

Théorie des nombres :le grand théorème de Fermat

Rémy Aumeunier
remy.aumeunier@libertysurf.fr

Amateur

Résumé En mathématiques, et plus précisément en théorie des nombres, le dernier théorème de Fermat,ou le grand théorème de Fermat, s'énonce comme suit : Il n'existe pas de nombres entiers non nuls x , y et z tels que :

$$x^n + y^n = z^n$$

Dès qu'un entier n'est pas strictement supérieur à 2. Ce théorème fut démontré par le mathématicien britannique Andrew Wiles en 1994 et validé par la suite.

1 Introduction

Ce document propose de mettre en évidence une démonstration simple du dernier théorème de Fermat.

2 Démonstration

a partir de :

$$x^n + y^n = z^n$$

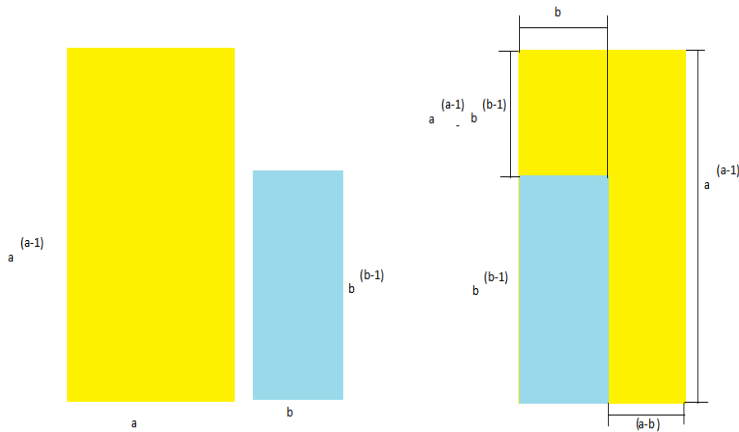
que je transforme pour simplifier par :

$$a^n - b^n = c^n \quad \text{avec} \quad a > b$$

Maintenant je représente a^n et b^n sous forme de rectangle

$$a^n = a^{n-1}.a \quad b^n = b^{b-1}.b$$

puis je soustrait les deux surfaces comme le represente le dessin si dessous



ce qui permet de dire que

$$a^n - b^n = (a - b).a^{n-1} + (a^{n-1} - b^{n-1}).b$$

et maintenant il suffit de constater que $(a^{n-1} - b^{n-1}).b$ peut aussi s'écrire sous forme de rectangle $a^{n-1} = a^{n-2}.a$ avec $b^{n-1} = b^{n-2}.b$ que je soustrait de la meme manière que précédement

$$a^{n-1} - b^{n-1} = (a - b).a^{n-2} + (a^{n-2} - b^{n-2}).b$$

et donc

$$a^n - b^n = (a - b).a^{n-1} + (a^{n-1} - b^{n-1}).b$$

$$a^n - b^n = (a - b).a^{n-1} + ((a - b).a^{n-2} + (a^{n-2} - b^{n-2}).b).b$$

et le lecteur attentif remarque que je peut encore transformer $a^{n-2} - b^{n-2}$ et mettre en facteur $(a - b)$ donc $(a^n - b^n) \text{ mod } ((a - b)) = 0$ et pour un n donner par exemple 7 cela permet d'écrire

$$a^7 - b^7 = (a - b).(a^6 + a^5.b + a^4.b^2 + a^3.b^3 + a^2.b^4 + a.b^5 + b^6)$$

a partire de maintenant je vais considérer le théorème comme juste et essayer d'écrire

$$a^7 - b^7 = c^7 = (a - b).(a^6 + a^5.b + a^4.b^2 + a^3.b^3 + a^2.b^4 + a.b^5 + b^6)$$

étude du cas c et un nombre premier :

$$a^7 - b^7 = c^7 = (a - b) \cdot (a^6 + a^5 \cdot b + a^4 \cdot b^2 + a^3 \cdot b^3 + a^2 \cdot b^4 + a \cdot b^5 + b^6)$$

avec $(a - b) < (a^6 + a^5 \cdot b + a^4 \cdot b^2 + a^3 \cdot b^3 + a^2 \cdot b^4 + a \cdot b^5 + b^6)$ comme c et premier $(a - b) = c$, ou c^2, c^3 ou ... $c^{\frac{n}{2}-1}$ sachant que $n^p \cdot n^q = n^{p+q}$ cela implique que

$$a^7 - b^7 = c^7 = (a - b)^y \cdot (a - b)^x$$

avec, ici $x + y = 7$ et $x < y$ parceque $(a - b) < (a^6 + a^5 \cdot b + a^4 \cdot b^2 + a^3 \cdot b^3 + a^2 \cdot b^4 + a \cdot b^5 + b^6)$ mais comme $(a^6 + a^5 \cdot b + a^4 \cdot b^2 + a^3 \cdot b^3 + a^2 \cdot b^4 + a \cdot b^5 + b^6)$ n'est pas de la forme $(a - b)^y$ voir les identité remarquable ou les equation polynomiale de degre n, c ne peut pas etre un nombre premier mais de manier plus simple ou trivial dans

$$(a^6 + a^5 \cdot b + a^4 \cdot b^2 + a^3 \cdot b^3 + a^2 \cdot b^4 + a \cdot b^5 + b^6) - (a - b)^x = 0$$

si x et de meme degré ici 6

$$(a^6 + a^5 \cdot b + a^4 \cdot b^2 + a^3 \cdot b^3 + a^2 \cdot b^4 + a \cdot b^5 + b^6) - (a^6 - 6 \cdot a^5 \cdot b + 15 \cdot a^4 \cdot b^2 - 20 \cdot a^3 \cdot b^3 + 15 \cdot a^2 \cdot b^4 - 6 \cdot a \cdot b^5 + b^6) = 0$$

comme les coeficent ne sont pas egaux il ne peut pas y avoir d'egalite, et si les degrés sont différent l'egalite et aussi impossible par exemple pour 3 il reste des valeurs de degre supérieur a 3 en plus des coeficent toujours pas egaux $(a^6 + a^5 \cdot b + a^4 \cdot b^2 + a^3 \cdot b^3 + a^2 \cdot b^4 + a \cdot b^5 + b^6) - (a^3 - 3 \cdot a^2 \cdot b + 3 \cdot a \cdot b^2 - b^3)$

donc si

$$a^n - b^n = c^n$$

alors c ne peut pas etre un nombre premier

étude du cas c et un nombre composer :

$$a^7 - b^7 = c^7 = p \cdot q \cdot r = (a - b) \cdot (a^6 + a^5 \cdot b + a^4 \cdot b^2 + a^3 \cdot b^3 + a^2 \cdot b^4 + a \cdot b^5 + b^6)$$

Références

- ↑ <https://fr.wikipedia.org/wiki/DernierthéorémedeFermat>
- ↑ <https://fr.wikipedia.org/wiki/DémonstrationsdudernierthéorémedeFermat>