- Pour $0 < x \leq 1$ on a $f(x) = \frac{1+a}{2}$ avec $-\frac{1}{2} \leq a \leq \frac{1}{2}$

donc $f(x)$ est continue et positive sur $]0;1[$.

- Enfin, on a $f(-1) = \frac{1-a}{2}$, $f(0) = \frac{1-a}{2}$ et $f(1) = \frac{1+a}{2}$

donc <u>f est positive</u> et <u>continue par morceaux</u> sur $\mathbb{R}$

<u>Calcul de $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx$</u> : - Pour $x < -1$ ou $x > 1$ on a $f(x) = 0$

donc $\int_{-\infty}^{-1} f(x)dx = 0$ et $\int_{1}^{+\infty} f(x)dx = 0$.

- $\int_{-1}^{0} f(x)dx = \int_{-1}^{0} \frac{1-a}{2} dx = \left[\frac{1-a}{2} x\right]_{-1}^{0} = -\left(\frac{1-a}{2}\right) \times -1 = \frac{1-a}{2}$

- $\int_{0}^{1} f(x)dx = \int_{0}^{1} \frac{1+a}{2} dx = \left[\frac{1+a}{2} x\right]_{0}^{1} = \frac{1+a}{2}$

Par la <u>relation de Chasles</u> on a $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \int_{-\infty}^{-1} f(x)dx + \int_{-1}^{0} f(x)dx + \int_{0}^{1} f(x)dx$

$+ \int_{1}^{+\infty} f(x)dx = 0 + \frac{1-a}{2} + \frac{1+a}{2} + 0 = \frac{1-a+1+a}{2} = \frac{2}{2} = 1$.

<u>Conclusion</u> : f est continue par morceaux, positive sur $\mathbb{R}$

et $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$. f est bien une densité de probabilité.

2) <u>N'oubliez jamais que E(X) et V(X) n'existe pas nécessairement!</u>
Il faut prouver que $\int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)dx$ et $\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)dx$ convergent.

E(X) existe si et seulement si $\int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx$ converge.

- Pour $x < -1$ ou $x > 1$ on a $f(x) = 0$ donc $\int_{-\infty}^{-1} x f(x) dx = 0$ et
$\int_{1}^{+\infty} x f(x) dx = 0$.

- $\int_{-1}^{0} x f(x) dx = \int_{-1}^{0} \frac{1-a}{2} x \, dx = [\frac{1-a}{4} x^2]_{-1}^{0}$
$= -\left(\frac{1-a}{4}\right)$

- $\int_{0}^{1} x f(x) dx = \int_{0}^{1} \frac{1+a}{2} x \, dx = [\frac{1+a}{4} x^2]_{0}^{1} = \frac{1+a}{4}$

Par la relation de Chasles on a : $\int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx = 0 - \frac{1-a}{4} + \frac{1+a}{4} + 0$

$= \frac{-1+a+1+a}{4} = \frac{2a}{4} = \frac{a}{2}$.

$$\boxed{E(X) = \frac{a}{2}}$$

$V(X)$ n'existe que si $\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) dx$ converge car sinon $E(X^2)$ n'existe pas.

- Pour $x < -1$ ou $x > 1$ on a $f(x) = 0$ donc $\int_{-\infty}^{-1} x^2 f(x) dx = 0$ et
$\int_{1}^{+\infty} x^2 f(x) dx = 0$.

- $\int_{-1}^{0} x^2 f(x) dx = \int_{-1}^{0} \frac{1-a}{2} x^2 dx = [\frac{1-a}{6} x^3]_{-1}^{0} = \frac{1-a}{6}$

- $\int_{0}^{1} x^2 f(x) dx = \int_{0}^{1} \frac{1+a}{2} x^2 dx = [\frac{1+a}{6} x^3]_{0}^{1} = \frac{1+a}{6}$

Par la relation de Chasles on a $\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) dx = 0 + \frac{1-a}{6} + \frac{1+a}{6} + 0$

$= \frac{1-a+1+a}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

$$\boxed{E(X^2) = \frac{1}{3}}$$

D'après la formule de Koenig-Huygens on a : C'est toujours valorisé de penser au nom de la formule

$$V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

$$= \frac{1}{3} - \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$= \frac{1}{3} - \frac{a^2}{4}$$

$$= \frac{4 - 3a^2}{12}$$

$$\boxed{V(X) = \frac{4 - 3a^2}{12}}$$

3) Faites attention pour le calcul de la fonction de répartition ! Il faut penser pour $0 < x \leq 1$ que cela englobe également $\int_{-1}^{0} f(x)dx$.

