



UNIVERSITE MOULOUD MAMMERRI DE TIZI-OUZOU

FACULTE DES SCIENCES

DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

LABORATOIRE DE PHYSIQUE ET CHIMIE QUANTIQUE



Mémoire de Master

SPECIALITE PHYSIQUE

Option :

Physique de l'Interaction Rayonnement Matière

Thème :

Étude des cristaux photoniques 3D sur guides ridges de faible largeur en niobate de lithium

Proposé et dirigé par :

Mr. Abderrahmane BELKHIR

Présenté par :

Mlle Lynda DEHBI

Soutenu le 05-09-2015 devant le jury:

Mr. Mouloud BENAKKI

Professeur

UMMTO

President

Mr. Mahdi HAMIDI

MCB

UMMTO

Examineur

2014-2015

Remerciements

Je remercie Dieu de m'avoir donné la force, la patience, la volonté et le courage d'aller toujours vers l'avant.

Le travail présenté dans ce mémoire de Master a été effectué au sein du laboratoire de physique et chimie quantique " LPCQ ". Un sujet proposé par le professeur F.Baida de l'institut FEMTO-ST, Université de Franche-Comté et le professeur Abderrahmane BELKHIR, auxquels je tiens à exprimer toute ma gratitude qu'ils trouvent ici mes sincères remerciements.

Ce travail de Master n'aurait pas pu voir le jour sans l'encadrement de mon promoteur Monsieur le Professeur Abderrahmane BELKHIR. Je le remercie non seulement pour ses conseils, ses orientations et d'avoir dirigé ce travail de recherche avec beaucoup de patience et d'investigation mais aussi pour m'avoir fait confiance et encouragé au cours de ces mois de stage passés au sein du LPCQ. Il a toujours assuré avec un grand professionnalisme le suivi de mes travaux et m'a encouragé à aller toujours plus loin. Je souhaite qu'il trouve dans ce mémoire une récompense à son labeur et dans ces quelques mots l'expression de ma gratitude et de ma sympathie.

Je tiens également à remercier le directeur du laboratoire "LPCQ " monsieur le professeur Hamid BOUZAR pour son accueil chaleureux, et d'avoir mis à notre disposition tout ce dont on avait besoin pour assurer notre confort. Qu'il trouve ici mes sincères remerciements et respect

Je remercie également Monsieur Abdelaziz MEZGHRANE d'avoir bien voulu participer à la correction de ce manuscrit. Qu'il trouve ici mes sincères remerciements et respect.

J'adresse un amical remerciement à tous les membres de LPCQ pour leur accueil et leur sympathie, je remercie l'équipe des doctorants pour leur accueil chaleureux, leur bonne humeur, leur enthousiasme, qui m'ont permis de réaliser mon travail dans des conditions très agréables. j'ai eu énormément de plaisir à partager cette période au LPCQ avec eux. Je remercie spécialement mademoiselle KEBCI Zahia. Qu'elle trouvent ici mes sincères remerciements.

*À mes parents, à mes frères et sœurs.
À ma très chère Thinhinane et mon cher Ahcene.*

Table des matières

Introduction générale	vii
1 Généralités	3
1.1 Introduction aux cristaux photoniques	3
1.1.1 Cristaux photoniques unidimensionnels	5
1.1.2 Cristaux photoniques bidimensionnels	7
1.1.3 Cristaux photoniques tridimensionnels	9
1.2 Quelques notions d'optique intégrée	10
1.2.1 Introduction	10
1.2.2 Intérêt de l'optique intégrée	11
1.3 Le niobate de lithium $LiNbO_3$ matériau pour l'optique intégrée	12
1.3.1 Présentation du $LiNbO_3$	12
1.3.2 Propriétés optiques du niobate de lithium	13
1.3.3 Conception et fabrication de dispositifs sur du niobate de lithium	14
1.3.4 Guide d'onde $Ti - LiNbO_3$	14
1.4 Fabrication de guide ridge et inscription de réseau de Bragg	15
1.5 Conclusion	18
2 Méthode des différences finies dans le domaine temporel FDTD	19
2.1 Introduction	19
2.2 Les équations de Maxwell	19
2.3 Méthode FDTD	20
2.3.1 Dispersion et stabilité numérique	24
2.3.2 Cas d'un milieu dispersif	25
2.3.3 Les conditions aux limites	25
2.4 Conclusion	27
3 Implémentation du modèle de dispersion de Sellmeier dans le code FDTD adapté pour le $Ti - LiNbO_3$	28
3.1 Introduction	28

3.2	Implémentation du modèle de dispersion dans le code FDTD 3D	29
3.2.1	Présentation de la loi de dispersion	29
3.2.2	Technique d'implémentation du modèle de Sellmeier	30
3.2.3	Les différentes approximations et leurs justifications	31
3.2.4	Un aperçu sur l'implémentation et l'intégration de la dispersion dans le code FDTD par la méthode ADE	34
3.2.5	Validation du code FDTD	37
3.3	Conclusion	38
4	Etude FDTD d'un guide ridge en $Ti - LiNbO_3$ sur lequel est gravé un réseau de Bragg	39
4.1	Introduction	39
4.2	Calcul de modes propres	40
4.3	Etude 3D du guide ridge avec inscription d'un réseau de Bragg	46
4.3.1	Etude préliminaire	46
4.3.2	Etude du guide ridge avec le réseau de Bragg	47
4.4	Conclusion	49
	Conclusion générale	50
	Bibliographie	50

Table des figures

1.1	Schémas des cristaux photoniques à une dimension (1D), à deux dimensions (2D) et à trois dimensions (3D)	4
1.2	Opale minérale	4
1.3	LE PAPILLON Morpho Godarti est bleu à l'air pur (indice de réfraction $n = 1$), vert dans une vapeur d'acétone ($n = 1,36$) et marron clair dans une vapeur de trichloroéthylène ($n = 1,48$). La structure interne de l'aile intercale couches d'air et couches solides ; les vapeurs changent l'indice optique des couches d'air, ce qui modifie le spectre réfléchi par l'aile[6].	5
1.4	Schéma d'un miroir de Bragg constitué d'un milieu diélectrique périodique unidimensionnel.	5
1.5	Réfectivité d'un réseau de Bragg, obtenue pour une alternance de 5 bicouches d'indice ($n_1 = 2.3$) et ($n_2 = 1.6$), plongé dans l'air pour une incidence nulle	6
1.6	Vue au microscope électronique à balayage du cristal 2D. Structure périodique façonnée dans du tungstène (Yeng et al)[10]	8
1.7	Le premier cristal photonique 3D	9
1.8	Schématisation de la réalisation d'un guide plan en utilisant du titane[24]	14
1.9	Vue au microscope à balayage électronique d'un ridge de $5\mu m$ de largeur [27]	16
1.10	Représentation schématique des étapes de fabrication de ridges par découpe de précision optique	17
1.11	Représentation schématique de la fabrication d'un ridge par découpe polissage à la scie circulaire de précision	17
1.12	Représentation schématique d'un réseau de Bragg gravé sur un guide ridge[26]	18
2.1	Représentation des composantes des champs électriques et magnétiques dans la cellule élémentaire de Yee. Les composantes indiquées sur la figure correspondent à celles de la cellule (i, j, k) ; les autres composantes tracées sur la figure sont celles des cellules adjacentes. La taille de la cellule est donnée par Δ_x, Δ_y et Δ_z respectivement pour les directions x, y et z [5].	22
2.2	Discrétisation temporelle	23
3.1	La permittivité en fonction de la longueur d'onde	32

3.2	La permittivité en fonction de la longueur d'onde	33
3.3	La permittivité en fonction de la longueur d'onde	34
3.4	Couche plane en Niobate de Lithium plongé dans l'air	37
3.5	Transmission à travers une couche plane du Niobate de hauteur $h=80nm$	37
4.1	Coupe transversale de la structure ridge étudiée	39
4.2	Schéma de la structure avant inscription du réseau de Bragg pour une hauteur de $7\mu m$ et une largeur de $6\mu m$. La fenêtre FDTD est prise égale à $8 \times 8\mu m$ avec un pas de discrétisation spatial de 40 nm	40
4.3	Densité d'énergie du guide ridge correspondant à la figure 4.2. Le mode fondamental est à $\lambda = 1550nm$	41
4.4	(a) Structure considérée avec une hauteur de $7\mu m$ (b) cartographie du champ à la longueur d'onde $\lambda = 1550nm$	41
4.5	(a) Structure considérée avec une hauteur de $10\mu m$ (b) cartographie du champ à la longueur d'onde $\lambda = 1550nm$	42
4.6	Densité spectrale d'énergie dans le guide ridge avec diffusion de titane.	43
4.7	Dimensions de la structure considérée (a) et intensité lumineuse du mode fondamental correspondante (b)	43
4.8	Dimensions de la structure considérée (a) et intensité lumineuse du mode fondamental correspondante (b)	44
4.9	Guide ridge du $Ti - LiNbO_3$ sur lequel est déposé une fine couche de titane.	44
4.10	Intensité du champ du mode fondamental pour différentes épaisseurs de la couche de titane déposée.	45
4.11	(a) est le guide uniforme de hauteur $7\mu m$ avec une fine couche de titane d'épaisseur $e=0.4\mu m$.(b) Intensité du champ du mode fondamental pour la de couche de titane d'épaisseur $e=0.4\mu m$	46
4.12	(a) représente l'énergie du mode récupéré à $3\mu m$ de la source. (b) représente l'énergie du mode récupéré à $8\mu m$ de la source	47
4.13	(a) représente la coupe YZ de guide ridge avec le réseau de Bragg gravé.(b) représente la coupe XZ de guide ridge avec le réseau de Bragg gravé.	47
4.14	Spectre de réflexion et de transmission à travers le réseau de Bragg gravé sur le guide ridge $Ti - LiNbO_3$, cas d'une polarisation TM	48
4.15	La répartition d'énergie dans les deux plans (a) XZ et (b) YZ	49

Introduction générale

Les cristaux photoniques ont suscité un très vif intérêt au sein de la communauté scientifique pour devenir à la fin du siècle dernier, l'un des sujets de recherche les plus actifs. Des structures dont la permittivité diélectrique varie périodiquement suivant une, deux ou trois dimensions dans l'espace (figure 1.1) produisent sur les propriétés électromagnétiques un effet analogue à celui du potentiel cristallin sur les électrons dans les cristaux. Des bandes d'énergie interdites pour les photons apparaissent, interdisant la propagation de la lumière dans certaines directions et pour certaines énergies.

Des efforts considérables sont fournis par la communauté scientifique pour repousser encore plus loin les limites de la miniaturisation des dispositifs optiques, offrant de meilleures performances et à faible coût. Ces efforts ont permis l'émergence de plusieurs thèmes de recherche dans le domaine de l'optique intégrée. En particulier, le filtrage en longueur d'onde et les différentes applications des réseaux de Bragg ont constitué l'un des thèmes les plus importants. Dans ce travail, nous nous intéressons à l'étude d'un guide d'onde optique de type ridge (crêtes) sur un substrat de niobate de lithium $LiNbO_3$ pour des applications multiples en photonique et notamment en télécommunication.

Le choix d'une telle structure ridge est motivé par la possibilité de réaliser un double confinement transversal très fort du mode guidé qui interagirait avec un réseau de Bragg que l'on peut inscrire dessus : elle pourrait jouer simultanément le rôle d'un filtre et d'un réflecteur. Le double confinement du mode guidé est rendu possible par imposition d'un gradient d'indice vertical et par la faible largeur du guide lui-même. Cette étude théorique vient en complément d'une étude expérimentale réalisée récemment à Besançon au sein de l'équipe nano-optique du laboratoire d'optique P.M. Duffieux.

L'objectif assigné à ce travail est double :

- (i) adaptation et implémentation du modèle de Sellmeier qui décrit la dispersion dans la gamme optique du niobate de lithium en présence d'un gradient vertical d'indice induit par la diffusion du titane.
- (ii) caractérisation complète du guide ridge sur lequel un réseau de Bragg est inscrit.

Ce mémoire s'articule autour de quatre chapitres

Le premier chapitre est consacré aux rappels de quelques généralités sur les cristaux photoniques et de quelques concepts de l'optique intégrée. Un certain nombre de propriétés du

niobate de lithium, matériau dans lequel est réalisé le guide ridge étudié, est rapporté. La technique de fabrication d'une telle structure, développée à Besançon , est décrite.

Le deuxième chapitre traite de la méthode des différences finies dans le domaine temporel (FDTD), utilisée pour la réalisation de cette étude. La discrétisation des équations de Maxwell basée sur l'algorithme de Yee est donnée. Les problèmes de divergence spatiale et temporelle ont fait l'objet d'une brève discussion. Les conditions aux limites absorbantes (de type PML de Bérenger) délimitant l'espace libre sont rapportées.

Dans le troisième chapitre, nous avons développé la technique d'implémentation dans la FDTD du modèle de dispersion de Sellmeier pour le niobate de lithium en présence d'un gradient d'indice induit par la diffusion du titane. La difficulté de son implémentation directe nous a contraint à adopter un certain nombre d'approximations que nous avons soigneusement justifié. Le chapitre se termine par un test de validation du modèle que nous avons implémenté.

Dans la dernière partie de ce mémoire, nous avons simulé le guide ridge sur lequel est gravé un cristal photonique. Les principaux résultats de cette étude sont présentés et commentés. Une conclusion générale et des perspectives viennent clore ce mémoire.

Chapitre 1

Généralités

1.1 Introduction aux cristaux photoniques

Si le siècle dernier était l'ère de l'électronique, le 21^{ème} siècle est probablement l'ère de la photonique. L'idée de contrôler la lumière fut un défi scientifique, et la course vers la miniaturisation en optoélectronique réclamait des matériaux de plus en plus performant engendrant une effervescence considérable dans ce domaine. C'est alors qu'on a découvert les cristaux photoniques (CPs) [1]; des cristaux aux propriétés optiques étonnantes permettant de manipuler et de contrôler la lumière à l'échelle de la longueur d'onde. Ces derniers sont appelés aussi matériaux à bande interdite photonique [2] et ont été proposés par E.Yablonovitch en 1987 [3]. Ce sont des structures diélectriques avec des alternances périodiques. Pourtant les matériaux dont l'indice varie périodiquement sont connus et utilisés depuis longtemps sous le nom de miroirs de Bragg; des cristaux photoniques à une dimension. Lord Rayleigh le premier en 1887 a montré que l'on pouvait produire un gap ou bande interdite, mais la pertinence de l'article de Yablonovitch était d'étendre cette idée de miroirs de Bragg et d'en faire un concept général en s'appuyant sur les idées développées en physique du solide. C'est en cela que Yablonovitch peut être considéré comme le "père" des cristaux photoniques. Les cristaux photoniques obéissent à l'équation de Maxwell [4] analogue à l'équation de schrodinger électronique, et sont classés en trois catégories selon leurs périodicités; cristaux photoniques à une, à deux ou à trois dimensions (voir figure 1.1).

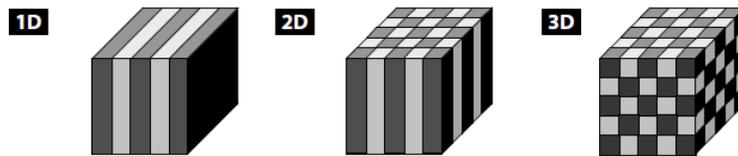


FIGURE 1.1 – Schémas des cristaux photoniques à une dimension (1D), à deux dimensions (2D) et à trois dimensions (3D)

La notion de cristal photonique repose sur l’analogie entre le comportement d’une part d’un électron dans le potentiel périodique créé par les atomes d’un réseau cristallin, et d’autre part d’un photon placé dans un milieu dont la constante d’électrique présente une structuration périodique.

Les cristaux photoniques sont des matériaux artificiels, possédant de nouvelles propriétés électromagnétiques (optiques) intéressantes, qui ont trouvé leur place dans l’optique intégrée, ce qui a conduit à la mise en œuvre de nouveaux dispositifs optiques notamment les diviseurs de puissance, les filtres et antennes en RF, les absorbants pour avion furtif. On les retrouve également dans les lasers sans seuil, les couches antireflets...Leurs larges bandes passantes, leur insensibilité à la variation de température et aux perturbations électromagnétiques et d’autres facteurs et par-dessus tout la simplicité de leur mise en œuvre les rendent aujourd’hui des matériaux privilégiés. La grande tendance du moment sont ces matériaux à indice négatif que l’on appelle Métamatériaux [5] ; matériaux présentant la particularité d’être invisibles sous certaines radiations.

