = g(x)$ يعني : $2.25x + 3 = 3x + 2.25$.

و بالتالي: $3x - 2.25x = 3 - 2.25$.

و بالتالي: $0.75x = 0.75$. و بالتالي: $x = \dfrac{0.75}{0.75}$.

إذن : $x = 1$.

ينتج أن : العدد x الذي يحقق $f(x) = g(x)$ هو العدد 1 .

أي: $f(1) = g(1)$.

4 ـ أ ـ العدد x المحصل عليه في السؤال 3

بما أن $f(1) = g(1)$ فإن النقطة $A(1; f(1))$ من (d_1) تنطبق على النقطة $B(1; g(1))$ من (d_2) .

العدد 1 يمثل فاصلة نقطة تقاطع المستقيمين (d_1) و (d_2) .

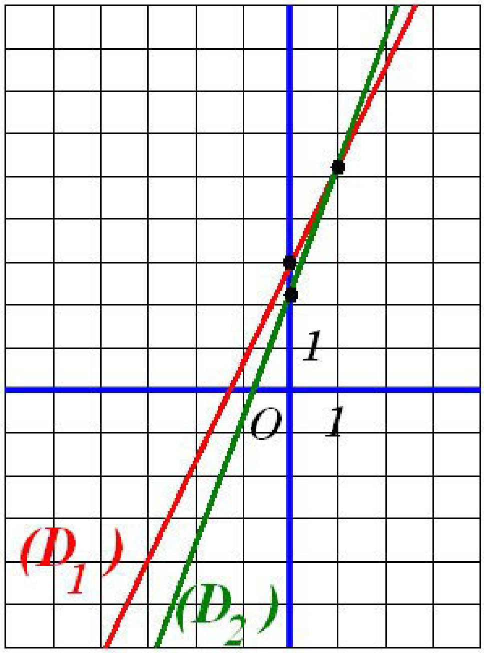
ب ـ رسم المستقيمين (d_1) و (d_2) .

لدينا : $f(1) = 5.25$.

$f(0) = 3$.

و لدينا : $g(1) = 5.25$.

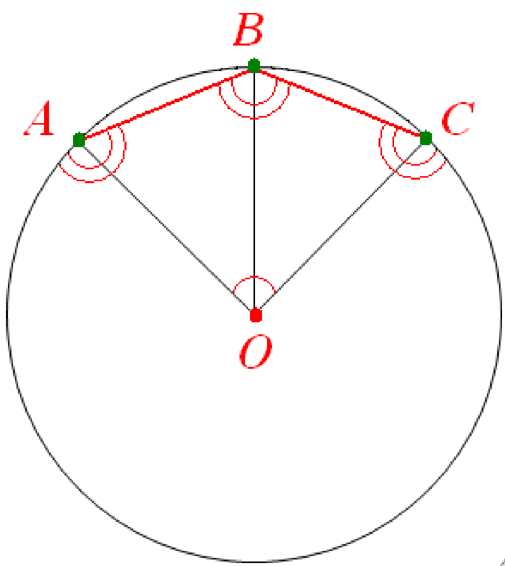
$g(0) = 2.25$.



التمرين الرابع

إنشاء ثماني منتظم طول ضلعه $2cm$.

نرسم باليد الحرة الثماني المنتظم المطلوب الحصول عليه .



لدينا: قيس الزاوية المركزية $\widehat{AOB}$.

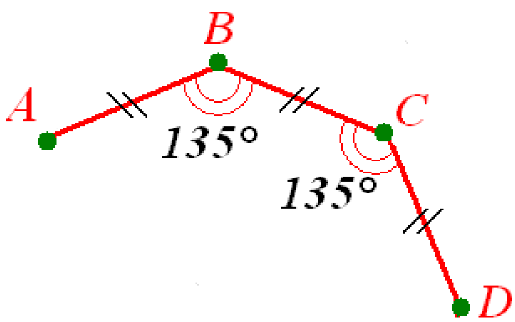
هو: $\dfrac{380°}{8}$. أي : $45°$.

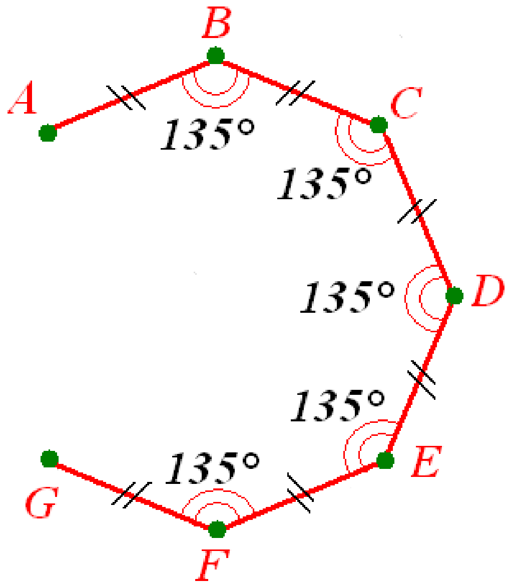
و لدينا: $\widehat{ABC} = 2\widehat{ABO}$ و

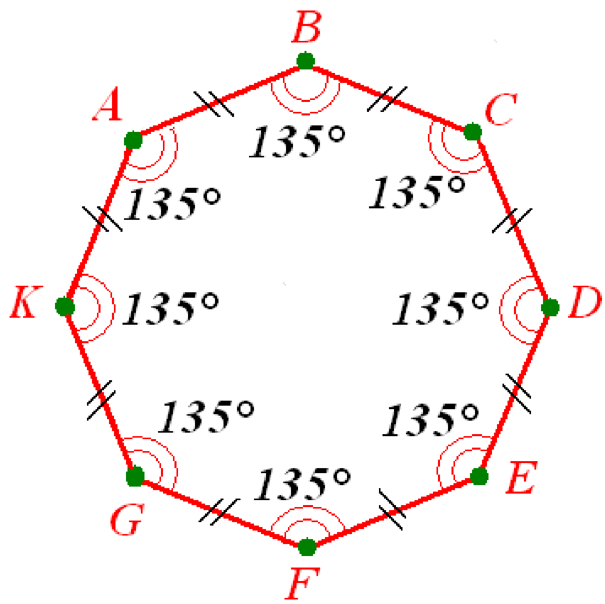
$\widehat{ABO} + \widehat{OAB} = 2\widehat{ABO} = 180° - 45°$.

إذن : قيس الزاوية $\widehat{ABC}$ هو: $(180° - 45°)$. أي: $135°$.

و بالتالي ننشئ الضلع $[AB]$ ثم نحول A إلى C بالدوران الذي مركزه B و زاويته $135°$ و نواصل باستعمال الدوران الذي مركزه C . ... و هكذا .







المسألة

الجزء الأول :

1 ـ أ ـ حصر العدد x .

النقطة M نقطة من القطعة $[AC]$ إذن: M يمكن أن تذهب من A إلى C . إذن:

$0 \leq x \leq 5$.

ب ـ كتابة الطول: CM بدلالة x .

$CM = CA - AM$. إذن: $CM = 5 - x$.

ج ـ برهنة أن: $MN = 4 - 0.8x$.

M نقطة من $[CA]$، N نقطة من $[CB]$ و حامل $[MN]$ موازي لحامل $[AB]$.

ففي المثلث ABC ، يمكن تطبيق نظرية طالس: $\dfrac{CN}{CB}=\dfrac{MN}{AB}=\dfrac{CM}{CA}$. نستعمل

المساواة: $\dfrac{MN}{AB}=\dfrac{CM}{CA}$.

نجد: $\dfrac{MN}{4}=\dfrac{5-x}{5}$. أي: $4(5-x)=5\times MN$.

$MN=\dfrac{4(5-x)}{5}$. و بالتالي: $MN=\dfrac{20-4x}{5}$.

و بالتالي: $MN=\dfrac{20}{5}-\dfrac{4x}{5}$. و بالتالي: $MN=4-0.8x$.

ينتج أن: $MN=4-0.8x$.

2 - حساب بدلالة x، مساحة شبه المنحرف $ABNM$.

نضع العدد S هو مساحة شبه المنحرف . و نضع العدد h هو الإرتفاع و نضع العدد b هو القاعدة الكبرى و نضع العدد b' هو القاعدة الصغرى .

لدينا: $S=\dfrac{h(b+b')}{2}$. و بالتالي: $S=\dfrac{AM(AB+MN)}{2}$.

و بالتالي: $S=\dfrac{[4+(4-0.8x)]x}{2}$. و بالتالي: $S=\dfrac{[8-0.8x]x}{2}$. و

بالتالي: $S=\dfrac{8x-0.8x^2}{2}$.

إذن: $S=4x-0.4x^2$.

ينتج أن:

مساحة شبه المنحرف $ABNM$ بدلالة x هي: $S=4x-0.4x^2$.

الجزء الثاني :

1 - حساب حجم الصهريج بالمتر المكعب .

نضع العدد V هو حجم الصهريج (موشور) . و نضع العدد H هو الإرتفاع و نضع العدد S' هو مساحة القاعدة .
لدينا: حجم الموشور هو مساحة القاعدة مضروبة في الإرتفاع مقسومة على اثنين . أي:
$V = \frac{S' \times H}{2}$. أي: $V = \frac{(AB \times BE) \times AC}{2}$. و بالتالي:
$V = \frac{(4 \times 10) \times 5}{2}$. و بالتالي: $V = \frac{40 \times 5}{2} = \frac{200}{2} = 100$. إذن:
$V = 100m^3$. ينتج أن: حجم الصهريج بالمتر المكعب هو $V = 100m^3$.

2 - برهنة أن : الحجم $V(x)$ مساو لـ: $4x(10-x)$.
نضع العدد S'' هو مساحة $QMNB$.
لدينا: $V(x) = QMNB \times BE$.
و بالتالي: $V(x) = (4x - 0.4x^2) \times 10$. و بالتالي:
$V(x) = 40x - 4x^2$. و بالتالي: $V(x) = 4x(10-x)$.
ينتج أن: $V(x) = 4x(10-x)$.

3 - أ - حساب حجم الماء الموجود في الصهريج عندما يملأ إلى نصف إرتفاعه .
لدينا: نصف الإرتفاع هو $\frac{AC}{2}$. و بالتالي: $\frac{AC}{2} = \frac{5}{2}$.
إذن: $\frac{AC}{2} = 2.5m$.
لدينا: $V(2.5) = 4(2.5)(10-2.5)$. و بالتالي: $V(2.5) = 10 \times 7.5$. و
بالتالي: $V(2.5) = 75m^3$.
ينتج أن: حجم الماء الموجود في الصهريج هو $75m^3$.

ب - إعادة رسم الجدول و تكملته .

x	1	1.4	1.5	1.6	2
$V(x) = 4x(10-x)$	36	48.16	51	53.76	64

ج - استنتاج الإرتفاع بالتقريب إلى 0.1 للماء عندما يملأ الصهريج إلى غاية نصفه .

لدينا: سعة الصهريج الكلية هي $100m^3$ (متر مكعب) ، نصف هذه السعة هو $\frac{1}{2}\times 100$

. أي: $50m^3$ (متر مكعب) .

$51 \prec 50 \prec 48.16$. إذن: $1.5 \prec x \prec 1.4$.