- Pour $x < -1$ on a $F_X(x) = 0$ et pour $x > 1$ on a $F_X(x) = 1$.

- Pour $-1 \leq x \leq 0$ on a $F_X(x) = \int_{-1}^{x} f(x)dx = \int_{-1}^{x} \frac{1-a}{2}\,dx = \left[\frac{1-a}{2}x\right]_{-1}^{x}$

$$= \frac{1-a}{2}x + \frac{1-a}{2} = \frac{1-a}{2}(x+1)$$

- Pour $0 < x \leq 1$ on a $F_X(x) = \int_{-1}^{0} f(x)dx + \int_{0}^{x} f(x)dx$

$$= \int_{-1}^{0} \frac{1-a}{2}dx + \int_{0}^{x} \frac{1+a}{2}dx = \left[\frac{1-a}{2}x\right]_{-1}^{0} + \left[\frac{1+a}{2}x\right]_{0}^{x}$$

$$= \frac{1-a}{2} + \frac{1+a}{2}x.$$

On a donc :

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 \text{ si } x < -1 \\ \frac{1-a}{2}(x+1) \text{ si } -1 \leq x \leq 0 \\ \frac{1+a}{2}x + \frac{1-a}{2} \text{ si } 0 < x \leq 1 \\ 1 \text{ si } x > 1 \end{cases}$$

5) a) Si le symbole Σ vous gêne, écrivez le plutôt sous la forme $\underline{X_1 + X_2 + \ldots + X_n}$. C'est plus simple pour calculer $E(Y_n)$, mais n'oubliez pas la linéarité de l'espérance.

On a $E(Y_n) = E(2\bar{X}_n) = E\left(\frac{2}{n}\sum_{k=1}^{n} X_k\right)$

$= E\left(\frac{2(X_1 + X_2 + \ldots + X_n)}{n}\right) = \frac{2(E(X_1) + E(X_2) + \ldots + E(X_n))}{n}$

par linéarité de l'espérance

$= \frac{2nE(X_k)}{n} = 2E(X_k) = 2\frac{a}{2} = a.$

$$\boxed{E(Y_n) = a}$$

Or, $b_a(Y_n) = E(Y_n) - a$
$= a - a$
$= 0$

$$\boxed{b_a(Y_n) = 0}$$

Y_n est donc bien un estimateur sans biais de a.

b) N'oubliez jamais que si un estimateur est sans biais, alors son risque quadratique est donné par la variance. C'est évident lorsqu'on sait que $r_a(T_n) = V(T_n) + (b_a(T_n))^2$ mais ça montre à votre correcteur que vous êtes à l'aise en maths et c'est donc valorisé.

D'après 4.a) T_n est un estimateur sans biais de a donc son risque quadratique est donné par la variance.

$$V(T_n) = V(2\bar{X}_n) = 4V(\bar{X}_n)$$
$$= 4V\left(\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} X_k\right)$$
$$= 4V\left(\frac{1}{n}\times(X_1+X_2+\dots+X_n)\right)$$
$$= \frac{4}{n^2}\left(V(X_1)+V(X_2)+\dots+V(X_n)\right)$$

car les variables X_k sont mutuellement indépendantes

$$= \frac{4n\,V(X_k)}{n^2}$$
$$= \frac{4V(X_k)}{n} = \frac{4(4-3a^2)}{12n}$$
$$= \frac{4-3a^2}{3n}$$

⚠ la mutuelle indépendance doit être précisée sinon le calcul est faux.

On a donc : $\boxed{V(T_n) = \frac{4-3a^2}{3n}}$ soit $\boxed{r_a(T_n) = \frac{4-3a^2}{3n}}$

c) ⚠ Ne jamais oublier qu'il faut préciser que l'on peut appliquer l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev seulement parce que T_n admet une variance.