On peut aussi rencontrer ces structures périodiques dans la nature sous forme minérale comme les opales (figure 1.2) qui sont des roches constituées de micro-billes de silice réparties selon un arrangement plus au moins régulier, ou sous forme vivantes : ailes de papillons (figure 1.3), élytres de coléoptères, plumes d’oiseaux, écailles de poissons...Ces derniers peuvent contrôler la propagation de la lumière et ont le pouvoir de la polariser.

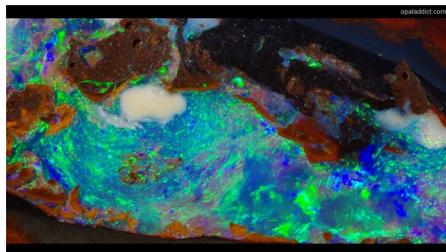


FIGURE 1.2 – Opale minérale



FIGURE 1.3 – LE PAPILLON Morpho Godarti est bleu à l'air pur (indice de réfraction $n = 1$), vert dans une vapeur d'acétone ($n = 1,36$) et marron clair dans une vapeur de trichloroéthylène ($n = 1,48$). La structure interne de l'aile intercale couches d'air et couches solides; les vapeurs changent l'indice optique des couches d'air, ce qui modifie le spectre réfléchi par l'aile[6].

1.1.1 Cristaux photoniques unidimensionnels

Pour aborder l'étude des cristaux photoniques, nous étudions le cas simple d'un milieu périodique dont la constante diélectrique est périodique suivant une seule direction tel que le Miroir de Bragg DBR (Distrubuted Bragg Reflector), constitué d'une alternance de couches de deux matériaux d'indice n_1 et n_2 . La paire (n_1, n_2) étant répétée N fois et toutes les couches ont respectivement des épaisseurs physiques égale à $\lambda_{Bragg}/4n_1$ et $\lambda_{Bragg}/4n_2$ [7] avec λ_{Bragg} la longueur d'onde de Bragg pour laquelle le maximum de réflectivité est obtenu (figure 1.4).



FIGURE 1.4 – Schéma d'un miroir de Bragg constitué d'un milieu diélectrique périodique unidimensionnel.

a) Concept

Un réseau de Bragg classique se comporte comme un filtre spectral vis-à-vis de l'onde qui le traverse. Il réfléchit une bande de longueurs d'onde de largeur donnée autour d'une valeur centrale de résonance λ_B .

Un tel dispositif permet de réfléchir, grâce à des phénomènes d'interférences constructives, quasiment la totalité de l'énergie incidente, à condition que l'onde incidente soit proche de l'incidence normale.

La réflectivité d'un tel miroir à incidence normale pour une longueur d'onde égale à λ_{Bragg} à été calculée formellement est donnée par la formule (1.1)

$$R = \frac{1 - \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^{2N}}{1 + \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^{2N}} \quad (1.1)$$

La plage de longueurs d'onde réfléchies est appelée bande interdite photonique. Dans cette plage, la lumière ne peut pas se propager dans la structure. La largeur de cette bande interdite à incidence normale est donnée par la formule suivante :

$$\Delta\lambda_{Bragg} = \frac{4\lambda_{Bragg}}{\pi} \arcsin\left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}\right) \quad (1.2)$$

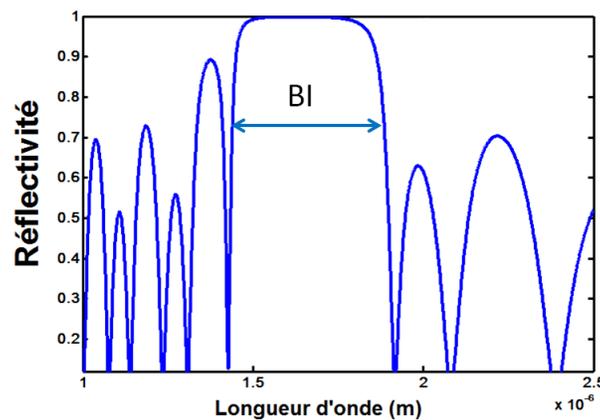


FIGURE 1.5 – Réflectivité d'un réseau de Bragg, obtenue pour une alternance de 5 bicouches d'indice ($n_1 = 2.3$) et ($n_2 = 1.6$), plongé dans l'air pour une incidence nulle

La réflectivité d'un tel réseau dépend de beaucoup de facteurs, se dégrade avec l'angle d'incidence, augmente avec le nombre de paires de couches constituant le réseau, dépend de la polarisation, etc.

b) Applications des réseaux de Bragg

Les réseaux de Bragg et leur utilisation dans des produits commerciaux ont connu une croissance exponentielle dans le domaine des télécommunications. La demande grandissante du secteur des télécommunications pour de nouvelles largeurs de bande s'est traduite par un développement effréné de nouveaux composants et instruments optiques, plus spécifiquement des multiplexeurs en longueur d'onde. Les réseaux de Bragg ont joué un rôle déterminant dans la croissance phénoménale de certains de ces produits.

Les réseaux de Bragg ont prouvé leur utilité dans de nombreuses applications. Les informations sont transmises sur une même fibre mais dans des canaux adjacents, donc avec des longueurs d'onde différentes, "c'est comme un livre où se superposeraient 30 textes écrits en 30 couleurs différentes : c'est illisible, sauf si on interposait des filtres capables d'extraire chaque couleur". Le réseau de Bragg est justement ce filtre très sélectif qui ne réfléchit que la longueur d'onde souhaitée. Leur utilisation s'est généralisée dans différents domaines d'application, liés aux systèmes de télécommunications optiques, tant pour les fibres optiques que pour les guides optiques intégrés. Les dispositifs à réseaux de Bragg sont dédiés à [8] :

- la conversion de mode pour les fibres optiques.
- la compensation de la dispersion dans les réseaux de télécommunications longue distance.
- l'égalisation de gains des amplificateurs optiques qui sont également réalisés grâce à des réseaux de Bragg "longue période" ou "blasés".
- la fabrication de miroirs et filtres pour des cavités lasers, la fabrication de cavités Fabry-Pérot...

On voit bien que les fonctionnalités qui font appel aux propriétés des réseaux de Bragg sont multiples et variées et ce entre autres, pour les applications dédiées aux systèmes de transmissions optiques.

1.1.2 Cristaux photoniques bidimensionnels

Les cristaux photoniques bidimensionnels sont des structures présentant une périodicité de l'indice de réfraction dans 2 directions de l'espace (figure 1.6). Ce sont des structures infiniment longues suivant une direction (oz) par exemple, et possèdent une bande interdite

(BI) dans le plan (oxy). L'absence d'une bande interdite dans la direction perpendiculaire au plan de périodicité du cristal a poussé les chercheurs à combler ce manque par des structures planaires qui ont été mises en œuvre, et pour lesquelles il a été montré que la lumière pouvait être confinée dans une hétérostructure d'indice .

Des structures qui se composent généralement d'une couche diélectrique entourée de deux autres couches diélectriques d'indice de réfraction plus faible. Ces cristaux sont connus sous le nom de cristaux photoniques bidimensionnels planaires. Et les premiers ont été fabriqués par Kraus et al [9]. Ces cristaux sont de bons candidats pour des applications en optique intégrée où le confinement vertical est assuré par le contraste d'indice et le confinement latéral par le cristal photonique bidimensionnel.

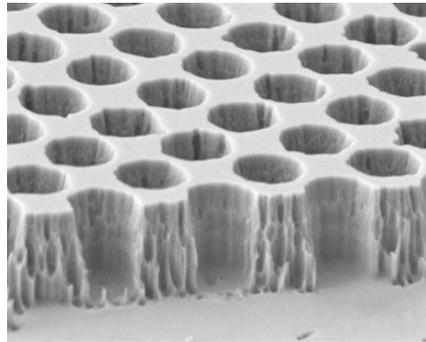


FIGURE 1.6 – Vue au microscope électronique à balayage du cristal 2D. Structure périodique façonnée dans du tungstène (Yeng et al)[10]

Concernant les applications technologiques[11], les cristaux photoniques 2D sont très utilisés dans les dispositifs d'optique intégrée ; telles que les cavités optiques qui présentent un facteur de qualité élevé pour les modes résonants grâce à l'excellente propriété de réflexion du cristal. De plus, si une ligne de trous est retirée d'un cristal photonique 2D, les modes qui sont dans la bande interdite seront guidés le long de cette ligne de défauts. Cette propriété est utilisée pour faire des circuits photoniques. À terme, ils pourraient remplacer les circuits électroniques grâce à leur transfert d'information plus rapide : ou des photons à la place des électrons.

1.1.3 Cristaux photoniques tridimensionnels

Les cristaux photoniques 3D sont des structures dont la permittivité diélectrique est structurée périodiquement dans les trois directions. Cette périodicité des indices optiques fait apparaître le phénomène de bande interdite et l'étude de ces BIPs montrent que le comportement des photons dans le cristal peut être autorisé ou au contraire interdit selon les gammes de fréquences utilisées. En clair, les photons ne peuvent pas traverser le cristal avec n'importe quelle énergie et dans n'importe quelle direction.

L'idée de bande interdite dans les trois directions, structure possédant une bande interdite dans tout l'espace et se comportait comme un réflecteur parfait pour toutes les directions d'incidence, a été explorée par Eli Yablanovitch[3] qui étudia une façon d'empêcher l'émission spontanée dans les semi-conducteurs pour augmenter l'efficacité des lasers. En 1987, il imagina une structure avec une périodicité spatiale de période égale à la moitié de la longueur d'onde dans les 3 dimensions. Grâce à de telles structures, on peut inhiber complètement l'émission spontanée et ce en insérant le matériau actif dans le cristal photonique qui présente un régime de bande interdite sur une gamme spectrale [12] plus large que le spectre d'émission du matériau actif dans un vide homogène.

Le premier cristal photonique tridimensionnel, fabriqué par KH. HO et al [13], est formé de sphères de silicium arrangées sur une structure diamant (figure 1.7).

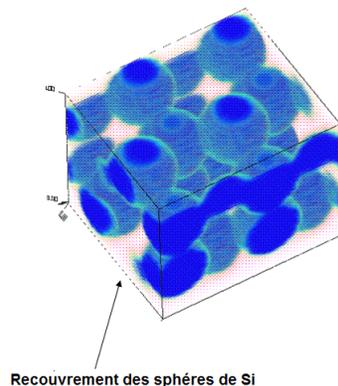


FIGURE 1.7 – Le premier cristal photonique 3D

Les cristaux photoniques 3D ont attiré et attirent encore de nombreux efforts de recherche car ils sont sans conteste les mieux adaptés pour un contrôle omnidirectionnel de la lumière. Cependant leur réalisation technologique est particulièrement ardue à l'échelle de la longueur d'onde.

1.2 Quelques notions d'optique intégrée

1.2.1 Introduction

L'optique intégrée est née avec le développement des systèmes de télécommunications optiques, quand S. E. Miller des laboratoires Bell aux Etats-Unis proposa d'intégrer et interconnecter des composants optiques entre eux par des guides d'ondes optiques réalisés sur un même substrat [14]. L'optique intégrée permet la réalisation de la majorité des composants pour les télécommunications optiques, et des capteurs optiques pour des mesures de grandeurs physiques, astrophysiques, chimiques et biologiques[15].

Aujourd'hui, nous vivons dans un monde où tout ce qui est nano est passionnant, et la course vers la miniaturisation des composants optiques est devenue l'obsession de tous les chercheurs.

L'optique intégrée [16] est le nouveau challenge de la communauté scientifique. Après plusieurs décennies d'études, l'optique intégrée s'est développée industriellement. Depuis, ses avantages bien connus et reconnus des utilisateurs potentiels en font un domaine en plein essor.

Avec l'invention du transistor, le traitement et la transmission de l'information étaient basés sur l'électronique qui utilise des dispositifs de semi-conducteurs pour contrôler le flux d'électrons.

Au début des années 80, l'électronique se fait remplacer petit à petit par l'optique et l'électron se fait remplacer par le photon comme nouveau porteur de l'information, et la communauté scientifique aujourd'hui n'a qu'un seul slogan "**Tout-optique**".

L'idée fondamentale derrière l'utilisation du photon plutôt que l'électron c'est sa grande fréquence (200 THz) qui permet une large bande de transport et de contrôle de l'information. Les besoins toujours croissants amènent à penser que pour imaginer de nouvelles fonctions, il est nécessaire d'explorer de nouvelles pistes et d'aller chercher dans les disciplines voisines des possibilités de simplifier et d'accroître les performances de composants existants ou encore de proposer de nouveaux composants [?]. Un des avantages de l'optique intégrée est de pouvoir réunir plusieurs fonctions optiques sur un même substrat. Les avantages sont la stabilité et la réduction de la taille... L'optique intégrée peut être réalisée sur plusieurs matériaux avec des technologies différentes mais souvent collectives comme pour la microélectronique.

Les guides d'ondes optiques sont l'élément clé des dispositifs de l'optique intégrée qui effectuent non seulement le guidage mais également l'accouplement, le changement, la division, le multiplexage et le démultiplexage des signaux optiques. Plusieurs technologies de fabrication des guides d'onde en optique intégrée ont été développées sur différents matériaux.

Les premiers guides d'ondes fabriqués à la fin des années 60 étaient des dispositifs bidimensionnels sur des substrats planaires, et au milieu des années 70 on a réussi à avoir des guides d'ondes tridimensionnels sur une large variété de matériaux. Pour la fabrication de dispositifs fonctionnels de différentes géométries de guides d'ondes, le niobate de lithium ($LiNbO_3$) a été rapidement identifié comme le matériau par excellence pour l'optique intégrée grâce à ses propriétés électro-optique et acousto-optique.... La fabrication des guides d'ondes sur des substrats de $LiNbO_3$ par l'intermédiaire de la diffusion du titane a été faites aux laboratoire d'AT& Bell. Au milieu des années 80, les dispositifs basés sur $LiNbO_3$ ont pris de l'ampleur très rapidement.

Les substrats les plus utilisées qui permettent d'atteindre les performances exigées et l'intégration des fonctions multiples sont résumés dans le tableau ci-dessous.

Matériaux	%
Niobate de lithium	30
Phosphore d'indium	22
Arséniure de gallium	20
Silice sur silicium	11
Polymère	5
Silicium	3
autre	9

TABLE 1.1 – Les substrats les plus utilisés pour l'optique intégrée

1.2.2 Intérêt de l'optique intégrée

L'optique intégrée [17] apparait comme une des technologies les plus prometteuses des années à venir dans le contexte du développement énorme que doit prendre l'optoélectronique. Cela correspond à l'arrivée à maturité de tous les composants indispensables à la réalisation d'une chaîne optoélectronique complète et à l'explosion de la demande pour des circuits photoniques miniaturisés et à bas coût .

Citons ci dessous quelques avantages qui la rend si importante :

- insensibilité aux bruits électromagnétiques à cause de la très haute fréquence de la lumière
- sécurité et fiabilité d'acquisition et de transport des informations en environnement sévère
- possibilité de traitement de l'information en temps réel
- accroissement du nombre d'informations transportées grâce au multiplexage en longueurs d'onde

- possibilité de mesure sans contact
- possibilité de réalisation de têtes de mesure ou de dispositifs de traitement de l'information ne faisant pas intervenir localement de la puissance électrique.

1.3 Le niobate de lithium $LiNbO_3$ matériau pour l'optique intégrée

1.3.1 Présentation du $LiNbO_3$

Le $LiNbO_3$, dans sa forme cristalline [18], est un matériau solide, chimiquement très stable à température ambiante, peu sensible à l'humidité et suffisamment dur pour être manipulé facilement. Ce matériau est particulièrement attractif pour des applications en optique intégrée.

Le niobate de lithium est un monocristal non centro-symétrique, c'est à dire que la structure du cristal ne présente aucun centre de symétrie, ce qui engendre d'importantes propriétés, et l'effet électro-optique en est un parfaite exemple. En revanche, il possède 3 symétries de rotation et 3 symétries miroirs. Il appartient à la classe cristalline trigonale (classe 3m), et il est uniaxe.

Le niobate de lithium est élaboré de manière artificielle [19]. La structure du cristal est une superposition de plans d'oxygènes orthogonaux à un axe cristallographique unique noté C. Les plans d'oxygène sont composés de trièdres d'oxygène ou d'octaèdres d'oxygène. Les ions niobium et lithium qui composent le cristal ne se trouvent pas dans ces plans d'oxygène, et sont légèrement excentrés [20]. Cette structure cristalline confère au niobate de lithium certaines propriétés : il est piézoélectrique, pyroélectrique et ferroélectrique.