ينتج أن:

ارتفاع الماء في الصهريج يقع بين $1.4m^3$ و $1.5m^3$. عندما يملأ الصهريج لغاية نصفه.

الموضوع الحادي عشر 11 الحلول

التمرين الأول (الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة)

1 ـ تعيين الكسر غير القابل للاختزال المساوي A في كل حالة من الحالات التالية :

- لما: $n=8$. لدينا: $A=\frac{n+9}{n-3}$ و بالتالي: $A=\frac{8+9}{8-3}$.

أي: $A=\frac{17}{5}$. إذن: $A=\frac{17}{5}$.

- لما: $n=16$. لدينا: $A=\frac{n+9}{n-3}$ و بالتالي $A=\frac{16+9}{16-3}$.

أي: $A=\frac{25}{13}$. إذن: $A=\frac{25}{13}$.

- لما: $n=27$. لدينا: $A=\frac{n+9}{n-3}$ و بالتالي: $A=\frac{27+9}{27-3}$.

أي: $A=\frac{36}{24}$. إذن: $A=\frac{3}{2}$.

2 ـ إثبات أن: $A=1+\frac{12}{n-3}$.

$A=\frac{n+9}{n-3}=\frac{n-3+12}{n-3}$. و بالتالي: $A=\frac{n-3}{n-3}+\frac{12}{n-3}$.

إذن: $A=1+\frac{12}{n-3}$.

3 ـ استنتاج قيم n التي يكون من أجلها A عددا طبيعيا .

يكون العدد A عدد طبيعيا إذا كان $n-3$ يقسم 12. أي: $n-3$ يساوي 1 أو 3 أو 4 أو 6 أو 12 .

و بالتالي: $n=4$ أو $n=6$ أو $n=7$ أو $n=9$ أو $n=15$.

التمرين الثاني (الجذور التربيعية)

1 - كتابة على الشكل $a\sqrt{b}$ الأعداد التالية: $\sqrt{12}$ ؛ $\sqrt{18}$ ؛ $\sqrt{48}$ ؛ $\sqrt{108}$.

- $\sqrt{12}$. يعني: $\sqrt{12}=\sqrt{4\times3}=\sqrt{2^2\times3}=\sqrt{2^2}\times\sqrt{3}=2\sqrt{3}$.

إذن: $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$.

- $\sqrt{18}$. يعني: : $\sqrt{18}=\sqrt{9\times2}=\sqrt{3^2\times2}=\sqrt{3^2}\times\sqrt{2}=3\sqrt{2}$.

إذن: $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$.

- $\sqrt{48}$. يعني: : $\sqrt{48}=\sqrt{16\times3}=\sqrt{4^2\times3}=\sqrt{4^2}\times\sqrt{3}=4\sqrt{3}$

.

إذن: $\sqrt{48}=4\sqrt{3}$.

- $\sqrt{108}$. يعني: :

$\sqrt{108}=\sqrt{36\times3}=\sqrt{6^2\times3}=\sqrt{6^2}\times\sqrt{3}=6\sqrt{3}$.

إذن: $\sqrt{108}=6\sqrt{3}$.

2 - تبسيط العبارة التالية: $A=\sqrt{48}-\sqrt{12}+\sqrt{108}$.

يعني: $A=4\sqrt{3}-2\sqrt{3}+6\sqrt{3}$. إذن: $A=8\sqrt{3}$.

التمرين الثالث (المعالم)

1 - تحديد طبيعة المثلث ABC .

لدينا: $A(6;-1)$ ؛ $B(2;3)$ و $C(2;-5)$.

- لدينا: $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$.

و بالتالي: $AB=\sqrt{(2-6)^2+(3+1)^2}$. و بالتالي:

$AB=\sqrt{(-4)^2+(4)^2}$. و بالتالي:

$AB=\sqrt{16+16}=\sqrt{16\times2}=\sqrt{4^2\times2}=4\sqrt{2}$.

ينتج أن: $AB=4\sqrt{2}$.

• لدينا: $AC=\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}$.

و بالتالي: $AC=\sqrt{(2-6)^2+(-5-(-1))^2}$. و بالتالي:

$AC=\sqrt{(-4)^2+(-4)^2}$. و بالتالي:

$AC=\sqrt{16+16}=\sqrt{16\times 2}=\sqrt{4^2\times 2}=4\sqrt{2}$.

ينتج أن: $AC=4\sqrt{2}$.

• لدينا: $BC=\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}$.

و بالتالي: $BC=\sqrt{(2-2)^2+(-5-3)^2}$. و بالتالي:

$BC=\sqrt{(0)^2+(-8)^2}$. و بالتالي: $BC=\sqrt{0+64}=\sqrt{8^2}=8$.

ينتج أن: $BC=8$.

نلاحظ أن: $AB=AC=4\sqrt{2}$. إذن المثلث ABC متساوي الساقين .

• لدينا: $AB=4\sqrt{2}$. إذن: $AB^2=\left(4\sqrt{2}\right)^2$. $AB^2=32$.

و $AC=4\sqrt{2}$. إذن: $AC^2=32$.

و $BC=8$. إذن: $BC^2=8^2$. $BC^2=64$.

لدينا: $BC^2=AB^2+AC^2$. و بالتالي: $64=32+32$.

و بالتالي: المثلث ABC قائم في A .

ينتج أن: المثلث ABC قائم في A و متساوي الساقين .

2 - حساب مساحة المثلث ABC . وحدة الطول هي $1cm$.

نضع العدد S هو مساحة المثلث ABC .

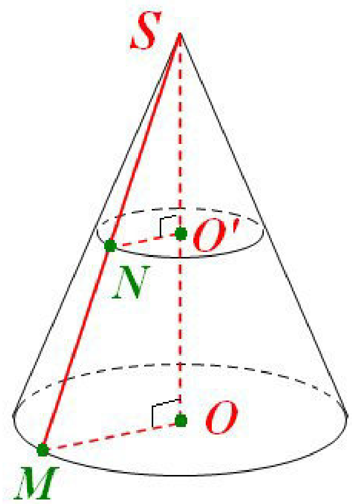
المثلث ABC قائم في A إذن مساحته هي: $S=\frac{1}{2}AB\times AC$.

و بالتالي: $S=\frac{1}{2}4\sqrt{2}\times 4\sqrt{2}$. و بالتالي: $S=\frac{16\times 2}{2}=16cm^2$.

إذن: $S=16cm^2$.

ينتج أن: مساحة المثلث ABC هي: $16cm^2$.

التمرين الرابع (الهندسة في الفضاء ـ الكرة ـ الجلة و المقاطع المستوية)



1 - حساب نصف قطر المقطع الناتج .

نضع S رأس المخروط ،

N و M نقطتان من نفس المولد .

لدينا: المثلث $SO'N$ قائم في O'

و المثلث SOM قائم في O .

المثلثان: $SO'N$ و SOM في وضعية طالس .

إذن: $\dfrac{O'N}{OM}=\dfrac{SO'}{SO}$. نعلم أن: $SO=4$ و $OM=1.5$ و $OO'=1$.

إذن: $SO'=SO-OO'$. و بالتالي: $SO'=4-1$. إذن: $SO'=3$.

نعوض في: $\dfrac{O'N}{OM}=\dfrac{SO'}{SO}$ نجد: $\dfrac{O'N}{1.5}=\dfrac{3}{4}$. و بالتالي:

$4\times O'N=3\times1.5$. و بالتالي: $O'N=\dfrac{3\times1.5}{4}$.

و بالتالي: $O'N=\dfrac{4.5}{4}=1.125$.

ينتج أن:

نصف قطر المقطع الناتج $O'N=1.13cm$. بتقريب $1/100$.

2 - حساب نسبة حجم المخروط العلوي على حجم المخروط الكبير .

نضع العدد V هو حجم المخروط العلوي و نضع العدد V' حجم المخروط الكبير .

لديناً: $\dfrac{V}{V'}=\left(\dfrac{O'N}{OM}\right)^3$. بما أن: $\dfrac{3}{4}=\dfrac{SO'}{SO}=\dfrac{O'N}{OM}$.

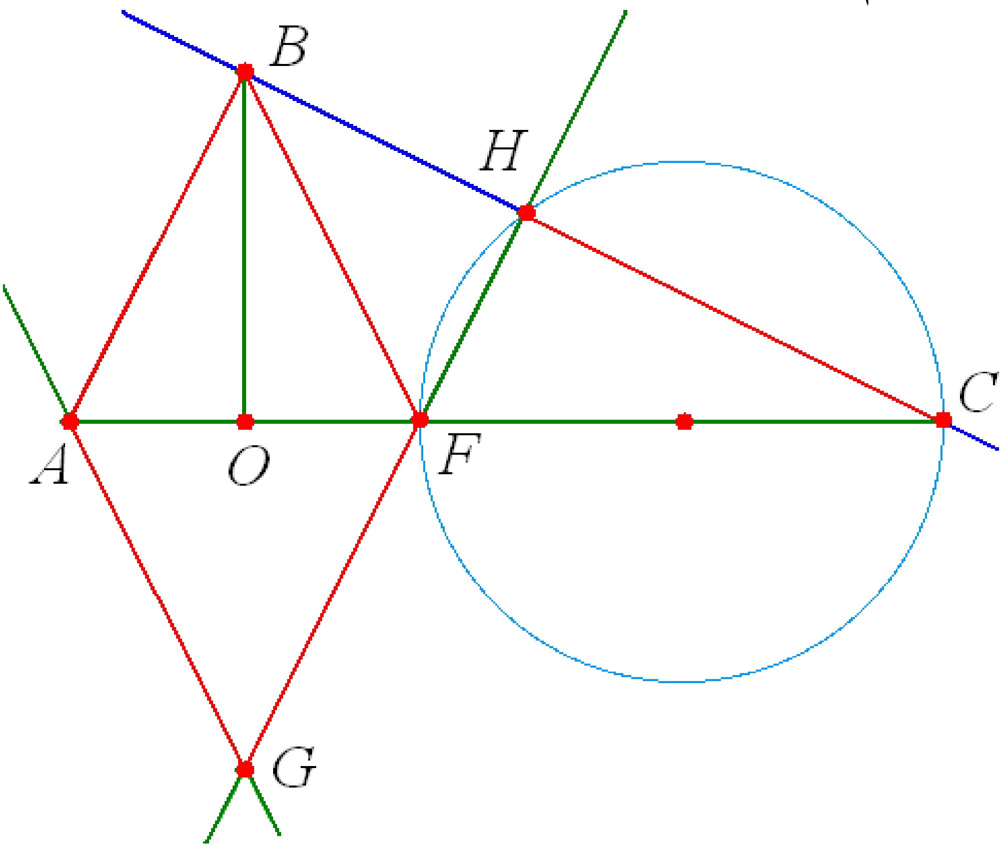
فإن: $\frac{V}{V'}=\left(\frac{O'N}{OM}\right)^3=\left(\frac{3}{4}\right)^3$. إذن: $\frac{V}{V'}=\frac{(3)^3}{(4)^3}=\frac{27}{64}$.

ينتج أن:

نسبة حجم المخروط العلوي على حجم المخروط الكبيرهي $\frac{27}{64}$.