Y_n admet une variance donc d'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev on a :

$$P(|Y_n - E(Y_n)| \geq \varepsilon) \leq \frac{V(Y_n)}{\varepsilon^2}$$

$$P(|Y_n - a| \geq \varepsilon) \leq \frac{4-3a^2}{3n\varepsilon^2}$$

$$-P(|Y_n - a| \geq \varepsilon) \geq -\frac{4-3a^2}{3n\varepsilon^2}$$

$$1-P(|Y_n - a| \geq \varepsilon) \geq 1-\frac{4-3a^2}{3n\varepsilon^2}$$

$$P(|Y_n - a| \leq \varepsilon) \geq 1-\frac{4-3a^2}{3n\varepsilon^2}$$

$$P(|Y_n - a| \leq \varepsilon) \geq 1-\frac{4}{3n\varepsilon^2} - \frac{3a^2}{3n\varepsilon^2}$$

Or, $1-\frac{4}{3n\varepsilon^2} \geq 1-\frac{4}{3n\varepsilon^2} - \frac{3a^2}{3n\varepsilon^2}$ donc on a :

$$P(|Y_n - a| \leq \varepsilon) \geq 1-\frac{4}{3n\varepsilon^2} \geq 1-\frac{4-3a^2}{3n\varepsilon^2}$$

On a donc bien :

$$\boxed{P(|Y_n - a| \leq \varepsilon) \geq 1-\frac{4}{3n\varepsilon^2}}$$

5) a) La question présente deux difficultés : - justifier que Z_n et T_n suivent des lois binomiales.
- trouver les paramètres de ces lois binomiales. Pour cela, il faut parvenir à justifier et utiliser astucieusement ~~la~~ fonction de répartition $F_X(x)$.

On a Z_n et T_n qui comptent respectivement le nombre de fois parmi $X_1, X_2, \ldots, X_n$ où la variable X prend une valeur $\leq \frac{1}{2}$ pour Z_n et supérieure à $\frac{1}{2}$ pour T_n, avec $X_1, X_2, \ldots, X_n$ qui sont mutuellement indépendantes.

→ Bien penser à l'indépendance pour la justification des lois binomiales

Or, on a $P(X \leq \frac{1}{2}) = \frac{1+a}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1-a}{2}$

$$= \frac{1+a}{4} + \frac{1-a}{2}$$

$$= \frac{1+a+2-2a}{4}$$

$$= \frac{3-a}{4}$$

$$\boxed{P(X \leq \frac{1}{2}) = \frac{3-a}{4}}$$

On en déduit que $P(X > \frac{1}{2}) = 1 - P(X \leq \frac{1}{2})$

$$= 1 - \frac{3-a}{4}$$

$$= \frac{4-3+a}{4}$$

$$= \frac{1+a}{4}$$

$$\boxed{P(X > \frac{1}{2}) = \frac{1+a}{4}}$$

Ainsi, on a bien :

$$\boxed{Z_n \sim \mathcal{B}(n; \frac{3-a}{4})} \quad \text{et} \quad \boxed{T_n \sim \mathcal{B}(n; \frac{1+a}{4})}$$

b) $E(W_n) = E(1 + \frac{2T_n}{n} - \frac{2Z_n}{n})$ par linéarité de l'espérance.

$$= 1 + \frac{2E(T_n)}{n} - \frac{2E(Z_n)}{n}$$

$$= 1 + \frac{2}{n}\frac{(1+a)n}{4} \cancel{+} \frac{2}{n}\frac{(3-a)n}{4}$$

$$= 1 + \frac{(2+2a-6+2a)n}{4n}$$

$$= 1 + \frac{(-4+4a)n}{4n}$$

$$= 1 + \frac{4(-1+a)n}{4n}$$

$$= 1 - 1 + a = a$$

$$\boxed{E(W_n) = a}$$

Or, $b_a(W_n) = E(W_n) - a$

$$= a - a$$

$$= 0$$

$$\boxed{b_a(W_n) = 0}$$

W_n est bien un estimateur sans biais de a.

c) Astuce ! Lorsque l'on somme deux lois binomiales, cela donne une nouvelle loi binomiale dont le paramètre p est égal à la somme des deux paramètres.

