Exercices supplémentaires

CHAPITRE 1 : Les logarithmes

A/ Calculer sans calculatrice

$\log_2 32 =$

$\log_5 125 =$

$\log_2 \sqrt{8} =$

$\log_7 \frac{1}{7} =$

$\log_{12} \frac{1}{144} =$

$\log_6 \sqrt{6} =$

$\log_4 0,25 =$

$\log\ 100 =$

$\log_2 \frac{1}{\sqrt{32}} =$

$\log_5 0,2 =$

$\log_3 27 =$

$\log_7 49 =$

B/ Résoudre les équations suivantes

1/ $36^{2x+1} = \sqrt{6}$	6/ $25^{2x+1} = 125$
2/ $2^{2x-1} = 7$	7/ $4^{2x^2-1} = 3$
3/ $2^x + 4^x = 6$	8/ $3^x + 2.9^x = 6$
4/ $\log_2(x-2) + \log_2(x+6) = 7$	9/ $\log_3(x-2) + \log_3(x+6) = 2$
5/ $\ln(x+2) + \ln(x-1) = \ln(6-2x)$	10/ $\ln(x-1) + \ln(x+2) = 2\ln(6-2x)$

CHAPITRE 1 : Les logarithmes correctif

A/ Calculer sans calculatrice

$\log_2 32 = 5$

$\log_5 125 = 3$

$\log_2 \sqrt{8} = \frac{3}{2}$

$\log_7 \frac{1}{7} = -1$

$\log_{12} \frac{1}{144} = -2$

$\log_6 \sqrt{6} = \frac{1}{2}$

$\log_4 0,25 = -1$

$\log\ 100 = 2$

$\log_2 \frac{1}{\sqrt{32}} = -\frac{5}{2}$

$\log_5 0,2 = -1$

$\log_3 27 = 3$

$\log_7 49 = 2$

B/ Résoudre les équations suivantes

1/

$36^{2x+1} = \sqrt{6}$

$\left(6^2\right)^{2x+1} = 6^{\frac{1}{2}}$

$6^{4x+2} = 6^{\frac{1}{2}}$

$4x + 2 = \frac{1}{2}$

$4x = \frac{1}{2} - 2 = -\frac{3}{2}$

$x = -\frac{3}{8}$

2/

$2^{2x-1} = 7$

$\ln 2^{2x-1} = \ln 7$

$\left(2x-1\right)\ln 2 = \ln 7$

$2x - 1 = \frac{\ln 7}{\ln 2} = 2,81$

$2x = 3,81$

$x = 1,905$

3/

$2^x + 4^x = 6$

$4^x + 2^x - 6 = 0$

$2^{2x} + 2^x - 6 = 0$

$y = 2^x$

$y^2 + y - 6 = 0$

$\Delta = 1^2 - 4.1.(-6) = 25$

$y = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2} = 2\ et - 3$

$y = 2$	$y = -3$
$2^x = 2$	$2^x = -3$
$x = 1$	*impossible*

4/

$$\log_2(x-2)+\log_2(x+6)=7$$
$$CE: x>2$$
$$\log_2(x-2)+\log_2(x+6)=\log_2 2^7$$
$$\log_2(x-2)(x+6)=\log_2 2^7$$
$$(x-2)(x+6)=2^7$$
$$x^2+4x-12=128$$
$$x^2+4x-140=0$$
$$\Delta=576$$
$$x=10 \;\; et \;\; \underset{\text{à rejeter}}{-14}$$

5/

$$\ln(x+et2)+\ln(x-1)=\ln(6-2x)$$
$$CE: x>-2 \quad x>1 \quad x<3$$
$$\ln(x+2)(x-1)=\ln(6-2x)$$
$$(x+2)(x-1)=6-2x$$
$$x^2+x-2=6-2x$$
$$x^2+x-2-6+2x=0$$
$$x^2+3x-8=0$$
$$\Delta=41$$
$$x=1,7 \; et \; \underset{\text{à rejeter}}{-4,7}$$

6/

$$25^{2x+1}=125$$
$$\left(5^2\right)^{2x+1}=5^3$$
$$5^{4x+2}=5^3$$
$$4x+2=3$$
$$x=\frac{1}{4}$$

7/

$$4^{2x^2-1}=3$$
$$\ln 4^{2x^2-1}=\ln 3$$
$$(2x^2-1)\ln 4=\ln 3$$
$$2x^2-1=\frac{\ln 3}{\ln 4}=0,79$$
$$x^2=0,895$$
$$x=\pm\sqrt{0,895}=\pm 0,946$$

8/

$$3^x+2.9^x=6$$
$$3^x+2.3^{2x}=6$$
$$2.3^{2x}+3^x-6=0$$
$$y=3^x$$
$$2y^2+y-6=0$$
$$\Delta=49$$
$$y=\frac{3}{2} \qquad et \qquad y=-2$$
$$3^x=\frac{3}{2} \qquad\qquad 3^x=-2$$
$$x=\frac{\ln 1,5}{\ln 3} \qquad\qquad impossible$$
$$x=0,369$$

9/

$$\log_3(x-2)+\log_3(x+6)=2$$
$$CE: x>2$$
$$\log_3(x-2)+\log_3(x+6)=\log_3 3^2$$
$$\log_3(x-2)(x+6)=\log_3 3^2$$
$$(x-2)(x+6)=3^2$$
$$x^2+4x-12=9$$
$$x^2+4x-21=0$$
$$\Delta=100$$
$$x=3 \quad et \quad \underset{\text{à rejeter}}{-7}$$

10/

$$\ln(x-1)+\ln(x+2)=2\ln(6-2x)$$
$$CE: x>10 \quad x>-2 \quad x<3$$
$$\ln(x-1)(x+2)=\ln(6-2x)^2$$
$$(x-1)(x+2)=(6-2x)^2$$
$$x^2+x-2=36-24x+4x^2$$
$$-3x^2+25x-38=0$$
$$\Delta=169$$
$$x=2 \quad et \quad \frac{-38}{-6}=\underset{\text{à rejeter}}{6,33}$$

CHAPITRE 2 : Les intégrales

1/ Déterminez les intégrales suivantes (intégrales immédiates) :

1/ $\int (x-x^4)dx$

2/ $\int \left(3-\frac{4}{x^2}\right)dx$

3/ $\int \frac{3}{x^3}dx$

4/ $\int (2^x+1)\,dx$

5/ $\int \frac{6}{\sqrt{x}}\,dx$

6/ $\int (\sqrt{x}+x^5)\,dx$

7/ $\int (\cos x+2\sin x)\;dx$

8/ $\int \left(\frac{1}{3x}+\cos x\right)dx$

9/ $\int \left(3x^2+4e^x\right)\,dx$

10/ $\int (x^4-4x^2-2^x)\;dx$

11/ $\int \left(5^x+\sin x\right)dx$

12/ $\int (\frac{4}{x}+\frac{x}{4})\;dx$

13/ $\int (2x+3)(5-x)\,dx$

14/ $\int \frac{-5}{x^2}dx$

15/ $\int \frac{x+1}{4}dx$

16/ $\int \left(e^2-\sin x\right)dx$

17/ $\int (x^2-x)^2\,dx$

18/ $\int \left(\sin x+\frac{3}{x}\right)dx$

19/ $\int (x^2-7^x)\,dx$

20/ $\int \left(\frac{2}{3x}+4\sin x\right)dx$

2/ Déterminez les intégrales suivantes (mélange) :

