Exercices suplémentaires

Commenté [CR1]:

Exercices supplémentaires 5G Mr Ryckewaert

CHAPITRE 1 : Les fonctions

Exercice 1 : donne le domaine des fonctions suivantes

1/ $f(x) = \dfrac{3x^2+1}{\sqrt{2x^2-8}}$ 2/ $f(x) = \dfrac{4x-5}{7-x}$ 3/ $f(x) = \dfrac{\sqrt{(x^2-1)(x+3)}}{x^2-4x}$

4/ $f(x) = \sqrt{\dfrac{x(x-1)}{-3(3x^2-2x)}}$ 5/ $f(x) = \dfrac{\sqrt{-3x^2+5x+2}}{\sqrt{x^2+x-12}}$ 6/ $f(x) = \sqrt{\dfrac{3-x}{x^2+2x+1}}$

Exercice 2: les fonctions suivantes sont-elles égales ?

a) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+2x-3}}{\sqrt{4-x^2}}$ *et* $g(x) = \sqrt{\dfrac{x^2+2x-3}{4-x^2}}$

b) $f(x) = \sqrt{(2x-1)(x^2+2x)}$ *et* $g(x) = \sqrt{2x-1}\sqrt{x^2+2x}$

Exercice 3: composée de fonctions soit f(x)= $\sqrt{x+5}$, g(x)=x²-1et h(x)= $\dfrac{1}{x}-2$

Détermine $(f \circ g)(x)$, $(g \circ f)(x)$, $(h \circ g)(x)$, $(h \circ f)(x)$ et leurs domaines

CHAPITRE 1 : Les fonctions CORRECTIF

<u>Exercice 1 :</u> donne le domaine des fonctions suivantes

1/ $f(x)=\dfrac{3x^2+1}{\sqrt{2x^2-8}}$ $\Rightarrow$ $2x^2-8>0$

x		-2		2	
$2x^2-8$	**+**	**0**	**-**	**0**	**+**

$dom\ f=\left]-\infty,-2\right[\cup\left]2,+\infty\right[$

2/ $f(x)=\dfrac{4x-5}{7-x}$ $\Rightarrow$ $7-x\neq 0$

$dom\ f=R\setminus\{7\}$

3/ $f(x)=\dfrac{\sqrt{(x^2-1)(x+3)}}{x^2-4x}$

$\Rightarrow (x^2-1)(x+3)\geq 0$

x		-3		-1		1	
x^2-1	+	+	+	0	-	0	+
$x+3$	-	0	+	+	+	+	+
$(x^2-1)(x+3)$	-	0	+	0	-	0	+

$\Rightarrow$ $x^2-4x\neq 0$

$x(x-4)\neq 0$

$x\neq 0 \quad x\neq 4$

$dom\ f=\left[-3,-1\right]\cup\left[1,4\right[\cup\left]4,+\infty\right[$

4/ $f(x)=\sqrt{\dfrac{x(x-1)}{-3(3x^2-2x)}}$ $\Rightarrow \dfrac{x(x-1)}{-3(3x^2-2x)}\geq 0$

x		0		$\frac{2}{3}$		1	
x	-	0	+	+	+	+	+
$x-1$	-	-	-	-	-	0	+
-3	-	-	-	-	-	-	-
$3x^2-2x$	+	0	-	0	+	+	+
$\frac{x(x-1)}{-3(3x^2-2x)}$	-	/	-	/	+	0	-

$dom\ f=\left]\frac{2}{3},1\right]$

5/ $f(x)=\dfrac{\sqrt{-3x^2+5x+2}}{\sqrt{x^2+x-12}}$

$\Rightarrow\ -3x^2+5x+2\geq 0$

x		$\frac{-1}{3}$		2	
$-3x^2+5x+2$	-	0	+	0	-

$\Rightarrow\ x^2+x-12>0$

x		-4		3	
x^2+x-12	+	0	-	0	+

$dom\ f=\varnothing$

6/ $f(x)=\sqrt{\dfrac{3-x}{x^2+2x+1}}$ $\Rightarrow\ \dfrac{3-x}{x^2+2x+1}\geq 0$

x		-1		3	
$3-x$	+	+	+	0	-
x^2+2x+1	+	0	+	+	+
$\frac{3-x}{x^2+2x+1}$	+	/	+	0	-

$dom\ f=\left]-\infty,-1\right[\cup\left]-1,3\right]$

Exercice 2: **les fonctions suivantes sont-elles égales** ?

a) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+2x-3}}{\sqrt{4-x^2}}$ *et* $g(x)=\sqrt{\dfrac{x^2+2x-3}{4-x^2}}$

Pour f : $x^2+2x-3\geq 0$

x		-3		1	
x^2+2x-3	+	0	-	0	+

$4-x^2>0$

x		-2		2	
$4-x^2$	-	0	+	0	-

$dom\ f=[1,2[$

Pour g : $\dfrac{x^2+2x-3}{4-x^2}\geq 0$

x		-3		-2		1		2	
x^2+2x-3	+	0	-	-	-	0	+	+	+
$4-x^2$	-	-	-	0	+	+	+	0	-
$\dfrac{x^2+2x-3}{4-x^2}$	-	0	+	/	-	0	+	/	-

$dom\ g=[-3,-2[\cup[1,2[$

Etant donné que $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$ $f=g$ sur $[1,2[$

b) $f(x)=\sqrt{(2x-1)(x^2+2x)}$ *et* $g(x)=\sqrt{2x-1}\sqrt{x^2+2x}$

Pour f : $(2x-1)(x^2+2x)\geq 0$

x		-2		0		$\frac{1}{2}$	
$2x-1$	-	-	-	-	-	0	+
x^2+2x	+	0	-	0	+	+	+
$(2x-1)(x^2+2x)$	-	0	+	0	-	0	+

$dom\ f=[-2,0]\cup\left[\frac{1}{2},+\infty\right[$

Pour g : $2x-1\geq 0$ donc $x\geq\frac{1}{2}$

et $x^2+2x\geq 0$

x		-2		0	
x^2+2x	+	0	-	0	+

$dom\ g=\left[\frac{1}{2},+\infty\right[$

Etant donné que $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\sqrt{b}$ $f=g$ sur $\left[\frac{1}{2},+\infty\right[$

<u>Exercice 3:</u> composée de fonctions soit f(x)= $\sqrt{x+5}$, g(x)=x²-1et h(x)= $\frac{1}{x}-2$

$(f\circ g)(x)=\sqrt{x^2-4}$ $dom(f\circ g)=]-\infty,-2]\cup[2,+\infty[$
$(g\circ f)(x)=x+4$ $dom(g\circ f)=\mathbb{R}$
$(h\circ g)(x)=\frac{1}{x^2-1}-2$ $dom(h\circ g)=\mathbb{R}\setminus\{-1,1\}$
$(h\circ f)(x)=\frac{1}{\sqrt{x+5}}-2$ $dom(h\circ f)=]-5,+\infty[$

CHAPITRE 2 : Trigonométrie

1/ Soit cos α =0,7 et α appartenant au premier quadrant
Soit sin β =0,3 et β appartenant au deuxième quadrant
Calcule sin 2α ; cos 2β ; sin $(\alpha+\beta)$ et cos $(\alpha-\beta)$

2/ Soit cos α = -0,1 et α appartenant au troisième quadrant
Soit sin β = -0,8 et β appartenant au quatrième quadrant
Calcule cos 2α ; sin 2β ; sin $(\alpha-\beta)$ et cos $(\alpha+\beta)$

3/ Résoudre les équations suivantes:

$a)\ 2\cos x+\sqrt{3}=0$ $\quad b)\ 3tgx-\sqrt{3}=0$ $\quad c)\ (2\cos 4x-1)(\sin 2x-1)=0$

$d)\ \cos 3x=\cos 35°$ $\quad e)\ \sin 3x=\sin 25°$ $\quad f)\ 2\cos^2 x-\cos x-1=0$

$g)\ 12\cos^2 x-8\sin x=5$ $\quad h)\ \cos^2 x=\cos 2x+1$

$i)\ \cos^2 x-\sin^2 x=\cos(40°-x)$ $\quad j)\ 2\sin^2 2x+9\sin 2x-5=0$

$k)\ \sin x\cos 5x+\sin 5x\cos x=-0,5$ $\quad l)\ 2\cos x\sin x=\sin(40°-x)$

$m)\ \sin x\sin 5x-\cos 5x\cos x=-0,5$

4/ calcule cos (75°) et sin (75°) à l'aide des formules d'addition

CHAPITRE 2 : Trigonométrie : correctif

1/ $\cos\alpha = \frac{7}{10}$

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$\sin^2\alpha = 1 - \left(\frac{7}{10}\right)^2 = 1 - \frac{49}{100} = \frac{51}{100}$