1.3.2 Propriétés optiques du niobate de lithium

a) L'effet électro-optique

L'effet électro-optique est la manifestation d'un changement des propriétés optiques d'un matériau lorsqu'il est soumis à un champ électrique. Ce champ électrique peut provenir d'une tension électrique appliquée sur le cristal ou bien provenir d'une onde électromagnétique. On distingue plusieurs effets électro-optiques. Le premier est l'effet électro-optique linéaire ou effet Pockels, c'est à dire que l'indice de réfraction du matériau varie proportionnellement au champ électrique appliqué. Il ne peut avoir lieu que dans des matériaux non centro-symétrique tel que le niobate de lithium. Des effets électro-optiques d'ordres supérieurs peuvent également exister. En général, ils sont négligés lorsque l'effet linéaire est présent.

b) Indices de réfraction optique

Le niobate de lithium est un cristal anisotrope du fait de son architecture cristalline. Optiquement, on dit qu'il est biréfringent car son indice de réfraction dépend de la direction de propagation de la lumière et de sa polarisation optique. Dans un repère orthonormé, il possède un axe optique privilégié d'indice de réfraction extraordinaire noté n_e . Par convention, la direction Z du repère orthonormé correspond à l'axe extraordinaire du cristal. En outre, cet axe extraordinaire correspond à la direction C de la maille cristalline. Les deux autres axes optiques du cristal possèdent un indice de réfraction ordinaire noté n_0 . Ces axes correspondent aux directions X et Y du repère orthonormé. Dans le niobate de lithium, l'indice de réfraction extraordinaire " n_e " est plus faible que l'indice de réfraction ordinaire " n_0 " (soit $n_e < n_0$). On emploie le terme de cristal uniaxe négatif (un axe privilégié dont l'indice est plus faible que les autres axes). Les indices de réfraction dans le niobate de lithium ont été établis par Barker et al. en 1967 [21] et varient en fonction de la longueur d'onde, de la température et de la composition du cristal.

L'équation de Sellmeier, pour l'indice de réfraction en fonction de la longueur d'onde et de la température, sous la forme utilisée par Jundt [22], est donnée par l'équation suivante :

$$n_e(\lambda) = \sqrt{a_1 + b_1 \times f + \frac{a_2 + b_2 \times f}{\lambda^2 - (a_3 + b_3 \times f)^2} + \frac{a_4 + b_4 \times f}{\lambda^2 - a_5^2} - a_6 \times \lambda^2} \quad (1.3)$$

où a_i et b_i sont les coefficients de Sellmeier, propres à un matériau et déterminés expérimentalement. Ces coefficients sont généralement déterminés pour λ mesurée en microns, et où λ représente la longueur d'onde dans le vide et non dans le milieu d'intérêt.

Le paramètre f est donné par l'expression suivante :

$$f = (T - 24.5)(T + 570.82) \quad (1.4)$$

avec T la température "en degré Celsius (° C)"

1.3.3 Conception et fabrication de dispositifs sur du niobate de lithium

Quelle que soit la fonction optique à réaliser, la création d'un ou plusieurs guides optiques est la première étape lors de la fabrication d'un modulateur. L'objectif est de pouvoir piéger et guider la lumière. Pour guider la lumière, il faut que l'indice de réfraction dans la région du guide soit supérieur à l'indice de réfraction du substrat. Les technologies de fabrication des guides d'onde deviennent de plus en plus précises, on citera les deux principales techniques de fabrication de guides d'onde sur le niobate de lithium que sont les dopage par diffusion de titane et l'échange protonique.

Dans ce travail, les guides d'onde sur du niobate de lithium étudiés ont été réalisés par la méthode de diffusion du titane.

1.3.4 Guide d'onde $Ti - LiNbO_3$

La diffusion du titane dans le niobate de lithium a fait l'objet de nombreuses études [23]. Elle consiste à diffuser des atomes de titane dans la maille cristalline afin d'augmenter localement l'indice de réfraction. Le profil d'indice obtenu est fonction de l'épaisseur de la couche de titane déposée, de la température et de la durée de diffusion. Il y a alors une augmentation locale de l'indice de réfraction selon l'axe extraordinaire et selon les axes ordinaires. Pour obtenir un guide, un gradient d'indice doit être créé à la surface du cristal.

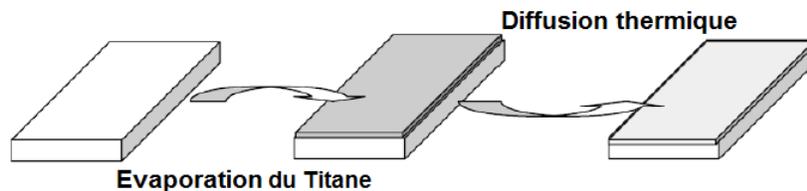


FIGURE 1.8 – Schématisation de la réalisation d'un guide plan en utilisant du titane[24]

Le titane est le plus utilisé en raison de la facilité à le déposer en couches minces, de sa faible absorption entre le visible et l'infrarouge et de son coefficient de diffusion élevé permettant de réaliser des guides en quelques heures à une température de 1000 °C[25]. L'utilisation du titane permet d'avoir des guides d'onde mono-modes et offre la possibilité d'avoir la propagation des deux polarisation (TE et TM).

• **Indice effectif du guide d'onde $Ti - LiNbO_3$** Dans un guide d'onde optique à gradient d'indice, réalisé dans le niobate de lithium par diffusion de titane, le profil de l'indice de réfraction n en fonction de la profondeur x est approximé par une fonction monotone, continue et décroissante pour $x > 0$, et ayant une valeur maximale à la surface $x = 0$.

Pour un guide d'onde occupant l'espace $x > 0$, le profil d'indice de réfraction s'écrit sous la forme :

$$n(x) = n_s + \Delta n_{Ti} \times f(x/d) \quad (1.5)$$

où n_s est l'indice du substrat, d la profondeur de diffusion et Δn_{Ti} la variation d'indice maximale donnée par :

$$\Delta n_{Ti} = n_g - n_s \quad (1.6)$$

avec n_g est la valeur maximale de $n(x)$ à la surface après diffusion. La variation d'indice par diffusion de titane est décrite par une fonction ayant un profil gaussien :

$$f(x/d) = \exp(-x^2/d^2) \quad (1.7)$$

1.4 Fabrication de guide ridge et inscription de réseau de Bragg

Le niobate de lithium est un matériau qui suscite de nombreuses recherches en raison de ses propriétés qui l'ont rendu très attractif pour l'optique intégrée, et des technologies de fabrication pour la réalisation de structures confinées et nanostructurées ont été mises en œuvre. Au départ, ce sont surtout les structures ridges (ridge : mot anglais qui veut dire crête) qui ont motivées le développement de ces technologies [26].

Les structures ridges sont des structures crêtes qui confinent latéralement le mode optique, et sont parmi les structures utilisées en ce moment pour réaliser des guides à fort contraste

d'indice sur lesquelles on peut graver un cristal photonique(CP). Les guides ridges ont pour avantage un meilleur confinement que les guides standard.

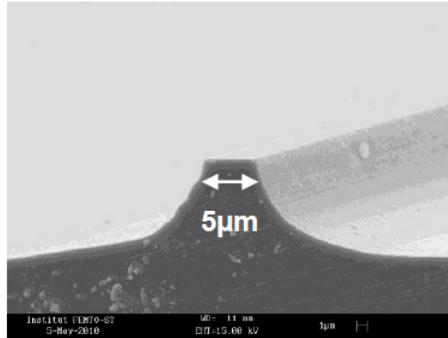


FIGURE 1.9 – Vue au microscope à balayage électronique d'un ridge de $5\mu m$ de largeur [27]

On présentera dans ce qui suit une méthode très originale exploitant une scie de précision pour la réalisation de structures ridges. Cette technique a pour avantage d'obtenir de très bons facteurs de forme et des réalisations très rapides sans préparation préalable d'un masque de lithographie.

Un travail réalisé à FEMTO-ST (Besançon) propose l'exploitation d'une scie circulaire offrant une précision submicronique. Les étapes de fabrication pour obtenir des guides ridges optiques sont schématisées sur les figures (1.10) et (1.11).

- La première étape consiste à déposer une couche de titane sur un substrat de niobate de lithium qui y diffusera pour réaliser un confinement vertical de la lumière, comme dans le cas d'un guide classique.
- Le wafer entièrement diffusé forme un guide plan qui est découpé en plusieurs puces.
- Pour fabriquer un ridge, deux sillons doivent être réalisés dans une direction parallèle tout en limitant la profondeur de descente de la lame.
- La lame est positionnée à la profondeur souhaitée avant de rentrer en contact avec l'échantillon avant translation du plateau. Le ruban de matière entre les deux sillons constituera alors le ridge

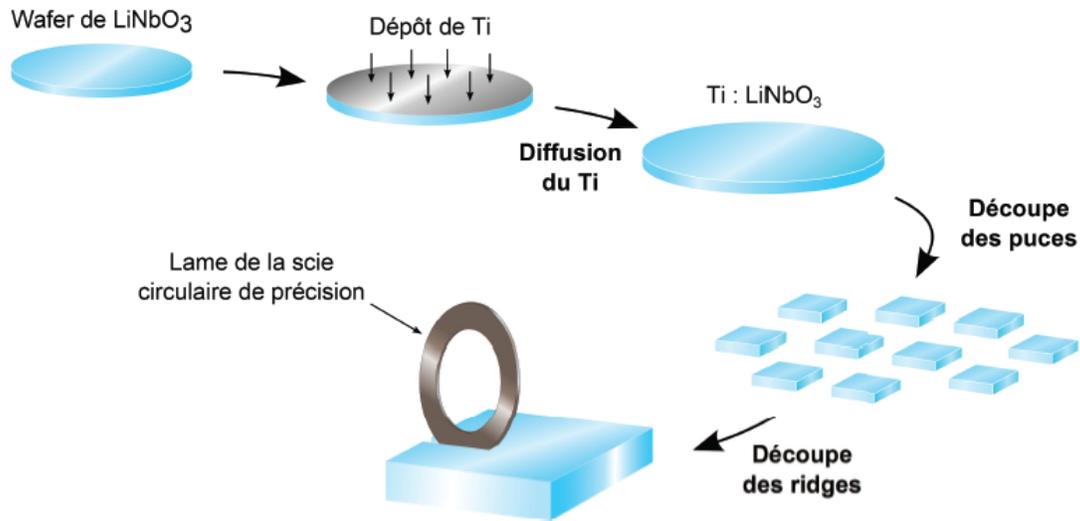


FIGURE 1.10 – Représentation schématique des étapes de fabrication de ridges par découpe de précision optique

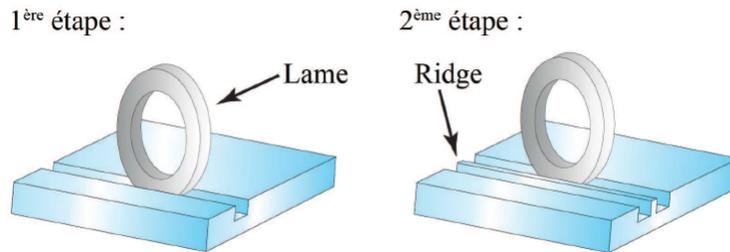


FIGURE 1.11 – Représentation schématique de la fabrication d'un ridge par découpe polissage à la scie circulaire de précision

L'introduction d'une microstructuration par gravure sèche dans ces guides d'onde permet la réalisation de miroirs de Bragg, le système ainsi formé joue simultanément le rôle de réflecteurs et de filtres en longueur d'onde. L'inscription directe des miroirs [27] sur les guides d'onde $Ti - LiNbO_3$ (figure 1.12) vise d'une part à réduire l'encombrement et d'autre part à rendre ces miroirs actifs en mettant à profit l'effet électro-optique du niobate de lithium.

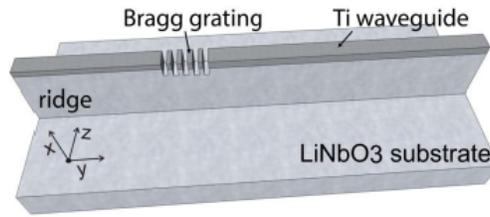


FIGURE 1.12 – Représentation schématique d’un réseau de Bragg gravé sur un guide ridge[26]

1.5 Conclusion

Ce chapitre a porté sur des généralités sur les cristaux photoniques. Nous avons également introduit quelques notions d’optique intégrée et l’intérêt de ce domaine en plein essor. Les propriétés du niobate de lithium (LiNbO_3), matériau très prisé dans ce domaine, ont été rapportées. Nous avons terminé ce chapitre par la présentation des guides ridges, obtenus sur le LiNbO_3 en présence de la diffusion de titane, ainsi qu’une technique de leur élaboration.

Chapitre 2

Méthode des différences finies dans le domaine temporel FDTD

2.1 Introduction

Tous les phénomènes électromagnétiques classiques sont régis par un ensemble compact et élégant de règles fondamentales connues sous le nom d'équations de Maxwell [28]. Cet ensemble d'équations, mises en œuvre par James Clerk Maxwell constitue, la base de l'électromagnétisme.

La justification et la validité des équations de Maxwell se situent dans leur compatibilité avec des expériences physiques sur la gamme du spectre électromagnétique expérimentalement observé.

Cependant, malgré que ces équations soient simples, leur résolution reste fastidieuse et nécessite souvent d'avoir recours aux méthodes numériques.

La méthode souvent utilisée est celle des différences finies dans le domaine temporel (FDTD pour Finite Difference Time Domian)[29]

2.2 Les équations de Maxwell

Le comportement des ondes électromagnétiques est régi par les quatre équations de Maxwell suivantes :

L'équation de Maxwell-Gauss

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho_{\text{libre}} \quad (2.1)$$

L'équation de conservation du flux

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (2.2)$$

L'équation de Maxwell-Faraday

$$\overrightarrow{rot E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.3)$$

L'équation de Maxwell-Ampère

$$\overrightarrow{rot H} = \vec{j}_{libre} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (2.4)$$

Où \vec{E} représente le champ électrique, \vec{H} le champ magnétique, \vec{D} le vecteur déplacement électrique, \vec{B} l'induction magnétique, ρ_{libre} la densité de charges libres et \vec{j}_{libre} la densité de courant des charges libres.

Ces relations sont complétées par les relations constitutives :

$$\vec{D} = \varepsilon(\omega) \vec{E} = \varepsilon_0 \tilde{\varepsilon} \vec{E} \quad (2.5)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad (2.6)$$

Et la loi d'Ohm :

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (2.7)$$

Avec ε_0 ¹ et μ_0 ² sont la permittivité électrique et la perméabilité magnétique du vide respectivement, σ la conductivité électrique, et $\tilde{\varepsilon}$ et μ_r la permittivité et la perméabilité relative du milieu respectivement. Dans la suite de ce travail, on considérera un milieu non magnétique (μ_r sera égale à 1).

La fonction diélectrique relative $\tilde{\varepsilon}(\omega)$, qui caractérise la réponse optique du milieu à une excitation électromagnétique, est généralement complexe :

$$\tilde{\varepsilon}(\omega) = \varepsilon_1 + i\varepsilon_2 = \tilde{n}^2 \quad (2.8)$$

ε_1 et ε_2 représentent respectivement les parties réelle et imaginaire de $\tilde{\varepsilon}(\omega)$ et \tilde{n} l'indice de réfraction.

2.3 Méthode FDTD

La méthode FDTD, basée sur le schéma de Yee [30], est une méthode numérique pour la résolution directe des équations de Maxwell. Elle consiste à approximer les dérivées partielles apparaissant dans les équations de Maxwell par des différences finies centrées.

1. $\varepsilon_0 = 8,854187 \cdot 10^{-12} Fm^{-1}$

2. $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} Hm^{-1}$

La résolution des équations est réalisée dans le domaine temporel, ce qui permet d'appréhender visuellement la propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu structuré comme le sont les cristaux photoniques.

Le schéma proposé par Yee (figure 2.1) permet de surmonter la difficulté due à la dépendance simultanée des champs électriques. Les composantes des champs électriques et magnétiques sont décalées d'un demi-pas spatial et calculées de manière alternative et itérative, respectivement à des multiples pairs et impairs du demi-pas temporel. En choisissant une excitation large bande, et après transformée de Fourier, on obtient la caractérisation large bande de la structure en une seule simulation.