1/ $\int (x+1)\,x^4dx$

2/ $\int \ln x.\left(2x^2-x\right)dx$

3/ $\int \frac{3x}{(x^2+1)^3}dx$

4/ $\int (x^2\,2^{x^3}+1)\,dx$

5/ $\int \frac{6x+3}{\sqrt{x^2+x+1}}\;dx$

6/ $\int \sqrt{x}\,.x^5\,dx$

7/ $\int \left(\cos x\sin^3 x\right)\;dx$

8/ $\int \left(\frac{1}{3x}+\cos x\right)dx$

9/ $\int \left(3x^2+e^{2x}\right)\,dx$

10/ $\int (3x+1).e^x\;dx$

11/ $\int x\left(x+4\right)^4\,dx$

12/ $\int \frac{2x^4-3x^2+1}{x^2}\;dx$

13/ $\int \frac{x^2}{\sqrt{x^3-1}}\;dx$

14/ $\int \frac{-5x}{(x^2+1)^3}dx$

15/ $\int \frac{x+0,5}{\sqrt{x^2+x+1}}dx$

16/ $\int \left(e^{2x}-\sin x\right)dx$

17/ $\int (x^2-x)\,x\,dx$

18/ $\int \left(-1+\frac{3}{x^2}\right)dx$

19/ $\int x^2\,2^{3x^3}\;dx$

20/ $\int \left(\frac{2}{3x}+\sin 4x\right)dx$

21/ $\int \left(x.\sin 4x\right)dx$

22/ $\int \left(e^{-x}x+\sin x\right)dx$

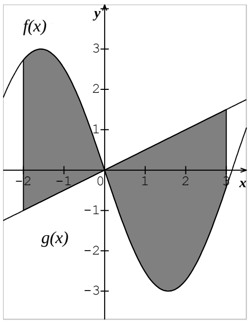
23/ $\int x^4\log_4 x\,dx$

24/ $\int \log_7 x\,dx$

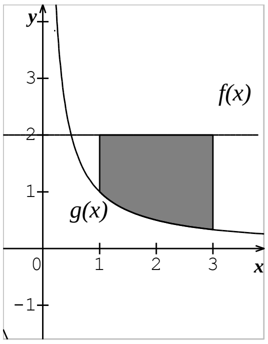
25/ $\int e^{4x}(x^2+1)\,dx$

3/ Calcule les aires grisées

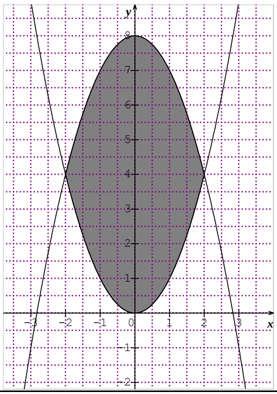
a/ $f(x) = -3\sin x$ et $g(x) = \dfrac{x}{2}$



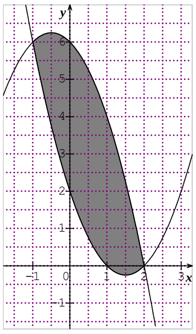
b/ $f(x) = 2$ et $g(x) = \dfrac{1}{x}$



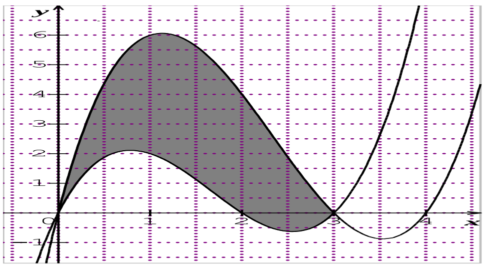
c/ $f(x) = x^2$ et $g(x) = 8 - x^2$



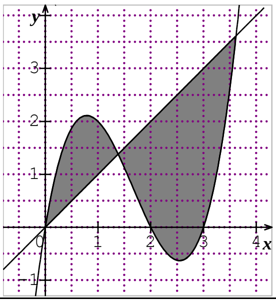
d/ $f(x) = x^2 - 3x + 2$ et $g(x) = -x^2 - x + 6$



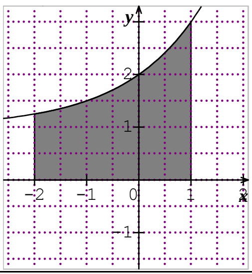
e/ $f(x) = x^3 - 5x^2 + 6x$ et $g(x) = x^3 - 7x^2 + 12x$



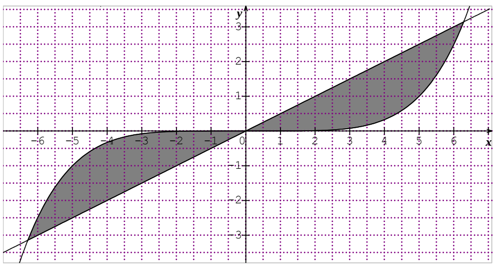
f/ $f(x) = x^3 - 5x^2 + 6x$ et $g(x) = x$



g/ $f(x) = 2^{x+1}$



h/ $f(x) = (0,2x)^5$ et $g(x) = 0,5x$



3/ Calculer le volume du corps engendré par la rotation autour de l'axe des abscisses de la figure limitée par la fonction $f(x) = (0,2x)^5$ et $g(x) = 0,5x$

CHAPITRE 2 : Les intégrales CORRECTIFS

1/ Déterminez les intégrales suivantes (intégrales immédiates) :

1/ $\int (x - x^4)dx = \frac{x^2}{2} - \frac{x^5}{5} + c$

2/ $\int \left(3 - \frac{4}{x^2}\right) dx = 3x - 4\frac{x^{-1}}{-1} + c = 3x + \frac{4}{x} + c$

3/ $\int \frac{3}{x^3}\, dx = \frac{x^{-2}}{-2} + c$

4/ $\int (2^x + 1)\, dx = \frac{2^x}{\ln 2} + x + c$

5/ $\int \frac{6}{\sqrt{x}}\, dx = 6\frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + c = 12\sqrt{x} + c$

6/ $\int (\sqrt{x} + x^5)\, dx = \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + \frac{x^6}{6} + c$

7/ $\int \left(\cos x + 2\sin x\right)\, dx = \sin x - 2\cos x + c$

8/ $\int \left(\frac{1}{3x} + \cos x\right) dx = \frac{1}{3}\ln|x| + \sin x + c$

9/ $\int \left(3x^2 + 4e^x\right)\, dx = x^3 + 4e^x + c$

10/ $\int (x^4 - 4x^2 - 2^x)\, dx = \frac{x^5}{5} - 4\frac{x^3}{3} - \frac{2^x}{\ln 2} + c$

11/ $\int \left(5^x + \sin x\right) dx = \frac{5^x}{\ln 5} - \cos x + c$

12/ $\int \left(\frac{4}{x} + \frac{x}{4}\right)\, dx = 4\ln|x| + \frac{x^2}{8} + c$

13/ $\int (2x+3)(5-x)\, dx = \int (-2x^2 + 7x + 15)\, dx = -2\frac{x^3}{3} + 7\frac{x^2}{2} + 15x + c$

14/ $\int \frac{-5}{x^2} dx = -5\frac{x^{-1}}{-1} + c = \frac{5}{x} + c$

15/ $\int \frac{x+1}{4}\, dx = \int \left(\frac{x}{4} + \frac{1}{4}\right) dx = \frac{x^2}{8} + \frac{1}{4}x + c$

16/ $\int \left(e^2 - \sin x\right) dx = e^2 x + \cos x + c$

17/ $\int (x^2 - x)^2\, dx = \int (x^4 - 2x^3 + x^2)\, dx = \frac{x^5}{5} - 2\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + c$

18/ $\int \left(\sin x + \frac{3}{x}\right) dx = \cos x + 3\ln|x| + c$

19/ $\int (x^2 - 7^x)\, dx = \frac{x^3}{3} - \frac{7^x}{\ln 7} + c$

20/ $\int \left(\frac{2}{3x} + 4\sin x\right) dx = \frac{2}{3}\ln|x| - 4\cos x + c$

2/ Déterminez les intégrales suivantes (mélange) :

1/ $\int (x+1)x^4 dx = \int (x^5+x^4)dx = \frac{x^6}{6}+\frac{x^5}{5}+c$

2/

$$\int \ln x.(2x^2-x)dx = \ln x.\left(\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}\right)-\int \frac{1}{x}\left(\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}\right)dx$$

$$f = \ln x \Rightarrow f' = \frac{1}{x}$$

$$g' = 2x^2 - x \Rightarrow g = 2\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}$$

$$= \ln x.\left(\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}\right)-\int\left(\frac{x^2}{3}-\frac{x}{2}\right)dx = \ln x.\left(\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}\right)-\left(\frac{x^3}{9}-\frac{x^2}{4}\right)+c$$