Si cette technique marche ici aussi, il vaut mieux réfléchir à la question pour se rendre compte que $T_n + Z_n$ a une probabilité certaine puisque cela correspond au fait soit d'avoir $X \leq \frac{1}{2}$ + $X > \frac{1}{2}$.

On a : $\boxed{T_n + Z_n = n}$

En considérant que $T_n + Z_n \sim \mathcal{B}(n, 1)$, on a $V(T_n + Z_n) = n \times 1 \times 0$.

$$\boxed{V(T_n + Z_n) = 0}$$

Or, $V(T_n + Z_n) = V(T_n) + V(Z_n) + 2\,\mathrm{Cov}(T_n, Z_n)$

$$\mathrm{Cov}(T_n, Z_n) = \frac{V(T_n + Z_n) - V(T_n) - V(Z_n)}{2}$$

$V(T_n) = np(1-p) = n\left(\frac{1+a}{4}\right)\left(\frac{3-a}{4}\right)$

$V(Z_n) = np(1-p) = n\left(\frac{3-a}{4}\right)\left(\frac{1+a}{4}\right)$

$$= \frac{0 - 2V(T_n)}{2} \quad \text{car } V(T_n) = V(Z_n)$$

$$= \frac{-2V(T_n)}{2}$$

$$= -V(T_n)$$

$$= -n\left(\frac{1+a}{4}\right)\left(\frac{3-a}{4}\right)$$

$$\boxed{\mathrm{Cov}(T_n, Z_n) = -n\left(\frac{1+a}{4}\right)\left(\frac{3-a}{4}\right)}$$

d) Cette dernière question nécessite de bien connaître les propriétés de la variance et de la covariance. Chacune des formules utilisées seront inscrites en noir à côté.

On a $V(W_n) = V\left(1 + \frac{2}{n}(T_n - Z_n)\right)$

$$= \frac{4}{n^2} V(T_n - Z_n) \quad V(aX+b) = a^2 V(X)$$

$V(aX + bY) = V(aX) + V(bY) + 2\mathrm{Cov}(aX; bY)$

$$= \frac{4}{n^2}\left(V(T_n) + V(-Z_n) + 2\,\mathrm{Cov}(T_n; -Z_n)\right)$$

$\mathrm{Cov}(aX; bY) = ab\,\mathrm{Cov}(X;Y)$

$$= \frac{4}{n^2}\left(V(T_n) + V(Z_n) - 2\,\mathrm{Cov}(T_n; Z_n)\right)$$

car $V(Z_n) = V(T_n)$

$$= \frac{4}{n^2}\left(2V(T_n) + 2V(T_n)\right)$$

$$= \frac{4(4V(T_n))}{n^2} = \frac{16n\left(\frac{1+a}{4}\right)\left(\frac{3-a}{4}\right)}{n^2}$$

$$= \frac{(1+a)(3-a)}{n}$$

$$\boxed{V(W_n) = \frac{(1+a)(3-a)}{n}}$$

Or, W_n étant un estimateur sans biais de a, son risque quadratique est donné par la variance. On a donc :

$$\boxed{r_a(W_n) = \frac{(1+a)(3-a)}{n}}$$

Or, $\lim_{n \to +\infty} \frac{(1+a)(3-a)}{n} = 0$. On a donc :

$$\boxed{\lim_{n \to +\infty} r_a(W_n) = 0}$$

Exercice 5 :

1) a) Lorsqu'on vous demande d'établir une inégalité ou un encadrement tel que $0 \leq \ldots \leq 1$, et qu'on vous précise que $x \in [0;1]$, il faut partir de l'inégalité $0 \leq x \leq 1$ et reconstruire l'inégalité demandée.

On a
$$0 \leq x \leq 1$$
$$0 \leq x^2 \leq 1$$
$$0 \geq -x^2 \geq -1$$
$$e^0 \geq e^{-x^2} \geq e^{-1} \geq 0$$
$$1 \geq e^{-x^2} \geq \frac{1}{e} \geq 0$$

$$\boxed{0 \leq e^{-x^2} \leq 1}$$

b) A partir de l'inégalité précédente, reconstruisez I_n puis faites le calcul.