Les équations de Maxwell sous leur forme différentielle dans un repère cartésien (x,y,z) :

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} \right) \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \right) \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \quad (2.14)$$

Les variations spatiales des composantes H régissent l'évolution temporelle des composantes du champ E et vice versa.

Discrétisation par la méthode des différences finies centrées

a) Discrétisation spatiale

Il s'agit d'une méthode qui permet de passer de l'expression analytique d'une équation à son approximation numérique. Elle s'applique à toute dérivée partielle, qu'elle soit spatiale ou temporelle, du premier ou du second ordre, et le maillage spatial concerne tout d'abord la structure elle-même et par voie de conséquence la permittivité des matériaux la composant. Bien entendu, il concerne aussi les composantes du champ électromagnétique. Ce maillage représente un espace fini et borné de forme parallélépipédique [31]. Chaque point de la maille est repéré par ses coordonnées (i, j, k) , On discrétise l'espace en remplaçant les variables continues $x, y, \text{ et } z$ par x_i, y_j et z_k de la forme : $x_i = i\Delta_x, y_j = j\Delta_y$ et $z_k = k\Delta_z$. avec Δ_x, Δ_y ou Δ_z les pas de discrétisation suivant les directions x, y et z respectivement. Ceci revient à remplacer l'espace continu par un réseau de points situés aux nœuds d'une grille tridimensionnelle.

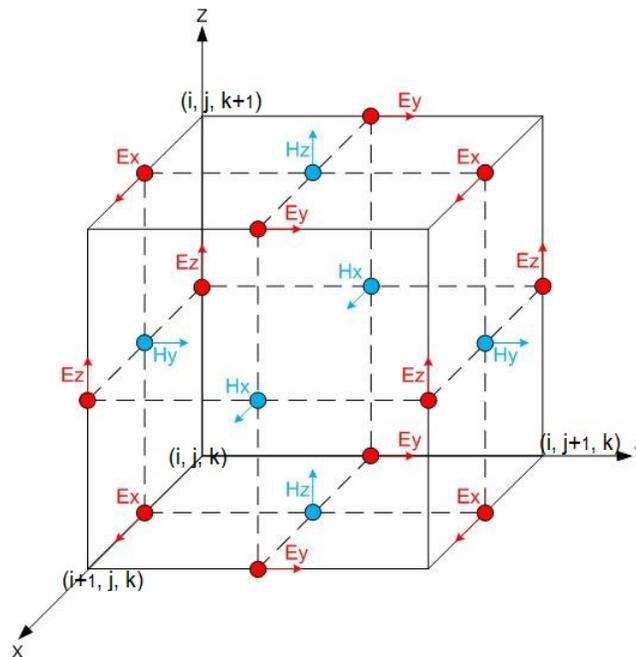


FIGURE 2.1 – Représentation des composantes des champs électriques et magnétiques dans la cellule élémentaire de Yee. Les composantes indiquées sur la figure correspondent à celles de la cellule (i, j, k) ; les autres composantes tracées sur la figure sont celles des cellules adjacentes. La taille de la cellule est donnée par Δ_x, Δ_y et Δ_z respectivement pour les directions x, y et z [5].

b) Discrétisation temporelle

Dans l'algorithme de Yee, le temps est également discrétisé comme l'indique la figure(2.2). Le calcul des composantes électriques est décalé d'un demi pas de temps par rapport à celui

des composantes magnétiques (schéma saute-mouton). Le champ électrique à l'instant $n\Delta t$ dépend du champ électrique à l'instant $(n-1)\Delta t$ mais également du champ magnétique à l'instant $(n-\frac{1}{2})\Delta t$. De même, le champ magnétique à l'instant $(n+\frac{1}{2})\Delta t$ va dépendre de celui à l'instant $(n-\frac{1}{2})\Delta t$, mais également du champ électrique à $n\Delta t$. Le schéma temporel

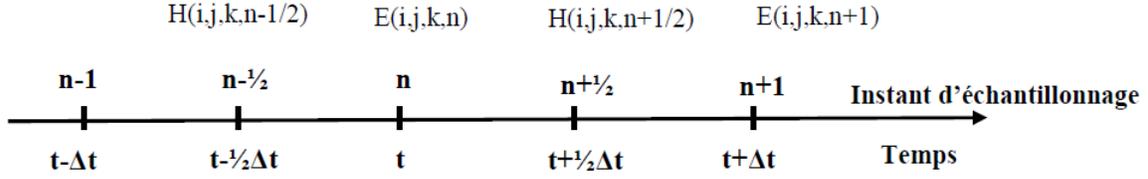


FIGURE 2.2 – Discrétisation temporelle

permet de calculer les composantes du champ $H^{n+\frac{1}{2}}$ à partir de $(H^{n-\frac{1}{2}}$ et $E^n)$ et E^{n+1} à partir de $(E^n$ et $H^{n+\frac{1}{2}})$.

En appliquant la procédure de discrétisation spatiale et temporelle au système d'équations de Maxwell (équations (2.9 à 2.14)), on obtient le système suivant :

Pour le champ électrique :

$$E_x^{n+1}(i,j,k) = E_x^n(i,j,k) + \frac{\Delta t}{\varepsilon(i,j,k)} \left[\frac{H_z^{n+1/2}(i,j,k) - H_z^{n+1/2}(i,j-1,k)}{\Delta y} - \frac{H_y^{n+1/2}(i,j,k) - H_y^{n+1/2}(i,j,k-1)}{\Delta z} \right] \quad (2.15)$$

$$E_y^{n+1}(i,j,k) = E_y^n(i,j,k) + \frac{\Delta t}{\varepsilon(i,j,k)} \left[\frac{H_x^{n+1/2}(i,j,k) - H_x^{n+1/2}(i,j,k-1)}{\Delta z} - \frac{H_z^{n+1/2}(i,j,k) - H_z^{n+1/2}(i-1,j,k)}{\Delta x} \right] \quad (2.16)$$

$$E_z^{n+1}(i,j,k) = E_z^n(i,j,k) + \frac{\Delta t}{\varepsilon(i,j,k)} \left[\frac{H_y^{n+1/2}(i,j,k) - H_y^{n+1/2}(i-1,j,k)}{\Delta x} - \frac{H_x^{n+1/2}(i,j,k) - H_x^{n+1/2}(i,j-1,k)}{\Delta y} \right] \quad (2.17)$$

Et pour le champ magnétique :

$$H_x^{n+1/2}(i, j, k) = H_x^{n-1/2}(i, j, k) + \frac{\Delta t}{\mu_0} \left[\frac{E_y^n(i, j, k+1) - E_y^n(i, j, k)}{\Delta z} - \frac{E_z^n(i, j+1, k) - E_z^n(i, j, k)}{\Delta y} \right] \quad (2.18)$$

$$H_y^{n+1/2}(i, j, k) = H_y^{n-1/2}(i, j, k) + \frac{\Delta t}{\mu_0} \left[\frac{E_z^n(i+1, j, k) - E_z^n(i, j, k)}{\Delta x} - \frac{E_x^n(i, j, k+1) - E_x^n(i, j, k)}{\Delta z} \right] \quad (2.19)$$

$$H_z^{n+1/2}(i, j, k) = H_z^{n-1/2}(i, j, k) + \frac{\Delta t}{\mu_0} \left[\frac{E_x^n(i, j+1, k) - E_x^n(i, j, k)}{\Delta y} - \frac{E_y^n(i+1, j, k) - E_y^n(i, j, k)}{\Delta x} \right] \quad (2.20)$$

2.3.1 Dispersion et stabilité numérique

Le schéma de Yee, étant explicite, est soumis à un critère de stabilité. De plus un maillage grossier peut engendrer une dispersion numérique. En effet, un signal se propageant dans la grille FDTD subit des transformations (distorsion, atténuation) dues à la discrétisation. C'est pourquoi une bonne représentation numérique des phénomènes physiques ne peut être obtenue qu'après un choix judicieux des paramètres de discrétisation spatiale $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$ et temporelle Δt . Ces critères se traduisent comme suit[32]

$$\max(\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z) \leq \frac{\lambda_{min}}{20} \quad (2.21)$$

$$\Delta t \leq \frac{\min(\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z)}{2c} \quad (2.22)$$

λ représente la longueur d'onde de la plage spectrale étudiée et c^3 représente la célérité de la lumière dans le vide.

2.3.2 Cas d'un milieu dispersif

Dans le cas d'un milieu dispersif, on est contraint de considérer en plus des vecteurs \vec{E} et \vec{H} le vecteur déplacement électrique \vec{D} . En effet, la relation constitutive (2.5) s'écrit dans le domaine fréquentiel : $\vec{D}(\omega) = \varepsilon(\omega) \vec{E}(\omega)$. L'algorithme FDTD, opérant dans le temps, impose une relation constitutive temporelle qui s'écrit sous la forme d'un produit de convolution :

$$\vec{D}(t) = \overrightarrow{\varepsilon(t)} \otimes \overrightarrow{E(t)} \quad (2.23)$$

Il s'agit donc d'une relation non-locale qui nécessite, pour son évaluation, la connaissance du champ électrique à tous les instants antérieurs. Ceci conduit, numériquement, au stockage d'un très grand nombre de données et nécessite, par conséquent, d'avoir une place mémoire vive très importante. L'expression analytique de la permittivité diélectrique lorsqu'elle existe permet de contourner ce problème purement numérique. Il est donc nécessaire de passer par le calcul du vecteur $\vec{D}(t)$ pour obtenir la valeur des composantes du champ électrique.

Nous montrerons plus loin le modèle de dispersion pour le niobate de lithium implémenté dans le cadre de ce travail et toutes les étapes suivies .

2.3.3 Les conditions aux limites

Les ressources informatiques étant finies, il est nécessaire de restreindre spatialement le domaine de calcul. Avec cette restriction, les champs situés en bord de la grille FDTD ne peuvent être calculés avec les équations classique FDTD (relations 2.15 à 2.20) à cause des réflexions possibles de l'onde sur les bords de la fenêtre de calcul. Sachant qu'initialement toutes les composantes sont fixées à zéro, ces dernières restent nulles sur les six faces déjà mentionnées. Elles se comportent donc comme des miroirs parfaits. L'onde réfléchi par ces faces modifie le champ électromagnétique physique et conduit à un résultat artefactuel dans la fenêtre de calcul.

Pour contourner ce problème, beaucoup de solutions ont été proposées, les plus utilisées sont :les conditions de Mur et les conditions PML (couches parfaitement adaptées) . Ces conditions ont pour objectif la résolution du problème d'absorption aux interfaces en recherchant à réduire la réflexion numérique aux interfaces. Dans notre cas on s'est intéressé aux conditions PML qui seront détaillées dans le paragraphe qui suit.

3. $c=2.99\ 792\ 458\ \text{m / s}$

a) Conditions aux limites absorbantes PML(Perfectly Matched Layers)

Ces conditions proposées par Bérenger en 1994 [33], partent du principe d'adaptation d'impédance à l'interface entre deux milieux de même indice mais dont l'un est absorbant (présentant une conductivité électrique σ et magnétique σ^* non nulles). Dans le vide la condition s'exprime comme :

$$\frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma^*}{\mu_0} \quad (2.24)$$

Dans ce cas l'onde n'est pas réfléchiée à l'interface entre les deux milieux et s'atténue dans la couche absorbante. L'épaisseur de la couche absorbante peut être choisie aussi grande que possible pour limiter la réflexion au bord du domaine.

Cette adaptation d'impédance n'est toutefois possible qu'à incidence normale et une réflexion à l'interface entre les deux milieux réapparaît dès que l'on s'en écarte.

L'astuce introduite par Bérenger dans les années 80 consiste à rendre le milieu absorbant artificiellement biaxe [34]. L'absorption n'est alors choisie non nulle que suivant l'axe normal à l'interface entre les deux milieux. À l'interface, l'onde plane incidente est décomposée fictivement en deux ondes :

- Une onde à incidence normale qui vérifie la condition (2.24), et qui n'est donc pas réfléchiée à l'interface entre le milieu non absorbant et le milieu absorbant.
- Une onde à incidence rasante pour laquelle aucune absorption n'apparaît. Cette onde ne subit par conséquent aucune réflexion.

Le seul facteur de réflexion résiduel d'une PML provient de la discontinuité induite par la discrétisation spatiale. Pour réduire cet effet, il est courant d'imposer une graduation progressive en loi de puissance de l'absorption dans la couche PML :

$$\sigma(\rho) = \sigma_m \times \left(\frac{\rho}{e}\right)^n \quad (2.25)$$

Avec :

σ_m : conductivité maximale

ρ : profondeur à l'intérieur de la région PML

e : profondeur totale de la couche PML

n : ordre de l'équation de croissance de la conductivité, appelé également ordre de la PML.

Ce facteur est, dans la plupart des cas, choisi entre 2 et 5.

Le principal inconvénient est le coût en mémoire et en temps de calcul. Le milieu biaxe entraîne une augmentation du nombre de composantes de champ à stocker et du nombre d'opérations à réaliser à chaque pas temporel.

Si ces conditions PML sont à présent assez généralisées dans les études 2D, elles restent moins utilisées pour encore de nombreux calculs 3D où la réduction de l'espace mémoire et du temps de calcul passent encore avant la diminution des réflexions sur les bords du domaine (grandes structures, structures très résonantes).

b) Conditions de Bloch ou conditions aux limites périodiques (CLP)

Les structures périodiques ne sont qu'une reproduction d'un motif de base suivant une ou plusieurs directions. Il est intéressant d'utiliser cette propriété pour restreindre leur modélisation à une seule période. C'est ce qui est couramment fait en physique du solide avec la méthode des ondes planes. Il faut pour cela imposer sur les bords du domaine une condition qui traduit la périodicité de la structure. Ces conditions sont directement issues du théorème de Bloch appliqué aux composantes du champ électromagnétique. Pour une structure de période "a" suivant l'axe x, celles-ci s'expriment comme suit :

$$\vec{E}(x = 0, t) = \vec{E}(x = a, t) \exp(-i\beta_x a) \quad (2.26)$$

$$\vec{H}(x = 0, t) = \vec{H}(x = a, t) \exp(-i\beta_x a) \quad (2.27)$$

Avec β_x la constante de propagation.

2.4 Conclusion

Ce chapitre a été consacré à un rappel concis de la méthode FDTD basée sur la résolution des équations de Maxwell dans le domaine temporel. Le schéma de discrétisation aux différences centrées est reproduit et les problèmes numériques de dispersion et de stabilité ont également été abordés. Le chapitre s'est terminé par la discussion des conditions aux limites périodiques et absorbantes.

Chapitre 3

Implémentation du modèle de dispersion de Sellmeier dans le code FDTD adapté pour le $Ti - LiNbO_3$

3.1 Introduction

Un milieu est caractérisé par son indice de réfraction $n = \frac{c}{v}$, où c est la célérité de la lumière dans le vide et v sa vitesse dans le milieu considéré. Une variation de cet indice sur le trajet d'un rayon lumineux va dévier ce trajet par réfraction selon les lois de Snell-Descartes. Ainsi, lorsque le milieu de propagation est dispersif, la vitesse de propagation, et donc l'indice de réfraction dépendent de la fréquence : la déviation des rayons dépend de la fréquence.

On distingue deux types de dispersion, celle que l'on appelle 'normale' lorsque l'indice croît avec la fréquence de l'onde, et l'autre 'anormale' lorsqu'il décroît avec la fréquence de l'onde. Dans notre cas on s'intéresse à cette dernière car elle apparaît dans les liquides et les solides. Cette dispersion apparaît lorsque l'on s'approche des domaines d'absorption. En général pour décrire numériquement ce phénomène, on a recours à la formule de Cauchy donnée par la relation :

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{D}{\lambda^4} \dots \quad (3.1)$$

où A , B et D sont des coefficients positifs respectivement sans dimension, en m^2 et en m^4 , caractéristiques de chaque milieu.

C'est à partir de cette formule que l'on a déduit la formule de Sellmeier (1.3), dont elle est une simplification. La loi de Sellmeier modélise d'une manière très précise l'indice de réfraction des matériaux dans le domaine du spectre visible, et plus particulièrement la dispersion de la lumière dans un milieu réfringent (cas du niobate de lithium).

3.2 Implémentation du modèle de dispersion dans le code FDTD 3D

Nous allons tout d'abord commencer par présenter la loi de dispersion à implémenter en tenant compte des variations d'indices induites par la diffusion du titane. Ensuite, on rappelleras les différents étapes d'implémentation ainsi que les simplifications introduites et leurs justifications, on finira par un test de validation du modèle implémenté.