$\sin\alpha = \frac{\sqrt{51}}{10}$

$\sin\beta = \frac{3}{10}$

$\sin^2\beta + \cos^2\beta = 1$

$\cos^2\beta = 1 - \sin^2\beta = 1 - \frac{9}{100} = \frac{91}{100}$

$\cos\beta = -\frac{\sqrt{91}}{10}$

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha = 2\frac{\sqrt{51}}{10}\frac{7}{10} = \frac{7\sqrt{51}}{50}$$

$$\cos 2\beta = \cos^2\beta - \sin^2\beta = \left(-\frac{\sqrt{91}}{10}\right)^2 - \left(\frac{3}{10}\right)^2 = \frac{91}{100} - \frac{9}{100} = \frac{82}{100}$$

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha = \frac{\sqrt{51}}{10}\left(-\frac{\sqrt{91}}{10}\right) + \left(\frac{3}{10}\right)\frac{7}{10} = \frac{-\sqrt{51}\sqrt{91}+21}{100}$$

$$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta = \frac{7}{10}\left(-\frac{\sqrt{91}}{10}\right) + \frac{\sqrt{51}}{10}\frac{3}{10} = \frac{-7\sqrt{91}+3\sqrt{51}}{100}$$

2/ $\cos\alpha = -\frac{1}{10}$

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$\sin^2\alpha = 1 - \left(\frac{-1}{10}\right)^2 = 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100}$

$\sin\alpha = -\frac{\sqrt{99}}{10}$

$\sin\beta = -\frac{8}{10}$

$\sin^2\beta + \cos^2\beta = 1$

$\cos^2\beta = 1 - \sin^2\beta = 1 - \frac{64}{100} = \frac{36}{100}$

$\cos\beta = \frac{6}{10}$

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha = 2\left(-\frac{\sqrt{99}}{10}\right)\left(-\frac{1}{10}\right) = \frac{\sqrt{99}}{50}$$

$$\cos 2\beta = \cos^2\beta - \sin^2\beta = \left(\frac{6}{10}\right)^2 - \left(-\frac{8}{10}\right)^2 = \frac{36}{100} - \frac{64}{100} = \frac{-28}{100}$$

$$\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \sin\beta\cos\alpha = \left(-\frac{\sqrt{99}}{10}\right)\left(\frac{6}{10}\right) - \left(-\frac{8}{10}\right)\left(-\frac{1}{10}\right) = \frac{-6\sqrt{99}-8}{100}$$

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta = \left(-\frac{1}{10}\right)\left(\frac{6}{10}\right) - \left(-\frac{\sqrt{99}}{10}\right)\left(-\frac{8}{10}\right) = \frac{-6-8\sqrt{99}}{100}$$

3/ Résoudre les équations suivantes:

$a)\ 2\cos x+\sqrt{3}=0$

$\cos x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\begin{cases} x=150°+k.360° \\ x=210°+k.360° \end{cases}$

$b)\ 3tgx-\sqrt{3}=0$

$tgx=\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\begin{cases} x=30°+k.360° \\ x=210°+k.360° \end{cases}$

$c)\ (2\cos 4x-1)(\sin 2x-1)=0$

$\cos 4x=\frac{1}{2}$ $\qquad$ $\sin 2x=1$

$\begin{cases} 4x=60°+k.360° \\ 4x=-60°+k.360° \end{cases}$ $\qquad$ $\{2x=90°+k.360°$

$\begin{cases} x=15°+k.90° \\ x=-60°+k.90° \end{cases}$ $\qquad$ $\{x=45°+k.180°$

$d)\ \cos 3x=\cos 35°$

$\begin{cases} 3x=35°+k.360° \\ 3x=-35°+k.360° \end{cases}$

$\begin{cases} x=\frac{35°}{3}+k.120° \\ x=-\frac{35°}{3}+k.120° \end{cases}$

$e)\ \sin 3x=\sin 25°$

$\begin{cases} 3x=25°+k.360° \\ 3x=155°+k.360° \end{cases}$

$\begin{cases} x=\frac{25°}{3}+k.120° \\ x=\frac{155°}{3}+k.120° \end{cases}$

$f)\ 2\cos^2 x-\cos x-1=0$

$y=\cos x$

$2y^2-y-1=0$

$\Delta=(-1)^2-4.2.(-1)=9$

$y=\frac{1\pm 3}{4}=1\ et\ -\frac{1}{2}$

$y=\cos x=1$ $\qquad$ $y=\cos x=-0,5$

$\{x=0°+k.360°$ $\qquad$ $\begin{cases} x=120°+k.360° \\ x=240°+k.360° \end{cases}$

$g)\ 12\cos^2 x-8\sin x=5$

$12(1-\sin^2 x)-8\sin x=5$

$-12\sin^2 x-8\sin x+7=0$

$y=\sin x$

$-12y^2-8y+7=0$

$\Delta=(-8)^2-4.(-12).7=400$

$y=\frac{8\pm 20}{-24}=\frac{28}{-24}\ et\ \frac{1}{2}$

$y=\sin x=\frac{28}{-24}$ $\qquad$ $y=\sin x=0,5$

impossible $\qquad$ $\begin{cases} x=30°+k.360° \\ x=150°+k.360° \end{cases}$

$h)\ \cos^2 x=\cos 2x+1$

$\cos^2 x=\cos^2 x-\sin^2 x+1$

$\sin^2 x=1$

$\sin x=1\quad et\quad \sin x=-1$

$\begin{cases} x=90°+k.360° \\ x=-90°+k.360° \end{cases}$

$i)\ \cos^2 x - \sin^2 x = \cos(40° - x)$

$\cos 2x = \cos(40° - x)$

$\begin{cases} 2x = 40° - x + k.360° \\ 2x = -(40° - x) + k.360° \end{cases}$

$\begin{cases} 3x = 40° + k.360° \\ x = -40 + k.360° \end{cases}$

$\begin{cases} x = \dfrac{40°}{3} + k.120° \\ x = -40 + k.360° \end{cases}$

$j)\ 2\sin^2 2x + 9\sin 2x - 5 = 0$

$y = \sin 2x$

$2y^2 + 9y - 5 = 0$

$\Delta = 9^2 - 4.2.(-5) = 121$

$y = \dfrac{-9 \pm 11}{4} = -\dfrac{20}{4}\ et\ \dfrac{1}{2}$

$y = \sin 2x = -\dfrac{20}{4}$

impossible

$y = \sin 2x = 0,5$

$\begin{cases} x = 15° + k.180° \\ x = 75° + k.180° \end{cases}$

$k)\ \sin x \cos 5x + \sin 5x \cos x = -0,5$

$\sin(x + 5x) = \sin 6x = -0,5$

$\begin{cases} 6x = -30° + k.360° \\ 6x = 210° + k.360° \end{cases}$

$\begin{cases} x = -5° + k.60° \\ x = 35° + k.60° \end{cases}$

$l)\ 2\cos x \sin x = \sin(40° - x)$

$\sin 2x = \sin(40° - x)$

$\begin{cases} 2x = 40° - x + k.360° \\ 2x = 180° - (40° - x) + k.360° \end{cases}$

$\begin{cases} 3x = 40° + k.360° \\ x = 140° + k.360° \end{cases}$

$\begin{cases} x = \dfrac{40°}{3} + k.120° \\ x = 140° + k.360° \end{cases}$

$m)\ \sin x \sin 5x - \cos 5x \cos x = -0,5$

$-(\cos 5x \cos x - \sin x \sin 5x) = -0,5$

$\cos(5x + x) = 0,5$

$\begin{cases} 6x = 60° + k.360° \\ 6x = -60° + k.360° \end{cases}$

$\begin{cases} x = 10° + k.60° \\ x = -10° + k.60° \end{cases}$

4/ calcule cos (75°) et sin (75°) à l'aide des formules d'addition

$$\cos 75° = \cos(45° + 30°) = \cos 45° \cos 30° - \sin 45° \sin 30° = \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

$$\sin 75° = \sin(45° + 30°) = \sin 45° \cos 30° + \sin 30° \cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

CHAPITRE 3 : Les suites

1°/ Soit (a_n) une suite telle que $a_4 = -4$ et $a_7 = 0{,}5$.
1. On suppose que la suite (a_n) est arithmétique.
   a) Calculer a_{10}.
   b) Calculer S_{10}.
2. Mêmes questions si (a_n) est supposée géométrique.