D'après 1.a) on a :

$$0 \leq e^{-x^2} \leq 1$$

$$0 \leq x^n e^{-x^2} \leq x^n$$

On a $I_1 = \int_0^1 x e^{-x^2} dx$ et $f'(x) = -2x e^{-x^2}$ d'après 2.a).

On a donc :

$$-\frac{1}{2}\int_0^1 x e^{-x^2} dx = -\frac{1}{2}\int_0^1 f'(x)\, dx$$

$$= -\frac{1}{2}[f(x)]_0^1$$

$$= -\frac{1}{2}[e^{-x^2}]_0^1$$

$$= \frac{-e^{-1}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2e}$$

$$\boxed{I_1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2e}}$$

3) a) Beaucoup ne savent pas quelle fonction ils vont considérer comme U et l'autre comme V' lorsqu'il s'agit d'appliquer la formule de l'intégration par parties $\underline{\int u'v\, dx = [uv] - \int uv'}$.

Plusieurs indices peuvent vous aider à faire votre choix :

- déjà dans la formule à établir on cherche un $(n+1)$ en facteur devant I_n, ce qui ne peut s'obtenir qu'en dérivant x^{n+1}. Si vous le primitivez, vous obtenez $\frac{x^{n+2}}{n+2}$, ce qui est totalement absent dans la formule.

- Ensuite, on remarque que que l'on connaît déjà la primitive de $x e^{-x^2}$ puisqu'on a déjà dû l'utiliser auparavant. Il est donc probable que ce sera cette partie là de la fonction qu'il faudra primitiver.

On pose $u' = x e^{-x^2}$ $\quad u = -\frac{1}{2} e^{-x^2}$

$V = x^{n+1}$ $\quad V' = (n+1)\, x^n$

$$0 \leq \int_0^1 x^n e^{-x^2} dx \leq \int_0^1 x^n dx$$

$$0 \leq I_n \leq \int_0^1 x^n dx.$$

Or, $\int_0^1 x^n dx = \left[\frac{x^{n+1}}{n+1}\right]_0^1 = \frac{1}{n+1}$. On a donc :

$$\boxed{0 \leq I_n \leq \frac{1}{n+1}}$$

c) Même si vous ne parvenez pas à établir les inégalités, faites toujours les calculs de limite car il suffit toujours de reprendre l'encadrement donné dans la question précédente, ce qui permet de gagner des points facilement.

D'après 1.b) On a $0 \leq I_n \leq \frac{1}{n+1}$

Or, $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{1}{n+1} = 0$. Par encadrement, on a donc :

$$\boxed{\lim_{n \to +\infty} I_n = 0}$$

2) a) Question sans difficulté pour un élève connaissant ses dérivées. Ici, il s'agit d'appliquer la dérivée $(e^u)' = u' e^u$.

On a $f(x) = e^{-x^2}$. On a donc :

$$\boxed{f'(x) = -2x e^{-x^2}}$$

b) Là on remarque que $f'(x)$ ressemble presque à I_1 lorsqu'on l'écrit sous forme d'intégrale. Il faut donc rajouter un produit devant I_1 pour que l'on obtienne $f'(x)$ et primitiver sans problème.

On a donc $I_{n+2} = \int_0^1 x^{n+2} e^{-x^2} dx = \int_0^1 x^{n+1} x e^{-x^2} dx$

$= \int_0^1 u' V dx.$

Grâce à une intégration par partie on obtient :

$$I_{n+2} = \left[-\frac{1}{2} e^{-x^2} x^{n+1}\right]_0^1 + \frac{(n+1)}{2} \int_0^1 x^n e^{-x^2} dx$$

$$= \frac{-e^{-1}}{2} + \frac{(n+1)}{2} I_n.$$

$$\boxed{I_{n+2} = \frac{(n+1)}{2} I_n - \frac{1}{2e}}$$

b) Attention !! Certains font une énorme erreur en considérant que puisque $\lim_{n \to +\infty} I_n = 0$, alors $\lim_{n \to +\infty} n I_n = 0$ oubli par simple produit $n I_n = n \times 0$. A oublier tout de suite !!