3.2.1 Présentation de la loi de dispersion

Comme on l'a cité au premier chapitre et pour des raisons de confinement, le titane est diffusé dans le niobate de lithium induisant une variation du profil d'indice vertical . On reprend l'équation (1.3) pour le calcul de l'indice extraordinaire du niobate

$$n_{e0} = \sqrt{a_1 + b_1 \times f + \frac{a_2 + b_2 \times f}{\lambda^2 - (a_3 + b_3 \times f)^2} + \frac{a_4 + b_4 \times f}{\lambda^2 - a_5^2} - a_6 \times \lambda^2} \quad (3.2)$$

Remarque : L'indice (0) est introduit pour distinguer l'expression de l'indice sans diffusion de titane.

Pour l'écriture des équations, on introduit les changements de variables suivants :

$$A = a_1 + b_1 \times f, \quad B = a_2 + b_2 \times f, \quad C = a_3 + b_3 \times f \quad \text{et} \quad D = a_4 + b_4 \times f$$

Dans notre cas, on a fixé la température (T) à 23 °C dans l'expression de f donnée par l'équation (1.4).

Tenant compte de ces changements, l'expression de n_{e0} est donné par :

$$n_{e0}(\lambda) = \sqrt{A + \frac{B}{\lambda^2 - C^2} + \frac{D}{\lambda^2 - a_5^2} - a_6 \times \lambda^2} \quad (3.3)$$

La variation d'indice (dne) induite par la diffusion de titane s'exprime comme :

$$dne(\lambda) = 0.0166 \times \left(\frac{0.839 \times \lambda^2}{\lambda^2 - 0.0645} \right) \times \exp\left(\frac{-x^2}{4.02^2} \right) \quad (3.4)$$

x est la profondeur du ridge (exprimée en micromètre et vaut $x = 0$ à la surface du ridge) L'indice de réfraction dans le guide ridge, en tenant compte de la diffusion du titane, peut se mettre sous la formule :

$$n_e(\lambda) = n_{e0}(\lambda) + dn_e(\lambda) \quad (3.5)$$

En remplaçant $n_{e0}(\lambda)$ et $dn_e(\lambda)$ par leurs expressions, on obtient :

$$n_e(\lambda) = \sqrt{A + \frac{B}{\lambda^2 - C^2} + \frac{D}{\lambda^2 - a_5^2} - a_6 \times \lambda^2 + 0.0166 \times \left(\frac{0.839 \times \lambda^2}{\lambda^2 - 0.0645} \right)} \times \exp\left(\frac{-x^2}{4.02^2}\right) \quad (3.6)$$

Notre objectif est de parvenir à calculer le champ électrique à travers le guide pour pouvoir calculer les propriétés optiques de ce guide. Or dans un milieu dispersif la résolution des équations de Maxwell est compliqué du fait de la dépendance de la permittivité en longueur d'onde. Pour calculer les champs électriques on est obligé de calculer le déplacement électrique $D(\lambda)$ et le passage au champ électrique se fera par la méthode ADE (pour : Auxiliary Differential Equation) [35].

3.2.2 Technique d'implémentation du modèle de Sellmeier

La relation constitutive (2.5) peut s'écrire sous la forme d'une somme de n termes dans le cas où la permittivité est une somme de plusieurs termes tous dépendant de la longueur d'onde :

$$D(\lambda) = D_1(\lambda) + D_2(\lambda) + D_3(\lambda) \dots + D_n(\lambda) \quad (3.7)$$

Ensuite, on passe à l'intégration de chaque terme à part, en passant tout d'abord par une transformée de Fourier (passage du domaine fréquentiel au domaine temporel), après vient le passage aux différences centrées pour pouvoir ainsi tirer le champ E_i^{n+1} de chaque terme $D_i(\lambda)$, faire la somme pour tirer ainsi le champ total en fonction de D total qui sera calculé à partir des équation de Maxwell approximés aux différence finies.

Remarque : Pour plus de détails sur la méthode d'implémentation ADE voir l'article de M.Hamidi sur l'implémentation du modèle de Drude à deux points critiques[35].

3.2.3 Les différentes approximations et leurs justifications

Sachant que la permittivité diélectrique relative est donnée par :

$$\tilde{\varepsilon}(\lambda) = n_e^2(\lambda) \quad (3.8)$$

que l'on développe en somme de trois termes :

$$\tilde{\varepsilon}(\lambda) = n_{e0}^2(\lambda) + 2 \times n_{e0}(\lambda) \times dn_e(\lambda) + dn_e^2(\lambda) \quad (3.9)$$

soit :

$$\begin{aligned} \tilde{\varepsilon}(\lambda) = & A + \frac{B}{\lambda^2 - C^2} + \frac{D}{\lambda^2 - a_5^2} - a_6 \times \lambda^2 + 2 \times \sqrt{A + \frac{B}{\lambda^2 - C^2} + \frac{D}{\lambda^2 - a_5^2} - a_6 \times \lambda^2} \\ & \times 0.0166 \times \left(\frac{0.839 \times \lambda^2}{\lambda^2 - 0.0645} \right) \times \exp\left(\frac{-x^2}{4.02^2}\right) + \left(0.0166 \times \left(\frac{0.839 \times \lambda^2}{\lambda^2 - 0.0645} \right) \times \exp\left(\frac{-x^2}{4.02^2}\right) \right)^2 \end{aligned} \quad (3.10)$$

La permittivité dans le ridge contient plusieurs termes dépendant de λ . L'implémentation d'un tel modèle dans un programme FDTD s'avère complexe et nécessite beaucoup de ressources informatiques et surtout le besoin de stocker les champs E et D sur deux pas temporels, ce qui a pour effet d'augmenter la place mémoire à allouer ainsi que le temps de calcul. Pour ces raisons, nous avons eu recours à quelques approximations que nous présenterons et justifierons dans ce qui suit.

a) Première approximation : La contribution de dn_e^2 est considérée négligeable .

L'expression de la permittivité prend la forme suivante :

$$\tilde{\varepsilon}(\lambda) = n_{e0}^2(\lambda) + 2 \times n_{e0}(\lambda) \times dn_e(\lambda) \quad (3.11)$$

soit :

$$\begin{aligned} \tilde{\varepsilon}(\lambda) = & A + \frac{B}{\lambda^2 - C^2} + \frac{D}{\lambda^2 - a_5^2} - a_6 \times \lambda^2 + 2 \times \sqrt{A + \frac{B}{\lambda^2 - C^2} + \frac{D}{\lambda^2 - a_5^2} - a_6 \times \lambda^2} \\ & \times 0.0166 \times \left(\frac{0.839 \times \lambda^2}{\lambda^2 - 0.0645} \right) \times \exp\left(\frac{-x^2}{4.02^2}\right) \end{aligned} \quad (3.12)$$

Pour pouvoir justifier cette approximation on a représenté la permittivité avec et sans approximations :

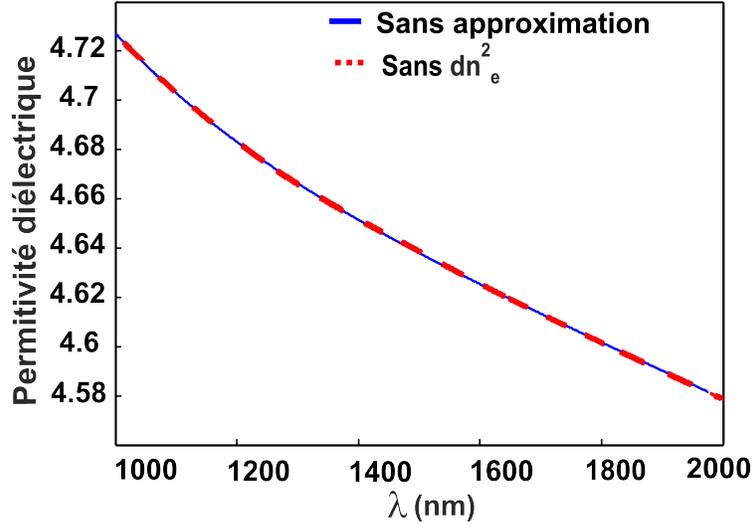


FIGURE 3.1 – La permittivité en fonction de la longueur d’onde

La figure (3.1) confirme que la contribution de dn_e^2 peut être négligeable .

b) Deuxième approximation : pour le deuxième terme du second membre de la permittivité, on ne considère la dépendance en fréquence que pour n_{e0} et on prend le terme (dn_e) avec sa valeur donné a 1550 nm (on a choisi 1550 nm car c’est le mode propre de notre guide) :

$$dn_e(\lambda = 1.55\mu m) = 0.0144 \times \exp\left(\frac{-x^2}{4.02^2}\right) \quad (3.13)$$

La permittivité devient :

$$\begin{aligned} \tilde{\epsilon}(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2 - C^2} + \frac{D}{\lambda^2 - a_5^2} - a_6 \times \lambda^2 + 2 \times \sqrt{A + \frac{B}{\lambda^2 - C^2} + \frac{D}{\lambda^2 - a_5^2} - a_6 \times \lambda^2} \\ \times 0.0144 \times \exp\left(\frac{-x^2}{4.02^2}\right) \end{aligned} \quad (3.14)$$

On justifie cette deuxième approximation toujours avec un calcul analytique et on trace le profil de la permittivité diélectrique avec et sans approximation :

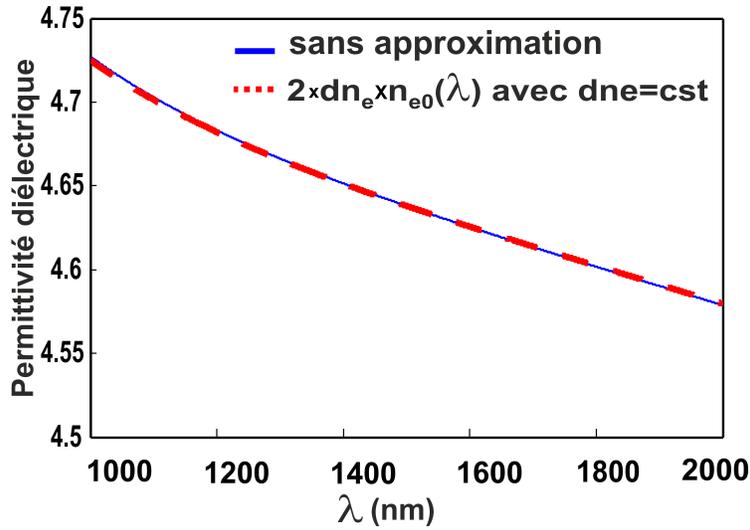


FIGURE 3.2 – La permittivité en fonction de la longueur d’onde

On voit que les deux courbes s’accordent bien, justifiant ainsi l’approximation adoptée.

c) Troisième approximation :

Les effets de la dispersion du deuxième terme du second membre sont complètement négligeables (voir figure 3.3), on ne garde que la dépendance en x (la profondeur). La permittivité relative devient :

$$\tilde{\varepsilon}(\lambda) = n_{e0}^2(\lambda) + 2 \times n_{e0}(\lambda = 1.55\mu m) \times dn_e(\lambda = 1.55\mu m) \quad (3.15)$$

qui prend donc la forme suivante :

$$\tilde{\varepsilon}(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2 - C^2} + \frac{D}{\lambda^2 - a_5^2} - a_6 \times \lambda^2 + 2 \times 2.1378 \times 0.0144 \times \exp\left(\frac{-x^2}{4.02^2}\right) \quad (3.16)$$

Avec 2.1378 est la valeur de n_{e0} à $\lambda = 1.55\mu m$

Cette approximation est justifiée par les valeurs de la permittivité, représentée sur la figure(3.3), obtenues avec ou sans cette approximation.

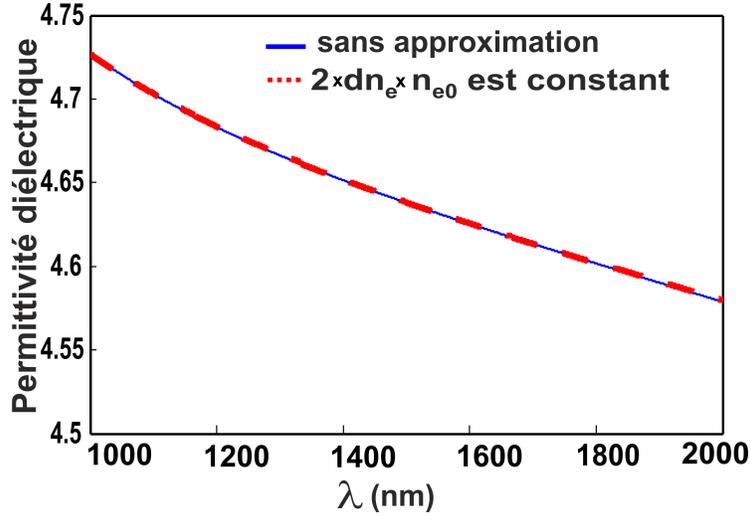


FIGURE 3.3 – La permittivité en fonction de la longueur d’onde

la figure(3.3) montre qu’il est inutile de considérer les effets de la dispersion dans le deuxième terme du second membre de la permittivité diélectrique relative.

Ainsi la formule que l’on adoptera pour notre étude et la modélisation des effets de dispersion dans le guide est cette dernière formule donné par (3.15) la même détaillé dans (3.16). Ainsi, l’expression final de permittivité considérée dans cette étude est donnée par :

$$\tilde{\varepsilon}(\lambda) = n_{e0}^2(\lambda) + 2 \times n_{e0}(\lambda = 1.55\mu m) \times dn_e(\lambda = 1.55\mu m)$$

3.2.4 Un aperçu sur l’implémentation et l’intégration de la dispersion dans le code FDTD par la méthode ADE

On calculera le déplacement électrique \vec{D} pour remonter ensuite au champ électrique \vec{E} Pour simplifier cette implémentation, nous avons décomposé le vecteur déplacement en 03 termes :

$$\vec{D}(\lambda) = \vec{D}_1(\lambda) + \vec{D}_2(\lambda) + \vec{D}_3(\lambda)$$

Avec :

$$\vec{D}_1(\lambda) = \varepsilon_0 \times \left[A - a_6 \times \lambda^2 + 2 \times 2.1378 \times 0.0144 \times \exp\left(\frac{-x^2}{4.02^2}\right) \right] \times \vec{E} \quad (3.17)$$

$$\vec{D}_2(\lambda) = \varepsilon_0 \times \left[\frac{B}{\lambda^2 - C^2} \right] \times \vec{E} \quad (3.18)$$

$$\vec{D}_3(\lambda) = \varepsilon_0 \times \left[\frac{D}{\lambda^2 - a_5^2} \right] \times \vec{E} \quad (3.19)$$

En supposant une dépendance temporelle du champ électromagnétique en $\exp(-i\omega t)$, une simple transformée de Fourier inverse donne pour l'équation (3.17), l'expression suivante :

$$\frac{\partial^2 D_1}{\partial t^2} = \varepsilon_0 \times anio(x) \times \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \varepsilon_0 \times bnio \times E \quad (3.20)$$

Avec :

$$anio(x) = A + 2 \times 2.1378 \times 0.0144 \times \exp\left(\frac{-x^2}{4.02^2}\right)$$

$$\text{Et } bnio = a_6 \times (2 \times \pi c)^2$$

c : étant la célérité de la lumière

Après discrétisation aux différences finies centrées de l'équation (3.20) on obtient l'équation suivante :

$$D_1^{n+1} = \varepsilon_0 \times \left(anio(x) + \Delta t^2 \times \frac{bnio}{2} \right) (E^{n+1} + E^{n-1}) - 2\varepsilon_0 \times anio(x) \times E^n + 2D_1^n - D_1^{n-1} \quad (3.21)$$

De la même manière on obtient D_2^{n+1} et D_3^{n+1} :

$$D_2^{n+1} = \frac{1}{bbnio} \left[-\varepsilon_0 \times cnio \times (E^{n+1} + E^{n-1}) + 2\varepsilon_0 \times cnio \times E^n + 2 \times enio \times D_2^n - bbnio \times D_2^{n-1} \right] \quad (3.22)$$

$$D_3^{n+1} = \frac{1}{ccnio} \left[-\varepsilon_0 \times fnio \times (E^{n+1} + E^{n-1}) + 2\varepsilon_0 \times fnio \times E^n + 2 \times hnio \times D_3^n - ccnio \times D_3^{n-1} \right] \quad (3.23)$$