2°/ Soit une suite arithmétique de premier terme $a_1 = 5$ et de raison 2,5.
Un des termes de cette suite a pour valeur 140.
Quel est le rang de ce terme ? (calcul de n)

3°/ Pour la location de sa chambre d'étudiant en médecine, l'agence *Locaruse* propose à Maxime deux contrats au choix :

1. 4800 € par an avec une augmentation fixe de 200 € par an;
2. 4800 € par an avec une augmentation de 3,8% par an.

Si Maxime signe pour 9 ans, quel contrat a-t-il intérêt à choisir ?

4°/ Soit (a_n) une suite telle que a $a_4 = 1$ et $a_8 = 16$.
1. On suppose que la suite (a_n) est géométrique
   a) Calculer a_{10}.
b) Calculer S_{10}.
2. Mêmes questions si (a_n) est supposée arithmétique

5°/ Une personne hésite entre deux contrats d'embauche, commençant le 1er juin 2008
Contrat 1 : le salaire annuel est de 14400 € la première année et augmentera de 750 € le premier juin de chaque année
Contrat 2 : le salaire annuel est de 14400 € la première année et augmentera de 5% le premier juin de chaque année
Quel salaire doit-il choisir s'il veut travailler 10 ans dans l'entreprise ?

CHAPITRE 3 : Les suites : correctif

1°/ Soit (a_n) une suite telle que a_4 = -4 et a_7 =0,5.

1. On suppose que la suite (a_n) est arithmétique.

$$a_4 = -4 \quad a_7 = 0,5$$
$$a_7 - a_4 = 3r = 4,5$$
$$r = 1,5$$
$$a_4 = a_1 + 3r \Rightarrow -4 = a_1 + 3.1,5 \Rightarrow a_1 = -8,5$$

a) $a_{10} = a_1 + 9r = -8,5 + 9.1,5 = 5$

b) $S_{10} = \dfrac{n(a_1 + a_{10})}{2} = \dfrac{10(-8,5+5)}{2} = -17,5$

2. Mêmes questions si (a_n) est supposée géométrique.

$$a_4 = -4 \quad a_7 = 0,5$$
$$\frac{a_7}{a_4} = q^3 \Rightarrow \frac{0,5}{-4} = q^3 \Rightarrow -\frac{1}{8} = q^3 \Rightarrow q = \sqrt[3]{-\frac{1}{8}} \Rightarrow q = -\frac{1}{2}$$
$$a_4 = a_1 q^3 \Rightarrow -4 = a_1\left(-\frac{1}{2}\right)^3 \Rightarrow a_1 = 32$$

$a)$ $a_{10} = a_1 q^9 = 32.\left(-\frac{1}{2}\right)^9 = -0,0625$

$b)$ $S_{10} = \dfrac{a_1(1-q^{10})}{(1-q)} = \dfrac{32(1-\left(-\frac{1}{2}\right)^{10})}{(1-\left(-\frac{1}{2}\right))} = 21,31$

2°/ $140 = 5 + (n-1).2,5 \Rightarrow n-1 = \dfrac{140-5}{2,5} = 54 \Rightarrow n = 55$

3°/ Pour la location de sa chambre d'étudiant en médecine, l'agence *Locaruse* propose à Maxime deux contrats au choix :

1/ 4800 € par an avec une augmentation fixe de 200 € par an;

$$a_1 = 4800 \quad r = 200 \Rightarrow a_9 = 4800 + 8.200 = 6400$$
$$S_9 = \frac{9(4800+6400)}{2} = 50400$$

2/ 4800 € par an avec une augmentation de 3,8% par an.

$a_1 = 4800 \quad q = 1,038$

$$S_9 = \frac{4800(1-1,038^9)}{(1-1,038)} = 50383,3$$

Il faut donc choisir le deuxième contrat car le total payé en 9 ans est plus petit

4°/ Soit (a_n) une suite telle que a a_4= 1 et a_8 =16.

1. On suppose que la suite (a_n) est géométrique

$a_4 = 1 \quad a_8 = 16$

$$\frac{a_8}{a_4} = q^4 \Rightarrow q = \pm\sqrt[4]{\frac{16}{1}} = \pm 2$$

$si \quad q = 2$	$si \quad q = -2$
$a_4 = a_1 q^3 \Rightarrow a_1 = \frac{1}{8}$	$a_4 = a_1 q^3 \Rightarrow a_1 = -\frac{1}{8}$
$a) \quad a_{10} = a_1 q^9 \Rightarrow a_{10} = 64$	$a) \quad a_{10} = a_1 q^9 \Rightarrow a_{10} = 64$
$b) \quad S_{10} = \frac{\frac{1}{8}(1-2^{10})}{(1-2)} = 127,875$	$b) \quad S_{10} = \frac{\frac{1}{8}(1-(-2)^{10})}{(1-(-2))} = -42,625$

2. Mêmes questions si (a_n) est supposée arithmétique

$a_4 = 1 \quad a_8 = 16$

$a_8 - a_4 = 4r = 15$

$r = \frac{15}{4}$

$$a_4 = a_1 + 3r \Rightarrow 1 = a_1 + 3\frac{15}{4} \Rightarrow a_1 = 1 - \frac{45}{4} = -\frac{41}{4}$$

$$a) \quad a_{10} = a_1 + 9r = -\frac{41}{4} + 9.\frac{15}{4} = \frac{94}{4}$$

$$b) \quad S_{10} = \frac{n(a_1 + a_{10})}{2} = \frac{10(-\frac{41}{4} + \frac{94}{4})}{2} = \frac{265}{4}$$

5°/ Une personne hésite entre deux contrats d'embauche, commençant le 1er juin 2008

Contrat 1 : le salaire annuel est de 14400 € la première année et augmentera de 750 € le premier juin de chaque année

$a_1 = 14400 \quad r = 750 \Rightarrow a_{10} = 14400 + 9.750 = 21150$

$$S_{10} = \frac{10(14400 + 21150)}{2} = 177750$$

Contrat 2 : le salaire annuel est de 14400 € la première année et augmentera de 5% le premier juin de chaque année

$a_1 = 14400 \quad q = 1,05$

$$S_{10} = \frac{14400(1-1,05^{10})}{(1-1,05)} = 181121,7$$

Il devra donc choisir le contrat 2 s'il veut travailler 10 ans dans l'entreprise car le total des salaires pendant 10 est le plus élevé?

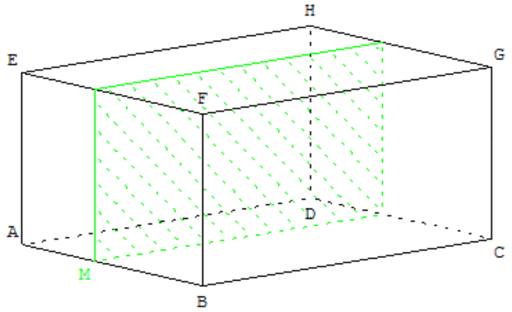
CHAPITRE 4 : Calcul vectoriel dans l'espace

1/ Détermine les coordonnées de B pour que les points A,B et C soient alignés

A (3,4,5)   B (x-1,y,3)   C (2,7,1)

2/ Démontre à l'aide des coordonnées que MNOP est un parallélogramme (M est au milieu de AB, N est le milieu de DC, O est le milieu de EF et P est au milieu de HG)

3/ Même démonstration en terme de vecteurs

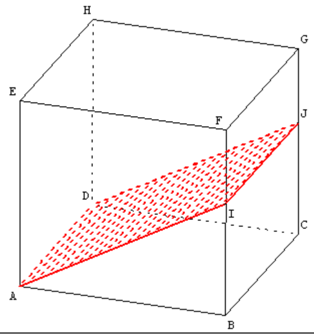


4/ Détermine les coordonnées de Y pour que les points X,Y,Z soient alignés

X (3,4,5)   Y (r+1,2s,3)   Z (2,7,1)

5/ Démontre à l'aide des coordonnées que ADIJ est un parallélogramme (I est le milieu de BF et J est le milieu de CG)

6/ Même démonstration en terme de vecteurs



7/ Soit les points
A (1,3,4)
B (7,8,9)
C (4,3,2)
D (6,1,1)

Calcule le produit scalaire $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BD}$ puis calcule l'angle entre les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ainsi qu'entre $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BD}$

8/ Même question si les points sont
A (6,6,6)
B (8,8,9)
C (4,5,2)
D (6,2,2)

