

Première méthode: Il s'agit en fait de construire une suite de sommes $(s_n)_{n \in \mathbb{N}}$, définie dans l'ensemble des nombres entiers naturels positifs $\mathbb{N}^*$ par la formule générale

$$s_n = n + n \times (n + 3), n \in \mathbb{N}^*$$

qu'on écrit abusivement

$$n + (n + 3) = s_n$$

$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5...$
$1 + 1 \times 4 = 5 = s_1$	$2 + 2 \times 5 = 12$	$3 + 3 \times 6 = 21$	$4 + 4 \times 7 = 32$	$5 + 5 \times 8 = 45$
qu'on écrit	qu'on	écrit	abusivement	...
$1 + 4 = 5 = s_1$	$2 + 5 = 12 = s_2$	$3 + 6 = 21 = s_3$	$4 + 7 = 32 = s_4$	$5 + 8 = 45 = s_5$

(Pour $n = 0$, la première formule donne $s_0 = 0$, mais la notation abusive donnerait $0 + 3 = 0$, ce qui n'est pas plus abusif que de noter $2 + 5 = 12$, ou $3 + 6 = 21...$ etc.)

On a ainsi, $s_{n+1} = (n + 1) + (n + 1)(n + 4) = n^2 + 6n + 6$.

On trouve $s_{n+1} = s_n + 2n + 6 = s_n + (n + 1) + (n + 4)$.

Ainsi on peut obtenir la somme s_n en utilisant celle qui précède

$$s_n = s_{n-1} + n + (n + 3), n \in \mathbb{N}^*$$

c'est précisément la deuxième méthode, qui consiste à écrire

$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5...$
$1 + 1 \times 4 = 5$	$5 + (2 + 5) = 12$	$12 + (3 + 6) = 21$	$21 + (4 + 7) = 32$	$32 + (5 + 8) = 45$
qu'on écrit	qu'on	écrit	abusivement	...
$1 + 4 = 5 = s_1$	$2 + 5 = 12 = s_2$	$3 + 6 = 21 = s_3$	$4 + 7 = 32 = s_4$	$5 + 8 = 45 = s_5$