Après remaniement algébrique des équations (3.21),(3.22) et (3.23), le vecteur champ électrique sera calculé facilement en fonction du vecteur déplacement calculé par les équations de Maxwell discrétisées et qui vérifie : $D(\lambda) = D_1(\lambda) + D_2(\lambda) + D_3(\lambda)$

Donc le chemin est comme suite :

En additionnant les 03 équations précédentes :

$$D^{n+1} = D_1^{n+1} + D_2^{n+1} + D_3^{n+1} \quad (3.24)$$

$$\begin{aligned} D^{n+1} = & \left[\varepsilon_0 \times (anio(x) + \Delta t^2 \times \frac{bnio}{2}) + \frac{1}{bbnio} (-\varepsilon_0 \times cnio) + \frac{1}{ccnio} (-\varepsilon_0 \times fnio) \right] (E^{n+1} + E^{n-1}) \\ & + \left[-2\varepsilon_0 \times anio(x) + 2\varepsilon_0 \times \frac{cnio}{bbnio} + 2\varepsilon_0 \times \frac{fnio}{ccnio} \right] E^n + \left[2D_1^n + 2\frac{enio}{bbnio} \times D_2^n + 2\frac{hnio}{ccnio} \times D_3^n \right] \\ & - \left[D_1^{n-1} + D_2^{n-1} + D_3^{n-1} \right] \quad (3.25) \end{aligned}$$

De cette dernière on extrait le champ électrique à l'instant (n+1).

$$\begin{aligned} E^{n+1} = & -E^{n-1} + \frac{D^{n+1} - (-2\varepsilon_0 \times anio(x) + 2\varepsilon_0 \times \frac{cnio}{bbnio} + 2\varepsilon_0 \times \frac{fnio}{ccnio}) \times E^n}{\varepsilon_0 \times (anio(x) + \Delta t^2 \times \frac{bnio}{2}) + (-\varepsilon_0 \times \frac{cnio}{bbnio}) + (-\varepsilon_0 \times \frac{fnio}{ccnio})} + \\ & \frac{-(2D_1^n + 2\frac{enio}{bbnio} \times D_2^n + 2\frac{hnio}{ccnio} \times D_3^n) - (D_1^{n-1} + D_2^{n-1} + D_3^{n-1})}{\varepsilon_0 \times (anio(x) + \Delta t^2 \times \frac{bnio}{2}) + (-\varepsilon_0 \times \frac{cnio}{bbnio}) + (-\varepsilon_0 \times \frac{fnio}{ccnio})} \quad (3.26) \end{aligned}$$

Les composantes du vecteur déplacement à l'instant $(n+1)\Delta t$ sont donnés par les équations de Maxwell discrétisées aux différences finies centrées. Pour la composante suivant x on a :

$$\begin{aligned} D_x^{n+1}(i, j, k) = & D_x^n(i, j, k) + \Delta t \left[\frac{H_z^{n+1/2}(i, j, k) - H_z^{n+1/2}(i, j-1, k)}{\Delta y} \right] - \\ & \Delta t \left[\frac{H_y^{n+1/2}(i, j, k) - H_y^{n+1/2}(i, j, k-1)}{\Delta z} \right] \quad (3.27) \end{aligned}$$

3.2.5 Validation du code FDTD

En considérant une couche plane de 80 nm d'épaisseur en niobate de lithium, on a calculé la transmission avec le code FDTD et on l'a comparé à un calcul analytique effectué sous Matlab.

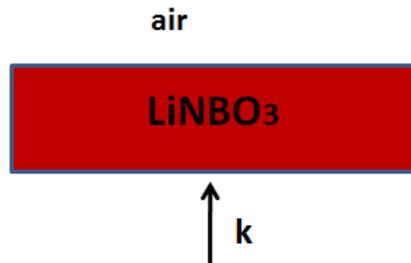


FIGURE 3.4 – Couche plane en Niobate de Lithium plongé dans l'air

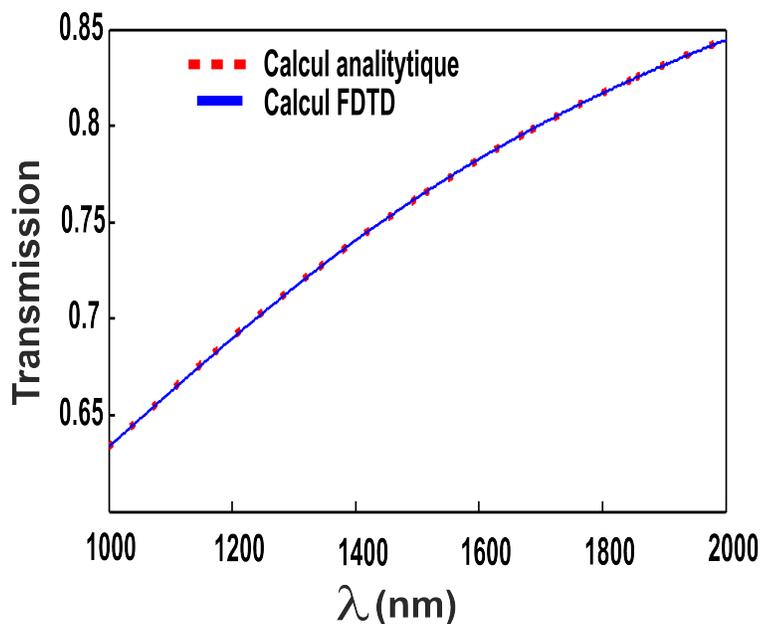


FIGURE 3.5 – Transmission à travers une couche plane du Niobate de hauteur $h= 80nm$

On constate que les résultats FDTD concordent parfaitement avec les calculs analytiques, ce qui constitue une validation de notre code FDTD 3D.

3.3 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons exposé le modèle de dispersion de Sellmeier qui décrit la dispersion du niobate de lithium en tenant compte de la présence du titane, introduit par diffusion. La complexité d'implémentation de ce modèle dans le code FDTD nous a conduit à introduire quelques approximations que nous avons soigneusement justifiées. Ce modèle simplifié et adapté pour le $Ti - LiNbO_3$ a été intégré à la FDTD par l'intermédiaire de la technique ADE (Auxiliary Differential Equation). La validation du Code FDTD qui tient compte de la dispersion donnée par le modèle de Sellmeier est effectuée en confrontant nos résultats à ceux obtenus analytiquement.

Chapitre 4

Etude FDTD d'un guide ridge en $Ti - LiNbO_3$ sur lequel est gravé un réseau de Bragg

4.1 Introduction

L'objectif de ce travail est de modéliser un guide ridge sur lequel est gravé un cristal photonique. Le guide ridge étudié présente un gradient vertical d'indice induit par diffusion de titane. Les résultats de simulation seront présentés et commentés. Le chapitre se terminera par une conclusion.

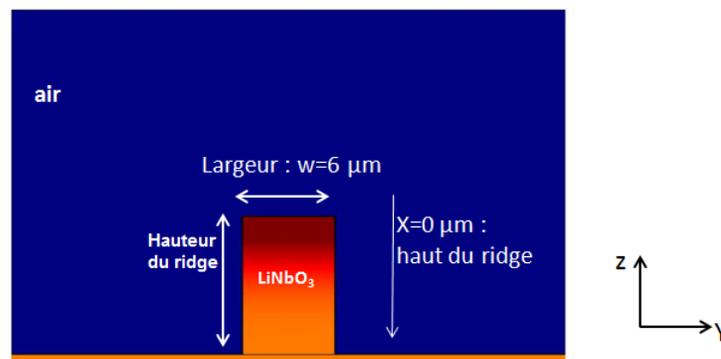


FIGURE 4.1 – Coupe transversale de la structure ridge étudiée

La figure (4.1) montre une coupe XY de la structure étudiée.

4.2 Calcul de modes propres

On a considéré dans un premier temps une fenêtre de calcul FDTD ($8\mu m \times 8\mu m$) avec un pas spatial uniforme dans les deux directions XY ($\Delta x = \Delta y = 40\text{ nm}$). On utilisera un code 2D pour le calcul de mode propre (un code off plane (hors plan) "pour une propagation quelconque")

a) Sans diffusion du titane

Nous avons commencé notre étude par la recherche de modes propres d'un guide uniforme ; c'est à dire avant inscription du réseau de Bragg et sans prendre en compte la diffusion du titane, la figure (4.2) décrit la structure considérée.

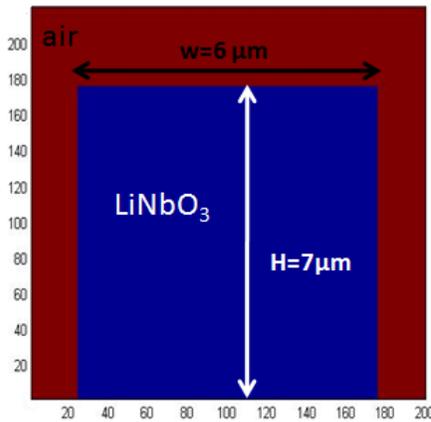


FIGURE 4.2 – Schéma de la structure avant inscription du réseau de Bragg pour une hauteur de $7\mu m$ et une largeur de $6\mu m$. La fenêtre FDTD est prise égale à $8 \times 8\mu m$ avec un pas de discrétisation spatial de 40 nm

La figure (4.3) représente la densité spectrale d'énergie de la structure considérée. Le mode fondamental se situe à $\lambda = 1550\text{ nm}$ pour un indice effectif (n_{eff}) pris égal à 2.13.

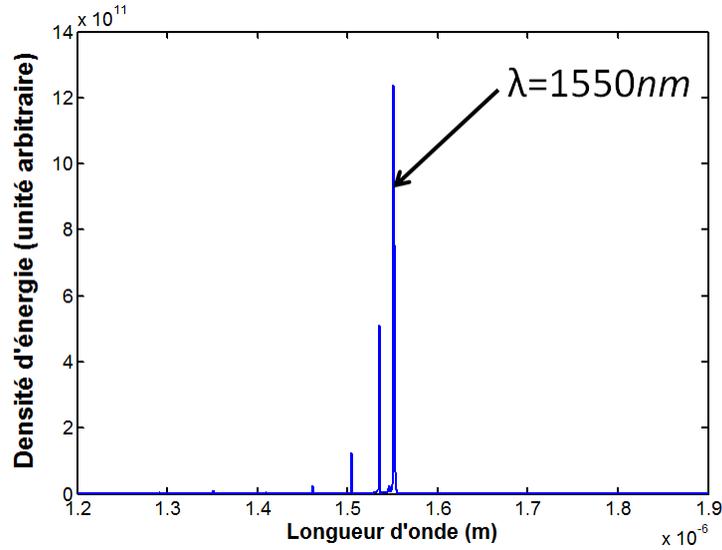


FIGURE 4.3 – Densité d'énergie du guide ridge correspondant à la figure 4.2. Le mode fondamental est à $\lambda = 1550nm$

Pour observer la forme et la localisation de ce mode fondamentale, nous avons effectué un calcul d'intensité lumineuse à la résonance à $\lambda = 1550nm$ ¹.

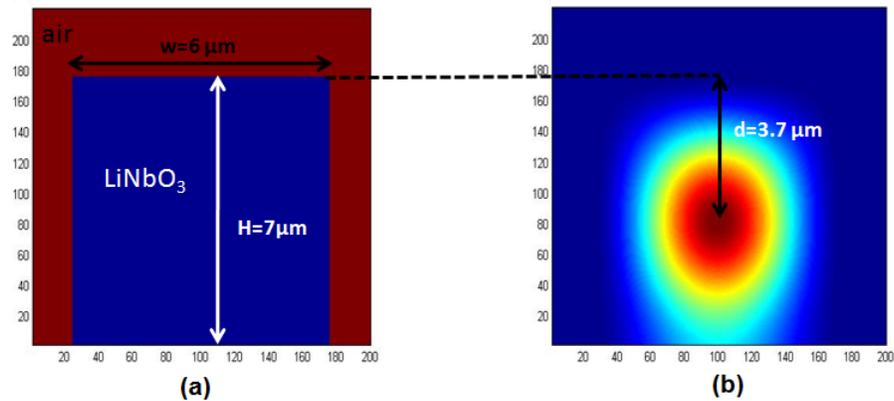


FIGURE 4.4 – (a) Structure considérée avec une hauteur de $7 \mu m$ (b) cartographie du champ à la longueur d'onde $\lambda = 1550nm$

La figure (4.4) montre que le maximum d'énergie est à $3.7\mu m$ ($H/2+0.2\mu m$) du haut du guide, donc l'énergie est confinée au milieu du guide.

1. 1550 nm est considéré comme la longueur d'onde de choix pour les communications à grandes vitesses, approximativement de 25.000 gigahertz de largeur.

Nous avons mené un autre calcul en considérant une hauteur du guide plus grande ($H = 10 \mu m$). Le mode fondamental est toujours à $1550 nm$ avec un indice effectif $n_{eff} = 2.13$. Le calcul de l'intensité lumineuse montre (voir figure 4.5) que le maximum d'énergie du mode fondamental est toujours localisé à mi-hauteur du guide vers $5.12 \mu m$ ($H/2 + 0.12 \mu m$) du haut du guide. D'autres calculs ont été effectués pour d'autres valeurs de H , et les résultats ont montré que la longueur d'onde de coupure est toujours à $1550 nm$ avec un même indice effectif. Les résultats ont également montré que le maximum d'énergie du mode fondamental se situe à mi-hauteur quelque que soit la hauteur du guide.

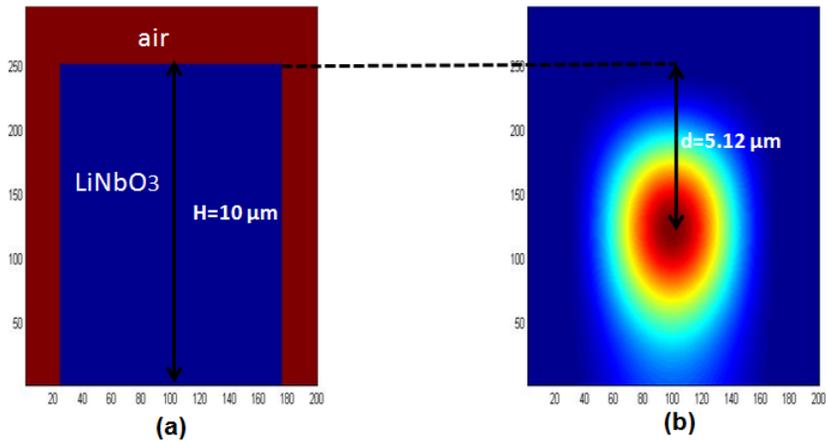


FIGURE 4.5 – (a) Structure considérée avec une hauteur de $10 \mu m$ (b) cartographie du champ à la longueur d'onde $\lambda = 1550 nm$

b) avec diffusion de titane

Les calculs précédents ont été refaits en considérant la diffusion du titane dans le niobate de lithium. Le profil de l'indice du $Ti - LiNbO_3$ est représenté en fonction de la profondeur x mesurée à partir du haut du ridge (voir figure 4.7.a). Le calcul de modes propres pour les deux hauteurs considérées (7 et $10 \mu m$) montre que le mode fondamental se trouve toujours aux environs de $1550 nm$ (fig4.6). Par contre, le maximum de son énergie n'est plus confiné à mi-hauteur mais décalé vers le haut du ridge. La figure (4.7 et 4.8) montre effectivement que le maximum d'énergie est localisé à $2.16 \mu m$ de la surface supérieure du ridge pour les deux hauteurs considérées.

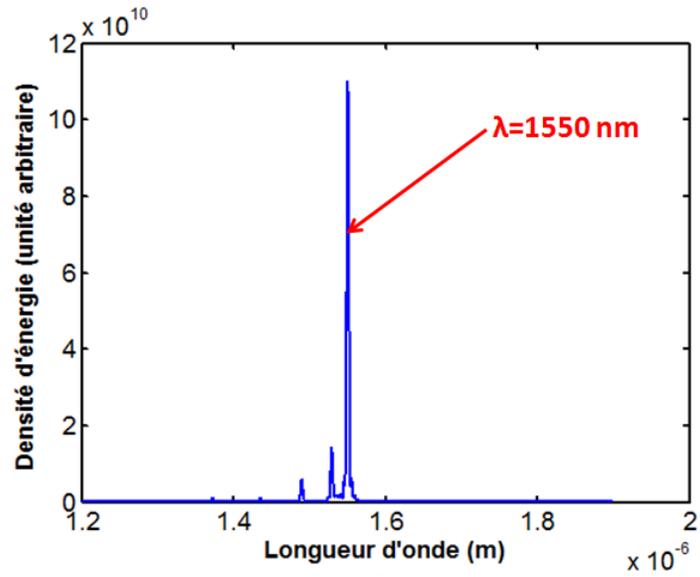


FIGURE 4.6 – Densité spectrale d'énergie dans le guide ridge avec diffusion de titane.