المسألة

1 - إعادة رسم الشكل بالأبعاد الحقيقة :



2 - إثبات أن: $AB=3\sqrt{5}$ و أن: $BC=6\sqrt{5}$.

- إثبات أن: $AB=3\sqrt{5}$.

المستقيمان (BO) و (AC) متعامدان ، إذن المثلث AOB قائم في O .

فباستعمال نظرية فيثاغورث نجد :

$AB^2=AO^2+OB^2$. و بالتالي: $AB^2=3^2+6^2$.

و بالتالي: $AB^2=9+36$. و بالتالي: $AB^2=45$. أي:

$AB=\sqrt{45}$. و بالتالي: $AB=\sqrt{45}$. أو $AB=-\sqrt{45}$.

AB هو طول . و الطول عدد موجب . إذن: $AB=\sqrt{45}$. و بالتالي:
$AB=\sqrt{9\times 5}$. و بالتالي: $AB=\sqrt{3^2\times 5}$.
و بالتالي: $AB=3\sqrt{5}$.
ينتج أن: $AB=3\sqrt{5}cm$.

● إثبات أن: $BC=6\sqrt{5}$.
المثلث BOC قائم فباستعمال نظرية فيثاغورث نجد :
$BC^2=OC^2+OB^2$. و بالتالي: $BC^2=(15-3)^2+6^2$.
$BC^2=(12)^2+6^2$. و بالتالي: $BC^2=144+36$.
و بالتالي: $BC^2=180$. أي: $BC=\sqrt{180}$. و بالتالي:
$BC=\sqrt{36\times 5}$. و بالتالي: $BC=\sqrt{6^2\times 5}$. و بالتالي:
$BC=6\sqrt{5}$. إذن: $BC=6\sqrt{5}$ و إما: $BC=-6\sqrt{5}$.
بما أن: BC طول . و الطول عدد موجب . فإن : $BC=6\sqrt{5}$.
ينتج أن: $BC=6\sqrt{5}cm$.

3 - برهنة أن : المستقيمين (AB) و (BC) متعامدان .
لدينا: حسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث ، إذا كان:
$AC^2=BA^2+BC^2$. فإن: المثلث ABC يكون قائما في B . ويكون بذلك المستقيمين (AB) و (BC) متعامدان .
لدينا: $AC^2=15^2$. إذن: $AC^2=225$.
و لدينا: $BA^2+BC^2=\left(3\sqrt{5}\right)^2+\left(6\sqrt{5}\right)^2$.
و بالتالي: $BA^2+BC^2=\left(3^2\times\left(\sqrt{5}^2\right)\right)+\left(6^2\times\sqrt{5}^2\right)$.
و بالتالي: $BA^2+BC^2=(9\times 5)+(36\times 5)$.
و بالتالي: $BA^2+BC^2=(45)+(180)$.

إذن: $BA^2+BC^2=225$.

و بالتالي: تحقق أن: $AC^2=BA^2+BC^2$ يعني أن: المثلث ABC يكون قائما في B .

ينتج أن: المستقيمين (AB) و (BC) متعامدان .

4 ـ أ ـ إنشاء الدائرة (C) التي قطرها $[FC]$ والتي تقطع المستقيم (BC) في H . (أنظر الرسم أعلاه) .

ب ـ برهنة أن المثلث FHC قائم .

لدينا: H نقطة من الدائرة ، و $[FC]$ قطرها .

- إذا كان المثلث محاط بدائرة و كان أحد أضلاعه قطر لهذه الدائرة ، كان هذا المثلث قائما .

الدائرة (C) تحيط بالمثلث FHC والضلع $[FC]$ قطر لها ، فهذا المثلث قائم وهذا القطر هو وتر له . أي أنه قائم في H .

ينتج أن: المثلث FHC قائم .

ج ـ برهنة أن المستقيمين (AB) و (FH) متوازيان .

لدينا: المستقيم (AB) عمودي على (BC) ، حسب السؤال 3 .

و لدينا: المستقيم (FH) عمودي على المستقيم (BC) ، حسب السؤال السابق الذي يذكر أن المثلث FHC قائم في H .

المستقيمان (AB) و (FH) عموديان على نفس المستقيم (BC) ، فهما متوازيان .

ينتج أن: المستقيمين (AB) و (FH) متوازيان .

د ـ حساب الطول CF ثمّ CH .

- حساب الطول CF .

لدينا: $AC=15$. و لدينا: $AF=AO+OF=3+3=6$.

ولدينا: $CF=AC-AF$. و بالتالي: $CF=15-6=9$.

ينتج أن: الطول CF هو $9cm$.

- حساب الطول CH .

لدينا: في المثلث ABC ، المستقيم (AB) يوازي (FH) ، النقطة H من $[BC]$ و النقطة F من القطعة $[AC]$. فيمكن استعمال نظرية طالس:

لدينا: $\frac{CF}{CA}=\frac{CH}{CB}$. و بالتالي: $\frac{9}{15}=\frac{CH}{6\sqrt{5}}$. و بالتالي:

$15\times CH=9\times 6\sqrt{5}$. و بالتالي: $15\times CH=54\sqrt{5}$.

و بالتالي: $\frac{9\times 6\sqrt{5}}{15}=\frac{15CH}{15}$. و بالتالي: $CH=\frac{3\times 3\times 6\sqrt{5}}{3\times 5}$.

و بالتالي: $CH=\frac{3\times 6\sqrt{5}}{5}$. إذن: $CH=\frac{18\sqrt{5}}{5}$.

ينتج أن: الطول CH. هو $\frac{18\sqrt{5}}{5}cm$.

5 - برهنة أن المثلث BAF متساوي الساقين .

لدينا: المستقيم (BO) يعامد $[AF]$ من الفرضيات .

ويمر من منتصف القطعة $[AF]$.

إذن : (BO) محور القطعة $[AF]$.

كل نقاط هذا المحور متساوية البعد عن طرفي القطعة $[AF]$. B من هذا المحور فيكون $BA=BF$.

ينتج أن: المثلث BAF متساوي الساقين .

6 - **أ** - رسم من A الموازي للمستقيم (BF) ، والذي يقطع (HF) في G (أنظر الرسم أعلاه) .

ب - برهنة أن : الرباعي $ABFG$ معيّن ، ثم أيجاد محيطه .

لدينا: من الرسم والفرضيات ، المستقيمان (AB) و (FG) متوازيان وكذا المستقيمان (BF) و (BF).

فينتج أن: الرباعي $ABFG$ متوازي أضلاع .

من جهة أخرى ومن السؤال السابق لدينا : $BA=BF$.

فينتج من ذلك أن : الرباعي $ABFG$ معين .

● إيجاد محيط الرباعي $ABFG$.

نضع العدد P هو محيط المعين .

لدينا: $P = 4 \times AB$. و بالتالي: $P = 4 \times 3\sqrt{5}$. و بالتالي: $P = 12\sqrt{5}$

. ينتج أن: محيط الررباعي $ABFG$ هو $12\sqrt{5}cm$.

7 - بيان أن المثلث OBC له نفس مساحة المعيّن $ABFG$.

نضع العدد S_1 هو مساحة المثلث OBC . و نضع العدد S_2 هو مساحة المعين $ABFG$.

● حساب مساحة المثلث OBC .

لدينا: $S_1 = \dfrac{OC \times OB}{2}$. و بالتالي: $S_1 = \dfrac{12 \times 6}{2} = 36$.

إذن: مساحة المثلث OBC هي $36cm^2$.

● حساب مساحة المعين $ABFG$.

لدينا: $S_2 = \dfrac{2OB \times AF}{2}$. و بالتالي: $S_2 = \dfrac{2 \times 6 \times 6}{2} = 36$.

إذن: مساحة المعين $ABFG$ هي $36cm^2$.

ينتج أن: المثلث OBC له نفس مساحة المعيّن $ABFG$.

الموضوع الثاني عشر 12 — الحلول

التمرين الأول (الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة)

كتابة على شكل كسر وبأبسط شكل ممكن العبارتين A و B .

• لدينا: $A=\dfrac{1+\dfrac{1}{2}}{\dfrac{1}{4}-3}$. و بالتالي: $A=\dfrac{\dfrac{2}{2}+\dfrac{1}{2}}{\dfrac{1}{4}-\dfrac{12}{4}}$.

و بالتالي: $A=\dfrac{\dfrac{3}{2}}{\dfrac{-11}{4}}$. و بالتالي: $A=\dfrac{3}{2}\times\left(-\dfrac{4}{11}\right)$.

و بالتالي: $A=-\dfrac{3\times4}{2\times11}$. و بالتالي: $A=-\dfrac{3\times2\times2}{2\times11}$.

إذن: $A=-\dfrac{6}{11}$.

ينتج أن: $A=\dfrac{1+\dfrac{1}{2}}{\dfrac{1}{4}-3}$ تكتب على الشكل: $A=-\dfrac{6}{11}$.

• لدينا: $B=\dfrac{2}{3}-\dfrac{1}{4}\times6+7$. و بالتالي: $B=\dfrac{2}{3}-\dfrac{6}{4}+7$.

و بالتالي: $B=\dfrac{2}{3}-\dfrac{3}{2}+7$. و بالتالي: $B=\left(\dfrac{2}{2}\right)\dfrac{2}{3}-\left(\dfrac{3}{3}\right)\dfrac{3}{2}+\left(\dfrac{6}{6}\right)7$

و بالتالي: $B=\dfrac{4}{6}-\dfrac{9}{6}+\dfrac{42}{6}$.

و بالتالي: $B=\dfrac{42+4-9}{6}$. إذن: $B=\dfrac{37}{6}$.

سنتج أن: $B=\frac{2}{3}-\frac{1}{4}\times 6+7$ يكتب على الشكل: $B=\frac{37}{6}$.

التمرين الثاني (جمل معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين)

حساب ثمن قطعة الشكولاطة وثمن حبة الحلوى .

العدد x هو ثمن قطعة الشكولاطة . و العدد y هو ثمن حبة الحلوى .

حيث: x و y عددان موجبان و هما بالدينار .

- نشكل المعادلة الأولى: $25x+10y=102.50$.
- نشكل المعادلة الثانية: $15x+20y=82.50$.
- نشكل جملة معادلتين: $\begin{cases}25x+10y=102.50\\15x+20y=82.50\end{cases}$.
- نحل الجملة: $\begin{cases}25x+10y=102.50...(1)\\15x+20y=82.50...(2)\end{cases}$. إما بطريقة التعويض أو بطريقة الجمع .

نختار طريقة التعويض: من المعادلة (1) نجد: $10y=102.50-25x$.

أي: $y=\frac{102.50-25x}{10}$.

أي: $y=\frac{102.50}{10}-\frac{25x}{10}$. إذن: $y=10.25-2.5x$.

لدينا: $y=10.25-2.5x\ ...(3)$.

بالتعلويض في المعادلة $15x+20y=82.25...(2)$

نجد: $15x+20(10.25-2.5x)=82.50$. و بالتالي:

$15x+205-50x=82.50$. و بالتالي: $205-35x=82.50$. و بالتالي: $-35x=82.50-205$.

و بالتالي: $-35x=-122.5$. و بالتالي: $35x=122.5$.

و بالتالي: $x=\frac{122.5}{35}$.

إذن: x ḩə 3.5 .

نعوض في المعادلة: $y = 10.25 - 2.5x \ldots (3)$.