3/

$$\int \frac{3x}{(x^2+1)^3}dx = \int \frac{3}{u^3}\frac{du}{2} = \int 3u^{-3}\frac{du}{2} = \frac{3}{2}\int u^{-3}du = \frac{3}{2}\frac{u^{-2}}{-2}+c = -\frac{3}{4}(x^2+1)^{-2}+c$$

$$u = x^2+1$$

$$du = 2x\,dx$$

$$\frac{du}{2} = x\,dx$$

4/

$$\int (x^2 2^{x^3}+1)dx = \int x^2 2^{x^3}dx + \int 1dx = \int 2^u \frac{du}{3}+\int 1dx = \frac{1}{3}\int 2^u du + \int 1dx = \frac{1}{3}\frac{2^u}{\ln 2}+x+c = \frac{1}{3}\frac{2^{x^3}}{\ln 2}+x+c$$

$$u = x^3$$

$$du = 3x^2\,dx$$

$$\frac{du}{3} = x^2\,dx$$

5/

$$\int \frac{6x+3}{\sqrt{x^2+x+1}}dx = \int \frac{1}{\sqrt{u}}du = \int u^{-\frac{1}{2}}3du = 3\int u^{-\frac{1}{2}}du = 3\frac{u^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}}+c = 6\sqrt{u}+c = 6\sqrt{x^2+x+1}+c$$

$$u = x^2+x+1$$

$$du = (2x+1)dx$$

$$3du = (6x+2)dx$$

6/ $\int \sqrt{x}.x^5dx = \int x^{\frac{1}{2}}.x^5\,dx = \int x^{\frac{11}{2}}dx = \frac{x^{\frac{13}{2}}}{\frac{13}{2}}+c$

$$\int\left(\cos x\sin^3 x\right)\,dx=\int u^3\,du=\frac{u^4}{4}+c=\frac{\sin^4 x}{4}+c$$

7/ $u=\sin x$

$du=\cos x\,dx$

8/ $$\int\left(\frac{1}{3x}+\cos x\right)dx=\frac{1}{3}\ln|x|+\sin x+c$$

$$\int\left(3x^2+e^{2x}\right)\,dx=\int 3x^2\,dx+\int e^{2x}\,dx=x^3+\int e^u\,\frac{du}{2}=x^3+\frac{1}{2}e^u+c=x^3+\frac{1}{2}e^{2x}+c$$

9/ $u=2x$

$du=2\,dx$

$\frac{du}{2}=dx$

$$\int(3x+1).e^x\;dx=(3x+1)e^x-\int 3e^x\,dx=(3x+1)e^x-3e^x+c$$

10/ $f=3x+1\Rightarrow f'=3$

$g'=e^2\Rightarrow g=e^x$

$$\int x\left(x+4\right)^4\,dx=x\frac{\left(x+4\right)^5}{5}-\int 1.\frac{\left(x+4\right)^5}{5}\,dx=x\frac{\left(x+4\right)^5}{5}-\frac{1}{5}\int\left(x+4\right)^5\,dx=\frac{\left(x+4\right)^6}{30}+c$$

11/ $f=x\Rightarrow f'=1$

$g'=\left(x+4\right)^4\Rightarrow g=\frac{\left(x+4\right)^5}{5}$

12/

$$\int\frac{2x^4-3x^2+1}{x^2}\,dx=\int\frac{2x^4}{x^2}dx-\int\frac{3x^2}{x^2}dx+\int\frac{1}{x^2}dx=\int 2x^2dx-\int 3dx+\int\frac{1}{x^2}dx=2\frac{x^3}{3}-3x+\frac{x^{-1}}{-1}+c$$

$$\int\frac{x^2}{\sqrt{x^3-1}}\,dx=\int\frac{1}{\sqrt{u}}\frac{du}{3}=\frac{1}{3}\int u^{\frac{-1}{2}}du=\frac{1}{3}\frac{u^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}}+c=\frac{2}{3}\sqrt{x^3-1}+c$$

13/ $u=x^3-1$

$du=3x^2\,dx$

$\frac{du}{3}=x^2\,dx$

$$\int \frac{-5x}{(x^2+1)^3}\,dx = \int \frac{-5}{u^3}\frac{du}{2} = \frac{-5}{2}\int u^{-3}du = \frac{-5}{2}\frac{u^{-2}}{-2} + c = \frac{5}{4(x^2+1)^2} + c$$

14/ $u = x^2 + 1$

$du = 2x\,dx$

$\frac{du}{2} = x\,dx$

$$\int \frac{x+0,5}{\sqrt{x^2+x+1}}\,dx = \int \frac{1}{\sqrt{u}}\frac{du}{2} = \frac{1}{2}\int u^{\frac{-1}{2}}du = \frac{1}{2}\frac{u^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + c = \sqrt{x^2+x+1} + c$$

15/ $u = x^2 + x + 1$

$du = (2x+1)dx$

$\frac{du}{2} = (x+0,5)dx$

$$\int \left(e^{2x} - \sin x\right)dx = \int e^{2x}\,dx - \int \sin x\,dx = \int e^u\,\frac{du}{2} + \cos x = \frac{e^u}{2} + \cos x + c = \frac{e^{2x}}{2} + \cos x + c$$

16/ $u = 2x$

$du = 2dx$

$\frac{du}{2} = dx$

17/ $\int (x^2 - x)\,x\,dx = \int (x^3 - x^2)\,dx = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + c$

18/ $\int \left(-1 + \frac{3}{x^2}\right)dx = -x + 3\frac{x^{-1}}{-1} + c = -x - \frac{3}{x} + c$

$$\int x^2\,2^{3x^3}\,dx = \int 2^u\,\frac{du}{9} = \frac{1}{9}\frac{2^u}{\ln 2} + c = \frac{1}{9}\frac{2^{3x^3}}{\ln 2} + c$$

19/ $u = 3x^3$

$du = 9x^2dx$

$\frac{du}{9} = x^2dx$

20/

$$\int \left(\frac{2}{3x} + \sin 4x\right)dx = \int \frac{2}{3x}dx + \int \sin 4x\,dx = \frac{2}{3}\int \frac{1}{x}dx + \int \sin u\,\frac{du}{4} = \frac{2}{3}\ln|x| - \frac{1}{4}\cos u + c = \frac{2}{3}\ln|x| - \frac{1}{4}\cos 4x + c$$

$u = 4x$

$du = 4dx$

$\frac{du}{4} = dx$

21/

$$\int\left(x.\sin 4x\right)dx = x\left(\frac{-1}{4}\cos 4x\right)-\int 1\left(\frac{-1}{4}\cos 4x\right)dx = x\left(\frac{-1}{4}\cos 4x\right)+\frac{1}{4}\int\left(\cos 4x\right)dx =$$

$$f = x \Rightarrow f' = 1$$

$$g' = \sin 4x \Rightarrow g = \frac{-1}{4}\cos 4x$$

$$= x\left(\frac{-1}{4}\cos 4x\right)+\frac{1}{16}\sin 4x + c$$

22/

$$\int\left(e^{-x}x+\sin x\right)dx = x\left(-e^{-x}\right)-\int\left(1.e^{-x}\right)dx = x\left(-e^{-x}\right)+e^{-x}+c$$

$$f = x \Rightarrow f' = 1$$

$$g' = e^{-x} \Rightarrow g = -e^{-x}$$

23/

$$\int x^4\log_4 x\,dx = \log_4 x.\frac{x^5}{5}-\int\frac{1}{x\ln 4}\frac{x^5}{5}dx = \log_4 x.\frac{x^5}{5}-\frac{1}{5\ln 4}\int x^4 dx = \log_4 x.\frac{x^5}{5}-\frac{x^5}{25\ln 4}+c$$

$$f = \log_4 x \Rightarrow f' = \frac{1}{x\ln 4}$$

$$g' = x^4 \Rightarrow g = \frac{x^5}{5}$$

24/

$$\int\log_7 x\,dx = \int 1.\log_7 x\,dx = x\log_7 x-\int\frac{1}{x\ln 7}x\,dx = \int 1.\log_7 x\,dx = x\log_7 x-\int\frac{1}{\ln 7}dx = \int 1.\log_7 x\,dx = x\log_7 x-$$

$$f = \log_7 x \Rightarrow f' = \frac{1}{x\ln 7}$$

$$g' = 1 \Rightarrow g = x$$

25/

$$\int e^{4x}(x^2+1)\,dx = (x^2+1)\frac{1}{4}e^{4x}-\int 2x.\frac{1}{4}e^{4x}dx$$

$$f = x^2+1 \Rightarrow f' = 2x$$

$$g' = e^{4x} \Rightarrow g = \frac{1}{4}e^{4x}$$

$$= (x^2+1)\frac{1}{4}e^{4x}-\frac{1}{2}\int x.e^{4x}dx = (x^2+1)\frac{1}{4}e^{4x}-\frac{1}{2}\left[x.\frac{1}{4}e^{4x}-\int 1.\frac{1}{4}e^{4x}dx\right]$$

$$f = x \Rightarrow f' = 1$$

$$g' = e^{4x} \Rightarrow g = \frac{1}{4}e^{4x}$$

$$= (x^2+1)\frac{1}{4}e^{4x}-\frac{1}{8}x.e^{4x}+\frac{1}{8}\int e^{4x}dx = (x^2+1)\frac{1}{4}e^{4x}-\frac{1}{8}x.e^{4x}+\frac{1}{32}e^{4x}+c$$