Il faut utiliser la relation précédente et la limite de I_n pour construire $n I_n$.

D'après 3.a) on a $I_{n+2} = \frac{(n+1)}{2} I_n - \frac{1}{2e}$

$$I_{n+2} + \frac{1}{2e} = \frac{(n+1)}{2} I_n$$

$$2 I_{n+2} + \frac{1}{e} = (n+1) I_n$$

$$2 I_{n+2} + \frac{1}{e} = n I_n + I_n$$

Or, grâce à 1.c) on a $\lim_{n \to +\infty} 2 I_{n+2} = \lim_{n \to +\infty} I_n = 0$

On a donc :

$$\boxed{\lim_{n \to +\infty} n I_n = \frac{1}{e}}$$

5) a) A partir de cette question, l'exercice devient beaucoup plus compliqué et récompense les meilleurs élèves.

La première relation nécessite d'être très rigoureux dans la manipulation des indices tandis que la seconde demande plus d'"ingéniosité".

D'après 3.a) on a $I_{n+2} = \frac{(n+1)}{2} I_n - \frac{1}{2e}$

et d'après l'énoncé $u_n = \frac{I_{2n+1}}{n!}$.

$$u_{n+1} = \frac{I_{2(n+1)+1}}{(n+1)!} = \frac{I_{2n+2+1}}{(n+1)!} = \frac{I_{2n+3}}{(n+1)!}$$

Or, $I_{2n+3} = \frac{2n+2}{2} I_{2n+1} - \frac{1}{2e}$

$$\frac{I_{2n+3}}{(n+1)!} = \frac{2n+2\, I_{2n+1}}{2(n+1)!} - \frac{1}{2e(n+1)!}$$

$$= \frac{2(n+1)\, I_{2n+1}}{2(n+1)!} - \frac{1}{2e(n+1)!}$$

$$= \frac{I_{2n+1}}{n!} - \frac{1}{2e(n+1)!}$$

$$\boxed{u_{n+1} = u_n - \frac{1}{2e(n+1)!}}$$

On a alors $u_n = u_{n-1} - \frac{1}{2e\,n!}$ et $u_{n-1} = u_{n-2} - \frac{1}{2e(n-1)!}$

d'où $u_n = u_0 - \frac{1}{2e\,n!} - \frac{1}{2e(n-1)!} - \dots - \frac{1}{2e}$

avec $u_0 = I_1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2e}$ d'après 2.b)

Ainsi $u_n = \frac{1}{2} - \frac{1}{2e} - \frac{1}{2e\,n!} - \frac{1}{2e(n-1)!} - \dots - \frac{1}{2e}$

$$\boxed{u_n = \frac{1}{2} - \frac{1}{2e}\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!}}$$

b) L'énoncé vous donne à la fois la relation avec u_n et à quoi ressemble l'expression de U_n. Vous avez donc toutes les cartes en main pour trouver la bonne réponse.

D'après l'énoncé on a $u_n = \frac{I_{2n+1}}{n!}$ et d'après 5.a) on a $U_n = \frac{1}{2} - \frac{1}{2e}\sum_{k=0}^{n}\frac{1}{k!}$. On a donc :

$$I_{2n+1} = n!\,U_n = \frac{n!}{2} - \frac{n!}{2e}\sum_{k=0}^{n}\frac{1}{k!}$$

$$\boxed{I_{2n+1} = \frac{n!}{2} - \frac{n!}{2e}\sum_{k=0}^{n}\frac{1}{k!}}$$

c) En utilisant la relation établie en 3.a) on a :

$$I_{2k+1} = \frac{2(k-1)+1}{2} I_{2k-1} - \frac{1}{2e} = k\,I_{2k-1} - \frac{1}{2e}$$

$$\boxed{I_{2k+1} = k\,I_{2k-1} - \frac{1}{2e}}$$

On inscrit alors dans la ligne (5) du programme

```
(5) I = k*I - 1/(2*%e)
```

⚠ ne jamais oublier le % lorsqu'on fait un produit avec %e dans scilab ! Cela fait partie des règles d'écriture souvent oubliées.