$y = 10.25 - 2.5(3.5)$. و بالتالي: $y = 10.25 - 8.75$.

إذن: y ḩə 1.5 .

ينتج أن: جملة المعادلتين تقبل حلا واحدا هو $(3.5;1.5)$.

التحقق: نعوض العددين x و y في: $\begin{cases} 25x + 10y = 102.50 \\ 15x + 20y = 82.50 \end{cases}$.

$\begin{cases} 25(3.5) + 10(1.5) = 87.5 + 15 = 102.5 \\ 15(3.5) + 20(1.5) = 52.5 + 30 = 82.5 \end{cases}$. محققة .

● نكتب الحل:

ثمن قطعة الشكولاطة هو ḩə3.50 و ثمن حبة الحلوة هو ḩə1.50 .

التمرين الثالث (الدوال التآلفية)

1 - معاملا كل من الدالتين f و g .

● معاملا الدالة f .

الدالة f معرفة كما يلي : $f(x) = 2x - 11$.

لدينا: الدالة f من الشكل: $f(x) = ax + b$.

بالمقارنة نجد: $a = 2$ و $b = -11$.

ينتج أن: معاملا الدالة f هما: 2 و -11 .

● معاملا الدالة g .

الدالة g معرفة كما يلي : $g(x) = -\dfrac{5}{2}x + 7$.

لدينا: الدالة g من الشكل: $g(x) = a'x + b'$.

بالمقارنة نجد: $a' = -\dfrac{5}{2}$ و $b' = +7$.

ينتج أن: معاملا الدالة g هما: $-\dfrac{5}{2}$ و $+7$.

2 ـ أ ـ حساب صورة العدد 0 بكل من الدالتين f و g .

● حساب صورة العدد 0 بالدالة f .

لدينا: $f(x)=2x-11$. و بالتالي: $f(0)=2(0)-11$.

إذن: $f(0)=-11$.

ينتج أن: صورة العدد 0 بالدالة f هي العدد -11 .

● حساب صورة العدد 0 بالدالة g .

لدينا: $g(x)=-\dfrac{5}{2}x+7$. و بالتالي: $g(0)=-\dfrac{5}{2}(0)+7$.

إذن: $g(0)=+7$.

ينتج أن: صورة العدد 0 بالدالة g هي العدد $+7$.

ب ـ حساب العدد الذي صورته بالدالتين f و g . على الترتيب هي العدد 0 .

● حساب العدد الذي صورته بالدالة f . هي العدد 0 .

لدينا: $f(x)=2x-11$. و بالتالي: $f(x)=2x-11=0$.

و بالتالي: $2x-11=0$. و بالتالي: $2x=11$. إذن: $x=\dfrac{11}{2}$.

ينتج أن: العدد الذي صورته بالدالة f هي 0 هو العدد $\dfrac{11}{2}$.

● حساب العدد الذي صورته بالدالة g . هي العدد 0 .

لدينا: $g(x)=-\dfrac{5}{2}x+7$. و بالتالي: $g(x)=-\dfrac{5}{2}x+7=0$.

و بالتالي: $-\dfrac{5}{2}x+7=0$. و بالتالي: $-\dfrac{5}{2}x=-7$. و بالتالي:

$\dfrac{5}{2}x=7$. و بالتالي: $\dfrac{5}{2}x=\dfrac{14}{2}$. و بالتالي: $5x=14$.

نقلها و عدّلها الأستاذ: محمد جعيجع ـ العلوم الفيزيائية و التكنولوجيا ـ المدرسة الإعدادية عمر بن الخطاب ـ حمام الضلعة ـ المسيلة ـ

إذن: $x=\frac{14}{5}$.

ينتج أن: العدد الذي صورته بالدالة g هي 0 هو العدد $\frac{14}{5}$.

3 ـ تمثيّل بيانيا الدالتين f و g في معلم متعامد و متجانس مبدؤه O .

● ليكن (d_1) هو التمثيل البياني للدالة f .

○ نبحث عن النقطة A التي يشملها (d_1) .

نضع $x=5$. فيكون: $f(5)=2(5)-11=10-11=-1$.

إذن: $A(5;-1)$.

○ نبحث عن النقطة B التي يشملها (d_1) .

نضع $x=4$. فيكون: $f(4)=2(4)-11=8-11=-3$.

إذن: $B(4;-3)$.

ينتج أن:

(d_1) التمثيل البياني للدالة لتين f يشمل النقطتين:
$A(5;-1)$ و $B(4;-3)$.

● ليكن (d_2) هو التمثيل البياني للدالة g .

○ نبحث عن النقطة C التي يشملها (d_2) .

نضع $x=2$. فيكون:

$g(2)=-\frac{5}{2}(2)+7=-\frac{10}{2}+7=-5+7=2$.

إذن: $C(2;2)$.

○ نبحث عن النقطة E التي يشملها (d_2) .

نضع $x = 4$. فيكون:

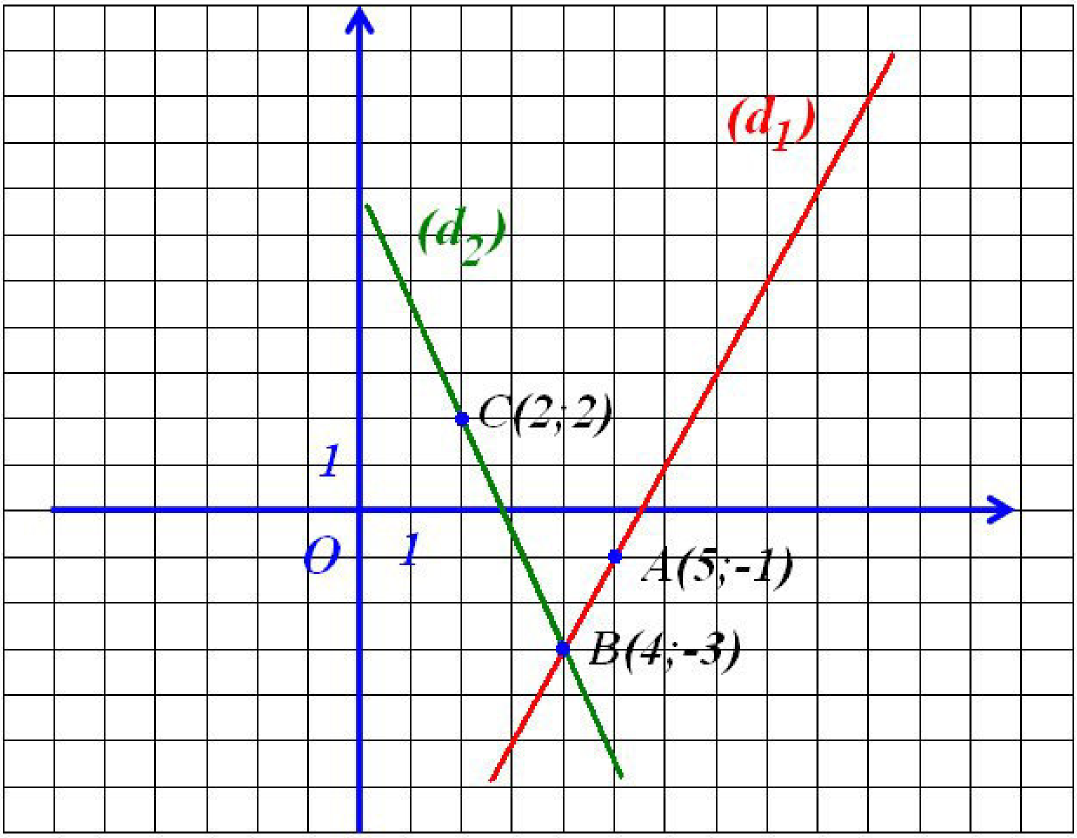
$$g(4) = -\frac{5}{2}(4) + 7 = -\frac{20}{2} + 7 = -10 + 7 = -3 \; .$$

إذن: $E(4;-3)$.

ينتج أن:

(d_2) التمثيل البياني للدالة لتين g يشمل النقطتين:
$C(2;2)$ و $E(4;-3)$.

- النقطة $B(4;-3)$ تنطبق على النقطة $E(4;-3)$ مما يدل على أن:
(d_1) و (d_2) يتقاطعان في هذه النقطة ذات الآحداثيين $(4;-3)$.
- و عليه يكون التمثيل البياني للدالتين f و g في معلم متعامد و متجانس مبدؤه O . كالآتي:



التمرين الرابع (الدوران ـ الزوايا و المضلعات المنتظمة)

1 ـ أ ـ إثبات أن: $AN = 4.5cm$.

المثلث EAN قائم في A ، فيمكن استعمال النسب المثلثية :

$$\cos\alpha = \frac{\text{طول المجاور}}{\text{طول الوتر}}$$

لدينا: $\alpha = 60°$. ($\cos 60° = \frac{1}{2}$) .

لدينا: $\cos\alpha = \frac{AN}{EN}$. و بالتالي: $\cos\alpha = \frac{AN}{9}$. و بالتالي:

$9\times\cos\alpha = AN$. و بالتالي: $AN = 9\times\frac{1}{2}$.

إذن: $AN = 4.5cm$.

ينتج أن: $[AN]$ طوله هو: $4.5cm$.

ب - حساب الطول EA (بالتدوير إلى 0.1) .

$$\sin\alpha = \frac{\text{طول المقابل}}{\text{طول الوتر}}$$

لدينا: $\alpha = 60°$. ($\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 1.732$) .

لدينا: $\sin\alpha = \frac{EA}{EN}$. و بالتالي: $\sin\alpha = \frac{EA}{9}$. و بالتالي:

$9\times\sin\alpha = EA$. و بالتالي: $EA = 9\times\frac{\sqrt{3}}{2}$.

إذن: ≈ 7.794 $EA \approx 9\times\frac{1.732}{2}$. إذن: $EA \approx 7.794cm$.

ينتج أن: $[EA]$ طوله (بالتدوير إلى 0.1) . هو: $7.8cm$.

2 - أ - حساب الطول AR .

لدينا: $AR = RN - AN$. و بالتالي: $AR = 10.6 - 4.5$.

إذن: $AR = 6.1cm$.

ينتج أن: الطول AR هو $6.1cm$.

ب - حساب TA (بالتدوير إلى 0.1) .

لدينا: في المثلث REN . $(EN)//(TA)$. و T من $[RE]$.

و A من $[RN]$. و عليه يمكن استعمال وضعية طالس :

لدينا: $\frac{TA}{EN}=\frac{RT}{RE}=\frac{RA}{RN}$. نستعمل المساواة: $\frac{TA}{EN}=\frac{RA}{RN}$.

و بالتالي: $\frac{TA}{9}=\frac{6.1}{10.6}$. و بالتالي: $10.6\times TA=6.1\times 9$.

و بالتالي: $TA=\frac{6.1\times 9}{10.6}$. و بالتالي: $TA=\frac{54.9}{10.6}$.

إذن: $TA\approx 5.1792cm$.

ينتج أن: $[TA]$ طوله (بالتدوير إلى 0.1) . هو: $5.2cm$.

ج - حساب قيس الزاوية $\widehat{ERA}$ (بالتدوير إلى الدرجة) .