CHAPITRE 3 : Statistiques à 2 variables

Exercice :

La puissance *x* en chevaux DNI et la cylindrée *y* en cm^3 de huit voitures à moteur diesel figurent sur le tableau ci-dessous :

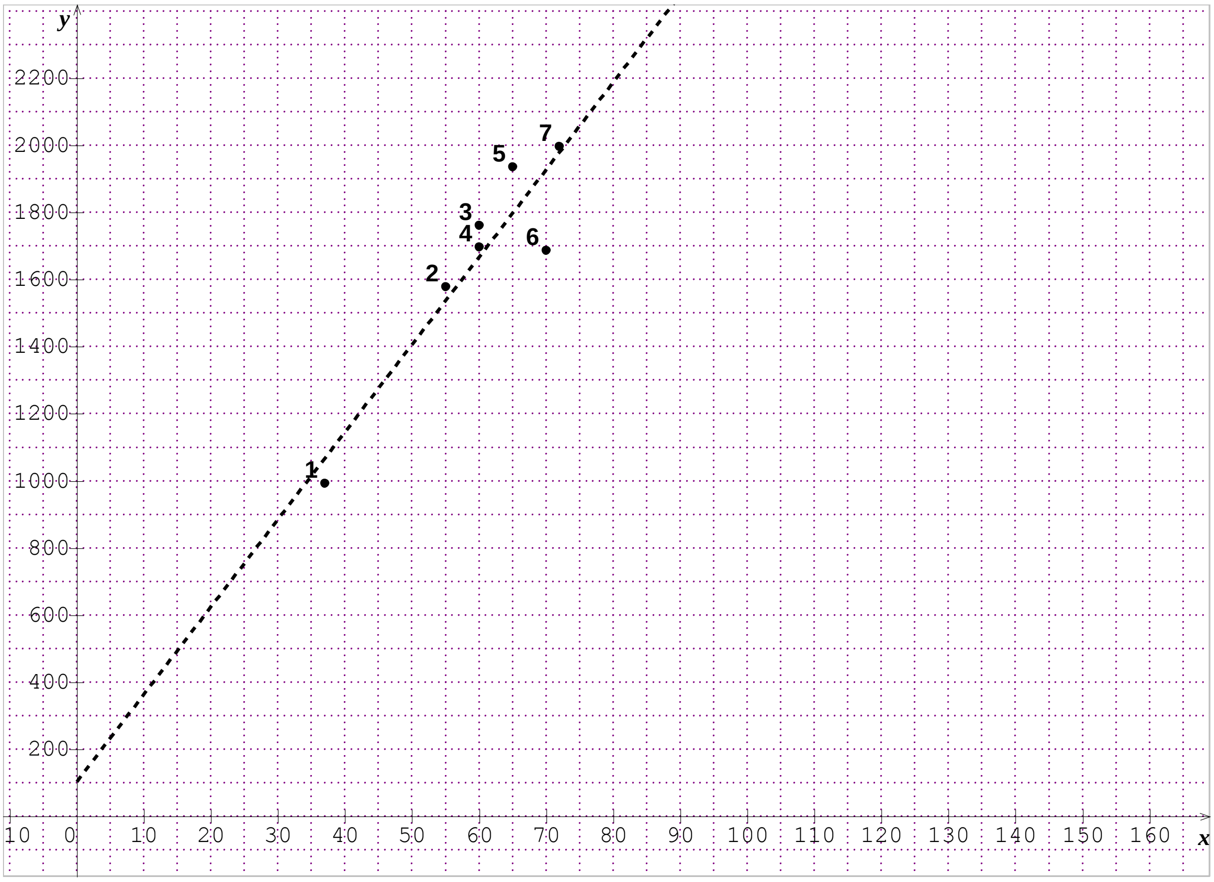
Voiture	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7
Puissance x	37	55	60	60	65	70	72
Cylindrée y	993	1579	1761	1697	1935	1686	1997

1) Réaliser un graphique représentant le nuage de points
   unités : axe des x : 1 cm=10 chevaux
   axe des y : 1 cm= 200 cm^3

2) Calculer le coefficient de corrélation et déterminer si la corrélation est forte

3) Déterminer la droite d'ajustement par la méthode des moindres carrés et tracer la droite sur le graphique.
   a) En utilisant la droite d'ajustement, déterminer graphiquement la puissance d'un moteur de cylindrée 2 200 cm^3 en laissant apparaître les traits permettant la lecture graphique.
   b) En utilisant une équation de la droite, calculer la puissance, arrondie à l'unité, d'un moteur de cylindrée 2 200 cm^3.

CHAPITRE 3 : Statistiques à 2 variables CORRECTION



1/

$\overline{x} = 59,86$

$\overline{y} = 1664$

$\sigma(x) = 10,84$

$\sigma(y) = 305;38$

$\mathrm{cov}(x,y) = 3056,53$

$r = 0,92 \quad \textit{correlation forte}$

2/

$$y - \overline{y} = \frac{\mathrm{cov}(x,y)}{\sigma(x)^2}(x - \overline{x})$$

$y = 26,06x + 104,05$

3/

a) voir sur graphique

b)

$y = 2200$

$2200 = 26,06x + 104,05$

$2200 - 104,05 = 26,06x$

$$\frac{2200 - 104,05}{26,06} = x$$

$x = 80,43$

CHAPITRE 4 : Combinatoire

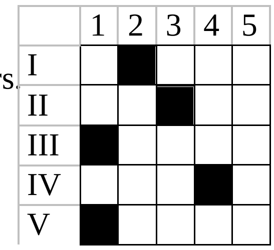
EXERCICE 1

1/ Une agence de voyages propose un circuit touristique comprenant quatre des douze capitales de la Communauté économique européenne (CEE).
Pour définir un circuit, on suppose que chaque capitale n'est visitée qu'une fois et on tient compte de l'ordre de visite de ces capitales ; par exemple, le circuit : " Paris, Madrid, Rome, Athènes " diffère du circuit : " Athènes, Rome, Paris, Madrid ".
1. Combien y a-t-il de circuits différents ?
2. Si le circuit commence à Paris, combien y a-t-il de circuits différents ?

2/ Dans l'alphabet braille, chaque lettre ou signe est représenté par 6 points disposés dans un tableau de 3 lignes et 2 colonnes. Les points sont soit en reliefs ou non. Combien de signes distincts peut-on former ?

3/ Nous avons un comité d'entreprise de 3 personnes à former parmi 15 membres du personnel ; Sachant qu'il faut un président, un vice président et un secrétaire, combien de comités peut-on former ?

4/*Mots croisés*



On considère des grilles de mots croisés contenant 25 cases, blanches ou noirs.
1 Combien de grilles contiennent 5 cases noires ?
2 20 cases blanches ?
3 Expliquer pourquoi les deux questions précédentes donnent le même résultat.

5/ Un internaute a pour habitude de composer un mot de passe à 6 caractères dont les 3 premiers sont des lettres et les 3 derniers sont des chiffres.

1) On suppose que les 3 lettres ne sont pas distinctes. Combien peut-on composer de mots de passe différents qui:
a) commencent par A
b) commencent par AB
c) contiennent A
d) contiennent A et B

2) Mêmes questions si, on suppose que les 3 lettres sont distinctes.

EXERCICE 2

1. Sept chevaux sont au départ d'une course. Combien y a-t-il de tiercés dans l'ordre possible ? Dans le désordre ?
2. Combien existe-t-il d'anagrammes du mot « poivre » ?
3. Comment placer six boules distinctes dans trois urnes différentes ?
4. Combien de mots comprenant 4 consonnes différentes et 3 voyelles différentes peut-on former avec 7 consonnes et 5 voyelles.
5. On extrait simultanément 5 cartes d'un jeu de 52 cartes,
   1) dénombrer les tirages possibles
   2) dénombrer les mains
      a) contenant au moins un as
      b) contenant trois trèfles et deux piques
      c) ne contenant que des cœurs et des carreaux
      d) contenant exactement un as
      e) ne contenant que des cœurs ou que des carreaux
6. Cécile et Arthur font partie d'une assemblée de 17 hommes et de 12 femmes. Cette assemblée doit choisir six de ses membres pour former un comité.
   1) dénombrer les choix possibles pour constituer ce comité
   2) dénombrer les comités
      a) contenant Cécile et Arthur
      b) ne contenant ni Cécile, ni Arthur
      c) contenant Cécile ou Arthur (2 manières)
   3) dénombrer les comités
      a) contenant 2 femmes et 4 hommes
      b) contenant au moins 2 femmes
      c) contenant au plus deux femmes
      d) contenant au moins un homme et au moins une femme.
7. Une voiture se fabrique en trois modèles ; pour chaque modèle, on a le choix entre 4 moteurs et 2 boîtes de vitesses. Sous combien de formes cette voiture se fabrique-t-elle ?