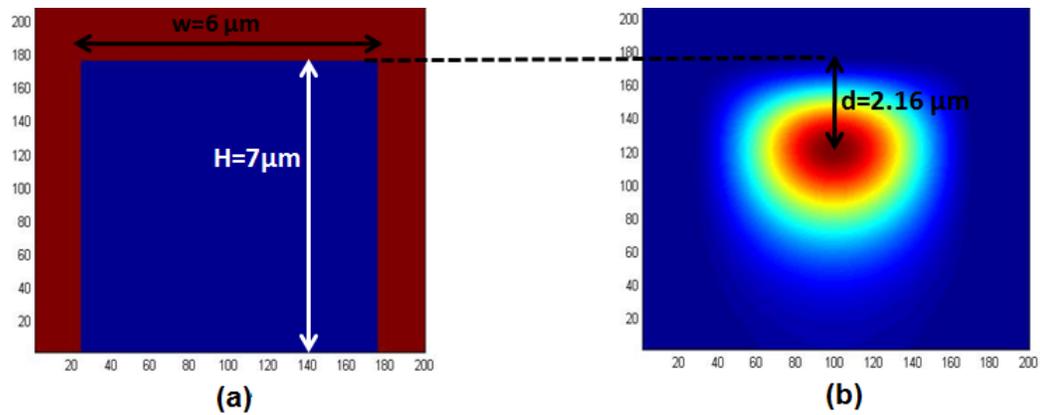


FIGURE 4.7 – Dimensions de la structure considérée (a) et intensité lumineuse du mode fondamental correspondante (b)

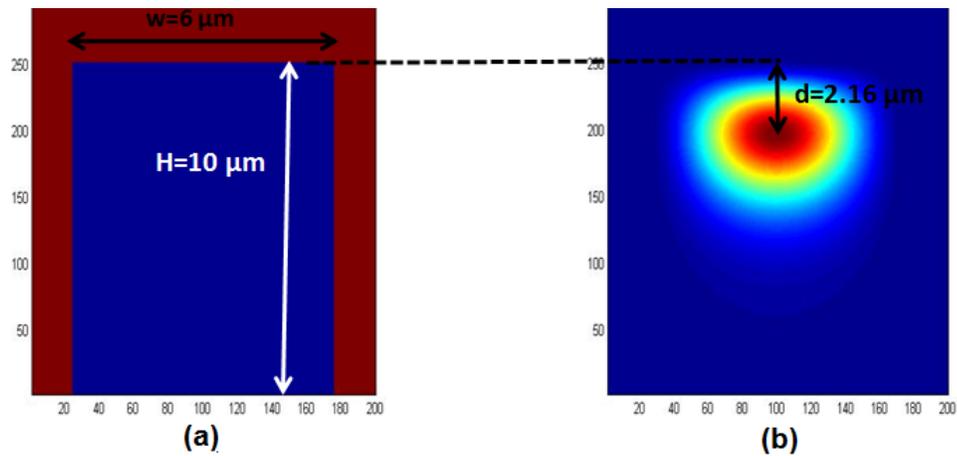


FIGURE 4.8 – Dimensions de la structure considérée (a) et intensité lumineuse du mode fondamental correspondante (b)

Cette dérive vers le haut de l'énergie est imputée au gradient d'indice créé par la diffusion de titane. Ces résultats sont en phase avec les travaux expérimentaux [26] qui mettent à profit le gradient d'indice, induit par la diffusion du titane, pour réaliser un confinement vertical du mode fondamental guidé.

c) Présence d'une fine couche de titane sur le guide ridge

Notre soucis d'obtenir le maximum d'énergie localisé tout près de la surface du guide nous a conduit à imaginer la présence d'une fine couche de titane d'épaisseur "e" sur la surface du ridge. La structure considérée est de hauteur $H = 7 \mu\text{m}$, de largeur $6 \mu\text{m}$ et l'épaisseur de la couche de titane déposé est variable (voir figure 4.9).

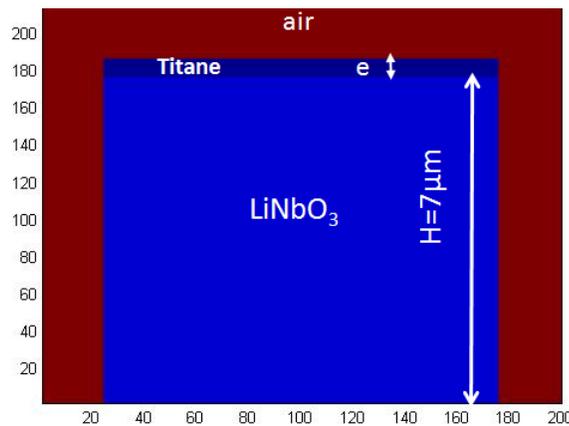


FIGURE 4.9 – Guide ridge du $Ti - LiNbO_3$ sur lequel est déposé une fine couche de titane.

La cartographie de champ du mode fondamental est réalisée pour différentes valeurs de la couche de titane déposée. Les résultats (figure 4.10) montrent que le maximum d'énergie est d'autant plus près de la surface que l'épaisseur est grande (figure 4.10 (a b c)).

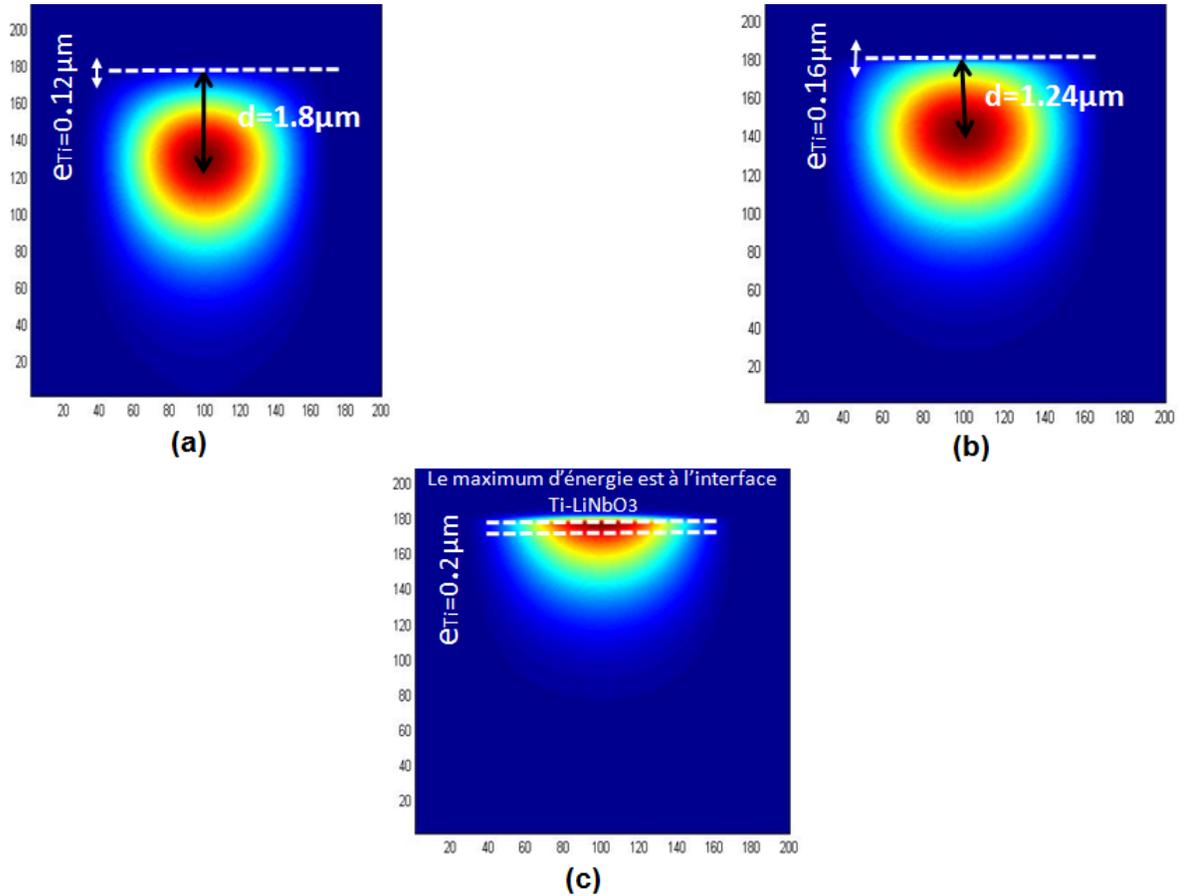


FIGURE 4.10 – Intensité du champ du mode fondamental pour différentes épaisseurs de la couche de titane déposée.

Pour une épaisseur de la couche plus grande ($e = 0.4 \mu m$) (figure 4.11), le mode fondamental quitte le milieu $Ti - LiNbO_3$ et se trouve complètement confiné dans la couche de titane. Ces résultats confirment encore une fois que le confinement du mode fondamental est délocalisé vers les régions les plus denses optiquement. Néanmoins, ces résultats théoriques ne peuvent être exploités expérimentalement à cause des pertes considérables d'énergie dans le titane et la réflexion est engagée pour une éventuelle substitution de cette couche à perte par un autre matériau offrant un meilleur compromis entre confinement et pertes.

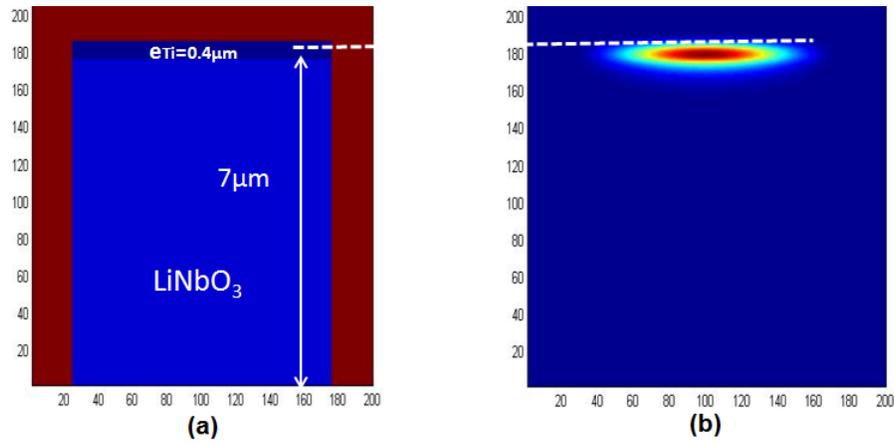


FIGURE 4.11 – (a) est le guide uniforme de hauteur $7 \mu m$ avec une fine couche de titane d'épaisseur $e=0.4 \mu m$. (b) Intensité du champ du mode fondamental pour la de couche de titane d'épaisseur $e=0.4 \mu m$.

4.3 Etude 3D du guide ridge avec inscription d'un réseau de Bragg

Dans cette partie nous allons présenter les résultats de simulation du guide ridge avec inscription du réseau de Bragg. La structure considérée est celle représentée dans le plan XY sur la figure (4.7.a). (Hauteur : $7 \mu m$, largeur : $6 \mu m$ et longueur : $10 \mu m$).

4.3.1 Etude préliminaire

Nous avons étudié au préalable l'injection du mode fondamental et sa propagation dans le guide sans le réseau de Bragg. Afin d'exciter correctement le mode fondamental du guide ridge 3D, nous avons injecté le mode calculé par le code FDTD 2D correspondant à la figure (4.7.b). Cette excitation n'est possible que si la coupe XY de la fenêtre de calcul 3D est identique à la grille 2D utilisée dans le calcul de bande.

Pour rendre compte de la propagation sans déformation de ce mode dans le guide ridge uniforme, nous avons placé deux détecteurs à des distances différentes du plan de la source.

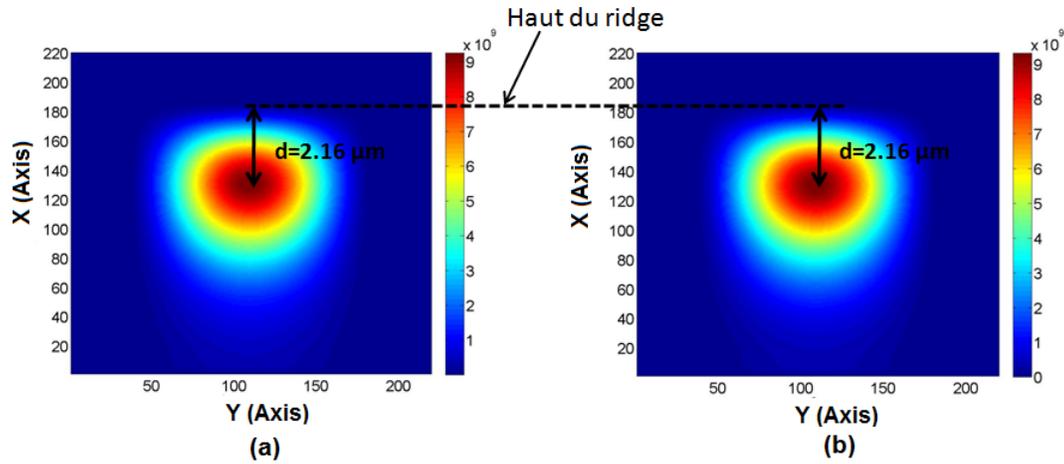


FIGURE 4.12 – (a) représente l'énergie du mode récupéré à $3 \mu m$ de la source. (b) représente l'énergie du mode récupéré à $8 \mu m$ de la source

La figure 4.12 illustre les intensités lumineuses récupérées à $3 \mu m$ et à $8 \mu m$ de la source. Par comparaison avec la cartographie du champ de la source donnée par la figure (4.7.b), on constate que la forme du mode ainsi que son intensité lumineuse sont bien conservées au cours de sa propagation. Ceci constitue une confirmation que le mode est bien installé et se propage sans déformation et sans pertes. Par la suite, le mode propre trouvé dans le calcul de bande servira de source d'excitation dans le code 3D.

4.3.2 Etude du guide ridge avec le réseau de Bragg

Le réseau de Bragg gravé sur le guide ridge $Ti-LiNbO_3$ est constitué de trois 3 alternances de 1160 nm d'air et 520 nm de niobate de lithium. suivant la direction Z

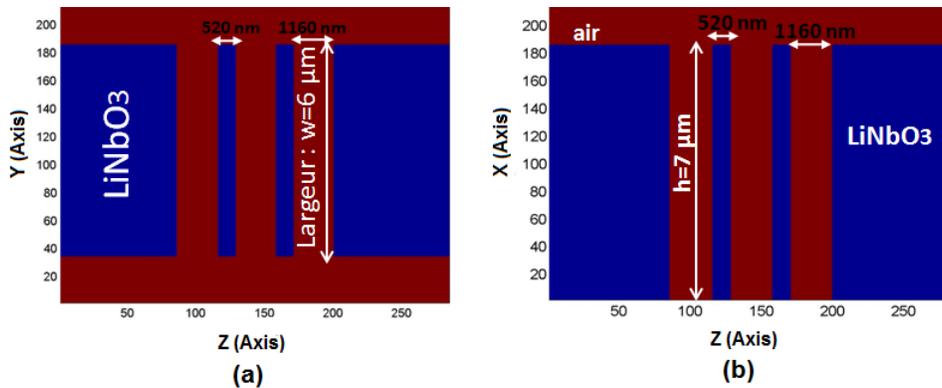


FIGURE 4.13 – (a) représente la coupe YZ de guide ridge avec le réseau de Bragg gravé.(b) représente la coupe XZ de guide ridge avec le réseau de Bragg gravé.

La figure (4.13) montre deux coupes (XZ et YZ) du guide ridge avec réseau de Bragg inscrit.

Pour cette étude, nous avons utilisé la même source que précédemment tout en lui imposant un profil gaussien temporel pour pouvoir extraire les caractéristiques spectrales du guide sur une large gamme de fréquences. La figure (4.14) est une illustration des spectres de transmission et de réflexion obtenus, dans le cas d'une polarisation TM.