Exercices supplémentaires   5G   Mr Ryckewaert

CHAPITRE 4 : Calcul vectoriel dans l'espace CORRECTIF

1/ Détermine les coordonnées de B pour que les points A,B et C soient alignés

A (3,4,5) B (x-1,y,3) C (2,7,1)

$$\overrightarrow{AC} = k.\overrightarrow{AB}$$
$$(-1,-3,-4) = k.(x-4, y-4, -2)$$
$$\begin{cases} -1 = k.(x-4) \\ -3 = k.(y-4) \\ -4 = k.(-2) \Rightarrow k = 2 \end{cases}$$
$$\Rightarrow -1 = 2.(x-4) \quad \Rightarrow x = \frac{7}{2}$$
$$\Rightarrow -3 = 2.(y-4) \quad \Rightarrow y = \frac{11}{2}$$
$$donc \quad B(\frac{5}{2}, \frac{11}{2}, 3)$$

2/ et 2/ à suivre

4/ Détermine les coordonnées de Y pour que les points X,Y,Z soient alignés

X (3,4,5) Y (r+1,2s,3) Z (2,7,1)

$$\overrightarrow{XY} = k.\overrightarrow{XZ}$$
$$(r-2, 2s-4, -2) = k.(-1, 3, -4)$$
$$\begin{cases} r-2 = k.(-1) \\ 2s-4 = k.3 \\ -2 = k.(-4) \Rightarrow k = 0,5 \end{cases}$$
$$\Rightarrow r-2 = 0,5.(-1) \quad \Rightarrow r = 1,5$$
$$\Rightarrow 2s-4 = k.3 \quad \Rightarrow s = 2,75$$
$$donc \quad Y(2,5;5,5;3)$$

5/ et 6/ à suivre

7/

$\overrightarrow{AB}$ $(6,5,5)$ $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{86}$

$\overrightarrow{CD}$ $(2,-2,-1)$ $\left|\overrightarrow{CD}\right| = 3$

$\overrightarrow{AC}$ $(3,0,-2)$ $\left|\overrightarrow{AC}\right| = \sqrt{13}$

$\overrightarrow{BD}$ $(-1,-7,-8)$ $\left|\overrightarrow{BD}\right| = \sqrt{114}$

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD} = \left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{CD}\right|.\cos\alpha$

$6.2 + 5.(-2) + 5.(-1) = \sqrt{86}.3.\cos\alpha$

$\cos\alpha = \dfrac{-3}{\sqrt{86}.3} = -0,107$

$\alpha = \cos^{-1}(-0,107) = 96°$

$\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BD} = \left|\overrightarrow{AC}\right|.\left|\overrightarrow{BD}\right|.\cos\beta$

$3.(-1) + 0.(-7) + (-2).(-8) = \sqrt{13}.\sqrt{114}.\cos\beta$

$\cos\beta = \dfrac{13}{\sqrt{13}.\sqrt{114}} = 0,337$

$\beta = \cos^{-1}(0,337) = 70°$

8/

$\overrightarrow{AB}$ $(2,2,3)$ $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{17}$

$\overrightarrow{CD}$ $(2,-3,0)$ $\left|\overrightarrow{CD}\right| = \sqrt{13}$

$\overrightarrow{AC}$ $(-2,-1,-4)$ $\left|\overrightarrow{AC}\right| = \sqrt{21}$

$\overrightarrow{BD}$ $(-2,-6,-7)$ $\left|\overrightarrow{BD}\right| = \sqrt{89}$

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD} = \left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{CD}\right|.\cos\alpha$

$-2 = \sqrt{17}.\sqrt{13}.\cos\alpha$

$\cos\alpha = \dfrac{-2}{\sqrt{17}.\sqrt{13}} = -0,134$

$\alpha = \cos^{-1}(-0,134) = 97°$

$\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BD} = \left|\overrightarrow{AC}\right|.\left|\overrightarrow{BD}\right|.\cos\beta$

$38 = \sqrt{21}.\sqrt{89}.\cos\beta$

$\cos\beta = \dfrac{38}{\sqrt{21}.\sqrt{89}} = 0,878$

$\beta = \cos^{-1}(0,878) = 28,5°$

CHAPITRE 5 : Les limites

Exercice 1 : calcul les limites suivantes :

$1/\lim\limits_{1}\dfrac{x^2-1}{x-1}$

$2/\lim\limits_{1}\dfrac{x^2-2x+1}{x-1}$

$3/\lim\limits_{2}\dfrac{x^2-5x+6}{x-2}$

$4/\lim\limits_{4}\dfrac{x-4}{x^2-3x-4}$

$5/\lim\limits_{2}\dfrac{x+14}{x^4-16}$

$6/\lim\limits_{3}\dfrac{2x-4}{x^2-6x+9}$

$7/\lim\limits_{-2}\dfrac{x^3+8}{x+2}$

$8/\lim\limits_{4}\dfrac{x^3+3x^2+3x+1}{x-4}$

$9/\lim\limits_{\frac{3}{2}}\dfrac{2x^2-x-3}{4x^2-9}$

$10/\lim\limits_{2}\dfrac{x-4}{x^2-3x+2}$

Exercice 2 : calcul les limites suivantes :

$1/\lim\limits_{+\infty}\dfrac{x^2-1}{x-1}$

$2/\lim\limits_{-\infty}\dfrac{x^2-2x+1}{4x-x^2}$

$3/\lim\limits_{+\infty}\dfrac{x^2-5x+6}{x-2}$

$4/\lim\limits_{-\infty}\dfrac{x^2-4}{5x^2-3x-4}$

$5/\lim\limits_{+\infty}\dfrac{x+14}{x^4-16}$

$6/\lim\limits_{-\infty}\dfrac{2x-4}{x^2-6x+9}$

$7/\lim\limits_{+\infty}\dfrac{4x^3+8}{x+2}$

$8/\lim\limits_{-\infty}\dfrac{x^3+3x^2+3x+1}{x-4}$

$9/\lim\limits_{+\infty}\dfrac{2x^2-x-3}{4x^2-9}$

$10/\lim\limits_{-\infty}\dfrac{3x^2-4}{x^2-3x+2}$

Exercice 3 : Pour chacune des fonctions suivantes, donne les asymptotes.

1. $f(x)=\dfrac{2x+3}{x^2-1}$
2. $f(x)=\dfrac{2x^2+3}{x^2-9}$
3. $f(x)=\dfrac{2x^2-2x-12}{2x^2-4x-6}$
4. $f(x)=\dfrac{2x^2+3}{x-1}$
5. $f(x)=\dfrac{x^2-x-6}{x^2+4x+4}$
6. $f(x)=\dfrac{2x^2+4x+2}{x^2-3x-4}$
7. $f(x)=\dfrac{x^2-x-6}{2x-8}$
8. $f(x)=\dfrac{2x^3-4x}{x^2}$
9. $f(x)=\dfrac{2x^2-5x-3}{x+2}$
10. $f(x)=\dfrac{2x^3+3x^2+2x+8}{x^2+1}$

Exercice 4 : Trouve les asymptotes des fonctions suivantes :

1/ $f(x)=\dfrac{2x^2+5}{x^2-3x+2}$

2/ $f(x)=\dfrac{x^3+x-2}{x^2+1}$

3/ $f(x)=\dfrac{2x^2-3x+1}{x^2+1}$

4/ $f(x)=\dfrac{2x^2-x+3}{x-2}$

5/ $f(x)=\dfrac{2x^2-2}{x-1}$

6/ $f(x)=\dfrac{4x^2-8x+1}{2x-3}$

7/ $f(x)=\dfrac{2x^2+3x-5}{x^2-2x+1}$

8/ $f(x)=\dfrac{2x^2-5x+1}{x-1}$

9/ $f(x)=\dfrac{-x^2-x+2}{x^2-x-6}$

CHAPITRE 5 : Les limites : correctif

Exercice 1 :

$1/\lim\limits_{1}\frac{x^2-1}{x-1}=\frac{0}{0}$

$\lim\limits_{1}\frac{x^2-1}{x-1}=\lim\limits_{1}\frac{(x-1)(x+1)}{x-1}=\lim\limits_{1}(x+1)=2$

$2/\lim\limits_{1}\frac{x^2-2x+1}{x-1}=\frac{0}{0}$

$\lim\limits_{1}\frac{(x-1)^2}{x-1}=\lim\limits_{1}(x-1)=1-1=0$

$3/\lim\limits_{2}\frac{x^2-5x+6}{x-2}=\frac{0}{0}$

$\lim\limits_{2}\frac{x^2-5x+6}{x-2}=\lim\limits_{2}\frac{(x-3)(x-2)}{x-2}=\lim\limits_{2}(x-3)=(2-3)=-1$