8. Quatre personnes vont au restaurant et déposent leur pardessus au vestiaire. Se combien de manières différentes, l'employée peut-elle rendre les pardessus après le repas ?

EXERCICE 3

1/ Développer $\left(3a^2b+5b^2\right)^4$

2/ Quel est le coefficient de x^3y^7 dans $\left(x-y\right)^{10}$?

CHAPITRE 4 : Combinatoire CORRECTIF

EXERCICE 1 SOLUTIONS

1/ 1) $A_{12}^{4}=\frac{12!}{8!}=11880$ 2) 1.$A_{11}^{3}=\frac{11!}{8!}=990$

2/ $2^{6}=64$

3/ $A_{15}^{3}=\frac{15!}{12!}=2730$

4/ 1/ $C_{25}^{5}=\frac{25!}{5!20!}=53130$ 2/ $C_{25}^{20}=\frac{25!}{20!5!}=53130$ 3/ $C_{n}^{p}=C_{n}^{n-p}$

5/ 1/ a) $\alpha_{26}^{2}.\alpha_{10}^{3}=676000$

b) $\alpha_{26}^{1}.\alpha_{10}^{3}=26000$

c) $3.\alpha_{26}^{2}.\alpha_{10}^{3}=2028000$

d) $3.\alpha_{26}^{1}.\alpha_{10}^{3}=78000$

2/ a) $A_{26}^{2}.A_{10}^{3}=468000$

b) $A_{26}^{1}.A_{10}^{3}=18720$

c) $3.A_{26}^{2}.A_{10}^{3}=1404000$

d) $3.A_{26}^{1}.A_{10}^{3}=56160$

EXERCICE 2 SOLUTIONS

1. ordre $A_{7}^{3}=210$ désordre $C_{7}^{3}=35$

2. $A_{6}^{6}=6!=720$

3. $A_{6}^{3}=120$

4. $A_{7}^{4}A_{5}^{3}=50400$

5. 1) $C_{52}^{5}=2598960$

2) a) contenant au moins un as = nombre total de tirage- tirages sans as= $C_{52}^{5}-C_{48}^{5}=886656$

b) $C_{13}^{3}C_{13}^{2}=22308$

c) $C_{26}^{5}=65780$

d) $C_{4}^{1}C_{48}^{4}=778320$

e) $C_{13}^{5}+C_{13}^{5}=2574$

6. 1) $C_{29}^{6}=475020$

2) a) contenant Cécile et Arthur + 4 autres personnes $C_1^1C_1^1C_{27}^4=17550$

b) $C_{27}^{6}=230230$

c) $C_1^1C_{27}^5+C_1^1C_{27}^5=161460$

3) dénombrer les comités

a) $C_{12}^2C_{17}^4=157080$

b) contenant au moins 2 femmes= minimum 2 femmes

= 2 femmes +3 femmes +4 femmes +5 femmes +6 femmes

= $C_{12}^2C_{17}^4+C_{12}^3C_{17}^3+C_{12}^4C_{17}^2+C_{12}^5C_{17}^1+C_{12}^6=388388$

c) contenant au plus deux femmes= maximum 2 femmes

= 0 femme + 1 femme + 2 femmes= $C_{17}^6+C_{12}^1C_{17}^5+C_{12}^2C_{17}^4=243712$

d) contenant au moins un homme et au moins une femme

= total des possibilités – que des hommes – que des femmes

= $C_{29}^6-C_{12}^6-C_{17}^6=461720$

7. 3 modèles x 4 moteurs x 2 boîtes de vitesses= 24 voitures différentes

8. $A_4^4=4!=24$

EXERCICE 3

1/ $\left(3a^2b+5b^2\right)^4=81\,a^8b^4+540\,a^6b^5+1350\,a^4b^6+1500\,a^2b^7+625\,b^8$

2/ - 120

CHAPITRE 5 : Probabilités

I Probabilités élémentaires

Exercice 1 On jette un dé dont les faces sont numérotées de 1 à 6 et on s'intéresse au numéro apparaissant sur la face supérieure.
1. Définir l'univers Ω.

2. Donner la probabilité des événements suivants :

A : "obtenir un numéro inférieur ou égal à 2"

B : "obtenir un numéro impair"

C : "obtenir un numéro strictement supérieur à 4".

3. Donner pour les événements suivants : $A \cap B$, $A \cup B$, $A \cap C$, $A \cup C$, $B \cap C$ et $B \cup C$ une phrase qui les caractérise puis calculer leurs probabilités.

4. Parmi les événements utilisés précédemment, citer deux événements incompatibles.

5. Décris l'événement contraire de $A \cup C$

Exercice 2 On lance deux dés, à six faces, non truqués. L'un des dés est rouge, l'autre blanc.

1. calculer les probabilités des événements suivants :
a) A : le dé rouge donne un 1 et le dé blanc un 4 ;

b) B : on obtient un 1 et un 4 ;

c) C : on obtient un double ;

d) D : la somme des résultats donnés par les deux dés est égale à 6 ;

e) E : on obtient au moins un 6.

2. Les événements B et D sont-ils incompatibles ? et calculer $P(B \cup D)$
3. Les événements C et D sont-ils incompatibles ? et calculer $P(C \cup D)$

Exercice 3 Fabrice, Stéphanie, Caroline et Clara passent 3 jours au camping. Chaque soir, on tire à pile ou face pour savoir qui fera la vaisselle : « pile, c'est les garçons ; face, c'est les filles !! »
Calculer la probabilité des évènements suivants :
A. Les garçons font la vaisselle le premier soir.
B. Ils font la vaisselle 3 fois durant le séjour
C. Personne ne fait la vaisselle deux soirs de suite.

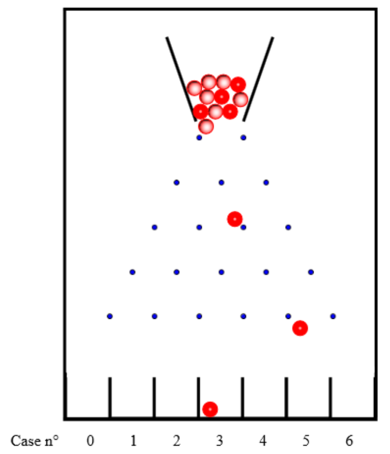
Exercice 4 Soient A et B deux évènements tels que P(A) = P(B) = 0,9
Pourquoi $P(A \cap B) \geq 0,80$?

Exercice 5 Sur une route d'agglomération un feu tricolore reste 54 sec au vert, 4sec à l'orange et 42 sec au rouge.
1) Calculer la durée du cycle du feu tricolore
2) Calculer la probabilité d'avoir le feu au vert.
3) Calculer la probabilité de ne pas avoir le feu au vert

Exercice 6 On considère une roue partagée en 15 secteurs angulaires numérotés de 1 à 15. On considère l'expérience aléatoire qui consiste à faire tourner la roue qui s'arrête sur l'un des 15 secteurs dont on note le numéro.

	1/ Donner Ω 2/ Déterminer la probabilité des événements : *E*: «le numéro est multiple de 5» ; F : «le numéro n'est pas multiple de 5» ; *G* : «le numéro est pair et inférieur à 11» ; 3/ Calculer $P(E \cup F)$, $P(E \cup G)$ et $P(G \cup F)$

<u>Exercice 7</u> La planche de Galton est une planche sur laquelle des clous sont plantés, de telle sorte qu'une bille lâchée sur la planche passe soit à droite soit à gauche pour chaque rangée de clous.
Dans la partie inférieure, la bille tombe dans une des cases.
Soit A « la boule tombe dans une case paire »
Soit B « la boule tombe dans une case impaire »
Les événements sont-ils incompatibles ? contraires ? (justifie)



<u>Exercice 8</u>

La médecine du travail décide de vacciner seulement les employés de plus de 50 ans dans une entreprise. Sur l'effectif total de 1200 employés, 400 ont plus de 50 ans.
Une épidémie s'est déclarée au cours de l'hiver
20 % des employés non vaccinés et 3 % des employés vaccinés ont eu la grippe.