لدينا: المثلث RAE قائم في A ، يمكن استعمال النسبة المثلثية :

$$\tan\widehat{ERA}=\frac{EA}{AR}\approx\frac{7.8}{6.1}\approx 1.2786$$

باستعمال الآلة الحاسبة نجد: $\widehat{ERA}\approx 51.97°$.

ينتج أن: قيس الزاوية $\widehat{ERA}$ (بالتدوير إلى الدرجة) هو $52°$.

المسألة

1 - باستعمال نظرية فيثاغورث ، عبر عن الطول BM بدلالة x .
واستنتاج أن: $MA=2-0.8x$.

- لدينا: في المثلث ABC ، (MN) يوازي (AC) .

باستعمال نظرية طالس على المثلث ، لدينا المساواة:

$\frac{MN}{AC}=\frac{BM}{BA}=\frac{BN}{BC}$. و بالتعويض نجد: $\frac{x}{2.5}=\frac{BM}{2}=\frac{BN}{BC}$.

نأخذ: $\frac{x}{2.5}=\frac{BM}{2}$.

و بالتبسيط نجد: $2\times x=2.5\times BM$. و بالتالي: $BM=\frac{2}{2.5}\times x$.

إذن: $BM=0.8x$.

و لدينا: $MA = AB - BM$. و بالتالي: $MA = 2 - 0.8x$.

2 ـ أ ـ حساب MA ارتفاع النافذة ، ثم مساحتها عندما:

يكون: $x = 0.75$. و من أجل : $x = 1.5$.

- حساب MA ارتفاع النافذة ، ثم مساحتها عندما:

يكون: $x = 0.75$.

لدينا: $MA = 2 - 0.8x$.

و بالتالي: $MA = 2 - 0.8 \times 0.75$. و بالتالي: $MA = 2 - 0.6 = 1.4$.

إذن: $MA = 1.4m$.

○ حساب مساحة النافذة: عندما يكون: $x = 0.75$.

$S_1 = 1.4x = 1.4 \times 0.75 = 1.05m^2$.

إذن مساحتها هي $1.05m^2$.

- حساب MA ارتفاع النافذة ، ثم مساحتها عندما:

يكون: $x = 1.5$.

لدينا: $MA = 2 - 0.8x$.

و بالتالي: $MA = 2 - 0.8 \times 1.5$. و بالتالي: $MA = 2 - 1.2 = 0.8$.

إذن: $MA = 0.8m$.

○ حساب مساحة النافذة: عندما يكون: $x = 1.5$.

$S_2 = 0.8x = 0.8 \times 1.5 = 1.2m^2$.

إذن مساحتها هي $1.2m^2$.

ب ـ من اجل قيمة العدد x تكون النافذة على شكل مربع .

إعطاء قيمة مضبوطة ثم المدورة إلى السنتيمتر .

- تكون النافذة مربعا عندما: $2 - 0.8x = x$ أي: $x + 0.8x = 2$ ويكون:

$1.8x = 2$. و بالتالي: $x = \dfrac{2}{1.8}$. إذن: $x = 1.11m$.

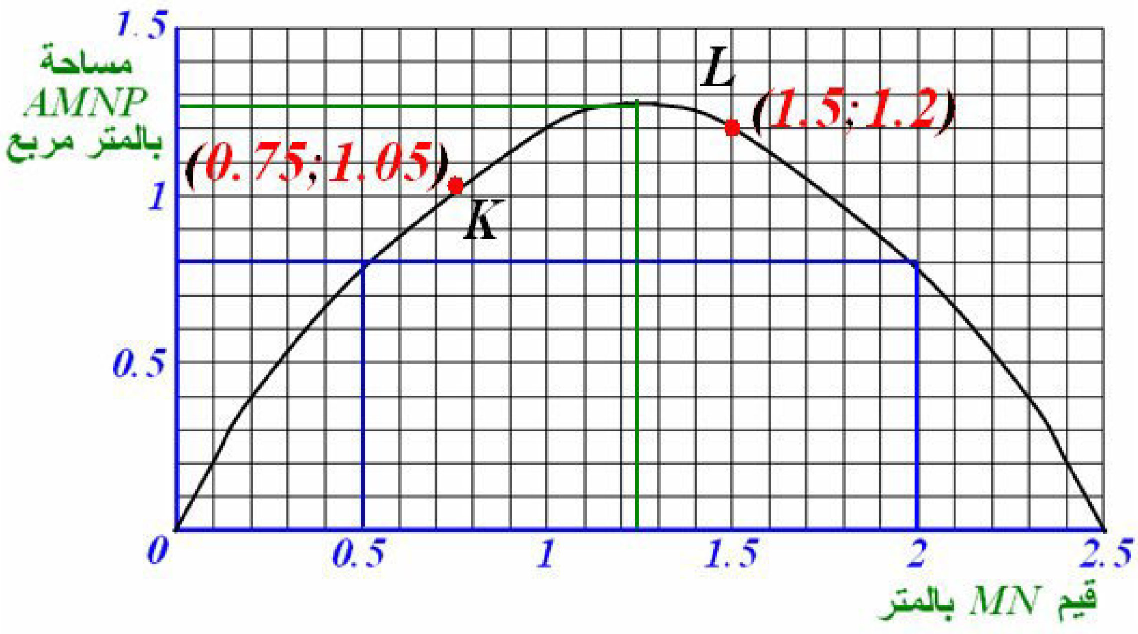
ينتج أن:

القيمة المضبوطة للعدد x $x = 1.11m$ و القيمة المدورة للعدد x إلى السنتيمتر هي: $x = 110cm$.

3 ـ على المخطط البياني الآتي ، مثلنا مساحة المستطيل $AMNP$ بدلالة x .

و ضع على المنحنى النقاط الموافقة للسؤال الثاني .

و هي: $K\left(0.75;1.05\right)$ و $L\left(1.5;1.2\right)$.



4 - بالحساب ، نثبت أن x يحقق : $0.50 \le x \le 1.75$.

إذا كان: $MN \ge 0.50m$. يكون لدينا: $x \ge 0.50m$.

إذا كان: $MA \ge 0.60m$. يكون لدينا: $2-0.8x \ge 0.60m$.

و بالتالي: $0.8x \le 2-0.60m$.

بجمع النتيجتين نجد: $0.50 \le x \le 1.75$.

5 - أ - أبعاد النافذة التي توافق المساحة $0.80m^2$ ، وتحقيق شروط السؤال 4 لهذه المساحة :

لدينا: من المخطط البياني نرى أن يمكن أن تتحقق من أجل قيمة للعدد x قريبة من $0.5m$ وقيمة أخرى قريبة من $2m$ ، هذه القيم ليست القيم المرادة للعدد x فهي لا تحقق الغرض .

ب - العرض الذي يجعل النافذة أكبر مساحة ، ومقارنة مساحة النافذة بمساحة المثلث ABC عند هذا العرض .

على البيان نرى أن أكبر مساحة للنافذة هي بالتقريب $1.25m^2$ وهي توافق قيمة x القريبة من $1.25m^2$.

مساحة المثلث ABC هي: $\dfrac{2.5\times 2}{2}=2.5m^2$ ، فهي ضعف مساحة النافذة الذي وجدناها .

الموضوع الثالث عشر 13 — الحلول

التمرين الأول (الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة)

حساب وإعطاء النتيجة على شكل كتابة عشرية ثم علمية العدد C .

- كتابة العدد C كتابة عشرية .

لدينا: $C = 153\times10^{-4} + 32\times10^{-3} - 16\times10^{-5}$.

و بالتالي: $C = 0.0153 + 0.032 - 0.00016$.

و بالتالي: $C = 0.04714$.

ينتج أن: الكتابة العشرية للعدد C هي 0.04714 .

- كتابة العدد C كتابة علمية .

لدينا: $C = 0.04714$.

و بالتالي: $C = 4714\times10^{-5}$.

ينتج أن: الكتابة العلمية للعدد C هي 4714×10^{-5} .

التمرين الثاني (الجذور التربيعية)

لدينا العددين : $2\sqrt{75}$ و $\sqrt{27}$.

1 - حساب جداءهما P (إعطاء النتيجة على شكل عدد صحيح) .

لدينا: $P = \sqrt{27}\times2\sqrt{75}$. و بالتالي: $P = 2\times\sqrt{27}\times\sqrt{75}$.

و بالتالي: $P = 2\times\sqrt{3\times9}\times\sqrt{3\times25}$. و بالتالي:

$P = 2\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{9}\times\sqrt{25}$. و بالتالي:

$P = 2\times\left(\sqrt{3}\right)^2\times\sqrt{9}\times\sqrt{25}$. و بالتالي: $P = 2\times3\times3\times5$.

إذن: $P = 90$.

ينتج أن: جداء العددين $2\sqrt{75}$ و $\sqrt{27}$ هو العدد $P = 90$.

2 - حساب مجموعهما S (إعطاء النتيجة على شكل $a\sqrt{3}$ حيث a عدد صحيح) .

لدينا: $S = \sqrt{27} + 2\sqrt{75}$. و بالتالي: $S = \sqrt{3\times9} + 2\sqrt{3\times25}$.

و بالتالي: $S = \sqrt{3}\times\sqrt{9} + 2\times\sqrt{3}\times\sqrt{25}$. و بالتالي:

$S = \sqrt{3}\left(\sqrt{9} + 2\sqrt{25}\right)$. و بالتالي: $S = \sqrt{3}\left(3 + 2\times5\right)$.

و بالتالي: $S=\sqrt{3}\left(3+10\right)$. إذن: $S=13\sqrt{3}$.

ينتج أن: مجموع العددين $2\sqrt{75}$ و $\sqrt{27}$ هو العدد $S=13\sqrt{3}$.

التمرين الثالث (المعالم)

ليكن الهرم $SABC$ الذي رأسه S
وقاعدته المثلث ABC ، الأبعاد
معطاة بالمليمتر حيث : $AS=65$ ؛ $AB=32$
؛ $AC=60$ و $BC=68$.

1 - برهنة أن المثلث ABC قائم .

● بمعرفة أطوال الأضلاع الثلاثة للمثلث ABC ، يمكن أن نستعمل عكس نظرية فيثاغورث .

لدينا: أطول الأضلاع هو $\left[BC\right]$. $BC=68$ ؛ $AB=32$ و $AC=60$
. فنتوقع أن يكون وترا للمثلث ABC .

و لدينا: $BC^2=68^2=4624$. و $AB^2+AC^2=32^2+60^2$. و
بالتالي: $AB^2+AC^2=1024+3600$. إذن:
$AB^2+AC^2=4624$.

إذن: تحقق أن: $BC^2=AB^2+AC^2$.

إذن:

المثلث ABC قائم في A حسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث.

2 - حساب حجم الهرم $SABC$.

نضع العدد V هو حجم الهرم $SABC$.

لدينا: $V=\dfrac{\dfrac{AB\times AC}{2}\times SA}{3}$. و بالتالي: $V=\dfrac{\dfrac{32\times 60}{2}\times 65}{3}$. و
بالتالي: $V=\dfrac{960\times 65}{3}$. و بالتالي: $V=\dfrac{62400}{3}$.