$4/\lim\limits_{4}\frac{x-4}{x^2-3x-4}=\frac{0}{0}$

$\lim\limits_{4}\frac{x-4}{x^2-3x-4}=\lim\limits_{4}\frac{x-4}{(x-4)(x+1)}=\lim\limits_{4}\frac{1}{(x+1)}=\frac{1}{5}$

$5/\lim\limits_{2}\frac{x+14}{x^4-16}=\frac{16}{0}$

$\lim\limits_{2^-}\frac{x+14}{x^4-16}=-\infty$

$\lim\limits_{2^+}\frac{x+14}{x^4-16}=+\infty$

$\lim\limits_{2}\frac{x+14}{x^4-16}\; n'existe\ pas$

$6/\lim\limits_{3}\frac{2x-4}{x^2-6x+9}=\frac{2}{0}$

$\lim\limits_{3^-}\frac{2x-4}{x^2-6x+9}=+\infty$

$\lim\limits_{3^+}\frac{2x-4}{x^2-6x+9}=+\infty$

$\lim\limits_{3}\frac{2x-4}{x^2-6x+9}=+\infty$

$7/\lim\limits_{-2}\frac{x^3+8}{x+2}=\frac{0}{0}$

$\lim\limits_{-2}\frac{x^3+8}{x+2}=\lim\limits_{-2}\frac{(x+2)(x^2-2x+4)}{x+2}=\lim\limits_{-2}\left(x^2-2x+4\right)=12$

$8/\lim\limits_{4}\frac{x^3+3x^2+3x+1}{x-4}=\frac{125}{0}$

$\lim\limits_{4^-}\frac{x^3+3x^2+3x+1}{x-4}=\lim\limits_{4^-}\frac{(x+1)(x^2+2x+1)}{x-4}=-\infty$

$\lim\limits_{4^+}\frac{x^3+3x^2+3x+1}{x-4}=\lim\limits_{4^+}\frac{(x+1)(x^2+2x+1)}{x-4}=+\infty$

$\lim\limits_{4}\frac{x^3+3x^2+3x+1}{x-4}\; n'existe\ pas$

$$9/\lim_{\frac{3}{2}} \frac{2x^2-x-3}{4x^2-9}=\frac{0}{0}$$

$$\lim_{\frac{3}{2}} \frac{2x^2-x-3}{4x^2-9}=\lim_{\frac{3}{2}} \frac{2(x-\frac{3}{2})(x+1)}{4(x-\frac{3}{2})(x+\frac{3}{2})}=\lim_{\frac{3}{2}} \frac{2(x+1)}{4(x+\frac{3}{2})}=\frac{5}{12}$$

$$10/\lim_{2} \frac{x-4}{x^2-3x+2}=\frac{-2}{0}$$

$$\lim_{2^-} \frac{x-4}{x^2-3x+2}=+\infty$$

$$\lim_{2^+} \frac{x-4}{x^2-3x+2}=-\infty$$

$$\lim_{2} \frac{x-4}{x^2-3x+2}\ n'existe\ pas$$

Exercice 2 : calcul les limites suivantes :

$$1/\lim_{+\infty} \frac{x^2-1}{x-1}=+\infty$$

$$2/\lim_{-\infty} \frac{x^2-2x+1}{4x-x^2}=-1$$

$$3/\lim_{+\infty} \frac{x^2-5x+6}{x-2}=+\infty$$

$$4/\lim_{-\infty} \frac{x^2-4}{5x^2-3x-4}=\frac{1}{5}$$

$$5/\lim_{+\infty} \frac{x+14}{x^4-16}=0$$

$$6/\lim_{-\infty} \frac{2x-4}{x^2-6x+9}=0$$

$$7/\lim_{+\infty} \frac{4x^3+8}{x+2}=+\infty$$

$$8/\lim_{-\infty} \frac{x^3+3x^2+3x+1}{x-4}=+\infty$$

$$9/\lim_{+\infty} \frac{2x^2-x-3}{4x^2-9}=\frac{1}{2}$$

$$10/\lim_{-\infty} \frac{3x^2-4}{x^2-3x+2}=3$$

Exercice 3 :

1. $f(x)=\dfrac{2x+3}{x^2-1}$ AV : x=1 et x=-1 AH : y=0
2. $f(x)=\dfrac{2x^2+3}{x^2-9}$ AV : x=3 et x=-3 AH : y=2
3. $f(x)=\dfrac{2x^2-2x-12}{2x^2-4x-6}$ AV : x=-1 AH : y=1
4. $f(x)=\dfrac{2x^2+3}{x-1}$ AV : x=1 AO : y=2x+2
5. $f(x)=\dfrac{x^2-x-6}{x^2+4x+4}$ AV : x=-2 AH : y=1
6. $f(x)=\dfrac{2x^2+4x+2}{x^2-3x-4}$ AV : x=4 AH : y=2
7. $f(x)=\dfrac{x^2-x-6}{2x-8}$ AV : x=4 AO: $y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{3}{2}$
8. $f(x)=\dfrac{2x^3-4x}{x^2}$ AV : x=0 AO: $y=2x$
9. $f(x)=\dfrac{2x^2-5x-3}{x+2}$ AV : x=-2 AO: $y=2x-9$
10. $f(x)=2x+3+\dfrac{5}{x^2+1}$ pas d'AV AO : y= 2x+3

Exercice 4:

1/ $f(x)=\dfrac{2x^2+5}{x^2-3x+2}$ $AV\equiv x=2 \quad et \quad x=1$ $AH\equiv y=2$ $AO\equiv /$

2/ $f(x)=\dfrac{x^3+x-2}{x^2+1}$ $AV\equiv /$ $AH\equiv /$ $AO\equiv y=x$

3/ $f(x)=\dfrac{2x^2-3x+1}{x^2+1}$ $AV\equiv /$ $AH\equiv y=2$ $AO\equiv /$

4/ $f(x)=\dfrac{2x^2-x+3}{x-2}$ $AV\equiv x=2$ $AH\equiv /$ $AO\equiv y=2x+3$

5/ $f(x)=\dfrac{2x^2-2}{x-1}$ $AV\equiv /$ $AH\equiv /$ $AO\equiv y=2x+2$

6/ $f(x)=\dfrac{4x^2-8x+1}{2x-3}$ $AV\equiv x=-\dfrac{3}{2}$ $AH\equiv /$ $AO\equiv y=2x-1$

7/ $f(x)=\dfrac{2x^2+3x-5}{x^2-2x+1}$ $AV\equiv /$ $AH\equiv y=2$ $AO\equiv /$

8/ $f(x)=\dfrac{2x^2-5x+1}{x-1}$ $AV\equiv x=1$ $AH\equiv /$ $AO\equiv y=2x-3$

9/ $f(x)=\dfrac{-x^2-x+2}{x^2-x-6}$ $AV\equiv x=3$ $AH\equiv y=-1$ $AO\equiv y=/$

CHAPITRE 6 : Les dérivées

Exercice 1 : Déterminer la dérivée des fonctions suivantes:

1) f(x) = $3x^3 - 2x^2 - 12$ 2) f(x) = $23x^{10} - 3x^5 + 2x + 33$ 3) f(x) = $\frac{3x}{(2x-1)^3}$

4) f(x) = $\frac{1}{2x^2}$ 5) f(x) = $(3x^2 - 2x)^3$ 6) f(x) = $f(x) = \frac{(2x+3)^4}{(x^2-2x)^3}$

7) f(x) = $\frac{1}{3x^2 - 2x}$ 8) f(x) = $\frac{7}{(3x^2 - 2x)^2}$ 9) f(x) = $7(x^2 - 1)^{-\frac{3}{2}}$

10) f(x) = $-3\sqrt{-x^2 + x}$ 11) f(x) = $\frac{-2}{\sqrt{-x^2 + x}}$ 12) f(x) = $\frac{1}{\sqrt{x^4 - x}}$

13) f(x) = $(3x - 1)^{\frac{5}{2}}$ 14) f(x) = $\sqrt{3x - 1}$ 15) f(x) = $\frac{1}{\sqrt{3x - 1}}$

16) f(x) = $\cos(2x - 3)$ 17) f(x) = $3\sin(2x^2 + 3x - 1)$ 18) f(x) = $\sin^2 x$

19) f(x) = $\cos^2(2x - 5)$ 20) f(x) = $-\frac{2}{\cos^3(2x-1)}$

Exercice 2 : Dérive les fonctions suivantes :