1) **Compléter** le tableau suivant :

	Nombre d'employés non vaccinés	Nombre d'employés vaccinés
Nombre d'employés n'ayant pas eu la grippe		
Nombre d'employés ayant eu la grippe		
Total		

2) On considère l'évènement A : le salarié a été vacciné
On considère l'évènement B : le salarié a eu la grippe

Calculer les probabilités des évènements A et B.

3) a) Que représente l'évènement $A \cap B$?
b) **Calculer** la probabilité de l'évènement $A \cap B$.

4) a) Que représente l'évènement $A \cup B$?
b) **Calculer** la probabilité de l'évènement $A \cup B$.

5) a) Que représente l'évènement $\bar{A} \cap B$?
b) **Calculer** la probabilité de l'évènement $\bar{A} \cap B$.

Exercice 9

Dans une classe de 40 élèves, 15 sont en option langue italien, 20 suivent le cours de math 4h dont 10 suivent les 2 cours. Si Mr le proviseur vient chercher un élève de la classe :

a) Calculer la probabilité qu'il suive ni le cours d'italien ni le cours de math 4h

b) Calculer la probabilité qu'il ne suive pas le cours de math 4h

c) Calculer la probabilité qu'il suive le cours de math 4h ou le cours d'italien

II Probabilités avec combinatoire – probabilités conditionnelles et diagrammes en arbre

Exercice 10 : Dans une classe de 20 élèves, 10 élèves suivent le cours de mathématiques, 5 celui de biologie et 3 les deux.

a) Calculer les probabilités suivantes :
A=ensemble des élèves qui suivent le cours de mathématiques
B=ensemble des élèves qui suivent le cours de biologie.

b) Les événements A et B sont-ils incompatibles ? (justifie)

c) Les événements A et B sont-ils contraires ? (justifie)

d) Calculer la probabilité qu'un élève suive le cours de mathématiques ou de biologie.

e) Calculer $P(A/B)$

Exercice 11 : Pour l'examen oral de mathématiques, le professeur a préparé 30 questions (10 d'analyse, 12 de géométrie et 8 de probabilité). Les étudiants doivent tirer 3 questions (sans replacement). Calculer la probabilité que l'étudiant tire :
a) 3 questions d'analyse.
b) 1 question de chaque.
c) 2 questions de géométrie et 1 d'analyse.
d) Pas de question de géométrie.
e) au moins une question de géométrie.

Exercice 12 :

Deux joueuses de tennis A et B vont s'affronter à Roland Garros. D'après leur classement respectif :
- la probabilité que A gagne le premier set est de 0,6
- la probabilité que A gagne un set après avoir remporté le set précédant est de 0,8
- la probabilité que A gagne un set après avoir perdu le set précédant est de 0,4

On rappelle qu'un match de tennis féminin se joue en deux sets gagnants : le match s'arrête dès qu'une des deux joueuses a remporté deux sets.

1. Quelle est la probabilité que A remporte la partie ?
2. Quelle est la probabilité que B remporte la partie en perdant le premier set ?
3. Quelle est la probabilité que B remporte la partie en perdant le deuxième set ?

Exercice 13 :

Un sac contient 5 jetons verts (numérotés de 1 à 5) et 4 jetons rouges (numérotés de 1 à 4) et 2 jetons bleus
1/ On tire simultanément et au hasard 3 jetons du sac. Calculer les probabilités :
a) de tirer 3 jetons verts ;
b) de ne tirer aucun jeton vert
c) de tirer au plus 2 jetons verts ;
d) de tirer au moins 1 jeton vert.
2) On tire au hasard successivement et sans remettre le jeton tiré 3 jetons du sac
. Reprendre alors les questions a), b), c) et d).

Solutions

Ex 1 1/ $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$

2/ $A = \{1,2\} \Rightarrow P(A) = \dfrac{2}{6}$ $B = \{1,3,5\} \Rightarrow P(B) = \dfrac{3}{6}$ $C = \{5,6\} \Rightarrow P(A) = \dfrac{2}{6}$

3/ $A \cap B =$ « obtenir un numéro impair ET ≤ 2 » $P(A \cap B) = \dfrac{1}{6}$

$A \cup B =$ « obtenir un numéro impair OU ≤ 2 » $P(A \cup B) = \dfrac{2}{6} + \dfrac{3}{6} - \dfrac{1}{6} = \dfrac{4}{6}$

$A \cap C =$ « obtenir un numéro ≤ 2 ET > 4 » $P(A \cap C) = 0$

$A \cup C =$ « obtenir un numéro ≤ 2 OU > 4 » $P(A \cup C) = \dfrac{2}{6} + \dfrac{2}{6} - 0 = \dfrac{4}{6}$

$B \cap C =$ « obtenir un numéro impair ET > 4 » $P(B \cap C) = \dfrac{1}{6}$

$B \cup C =$ « obtenir un numéro impair OU > 4 »

$P(B \cup C) = \dfrac{3}{6} + \dfrac{2}{6} - \dfrac{1}{6} = \dfrac{4}{6}$

4/ A et C incompatibles car $P(A \cap C) = 0$ ou $A \cap C = \varnothing$

5/ $A \cup C = \{1,2,5,6\}$ $\Rightarrow$ $\overline{A \cup C} = \{3,4\}$ $\overline{A \cup C} =$ « obtenir un numéro ≥ 3 et ≤ 4 »

Ex 2 1/ a) $P(A) = \dfrac{1}{36}$ b) $P(B) = \dfrac{2}{36}$ c) $P(C) = \dfrac{6}{36}$ d) $P(D) = \dfrac{5}{36}$ e) $P(E) = \dfrac{11}{36}$

2/ B et D incompatibles ? oui car $B \cap D = \varnothing$

$P(B \cup D) = \dfrac{2}{36} + \dfrac{5}{36} - 0 = \dfrac{7}{36}$

Ex 3 : $P(A) = \dfrac{4}{8}$ $P(B) = \dfrac{1}{8}$ $P(C) = \dfrac{2}{8}$

Ex 4 :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$
$$P(A \cup B) = 0,9 + 0,9 - P(A \cap B)$$
$$\underbrace{P(A \cup B)}_{\underbrace{\in [0,1]}_{\Rightarrow P(A \cap B) \geq 0,8}} = 1,8 - P(A \cap B)$$

Ex 5 : 1/ 54+4+42=100 s 2/ $\dfrac{54}{100}$ 3/ $1 - \dfrac{54}{100} = \dfrac{46}{100}$

Ex 6 : 1/ $\Omega = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15\}$

2/ $E = \{5,10,15\} \Rightarrow P(E) = \dfrac{3}{15}$ $F = \overline{A} \Rightarrow P(F) = \dfrac{12}{15}$ $G = \{2,4,6,8,10\} \Rightarrow P(G) = \dfrac{5}{15}$

3/ $P(E \cup F) = \dfrac{3}{15} + \dfrac{12}{15} - 0 = 1$

$P(E \cup G) = \dfrac{3}{15} + \dfrac{5}{15} - \dfrac{1}{15} = \dfrac{7}{15}$

$P(G \cup F) = \dfrac{5}{15} + \dfrac{12}{15} - \dfrac{4}{15} = \dfrac{13}{15}$

Ex 7 A et B incompatibles car $A = \{2,4,6\}$ et $A = \{1,3,5\}$ donc $A \cap B = \varnothing$

A et B pas contraire car $A \cup B = \{1,2,3,4,5,6\} \neq \Omega = \{0,1,2,3,4,5,6\}$

Ex 8

1/	$\overline{A}$ pas vacciné	A vacciné
B ont eu la grippe	160	12
$\overline{B}$ n'ont pas eu la grippe	640	388
	800	400

2/ $P(A) = \dfrac{400}{1200}$ $P(B) = \dfrac{172}{1200}$

3/ a) $A \cap B =$ « le salarié est vacciné ET a eu la grippe »

b) $P(A \cap B) = \dfrac{12}{1200}$

4/ a) $A \cup B =$ « le salarié est vacciné OU a eu la grippe »

b) $P(A \cup B) = \dfrac{400}{1200} + \dfrac{172}{1200} - \dfrac{12}{1200} = \dfrac{560}{1200}$