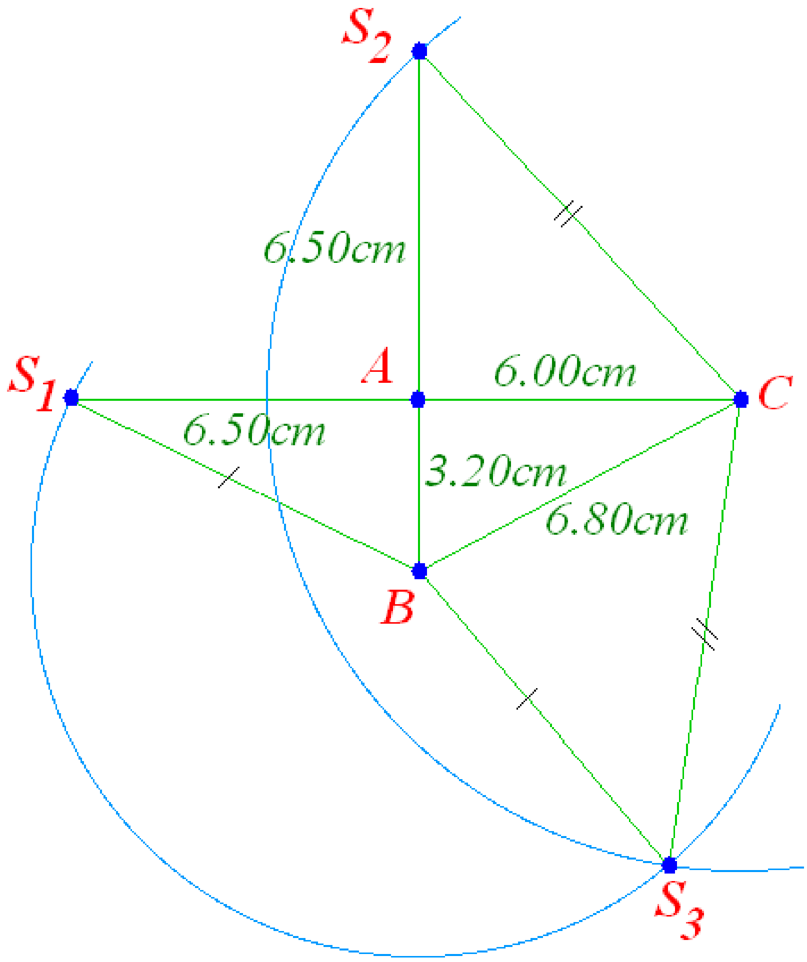
و بالتالي: $V=20800$.

ينتج أن: حجم الهرم $SABC$ هو $20800mm^3$.

3 - رسم تصميما لهذا الهرم .

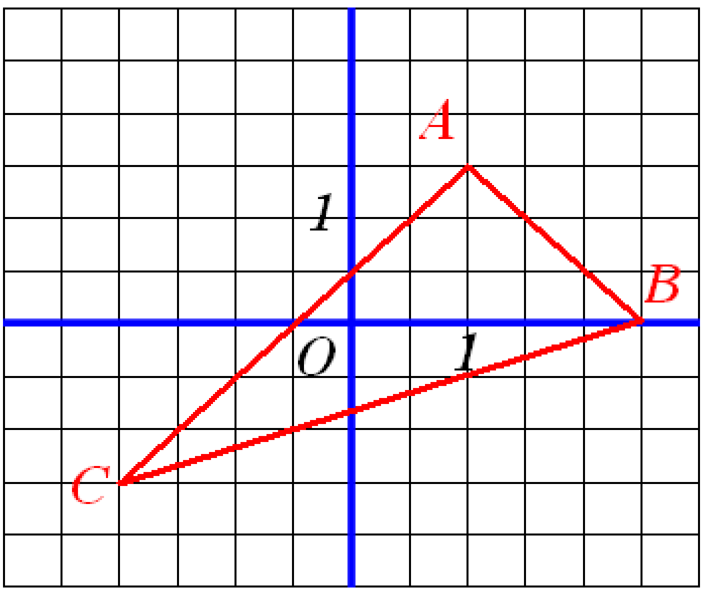
نرسم القاعدة ABC ، الوجهان SAB و SAC مثلثان قائمان في A .

النقطة S من الوجه SBC هي تقاطع قوسين من دائرتين ، إحداهما مركزها B ونصف قطرها BS_1 ، والثانية مركزها C ونصف قطرها CS_2.



التمرين الرابع (المعالم)

1 - تمثيل هذه النقط (وحدة الطول هي $1cm$) .



حسب التمثيل المثلث ABC قائم في A .

2 - إثبات حسابيا أن المثلث ABC قائم . و تحديد وتره .

من البيان: الضلع BC هو الأطول .

لدينا: $BC=\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}$.

و بالتالي: $BC=\sqrt{\left(-2-\frac{5}{2}\right)^2+\left(-\frac{3}{2}-0\right)^2}$.

و بالتالي: $BC=\sqrt{\left(-\frac{4}{2}-\frac{5}{2}\right)^2+\left(-\frac{3}{2}\right)^2}$.

و بالتالي: $BC=\sqrt{\left(-\frac{4+5}{2}\right)^2+\frac{3^2}{2^2}}$. و بالتالي:

$BC=\sqrt{\left(-\frac{9}{2}\right)^2+\frac{9}{4}}$. و بالتالي:

$BC=\sqrt{\frac{9^2}{2^2}+\frac{9}{4}}=\sqrt{\frac{81}{4}+\frac{9}{4}}=\sqrt{\frac{81+9}{4}}=\sqrt{\frac{90}{4}}$.

إذن: $BC=\sqrt{\frac{90}{4}}$. و بالتالي: $BC^2=\left(\sqrt{\frac{90}{4}}\right)^2$.

إذن: $BC^2=\frac{90}{4}$.

- نحسب طول الضلع AC .

لدينا: $AC=\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}$.

و بالتالي: $AC=\sqrt{(-2-1)^2+\left(-\frac{3}{2}-\frac{3}{2}\right)^2}$.

و بالتالي: $AC=\sqrt{(-3)^2+\left(-\frac{6}{2}\right)^2}$.

و بالتالي: $AC=\sqrt{9+\left(\frac{6^2}{2^2}\right)}=\sqrt{9+\frac{36}{4}}=\sqrt{\frac{36}{4}+\frac{36}{4}}=\sqrt{\frac{72}{4}}$.

إذن: $AC=\sqrt{\frac{71}{4}}$. و بالتالي: $AC^2=\left(\sqrt{\frac{72}{4}}\right)^2$.

إذن: $\boxed{AC^2=\frac{72}{4}}$.

- نحسب طول الضلع AB .

لدينا: $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$.

و بالتالي: $AB=\sqrt{\left(\frac{5}{2}-1\right)^2+\left(0-\frac{3}{2}\right)^2}$.

و بالتالي: $AB=\sqrt{\left(\frac{5}{2}-\frac{2}{2}\right)^2+\left(-\frac{3}{2}\right)^2}$.

و بالتالي:

$$AB=\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2+\left(-\frac{3}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{3^2}{2^2}+\frac{3^2}{2^2}}=\sqrt{\frac{9}{4}+\frac{9}{4}}=\sqrt{\frac{18}{4}} .$$

إذن: $AB=\sqrt{\frac{18}{4}}$. و بالتالي: $AB^2=\left(\sqrt{\frac{18}{4}}\right)^2$.

إذن: $\boxed{AB^2=\frac{18}{4}}$.

- نحسب AC^2+AB^2 .

لدينا: $AC^2+AB^2=\frac{72}{4}+\frac{18}{4}$. و بالتالي: $AC^2+AB^2=\frac{90}{4}$.

إذن: تحقق $BC^2=AC^2+AB^2$. حسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث: المثلث ABC قائم في A . وتره هو $[BC]$.

3 - حساب إحداثيي مركز الدائرة المحيطة بهذا المثلث .

مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC هو منتصف وتره $[BC]$.

○ فاصلة المركز K هي $x_K=\frac{x_B+x_C}{2}$. و بالتالي:

$x_K=\frac{\frac{5}{2}+(-2)}{2}=\frac{\frac{5}{2}-\frac{4}{2}}{2}=\frac{\frac{1}{2}}{2}=\frac{1}{4}$. إذن: $x_K=\frac{1}{4}$.

○ ترتيب المركز K هو $y_K=\frac{y_B+y_C}{2}$. و بالتالي:

$y_K=\frac{0+\left(-\frac{3}{2}\right)}{2}=\frac{-\frac{3}{2}}{2}=-\frac{3}{2}\times\frac{1}{2}=-\frac{3}{4}$. إذن: $y_K=-\frac{3}{4}$.

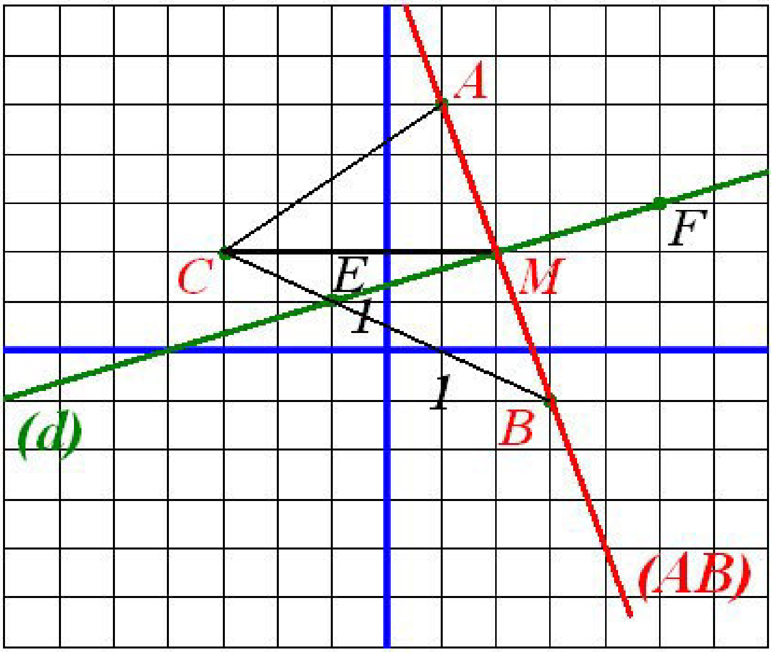
ينتج أن:

إحداثيي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC هما $\left(\frac{1}{4};-\frac{3}{4}\right)$.

المسألة

1 - في معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ حيث الوحدة هي السنتيمتر،

تعيين النقاط $A(1;5)$ و $B(3;-1)$.



2 - تعيين بالحساب معادلة المستقيم: (AB) .

لدينا: النقطتان A و B ليس لهما نفس الفاصلة فالمستقيم (AB) لا يوازي محور التراتيب .

فمعادلة (AB) من الشكل $y = ax + b$ حيث a هو معامل التوجيه و b الترتيب إلى المبدأ .

● حساب العدد a .

لدينا: $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$. و بالتالي: $a = \dfrac{-1-5}{3-1}$.

و بالتالي: $a = \dfrac{-6}{2} = -3$. إذن: $a = -3$.

بالتعويض في $y = ax + b$. نجد: $5 = -3 \times 1 + b$.

و بالتالي: $5 = -3 + b$. و بالتالي: $5 + 3 = b$. إذن: $b = 8$.