1/ $f(x) = 2x^3 + 3x - 6$ 2/ $f(x) = \frac{3x-6}{x+2}$ 3/ $f(x) = (x+4).(x^2+3)$

4/ $f(x) = \sqrt{3x-4}$ 5/ $f(x) = \frac{\sqrt{2x-1}}{x+2}$ 6/ $f(x) = (2x+3)^4$

7/ $f(x) = 3x.\left(2x^2 + x\right)^3$ 8/ $f(x) = \frac{(3x-2)^2}{2x-1}$ 9/ $f(x) = \sin(2x+3)$

10/ $f(x) = x^2.\cos(5x-3)$ 11/ $f(x) = \frac{\sin(2x-8)}{x-1}$ 12/ $f(x) = \left(\sin(4x+7)\right)^3$

Exercice 3 : Donne les tangentes aux points d'abscisses donnés :

1/ $f(x) = 5x^2 + 2$ en x=2

2/ $f(x) = 5x^3 - x^2 + 2x$ en x=1 3/ $f(x) = \frac{x+3}{2x-5}$ en x=2

Exercice 4 : Donne le tableau récapitulatif (f'(x), f''(x) avec les maximums/minimums et points d'inflexions) des fonctions suivantes :

1/ $f(x)=\frac{4x-1}{x+2}$ 2/ $f(x)=\frac{2x^2-x+1}{x-1}$ 3/ $f(x)=\frac{x^2}{x^2+1}$

4/ $f(x)=\frac{2x^2-3x-10}{x-3}$ 5/ $f(x)=\frac{x^3}{x^2-4}$

Exercice 5 : Etudie les fonctions suivantes:

1/ $f(x)=\frac{x^2}{(x-1)^2}$

2/ $f(x)=\frac{x^2-x+1}{x-1}$

3/ $f(x)=\frac{x^2+4x+4}{2x+7}$

4/ $f(x)=\frac{x^3}{1-2x}$

5/ $f(x)=\frac{x(x-3)^2}{(x-2)^2}$

6/ $f(x)=\frac{x}{x^2+1}$

7/ $f(x)=\frac{x^3+x^2-2}{x^2-1}$

8/ $f(x)=\frac{4x^2-2x+3}{1-2x}$

Exercice 6 : Donne l'équation de la tangente au point d'abscisse a

1/ $f(x)=3x^2+2x-4$ a=2

2/ $f(x)=\frac{x+3}{2x-4}$ a=1

CHAPITRE 6 : Les dérivées CORRECTIF

Exercice 1 : 1) f'(x) = $\left(3x^3-2x^2-12\right)'=9x^2-4x$

2) f'(x) = $\left(23x^{10}-3x^5+2x+33\right)'=230x^9-15x^4+2$

3) f'(x) = $\left(\dfrac{3x}{(2x-1)^3}\right)'=\dfrac{(3x)'(2x-1)^3-3x(2x-1)^{3'}}{(2x-1)^6}=\dfrac{3(2x-1)^3-3x\,3(2x-1)^2\,2}{(2x-1)^6}=\dfrac{3(2x-1)\;-18x}{(2x-1)^4}=\dfrac{-12x-3}{(2x-1)^4}$

4) f!(x) = $\left(\dfrac{1}{2x^2}\right)'=\dfrac{1'\left(2x^2\right)-1\left(2x^2\right)'}{4x^4}=\dfrac{0.\left(2x^2\right)-1\left(4x\right)}{4x^4}=\dfrac{-4x}{4x^4}=\dfrac{-1}{x^3}$

5) f'(x) = (3x² - 2x)³ $\left(3x^2-\ 2x\right)^{3'}=3\left(3x^2-\ 2x\right)^2\left(3x^2-\ 2x\right)'=3\left(3x^2-\ 2x\right)^2\left(6x-\ 2\right)$

6) $f\,'(x)=\left(\dfrac{\left(2x+3\right)^4}{\left(x^2-2x\right)^3}\right)'=\dfrac{\left(2x+3\right)^{4'}\left(x^2-2x\right)^3-\left(2x+3\right)^4\left(x^2-2x\right)^{3'}}{\left(x^2-2x\right)^3}$

$=\dfrac{4\left(2x+3\right)^3 2\left(x^2-2x\right)^3-\left(2x+3\right)^4 3\left(x^2-2x\right)^2(2x-2)}{\left(x^2-2x\right)^3}$

7) f'(x) = $\left(\dfrac{1}{3x^2-2x}\right)'=\dfrac{1'.\left(3x^2-2x\right)-1.\left(3x^2-2x\right)'}{3x^2-2x}=\dfrac{0.\left(3x^2-2x\right)-1.\left(6x-2\right)}{3x^2-2x}=\dfrac{6x-2}{3x^2-2x}$

8) f'(x) = $\left(\dfrac{7}{(3x^2-2x)^2}\right)'=\dfrac{7'.(3x^2-2x)^2-7.(3x^2-2x)^{2'}}{(3x^2-2x)^4}$

$=\dfrac{0'.(3x^2-2x)^2-7.2(3x^2-2x)(6x-2)}{(3x^2-2x)^4}=\dfrac{-14(6x-2)}{(3x^2-2x)^3}$

9) f'(x) = $7\left(x^2-1\right)^{-\frac{3}{2}'}=\dfrac{-21}{2}\left(x^2-1\right)^{-\frac{5}{2}}.2x=21\left(x^2-1\right)^{-\frac{5}{2}}.x$

10) f'(x) = $-3\left(-3\sqrt{-x^2+x}\right)'=-3\left(-x^2+x\right)^{\frac{1}{2}'}=\dfrac{-3}{2}\left(-x^2+x\right)^{-\frac{1}{2}}(-2x+1)$

11) f'(x) = $\left(\dfrac{-2}{\sqrt{-x^2+x}}\right)'=\dfrac{\left(-2\right)'\sqrt{-x^2+x}-\left(-2\right)\left(-x^2+x\right)^{\frac{1}{2}'}}{\left(\sqrt{-x^2+x}\right)^2}$

$=\dfrac{0.\sqrt{-x^2+x}-\left(-2\right)\dfrac{1}{2}\left(-x^2+x\right)^{-\frac{1}{2}}(-2x+1)}{\left(-x^2+x\right)}=\dfrac{\left(-x^2+x\right)^{-\frac{1}{2}}(-2x+1)}{\left(-x^2+x\right)}$

12) f'(x) = $\left(\dfrac{1}{\sqrt{x^4-x}}\right)'=\dfrac{1'.\sqrt{x^4-x}-1.\left(x^4-x\right)^{\frac{1}{2}'}}{\left(\sqrt{x^4-x}\right)^2}=\dfrac{0.\sqrt{x^4-x}-1.\dfrac{1}{2}\left(x^4-x\right)^{-\frac{1}{2}'}(4x^3-1)}{\left(\sqrt{x^4-x}\right)^2}$

$=\dfrac{-\dfrac{1}{2}\left(x^4-x\right)^{-\frac{1}{2}'}(4x^3-1)}{x^4-x^2}$

13) f'(x) = $(3x-1)^{\frac{5}{2}\prime} = \frac{5}{2}(3x-1)^{\frac{3}{2}}.3 = \frac{15}{2}(3x-1)^{\frac{3}{2}}$

14) f'(x) = $\left(\sqrt{3x-1}\right)' = (3x-1)^{\frac{1}{2}\prime} = \frac{1}{2}(3x-1)^{-\frac{1}{2}}.3 = \frac{3}{2}(3x-1)^{-\frac{1}{2}}$

15) f'(x) = $\left(\frac{1}{\sqrt{3x-1}}\right)' = (3x-1)^{-\frac{1}{2}} = \frac{-1}{2}(3x-1)^{-\frac{3}{2}}.3 = \frac{-3}{2}(3x-1)^{-\frac{3}{2}}$

16) f''(x) = $\left(\cos(2x-3)\right)' = -\sin(2x-3).(2x-3)' = -2.\sin(2x-3)$

17) f'(x) = $\left(3\sin(2x^2+3x-1)\right)' = 3\cos(2x^2+3x-1)(2x^2+3x-1)'$
$= 3\cos(2x^2+3x-1)(4x+3)$

18) f'(x) = $\left(\sin^2 x\right)' = \left(\sin x\right)^{2'}$ =$2\sin x.(\sin x)' = 2\sin x.\cos x$

19) f'(x) = $\left(\cos^2(2x-5)\right)' = \left(\cos(2x-5)\right)^{2'}$ =$2\cos(2x-5).(\cos(2x-5))'$
$= 2\cos(2x-5).(-\sin(2x-5))(2x-5)'$
$= 2\cos(2x-5).(-\sin(2x-5)).2$
$= -4\cos(2x-5).\sin(2x-5)$