5/ a) $\overline{A} \cap B =$ « le salarié n'est pas vacciné ET a eu la grippe »

b) $P(\overline{A} \cap B) = \dfrac{160}{1200}$

Ex 9 $P(A) = \dfrac{15}{40}$ $P(B) = \dfrac{20}{40}$ $P(C) = \dfrac{25}{40}$

Ex 10

a) $P(A)=\frac{10}{20}$ $P(B)=\frac{5}{20}$

b) non car $A\cap B\neq\emptyset$ *ou* $P(A\cap B)=\frac{3}{20}\neq 0$

c) non car $A\cup B\neq\Omega$ *ou* $P(A)+P(B)=\frac{15}{20}\neq 1$

d) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{10}{20}+\frac{5}{20}-\frac{3}{20}=\frac{12}{20}$

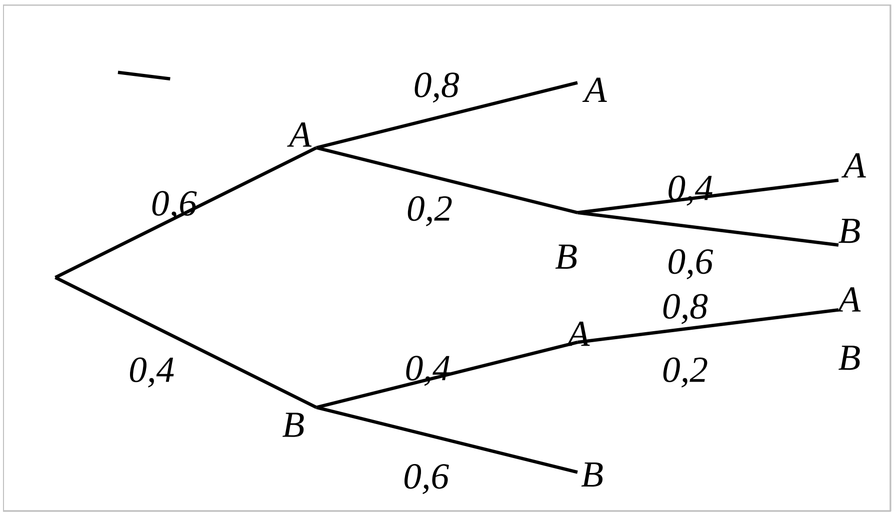
e) $P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{3}{20}}{\frac{5}{20}}=\frac{3}{5}$

Ex 11

a) $P(3A)=\frac{C_{10}^{3}}{C_{30}^{3}}$ b) $P(AGP)=\frac{C_{10}^{1}C_{12}^{1}C_{8}^{1}}{C_{30}^{3}}$ c) $P(GGA)=\frac{C_{12}^{2}C_{10}^{1}}{C_{30}^{3}}$ d) $P(aucun\ G)=\frac{C_{18}^{3}}{C_{30}^{3}}$

e) $P(au\ moins\ un\ G)=1-P(aucun\ G)=1-\frac{C_{18}^{3}}{C_{30}^{3}}$

Ex 12



1/ Il y a trois chemins possibles pour que A remporte la partie
$P(A)=(0,6.0,8)+(0,6.0,2.0,4)+(0,4.0,4.0,8)=0,656$

2/ Si B remporte la partie en perdant le premier set, elle doit forcément gagner les deuxième et troisième sets
$P(ABB)=0,6.0,2.0,6=0,072$

3 / Si B remporte la partie en perdant le deuxième set, elle doit forcément gagner les premier et troisième sets :
$P(BAB)=0,4.0,4.0,2=0,032$

Exercice 13 :

Un sac contient 5 jetons verts (numérotés de 1 à 5) et 4 jetons rouges (numérotés de 1 à 4) et 2 jetons bleus

1/ On tire simultanément et au hasard 3 jetons du sac. Calculer les probabilités :

a) de tirer 3 jetons verts ; $P(A) = \frac{C_5^3}{C_{11}^3}$

b) de ne tirer aucun jeton vert $P(B) = \frac{C_6^3}{C_{11}^3}$

c) de tirer au plus 2 jetons verts ; $P(C) = \underset{\text{äucun jeton vert}}{\frac{C_6^3}{C_{11}^3}} + \underset{\text{1 jeton vert}}{\frac{C_5^1 C_6^2}{C_{11}^3}} + \underset{\text{2 jetons verts}}{\frac{C_5^2 C_6^1}{C_{11}^3}}$

d) de tirer au moins 1 jeton vert. $P(D) = 1 - \frac{C_6^3}{C_{11}^3}$

2) On tire au hasard successivement et sans remettre le jeton tiré 3 jetons du sac . Reprendre alors les questions a), b), c) et d).

a) de tirer 3 jetons verts ; $P(A) = \frac{A_5^3}{A_{11}^3}$

b) de ne tirer aucun jeton vert $P(B) = \frac{A_6^3}{A_{11}^3}$

c) de tirer au plus 2 jetons verts ; $P(C) = \frac{A_6^3}{A_{11}^3} + \underbrace{\frac{3A_5^1 A_6^2}{A_{11}^3}}_{\text{le jeton vert peut prendre 3 places différentes}} + \underbrace{\frac{3A_5^2 A_6^1}{A_{11}^3}}_{\text{les 2 jetons verts peuvent prendre 3 places différentes}}$

d) de tirer au moins 1 jeton vert. $P(D) = 1 - \frac{A_6^3}{A_{11}^3}$

CHAPITRE 7 : Géométrie analytique

Géométrie analytique : révisions

Exercice 1 :

a) Donner les équations cartésiennes de la droite passant par A (2,-3,4) et B (1,5,-8)

b) Donner les équations cartésiennes de la droite passant par C (4,-3,-2) et D (-2,4,9)

Exercice 2: On donne deux droites. Indiquez si ces droites sont secantes (si oui perpendiculaires ?) , strictement parallèles, confondues ou gauches

a) $d_1 \equiv \begin{cases} x = 1+3k \\ y = -2-5k \\ z = 5+k \end{cases}$ $\quad d_2 \equiv \begin{cases} x = -2-6k \\ y = 3+10k \\ z = 4-2k \end{cases}$

b) $d_1 \equiv \begin{cases} x = 2-5k \\ y = 3+2k \\ z = 5-4k \end{cases}$ $\quad d_2 \equiv \left\{ \frac{x-2}{-5} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-5}{-4} \right.$

c) $d_1 \equiv \begin{cases} x = 4+2k \\ y = 5-6k \\ z = 3+3k \end{cases}$ $\quad d_2 \equiv \left\{ \frac{x-6}{4} = \frac{y+1}{-12} = \frac{z-5}{-5} \right.$

d) $d_1 \equiv \begin{cases} x = 1-2k \\ y = 2k \\ z = 2-4k \end{cases}$ $\quad d_2 \equiv \begin{cases} x = -5+3k \\ y = 6-3k \\ z = 6k \end{cases}$

e) $d_1 \equiv \begin{cases} x = 2+k \\ y = 3+3k \\ z = -1+2k \end{cases}$ $\quad d_2 \equiv \begin{cases} x = 2+2k \\ y = 3-k \\ z = -1-3k \end{cases}$

Exercice 3 :

a) Calculer le distance du point A (2,-1,4) à la droite BC si B(3,2,-6) et C (-5,0,2)
b) Calculer le distance du point X (3,-2,5) à la droite YZ si Y(-3,2,-3) et Z(0,-3,5)

Exercice 4 :

a) Trouver l'équation du plan passant par les points A(4,-2,5) B(2,-3,4) Z (-5,2,8)
b) Trouver l'équation du plan passant par X (-1,-4,1) et de vecteur normal $\vec{n}$ (5,-2,5)
c) Trouver l'équation du plan passant par Y (3,1,1) et parallèle à la droite passant par A (2,3,5) et B (3,3,8)
d) Trouver l'équation du plan passant par Z (3,1,1) et perpendiculaire à la droite passant par A (2,3,5) et B (3,3,8)

Exercice 5 :

a) Trouver les équations paramétriques d'une droite passant par A (2,3,5) et perpendiculaire au plan 3x-2y+z+5=0
b) Trouver les équations paramétriques d'une droite passant par A (2,3,5) et parallèle au plan 3x-2y+z+5=0
c) Trouver les équations paramétriques d'une droite passant par A (2,3,5) et perpendiculaire à la droite $\begin{cases} x = 1+k \\ y = 1-k \\ z = 1+2k \end{cases}$