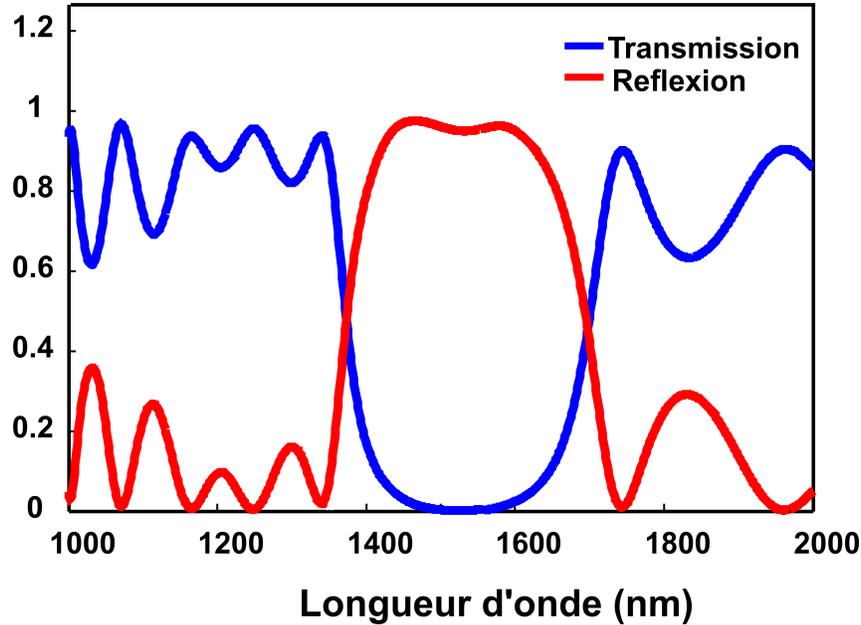


FIGURE 4.14 – Spectre de réflexion et de transmission à travers le réseau de Bragg gravé sur le guide ridge $Ti - LiNbO_3$, cas d'une polarisation TM

Comme on peut le constater, la réflexion est presque totale sur une large gamme de fréquence centrée autour de 1550 nm alors que la transmission est quasiment nulle sur le même intervalle spectral.

Pour visualiser l'onde réfléchie par le miroir de Bragg, nous avons effectué un calcul monochromatique à 1550 nm et récupéré la répartition d'énergie dans les deux plans XZ et YZ (figure 4.15).

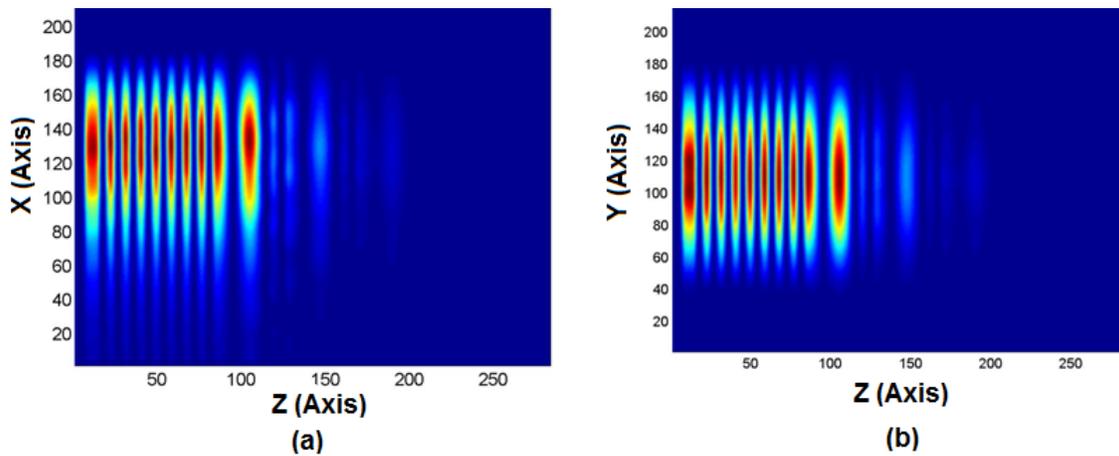


FIGURE 4.15 – La répartition d'énergie dans les deux plans (a) XZ et (b) YZ

Comme on le voit sur ces deux images, l'énergie est complètement réfléchiée vers la source. On constate également que le maximum d'énergie est localisé en haut du ridge (figure 4.15 (a)) alors que la répartition de l'énergie réfléchiée est comme prévue symétrique dans le plan YZ en raison de l'homogénéité de l'indice optique dans le guide (figure 4.15 (b)). Le coefficient de réflexion dans le cas de cette étude monochromatique est évalué à 98% corroborant les résultats du calcul large bande. D'après les résultats obtenus, l'inscription d'un réseau de Bragg constitué uniquement de trois alternances a permis d'obtenir un très bon coefficient de réflexion tout en conservant le confinement vertical créé par la diffusion du titane.

4.4 Conclusion

Ce dernier chapitre est consacré à la caractérisation théorique complète d'un guide rigide sur lequel est inscrit un cristal photonique. Cette structure est fabriquée à base du niobate de lithium en présence d'un gradient d'indice vertical obtenu par diffusion de titane. Pour mener à bien cette étude, nous avons commencé par la recherche de modes propres d'un guide ridge infini et homogène par un code FDTD 2D. On a montré que le maximum d'énergie du mode fondamental est localisé au centre du ridge. L'introduction d'un gradient d'indice vertical (milieu inhomogène), a généré la délocalisation du maximum d'énergie vers le haut du ridge conduisant à un double confinement transversal du mode fondamental dans le guide ridge infini. Le confinement latéral est le résultat de la faible largeur du guide lui-même (6 μm) alors que le confinement vertical est dû au gradient d'indice. Ces résultats sont conformes à ceux obtenus expérimentalement à Besançon [26].

Le second volet de cette étude consiste à étudier la propagation de ce mode doublement confiné le long du guide ridge sans réseau de Bragg (étude FDTD 3D). L'objectif étant de maîtriser son injection et son établissement dans le guide 3D. L'étude a permis d'obtenir

des résultats qui confirment que le mode guidé s'installe correctement dans le ridge avec une excitation adéquate. L'interaction de ce mode avec un réseau de Bragg gravé sur le ridge a fait l'objet du dernier volet de ce chapitre. Le calcul de diffraction a montré qu'un réseau de Bragg constitué seulement de trois alternances permet de réfléchir 98% de l'énergie incidente. Les cartographies du champ montrent que l'énergie réfléchie demeure confinée dans la partie haute du ridge. Un travail expérimental très récent, réalisé à Besançon, donne des résultats similaires aux nôtres mais avec un réseau de Bragg constitué de 5 alternances. Nos résultats ouvrent des perspectives très intéressantes pour une meilleure miniaturisation de ces structures.

Conclusion générale

L'objectif de ce travail est d'évaluer par FDTD la réflectivité d'un guide d'onde de type ridge sur lequel un réseau de Bragg est inscrit, constitué de trois alternances d'air.

Pour bien présenter cette étude, nous avons structuré le manuscrit en quatre chapitres. Dans le premier chapitre, nous avons rappelé quelques définitions de base relatives aux cristaux photoniques en passant en revue quelques concepts de l'optique intégrée. Le niobate de lithium, matériau de base des structures étudiées, a fait l'objet d'un rappel de quelques unes des ses propriétés. Nous avons terminé ce chapitre par la description du guide ridge étudié ainsi qu'une nouvelle technique de son élaboration, développée récemment à Besançon. Le deuxième chapitre est dédié à la description de la technique de calcul utilisée à savoir la méthode des différences finies dans le domaine temporel (FDTD). Les équations de Maxwell sont discrétisées selon l'algorithme de Yee et les critères de convergence de ce schéma sont discutés. Les conditions d'absorption aux frontières de type PML de Bérenger décrivant l'espace libre suivant les trois directions de notre structure sont abordées.

L'implémentation du modèle de dispersion de Sellmeier dans la FDTD a fait l'objet du troisième chapitre. Ce modèle adapté à la description de la dispersion du niobate de lithium dans la gamme optique tient compte du gradient d'indice généré par la diffusion de Titane. Son intégration directe dans la FDTD s'est avérée très complexe, ce qui nous a contraint à apporter un certains nombres d'approximations que nous avons pris le soin de justifier. Le nouveau modèle est ensuite implémenté dans la FDTD en utilisant la technique ADE (Auxiliary Differential Equation) et le code final a fait l'objet d'un test de validation en comparant nos résultats à ceux obtenus analytiquement.

Le dernier chapitre est consacré à la simulation d'un guide rigde à base de niobate de lithium en présence d'un gradient d'indice vertical obtenu par diffusion de titane et sur lequel est inscrit un réseau de Bragg. Au préalable, nous avons effectué une recherche de modes propres d'un guide ridge infini et homogène en utilisant un code FDTD 2D. Les résultats ont montré que le mode fondamental est confiné au centre du ridge. La prise en compte du gradient d'indice vertical (milieu inhomogène), a ramené le maximum d'énergie du mode fondamental vers le haut du ridge ce qui a conduit à son double confinement transversal (relativement à la direction de propagation) dans le guide ridge infini : confinement latéral

dû à la faible largeur du guide et confinement vertical dû au gradient d'indice. Ces résultats reproduisent correctement le comportement observé expérimentalement à Besançon.

Pour se rendre compte de l'installation du mode fondamental et de sa propagation sans pertes, une étude 3D est réalisée sans considérer le réseau de Bragg. L'étude a montré une bonne installation et une propagation sans pertes dans le ridge avec un choix convenable de la source d'injection.

Enfin, nous avons étudié l'interaction de ce mode avec un réseau de Bragg, constitué de trois alternances, gravé sur le ridge. Cette étude a permis d'évaluer le coefficient de réflexion de ce réseau à 98%. La visualisation de l'intensité lumineuse dans l'espace a montré que l'énergie incidente est complètement réfléchiée et reste confinée en haut du ridge. Ces résultats corroborent ceux récemment obtenus expérimentalement à Besançon avec un réseau de cinq alternances.

En guise de perspective, nous envisageons d'étudier un guide ridge sur lequel est inscrit une cavité, constituée de deux réseaux de Bragg, pour la réalisation d'un confinement tridimensionnel.

*If you actually want something, make an effort.
Everything isn't just going to come to you.*

Bibliographie

- [1] John D Joannopoulos, Steven G Johnson, Joshua N Winn, and Robert D Meade. *Photonic crystals : molding the flow of light*. Princeton university press, 2011.
- [2] J-M LOURTIOZ. Les matériaux à bandes interdites photoniques. In *Journées nationales microondes*, pages 22–27, 1997.
- [3] Eli Yablonovitch. Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics. *Physical review letters*, 58(20) :2059, 1987.
- [4] G. Margaritondo. *Ma physique*. Polycopiés de l’EPFL. EPFL, 1998.
- [5] Maxence Hofman. *Composants optiques à base de cristaux photoniques pour applications à l’imagerie infrarouge*. PhD thesis, Lille 1, 2011.
- [6] Serge Berthier, Eric Charron, and Julie Boulenguez. Morphological structure and optical properties of the wings of morphidae. *Insect Science*, 13(2) :145–158, 2006.
- [7] H. Rigneault, J.-M. Lourtioz, C. Delalande, and A. Levenson. *La nanophotonique*. Hermes Lavoisier, 2005. ISBN 2-7462-1105-X.
- [8] Georges Bou Abboud. *Microstructuration par échange protonique sur niobate de lithium : application à la réalisation de fonctions de filtrage*. PhD thesis, Université Paris-Est ; Groupe de recherche Ethique, Technologies, organisations, société, 2008.
- [9] Christelle Monat, Christian Grillet, Matt Collins, Juntao Li, Liam O’Faolain, Thomas F Krauss, Benjamin J Eggleton, and David J Moss. Renforcement des effets nonlineaires dans des guides lents a cristaux photoniques et application au diagnostique integre de signaux optiques rapides. *optique*, page 44.
- [10] Arnaud Cacucci. *Croissance de multicouches périodiques métal/oxyde : relation structure/comportement électrique dans les systèmes à base de titane et de tungstène*. PhD thesis, Dijon, 2014.
- [11] Kamel Boulelli. *Simulation des effets géométriques des cristaux photoniques bidimensionnels*. magistère, 2007.
- [12] Bahaa EA Saleh, Malvin Carl Teich, and Bahaa E Saleh. *Fundamentals of photonics*, volume 22. Wiley New York, 1991.
- [13] KM Ho, CT Chan, and CM Soukoulis. Existence of a photonic gap in periodic dielectric structures. *Physical Review Letters*, 65(25) :3152, 1990.
- [14] PK Tien. Light waves in thin films and integrated optics. *Applied Optics*, 10(11) :2395–2413, 1971.
- [15] Pierre Benech, Isabelle Schanen, and Vincent Minier. Integrated optics sensors on glass. In *Integrated Optoelectronic Devices 2005*, pages 74–82. International Society for Optics and Photonics, 2005.

- [16] Ginés Lifante. *Front Matter*. Wiley Online Library, 2003.
- [17] S Valette. Optique intégrée. In *Collection de la Société Française d’Optique*, volume 3, pages 441–462. EDP Sciences, 1992.
- [18] Virginie Coda. *Solitons optiques spatiaux Kerr et photoreactifs : propriétés fondamentales et application à l’adressage optique*. PhD thesis, Université de Franche-Comté, 2006.
- [19] K Nassau, HJ Levinstein, and GM Loiacono. Ferroelectric lithium niobate. 2. preparation of single domain crystals. *Journal of Physics and Chemistry of Solids*, 27(6) :989–996, 1966.
- [20] RS Weis and TK Gaylord. Lithium niobate : summary of physical properties and crystal structure. *Applied Physics A*, 37(4) :191–203, 1985.
- [21] AS Barker Jr and R Loudon. Dielectric properties and optical phonons in linbo3. *Physical Review*, 158(2) :433, 1967.
- [22] O Gayer, Z Sacks, E Galun, and A Arie. Temperature and wavelength dependent refractive index equations for mgo-doped congruent and stoichiometric linbo3. *Applied Physics B*, 91(2) :343–348, 2008.
- [23] Nickolay Golego and Michael Cocivera. Polycrystalline rbtio4 and ktiopo4 bilayer thin films by spray pyrolysis. *Thin Solid Films*, 322(1) :14–20, 1998.
- [24] Serge Valette, Pierre Gidon, Stephane Renard, and JP Jadot. Silicon based integrated optics technology : an attractive hybrid approach for optoelectronics. In *1989 Intl Congress on Optical Science and Engineering*, pages 179–185. International Society for Optics and Photonics, 1989.
- [25] RW Keys, A Loni, RM De La Rue, CN Ironside, JH Marsh, BJ Luff, and PD Townsend. Fabrication of domain reversed gratings for shg in linbo3 by electron beam bombardment. *Electronics Letters*, 26(3) :188–190, 1990.
- [26] Clément Guyot, Gwenn Ulliac, Jean Dahdah, Wentao Qiu, Maria-Pilar Bernal, Fadi Baida, and Nadège Courjal. Optical characterization of ultra-short bragg grating on lithium niobate ridge waveguide. *Optics letters*, 39(2) :371–374, 2014.
- [27] Gwenn Ulliac, Blandine Guichardaz, Jean-Yves Rauch, Samuel Queste, and Nadège Courjal. Nouvelles technologies de micro et nano fabrication sur niobate de lithium pour des applications photoniques.
- [28] Kiyotoshi Yasumoto. *Electromagnetic theory and applications for photonic crystals*. CRC press, 2005.
- [29] Umran S Inan and Robert A Marshall. *Numerical electromagnetics : the FDTD method*. Cambridge University Press, 2011.
- [30] Kane S Yee et al. Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell’s equations in isotropic media. *IEEE Trans. Antennas Propag*, 14(3) :302–307, 1966.
- [31] Yohan Desières. *Conception et études optiques de composants micro-photoniques sur matériaux III-V à base de structures à bande interdite de photon*. PhD thesis, Villeurbanne, INSA, 2001.
- [32] Evgeny Popov. *GratinGs : theory and numeric applications*. Popov, Institut Fresnel, 2012.

- [33] Jean-Pierre Berenger. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. *Journal of computational physics*, 114(2) :185–200, 1994.
- [34] Jean-Pierre Berenger. Three-dimensional perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. *Journal of computational physics*, 127(2) :363–379, 1996.
- [35] M Hamidi, FI Baida, A Belkhir, and O Lamrous. Implementation of the critical points model in a sfm-fdtd code working in oblique incidence. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 44(24) :245101, 2011.