ينتج أن: معادلة المستقيم: (AB) . هي $y = -3x + 8$.

3 - حساب إحداثيي النقطة M منتصف القطعة $[AB]$ ، و تعيين النقطة M في الشكل .

● حساب فاصلة النقطة M .

لدينا: $x_M = \frac{x_B + x_A}{2}$. و بالتالي: $x_M = \frac{3+1}{2}$.

و بالتالي: $x_M = 2$.

● حساب ترتيب النقطة M .

لدينا: $y_M = \frac{y_B + y_A}{2}$. و بالتالي: $y_M = \frac{-1+5}{2}$.

و بالتالي: $y_M = 2$.

ينتج أن: إحداثيي النقطة M منتصف القطعة $[AB]$ هما: $(2;2)$.

● تعيين النقطة M في الشكل (أنظر الرسم أعلاه) .

4 - رسم المستقيم (d) المعرف بالمعادلة: $y = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$.

● لرسم المستقيم (d) نبحث عن إحداثيي نقطتين منه .

○ نضع $x = -1$. فيكون: $y = \frac{1}{3}(-1) + \frac{4}{3}$. و بالتالي: $y = -\frac{1}{3} + \frac{4}{3}$

. و بالتالي: $y = \frac{-1+4}{3} = \frac{3}{3} = 1$.

و بالتالي: $y = 1$. إذن: المستقيم (d) يشمل النقطة $E(-1;1)$.

○ نضع $x = 5$. فيكون: $y = \frac{1}{3}(5) + \frac{4}{3}$. و بالتالي: $y = \frac{5}{3} + \frac{4}{3}$. و

بالتالي: $y = \frac{5+4}{3} = \frac{9}{3} = 3$.

و بالتالي: $y = 3$. إذن: المستقيم (d) يشمل النقطة $F(5;3)$.

● نرسم المستقيم (d) الذي يشمل النقطتين $E(-1;1)$ و $F(5;3)$.
(أنظر الرسم أعلاه) .

5 - تحديد انتماء النقطة M إلى المستقيم (d) مع تبرير الإجابة بالحساب .

- إذا حقق إحداثيا M معادلة (d) ، تكون M نقطة من (d) نعوض x بفاصلة M أي العدد 2 في معادلة (d) لابد أن نجد ترتيب M .

لدينا : $y=\frac{1}{3}(2)+\frac{4}{3}$. و بالتالي: $y=\frac{2}{3}+\frac{4}{3}$.

و بالتالي: $y=\frac{2+4}{3}=\frac{6}{3}=2$. إذن: $y=2$.

ينتج أن: إحداثيي M حققا معادلة (d) و النقطة M تنتمي إلى (d) .

6 - برهنة أن المستقيمين (d) و (AB) متعامدان .

- إذا كان جداء معاملي توجيه المستقيمين يساوي -1 يكون المستقيمان متعامدان .

  - لدينا: معامل توجيه (AB) هو العدد a حيث: $a=-3$.
  - و لدينا: معامل توجيه (d) هو a' حيث: $a'=\frac{1}{3}$.

لدينا: $a\times a'=(-3)\times\frac{1}{3}$. و بالتالي: $a\times a'=\frac{-3}{3}$.

و بالتالي: $a\times a'=-1$.

ينتج أن: المستقيمين (d) و (AB) متعامدان .

7 - تعيين النقطة $C(-3;2)$ ، و تحديد تمثيل المستقيم (CM) بالنسبة إلى المثلث ABC .

- لدينا: المستقيم (CM) يمر من الرأس C و من M منتصف الضلع $[AB]$.

ينتج أن:

المستقيم (CM) متوسط في المثلث ABC متعلق بالضلع $[AB]$.

8 - تعيين معادلة المستقيم (CM) .

لدينا: النقطتان لهما نفس الترتيب فالمستقيم (CM) مواز لمحور الفواصل ،

فمعادلته من الشكل: $y = b$.

و لدينا: $b = 2$.

ينتج أن: معادلة المستقيم (CM) هي: $y = 2$.

الموضوع الرابع عشر 14 الحلول

التمرين الأول (الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة)

لتكن العبارة التالية: $D=(x-5)(3x-2)-(3x-2)^2$.

1 - نشر وتبسط العبارة D .

$D=(x-5)(3x-2)-(3x-2)^2$. يعني:

$D=3x^2-2x-15x+10-(9x^2-12x+4)$.

و بالتالي: $D=3x^2-2x-15x+10-9x^2+12x-4$.

إذن: $D=-6x^2-5x+6$.

2 - تحليل العبارة D .

$D=(x-5)(3x-2)-(3x-2)^2$. يعني:

$D=(3x-2)[x-5-(3x-2)]$. و بالتالي:

$D=(3x-2)[x-5-3x+2]$.

إذن: $D=(3x-2)(-2x-3)$.

3 - حل المعادلة: $(3x-2)(-2x-3)=0$.

○ إما: $3x-2=0$. و بالتالي: $3x=2$. إذن: $x=\frac{2}{3}$.

○ و إما: $-2x-3=0$. و بالتالي: $2x=-3$. إذن: $x=-\frac{3}{2}$.

ينتج أن:

المعادلة $(3x-2)(-2x-3)=0$ تقبل حلين هما $\frac{2}{3}$ و $-\frac{3}{2}$.

التمرين الثاني (الجذور التربيعية)

1 - حل الجملة: $\begin{cases} x-y-3=0...(1) \\ 2x+3y+4=0...(2) \end{cases}$.

يمكن كتابة الجملة على الشكل: $\begin{cases} 2x - 2y - 6 = 0 \\ 2x + 3y + 4 = 0 \end{cases}$.

أي: $\begin{cases} 2x = 2y + 6 \\ 2x = -3y - 4 \end{cases}$. ينتج أن: $2y + 6 = -3y - 4$.

و بالتالي: $2y + 3y = -6 - 4$. و بالتالي: $5y = -10$.

و بالتالي: $y = -\frac{10}{5}$. إذن: $y = -2$.

نعوض في المعادلة (1) : $x - y - 3 = 0$. نجد: $x - (-2) - 3 = 0$. و بالتالي: $x + 2 - 3 = 0$.

و بالتالي: $x - 1 = 0$. إذن: $x = 1$.

ينتج أن:

الجملة $\begin{cases} x - y - 3 = 0 ...(1) \\ 2x + 3y + 4 = 0 ...(2) \end{cases}$. تقبل حلا واحدا هو $(1;-2)$.

2 ـ كتابة الجملة بالشكل: $\begin{cases} y = ax + b ...(1) \\ y' = a'x + b' ...(2) \end{cases}$.

لدينا: $\begin{cases} x - y - 3 = 0 ...(1) \\ 2x + 3y + 4 = 0 ...(2) \end{cases}$. أي: $\begin{cases} y = x - 3 ...(1) \\ y = -\frac{2}{3}x - \frac{4}{3} ...(2) \end{cases}$.

3 ـ أ ـ تمثيل الجملة بيانيا (الوحدة هي السنتيمتر) .

● لرسم المستقيم (d_1) نبحث عن إحداثيي نقطتين يشملهما (d_1) الذي معادلته $y = x - 3$.

○ نضع $x = 1$. فيكون: $y = x - 3$. و بالتالي: $y = 1 - 3$.

و بالتالي: $y = -2$. إذن: المستقيم (d_1) يشمل النقطة $A(1;-2)$.

○ نضع $x = 3$. فيكون: $y = x - 3$. و بالتالي: $y = 3 - 3$.

و بالتالي: $y = 0$. إذن: المستقيم (d_1) يشمل النقطة $B(3;0)$.

● لرسم المستقيم (d_2) نبحث عن إحداثيي نقطتين يشملهما (d_2) الذي معادلته $y=-\frac{2}{3}x-\frac{4}{3}$.

○ نضع $x=1$. فيكون: $y=-\frac{2}{3}x-\frac{4}{3}$. و بالتالي: $y=-\frac{2}{3}(1)-\frac{4}{3}$.

و بالتالي: $y=\frac{-2-4}{3}=-\frac{6}{3}$.

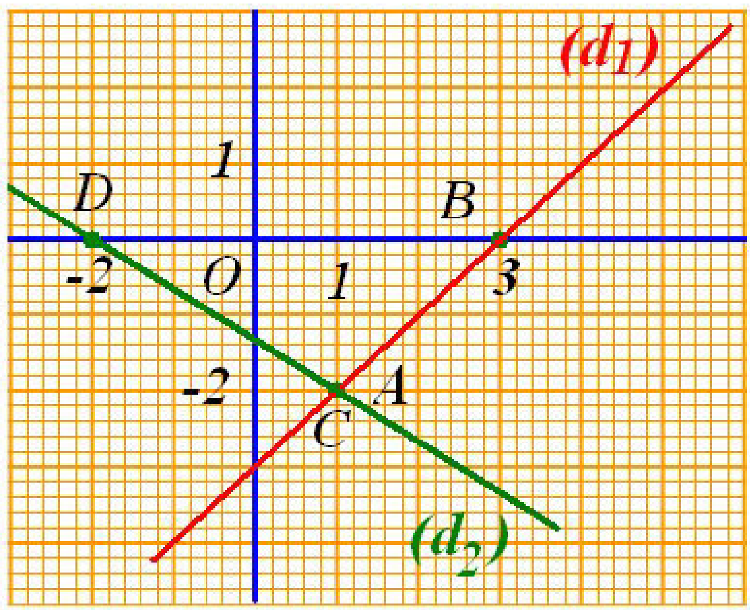
و بالتالي: $y=-2$. إذن: المستقيم (d_2) يشمل النقطة $C(1;-2)$.

○ نضع $x=-2$. فيكون: $y=-\frac{2}{3}x-\frac{4}{3}$. و بالتالي:

$y=-\frac{2}{3}(-2)-\frac{4}{3}$. و بالتالي: $y=\frac{4}{3}-\frac{4}{3}=0$.

و بالتالي: $y=0$. إذن: المستقيم (d_2) يشمل النقطة $D(-2;0)$.

● رسم المستقيمين (d_1) و (d_2) .



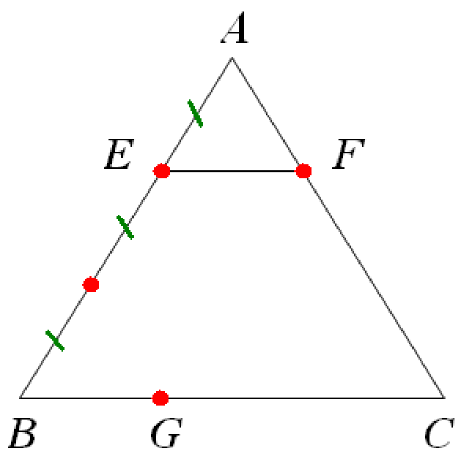
ب - تمثيل حل الجملة بالنسبة للمستقيمين (d_1) و (d_2).

يشترك المستقيمان (d_1) و (d_2) في نقطة وحيدة إحداثياها $(1;-2)$. و تمثل نقطة تقاطعهما .

إذن: $(1;-2)$ و هو الحل الوحيد للجملة: $\begin{cases} x-y-3=0...(1) \\ 2x+3y+4=0...(2) \end{cases}$. و

يمثل نقطة تقاطع المستقيمان (d_1) و (d_2) .