Exercice 6 : On donne l'équation de 2 plans. Déterminer si ces plans sont sécants, strictement parallèles ou confondus. S'ils sont sécants, calcule l'intersection.

a) 3x-2y+3z-4=0 3x+2y+5z-4=0
b) 3x-2y+5z-4=0 6x-4y+10z-7=0
c) 3x-2y+5z-4=0 -15x+10y-25z+20=0
d) 3x-2y+5z-4=0 6x+4y+10z-8=0

Exercice 7 : a) Trouver les équations paramétriques d'une droite d passant par A (2,3,5) et parallèle à l'intersection des plans 3x-y+z=0 et x-y+z=2

b) Trouver les équations paramétriques d'une droite d passant par A (2,3,5) et perpendiculaire à l'intersection des plans 3x-y+z=0 et x-y+z=2

Exercice 8 : Calcule l'intersection de la droite d et du plan p

a) $d \equiv \begin{cases} x = 3+2k \\ y = 5-2k \\ z = 3+2k \end{cases}$ $p \equiv 2x + y - z = 0$
b) $d \equiv \begin{cases} x = 2-3k \\ y = 3+k \\ z = 1-k \end{cases}$ $p \equiv 4x + y - 11z = 0$
c) $d \equiv \begin{cases} x = -4-5k \\ y = 8+6k \\ z = 3-k \end{cases}$ $p \equiv 2x + 3y - z = 5$
d) $d \equiv \begin{cases} x - 2y + z = 4 \\ x + 3y - 2z = 0 \end{cases}$ $p \equiv 5x - 5y + 4z + 1 = 0$
e) $d \equiv \begin{cases} 4x - 3y + 2z - 5 = 0 \\ 2x - y - z - 1 = 0 \end{cases}$ $p \equiv 4x - 3y + 7z - 7 = 0$

Exercice 9: Déterminer l'intersection des 3 plans suivants :

a) x+2y-3z=6 2x+4y-z=18 3x-2y+z=2
b) 2x-y-3z=1 3x+2y-2z=-4 -x-4y+6z=22
c) 2x-y+3z=-2 x+2y-4z=4 4x-3y-2z=3
d) 3x-4y+2z-1=0 4x-2y+8z=6 2x-y+4z=3

Exercice 10 : Soit un tétraèdre ABCD dont les coordonnées des sommets sont A (0, 4, 2), B (3, 1, 5), C (-1, 3/2, -6) et D (6, -2, 1).
On demande
a) l'équation cartésienne du plan contenant la base ABC
b) de donner les équations paramétriques de la hauteur issue de D et perpendiculaire au plan ABC et de calculer les coordonnées du point de percée dans ce même plan.
c) Calculer la longueur de la hauteur

Exercice 11 : a) Donner l'équation cartésienne du plan p_1 passant par les points A (3, 0, -2) B(2,2, 1) et C(3,1,4) ;
b) Donner l'équation cartésienne du plan p_2 passant par le point de coordonnée (1,1,1) et parallèle au plan d'équation $x + y - 2z - 1 = 0$
c) Donner l'équation cartésienne du plan p_3 passant par le point de coordonnée (1,3,2) et perpendiculaire au plan d'équation $x + 2y - 2z - 1 = 0$
d) Quelle est l'intersection des trois plans ?

CHAPITRE 7 : Géométrie analytique CORRECTION

Exercice 1 :

a) $d \equiv \begin{cases} x = 2-k \\ y = -3+8k \\ z = 4-12k \end{cases}$ $\quad \dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y+3}{8} = \dfrac{z-4}{-12}$

b) $d \equiv \begin{cases} x = 4-6k \\ y = -3+7k \\ z = -2+11k \end{cases}$ $\quad \dfrac{x-4}{-6} = \dfrac{y+3}{7} = \dfrac{z+2}{11}$

Exercice 2 :

a) parallèles confondues
b) sécantes pas perpendiculaires
c) droites gauches
d) strictement parallèles
e) sécantes pas perpendiculaires

Exercice 3 :

a) $H(\dfrac{-89}{33}, \dfrac{19}{33}, \dfrac{-10}{33})$ d(A,H)=d(A,BC)=6,5

b) $H(\dfrac{6}{49}, \dfrac{-157}{49}, \dfrac{261}{49})$ d(X,H)=d(X,YZ)=3,14

Exercice 4 :

a) $x+15y-17z+111=0$
b) $5x-2y+5z-8=0$
c) $x+y-\dfrac{1}{3}z-\dfrac{13}{3}=0$
d) $x+3z-6=0$

Exercice 5 :

a) $d \equiv \begin{cases} x = 2+3k \\ y = 3-2k \\ z = 5+k \end{cases}$ b) $d \equiv \begin{cases} x = 2+k \\ y = 3+k \\ z = 5-k \end{cases}$ c) $d \equiv \begin{cases} x = 2+k \\ y = 3+k \\ z = 5 \end{cases}$

Exercice 6 :

a) Plans sécants. L'intersection est la droite $d \equiv \begin{cases} x = \frac{4}{3} - k \\ y = -k \\ z = k \end{cases}$

b) Plans strictement parallèles

c) Plans confondus

d) Plans sécants. L'intersection est la droite $d \equiv \begin{cases} x = \frac{4}{3} - \frac{5}{3}k \\ y = 0 \\ z = k \end{cases}$

Exercice 7 :

a) $d \equiv \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 + k \\ z = 5 + k \end{cases}$ b) $d \equiv \begin{cases} x = 2 + k \\ y = 3 + k \\ z = 5 - k \end{cases}$

Exercice 8 :

a) droite parallèle au plan donc pas d'intersection

b) droite incluse dans le plan donc pas d'intersection

c) point d'intersection $(\frac{4}{9}, \frac{8}{3}, \frac{35}{9})$

d) point d'intersection $(\frac{11}{5}, \frac{-32}{5}, -11)$

e) point d'intersection $(\frac{2}{7}, \frac{-9}{7}, \frac{2}{7})$

Exercice 9 :

a) point d'intersection $(\frac{13}{5}, \frac{7}{2}, \frac{6}{5})$

b) point d'intersection $(2, -3, 2)$

c) point d'intersection $(\frac{18}{7}, \frac{23}{7}, \frac{-9}{7})$

d) point d'intersection $d \equiv \begin{cases} x = \frac{33}{15} - \frac{22}{15}k \\ y = \frac{7}{5} - \frac{8}{5}k \\ z = k \end{cases}$

Exercice 10 :

a) 3 équations équivalentes, la dernière étant plus facile pour la suite

$$\frac{63}{2}x+21y-\frac{21}{2}z-63=0$$
$$63x+42y-21z-126=0$$
$$3x+2y-z-6=0$$

b) on prend comme vecteur directeur le vecteur normal du plan soit $\vec{n}=(3;2;-1)$

$$\begin{cases} x=6+k.3 \\ y=-2+k.2 \\ z=1+k.(-1) \end{cases}$$

Recherche de l'intersection :

$$3x+2y-z-6=0$$
$$3(6+k.3)+2(-2+k.2)-(1+k.(-1))-6=0$$
$$18+9k-4+4k-1+k-6=0$$
$$14k+7=0$$
$$k=-\frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} x=6+\left(-\frac{1}{2}\right).3=\frac{9}{2} \\ y=-2+\left(-\frac{1}{2}\right).2=-3 \\ z=1+\left(-\frac{1}{2}\right).(-1)=\frac{3}{2} \end{cases}$$

c) calcul de la hauteur par 2 méthodes possibles

calcul de la distance d'un point D au plan $3x+2y-z-6=0$ $\quad =\frac{|3.6+2(-2)-1-6|}{\sqrt{3^2+2^2+(-1)^2}}=1,87$

calcul de la distance d'un point D au point de percée $\left(\frac{9}{2};-3;\frac{3}{2}\right)$

$$=\sqrt{(\frac{9}{2}-6)^2+(-3+2)^2+(\frac{3}{2}-1)^2}=1,87$$

Exercice 11 :
$$p_1\equiv 9x+6y-z-29=0$$
$$p_2\equiv x+y-2z=0$$
$$p_3\equiv x+y+\frac{3}{2}z-7=0$$

L'intersection des 3 plans est le point $\left(\frac{87}{9};\frac{-29}{3};0\right)$