20) f(x) = $\left(-\frac{2}{\cos^3(2x-1)}\right)' = -2\left(\cos(2x-1)\right)^{-3'} = -2(-3)\left(\cos(2x-1)\right)^{-4}\left(\cos(2x-1)\right)'$
$= 6\left(\cos(2x-1)\right)^{-4}\left(-\sin(2x-1)\right)(2x-1)'$
$= 6\left(\cos(2x-1)\right)^{-4}\left(-\sin(2x-1)\right)2$
$= -12\left(\cos(2x-1)\right)^{-4}\sin(2x-1)$
$= \frac{-12\sin(2x-1)}{\left(\cos(2x-1)\right)^4} = \frac{-12\sin(2x-1)}{\cos^4(2x-1)}$

Exercice 2 : 1/ $f'(x) = 6x^2+3$ 2/ $f'(x) = \frac{12}{(x+2)^2}$ 3/ $f'(x) = (x^2+3)^5 + (x+4).5(x^2+3)^4.2x$ 4/ $f'(x) = \frac{3}{2}(3x-4)^{-\frac{1}{2}}$ 5/ $f'(x) = \frac{(2x-1)^{-\frac{1}{2}}(x+2) - \sqrt{2x-1}}{(x+2)^2}$ 6/ $f'(x) = 8(2x+3)^3$

7/ $f'(x) = 3.\left(2x^2+x\right)^3 + 9x.\left(2x^2+x\right)^2(4x+1)$ 8/ $f'(x) = \frac{6\left(3x-2\right)(2x-1) - 2\left(3x-2\right)^2}{\left(2x-1\right)^2}$

9/ $f'(x) = 2\cos(2x+3)$ 10/ $f'(x) = 2x.\cos(5x-3) - 5x^2\sin(5x-3)$

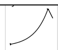
11/ $f'(x) = \frac{2\cos(2x-8).(x-1) - \sin(2x-8)}{(x-1)^2}$ 12/ $f'(x) = 12\left(\sin(4x+7)\right)^2.\cos(4x+7)$

Exercice 3 : 1/ $f(x) = 20x - 18$ **2/** $f(x) = x + 5$ **3/** $f(x) = -11x + 17$

Exercice 4 : 1/ $f(x) = \dfrac{4x-1}{x+2}$ $f'(x) = \dfrac{9}{(x+2)^2}$ $f'(x) = \dfrac{-18}{(x+2)^3}$

x	$-\infty$		-2		∞
9	+	+	+	+	+
$(x+2)^2$	+	+	0	+	+
$f'(x)$	+	+	/	+	+

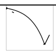
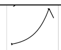
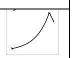
x	$-\infty$		-2		∞
-18	-	-	-	-	-
$(x+2)^3$	-	-	0	+	+
$f''(x)$	+	+	/	-	-

x	$-\infty$		-2		∞
f'(x)	+	+	/	+	+
f''(x)	+	+	/	-	-
f(x)			AV		

2/ $f(x) = \dfrac{2x^2 - x + 1}{x-1}$ $f'(x) = \dfrac{2x^2 - 4x}{(x-1)^2}$ $f''(x) = \dfrac{4}{(x-1)^3}$

x	$-\infty$		0		1		2		∞
$2x^2 - 4x$	+	+	0	-	-	-	0	+	+
$(x-1)^2$	+	+	+	+	0	+	+	+	+
$f'(x)$	+	+	0	-	/	-	0	+	+

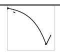
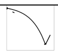
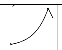
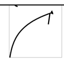
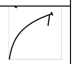
x	$-\infty$		1		∞
4	+	+	+	+	+
$(x-1)^3$	-	-	0	+	+
$f''(x)$	-	-	/	+	+

x	$-\infty$		0		1		2		∞
$f'(x)$	+	+	0	-	/	-	0	+	+
$f''(x)$	-	-	-	-	/	+	+	+	+
$f(x)$			max		AV		min		

3/ $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2+1}$ $\qquad f'(x)=\dfrac{2x}{(x^2+1)^2}$ $\qquad f''(x)=\dfrac{-6x^2+2}{(x^2+1)^3}$

x	$-\infty$		0		∞
$2x$	-	-	0	+	+
$(x^2+1)^2$	+	+	+	+	+
$f'(x)$	-	-	0	+	+

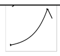
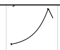
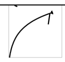
x	$-\infty$		-0,58		0,58		∞
$-6x^2+2$	-	-	0	+	0	-	-
$(x^2+1)^3$	+	+	+	+	+	+	+
$f''(x)$	-	-	0	+	0	-	-

x	$-\infty$		-0,58		0		0,58		∞
$f'(x)$	-	-	-	-	0	+	+	+	+
$f''(x)$	-	-	0	+	+	+	0	-	-
$f(x)$			PI		Min		PI		

4/ $f(x)=\dfrac{2x^2-3x-10}{x-3}$ $\qquad f'(x)=\dfrac{2x^2-12x+19}{(x-3)^2}$ $\qquad f'(x)=\dfrac{-2}{(x-3)^3}$

x	$-\infty$		3		∞
$2x^2-12x+19$	+	+	+	+	+
$(x-3)^2$	+	+	0	+	+
$f'(x)$	+	+	/	+	+

x	$-\infty$		3		∞
-2	-	-	-	-	-
$(x-3)^3$	-	-	0	+	+
$f''(x)$	+	+	/	-	-

x	$-\infty$		3		∞
$f'(x)$	+	+	/	+	+
$f''(x)$	+	+	/	-	-
$f(x)$			AV		

5/ $f(x)=\dfrac{x^3}{x^2-4}$ $\quad f'(x)=\dfrac{x^4-12x^2}{\left(x^2-4\right)^2}=\dfrac{x^2(x^2-12)}{\left(x^2-4\right)^2}$ $\quad f''(x)=\dfrac{8x^3+96x}{\left(x^2-4\right)^3}=\dfrac{8x(x^2+12)}{\left(x^2-4\right)^3}$

x	$-\infty$		-3 ,46		-2		0		2		3,46		∞
x^2	+	+	+	+	+	+	0	+	+	+	+	+	+
x^2-12	+	+	0	-	-	-	-	-	-	-	0	+	+
$(x^2-4)^2$	+	+	+	+	0	+	+	+	0	+	+	+	+
$f'(x)$	+	+	0	-	/	-	0	-	/	-	0	+	+

x	$-\infty$		-2		0		2		∞
$8x$	-	-	-	-	0	+	+	+	+
x^2+12	+	+	+	+	+	+	+	+	+
$(x^2-4)^3$	+	+	0	-	-	-	0	+	+
$f''(x)$	-	-	/	+	0	-	/	+	+

x	$-\infty$		-3,46		-2		0		2		3,46		∞
$f'(x)$	+	+	0	-	/	-	0	-	/	-	0	+	+
$f''(x)$	-	-	-	-	/	+	0	-	/	+	+	+	+
$f(x)$			max		AV		PI		AV		min		

Exercice 5 : Etudie les fonctions suivantes:

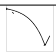
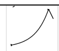
1/ $f(x)=\frac{x^2}{(x-1)^2}$ ($f'(x)=\frac{-2x}{(x-1)^3}$ $f''(x)=\frac{4x+2}{(x-1)^4}$)

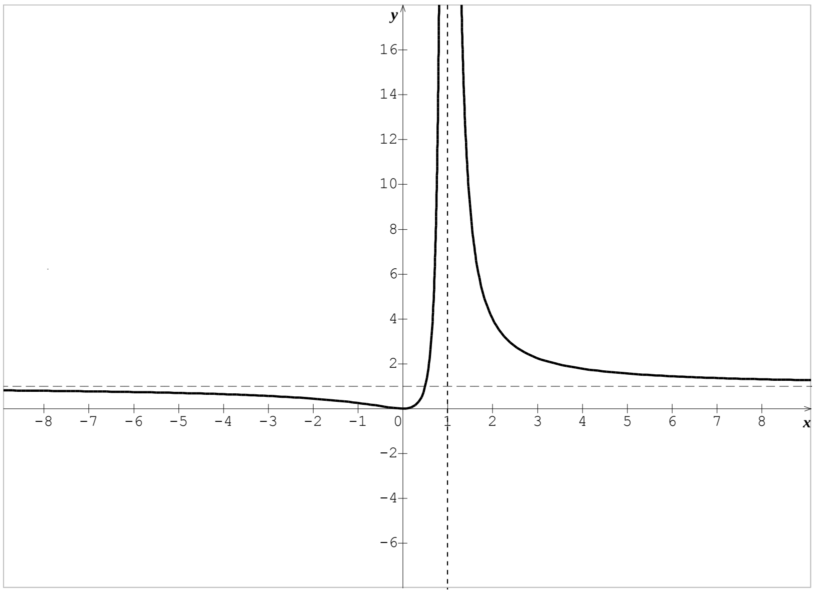
$domf = R\setminus\{1\}$ racine=0, pas de parité