التمرين الثالث



لاحظ الشكل المقابل .

(EF) يوازي (BC) و $AB=3AE$.

(وحدة الطول هي السنتيمتر) .

تعطى: $AE=2$ ؛ $BC=6$ ؛

$EF=2$ و $AF=2$ و $CG=2BG$.

1 - حساب الأطوال

AB ؛ AC ؛ BC ؛ CF ؛ CG.

لدينا: $AE=2$ و $AB=3AE$ و بالتالي: $AB=3\times2$.

إذن: $AB=6$.

و لدينا: المثلثين AEF و ABC في وضعية طالس .

و بالتالي: $\frac{EF}{BC}=\frac{AF}{AC}=\frac{AE}{AB}$. و لدينا: $\frac{AE}{AB}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

ينتج أن: $\frac{AF}{AC}=\frac{EF}{BC}=\frac{1}{3}$.

- من المساواتين $\frac{AF}{AC}=\frac{1}{3}$. و $AF=2$. ينتج أن: $\frac{2}{AC}=\frac{1}{3}$.

و بالتالي: $AC=2\times3$. إذن: $AC=6$.

- من المساواتين $\frac{EF}{BC}=\frac{1}{3}$. و $EF=2$. ينتج أن: $\frac{2}{BC}=\frac{1}{3}$.

و بالتالي: $BC=2\times3$. إذن: $BC=6$.

- لدينا: $CF=CA-AF$. و بالتالي: $CF=6-2$.

إذن: $CF=4$.

و لدينا: $CG=\frac{2}{3}BC$. و بالتالي: $CG=\frac{2}{3}\times6$.

إذن: $CG = 4$.

2 - برهنة أن: (FG) يوازي (AB).

لدينا: $\frac{CF}{CA} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$. و $\frac{CG}{CB} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$. إذن: $\frac{CF}{CA} = \frac{CG}{CB}$.

بما أن النقط A, F, C من (AC) و C, G, B من (BC) مرتبة بنفس الترتيب فإن (FG) يوازي (AC). (حسب النظرية العكسية لنظرية طالس)

.

3 - لدينا: $BE = AB - AE$. أي: $BE = 6 - 2$.

إذن: $BE = 4$.

و لدينا: $BG = BC - CG$. أي: $BG = 6 - 4$. إذن: $BG = 2$.

$\frac{BE}{BA} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ و $\frac{BG}{BC} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

و النقط A, E, B من (AB) و النقط C, G, B من (BC) مرتبة بنفس الترتيب .

بما أن: $\frac{BG}{BC} \neq \frac{BE}{BA}$. فإن: (EG) لا يوازي (AC).

التمرين الرابع (الإحصاء)

1 - إكمال الجدول :

التكرار	المعيار (cm)
16	[5.5 ؛ 6 [
24	[6 ؛ 6.5 [
27	[6.5 ؛ 7 [
22	[7 ؛ 7.5 [
11	[7.5 ؛ 8 [
30	[8 ؛ 8.5 [

2 - حساب عدد حبات التفاح ذات معيار $7cm$ على الأقل .

نضع العدد n' هو عدد حبات التفاح ذات معيار $7cm$ على الأقل .

لدينا: $n' = 22 + 11 + 30$. إذن: $n' = 63$.

إذن: عدد حبات التفاح ذات معيار $7cm$ على الأقل هو: 63 حبة .

3 - حساب النسبة المئوية d لحبات التفاح التي قطرها محصور بين $7cm$ و $8cm$ أي: $(7 \le d \prec 8)$.

○ حساب عدد حبات التفاح التي قطرها محصور بين $7cm$ و $8cm$.

نضع العدد n'' هو عدد حبات التفاح التي قطرها محصور بين $7cm$ و $8cm$.

لدينا: $n'' = 22 + 11$. إذن: $n'' = 33$.

○ حساب العدد الكلي لحبات التفاح .

نضع العدد n هو العدد الكلي لحبات التفاح .

لدينا: $n = 16 + 24 + 27 + 22 + 11 + 30$. إذن: $n = 130$.

● حساب النسبة المئوية :

لدينا: $d = \dfrac{n''\times 100}{n}$. و بالتالي: $d = \dfrac{33\times 100}{130}$. و بالتالي:

$d = \dfrac{3300}{130}$. إذن: $d = 25.38\%$.

ينتج أن:

النسبة المئوية d لحبات التفاح التي قطرها محصور بين $7cm$ و $8cm$ هي: 25.38%.

4 - إكمال الجدول باتباع طريقة حساب القيمة الأولى للزاوية:

$\dfrac{16\times 360}{130} = 44.30°$.

● القيمة الثانية للزاوية: $\dfrac{24\times 360}{130} = 66.46°$.

● القيمة الثالثة للزاوية: $\dfrac{27\times 360}{130} = 74.76°$.

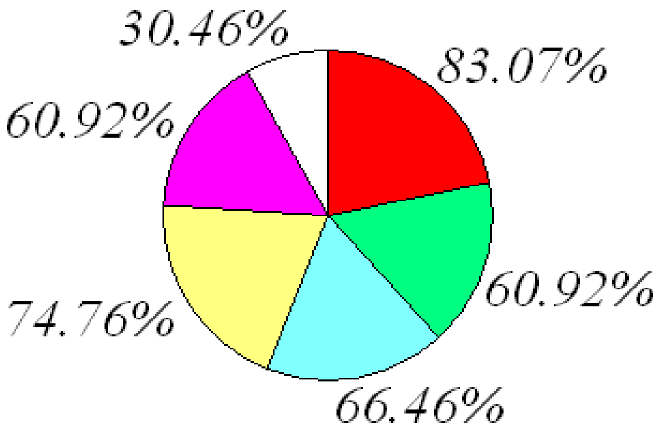
● القيمة الرابعة للزاوية: $\dfrac{22\times 360}{130} = 60.92°$.

● القيمة الخامسة للزاوية: $\dfrac{11\times 360}{130} = 30.46°$.

● القيمة السادسة للزاوية: $\frac{30\times360}{130}=83.07°$.

الزاوية $(°)$	التكرار	المعيار (cm)
44.30°	16	[5.5 ؛ 6 [
66.46°	24	[6 ؛ 6.5 [
74.76°	27	[6.5 ؛ 7 [
60.92°	22	[7 ؛ 7.5 [
30.46°	11	[7.5 ؛ 8 [
83.07°	30	[8 ؛ 8.5 [
360°	130	المجموع

أ - رسم المخطط الدائري بأخذ $5cm$ كقطر القرص .



ب - حساب وسط هذه السلسلة .

العدد $\overline{x}$ هو وسط هذه السلسلة .

● نحسب مراكز الفئات :

مراكز الفئات	التكرار	المعيار (cm)
5.75	16	[5.5 ؛ 6 [
6.25	24	[6 ؛ 6.5 [
6.75	27	[6.5 ؛ 7 [
7.25	22	[7 ؛ 7.5 [
7.75	11	[7.5 ؛ 8 [
8.25	30	[8 ؛ 8.5 [

لدينا: $\overline{x} = \dfrac{5.75\times16+6.25\times24+6.75\times27+7.25\times22+7.75\times11+8.25\times30}{130}$

$\overline{x} = \dfrac{92+150+182.25+159.5+85.25+247.5}{130}$.

$\overline{x} = \dfrac{916.5}{130}$. و بالتالي: $\overline{x} = 7.05cm$.

ينتج أن: وسط هذه السلسلة هو $7.05cm$.

ج - ينتمي هذا الوسط ($\overline{x} = 7.05cm$) إلى الفئة $[7;7,5[$.

المسألة

إليك الشكل التالي:

طول ضلع المربع $ABCD$ هو $0.75cm$. نحصل على المربع $AEFG$ بتمديد الضلعين $[AB]$ و $[AD]$ بنفس الطول x ،

حيث x معبرا عنه بالسنتيمتر .

القطعة $[ED]$ تقطع $[BC]$ في H.

الجزء الأول: في هذا السؤال ،

نضع $BE = 0.5$.

1 - حساب محيط المربع $AEFG$.

لدينا: $BE = 0.5$. و بالتالي: يكون طول ضلع المربع $AEFG$ هو:

$AE = AB + BE$. و بالتالي: $AE = 0.75 + 0.5$.

إذن: طول ضلع المربع $AEFG$ هو: $AE = 1.25cm$.

- نضع العدد P هو محيط المربع $AEFG$.

لدينا: $P = 4\times AE$. و بالتالي: $P = 4\times1.25$. إذن: $P = 5cm$.

ينتج أن: محيط المربع $AEFG$. هو: $5cm$.

2 - حساب $\tan\widehat{AED}$ واستنتاج القيمة المدورة إلى الدرجة لقيس الزاوية $\widehat{AED}$.

لدينا: في المثلث DAE القائم في A ، لدينا:

لدينا: $\tan\widehat{AED} = \frac{AD}{AE} = \frac{0.75}{1.25} = 0.6$. إذن: $\tan\widehat{AED} = 0.6$.

الآلة الحاسبة تعطي حوالي $30.9637°$. أي: $31°$ و هي القيمة المدورة إلى الدرجة .

الجزء الثاني: نضع من الآن فصاعدا : $BE = x$.

1 - بيّن أنّ : P محيط المربع $AEFG$ يساوي $4x+3$.

لدينا: في المربع $AEFG$ أربعة أضلاع متقايسة ، فيكون محيطه P يساوي: $P = 4 \times AE$. و لدينا: أحد أضلاعه يساوي: $AE = x + 0.75$.

و بالتالي: يكون محيطه يساوي: $P = 4 \times (x + 0.75)$. و بالتالي:

$P = 4x + 4 \times 0.75$.

و بالتالي: $P = 4x + 3$.

ينتج أن: محيط المربع $AEFG$. يساوي: $4x+3$.

2 - رسم المستقيم المعرف بالمعادلة: $y = 4x + 3$. و ليكن المستقيم: (d) .

لدينا: (d) معرف بالمعادلة: $y = 4x + 3$. فهي من الشكل: $y = ax + b$.

نبحث عن إحداثيي نقطتين يشملهما المستقيم (d) .

○ نضع $x = 0$. فيكون: $y = 4(0) + 3$. إذن: $y = 3$.

إذن: المستقيم ذو المعادلة: $y = 4x + 3$. يشمل النقطة: $M(0;3)$.

○ نضع $x = -2$. فيكون: $y = 4(-2) + 3$. إذن: $y = -5$.

إذن: المستقيم ذو المعادلة: $y = 4x + 3$. يشمل النقطة: $L(-2;-5)$.

ينتج أن: المستقيم (d) يشمل النقطتين $M(0;3)$ و $L(-2;-5)$.

● رسم المستقيم (d) .

3 - باستعمال هذا التمثيل (أترك آثار الرسم) ، أوجد P محيط المربع $AEFG$ من أجل: $x = 2$.

أ - أوجد x بالتقريب إلى $0.1cm$ (سنتيمتر) كي يكون محيط المربع $AEFG$ يساوي $10cm$.

ب - بالحساب ، عيّن القيمة المضبوطة للعدد x التي يكون من أجلها $P=10$.

ج - في هذا السؤال ، نضع $HB=0.6$ و $BE=x$ ، أحسب الطول BE.