$AV \equiv x=1$

$AH \equiv y=1$

$AO \equiv /$

X		-0,5		0		1	
f(x)	+	+	+	0	+	/	+
f'(x)	-	-	-	0	+	/	-
f''(x)	-	0	+	+	+	/	+
f(x)		PI		R et min		AV	



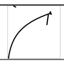
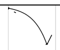
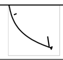
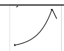
2/ $f(x) = \dfrac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ ($f'(x) = \dfrac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$ $f''(x) = \dfrac{2}{(x-1)^3}$)

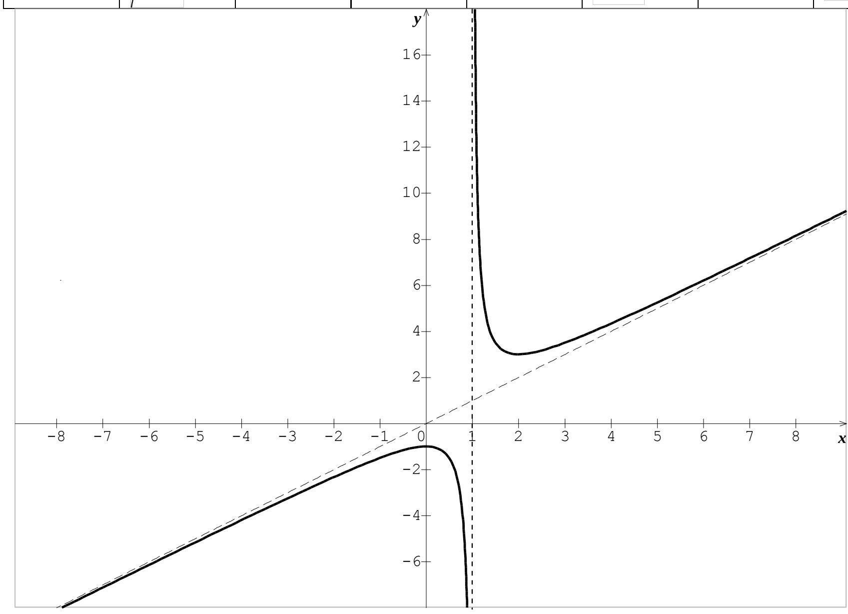
$domf = R \setminus \{1\}$ pas de racine, pas de parité

$AV \equiv x = 1$

$AH \equiv /$

$AO \equiv y = x$

x		0		1		2	
f(x)	-	-	-	/	+	+	+
f'(x)	+	0	-	/	-	0	+
f''(x)	-	-	-	/	+	+	+
f(x)		Max		AV		Min	



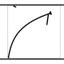
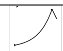
3/ $f(x)=\dfrac{x^2+4x+4}{2x+7}$ ($f'(x)=\dfrac{2x^2+14x+20}{(2x+7)^2}$ $f''(x)=\dfrac{18}{(2x+7)^3}$)

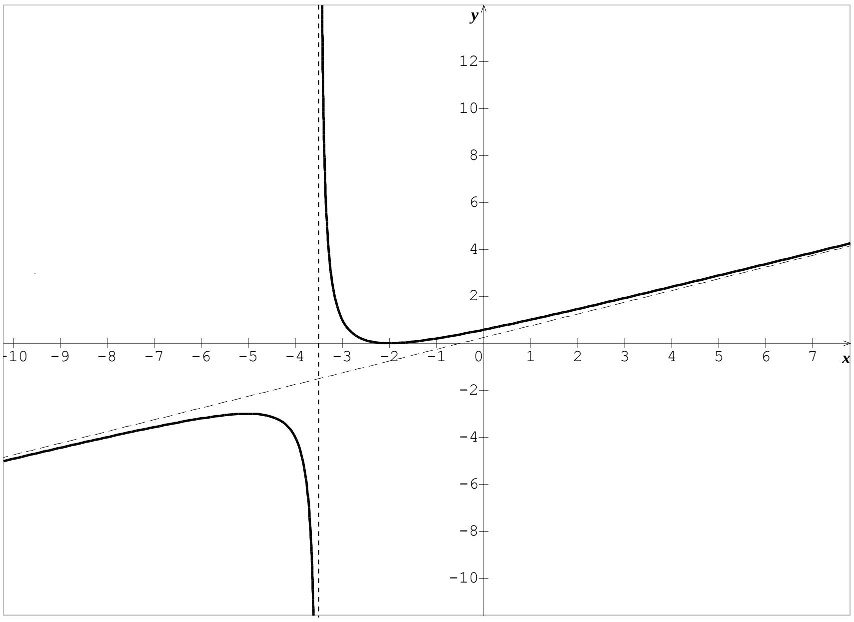
$domf=R\setminus\left\{\dfrac{-7}{2}\right\}$ racine=-2, pas de parité

$AV\equiv x=\dfrac{-7}{2}$

$AH\equiv /$

$AO\equiv y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{4}$

x		-5		-7/2		-2	
f(x)	-	-	-	/	+	0	+
f'(x)	+	0	-	/	-	0	+
f''(x)	-	-	-	/	+	+	+
f(x)		Max		AV		Min	



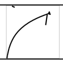
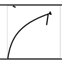
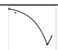
4/ $f(x)=\dfrac{x^3}{1-2x}$ ($f'(x)=\dfrac{3x^2-4x^3}{(1-2x)^2}$ $f''(x)=\dfrac{8x^3-12x^2+6x}{(1-2x)^3}$)

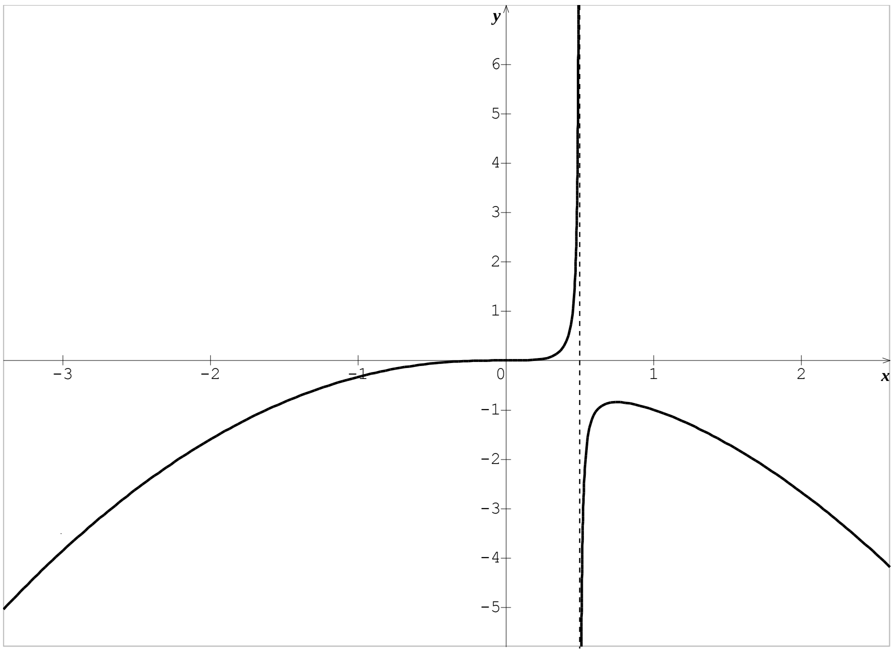
$domf = R\setminus\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$ racine=0, pas de parité

$AV \equiv x=\dfrac{1}{2}$

$AH \equiv /$

$AO \equiv /$

x		0		½		¾	
f(x)	-	0	+	/	-	-	-
f'(x)	+	0	+	/	+	0	-
f''(x)	-	0	+	/	-	-	-
f(x)		R et PI		AV		max	



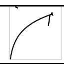
5/ $f(x)=\dfrac{x(x-3)^2}{(x-2)^2}=\dfrac{x^3-6x^2+9x}{x^2-4x+4}$ $\qquad$ $f'(x)=\dfrac{x^3-6x^2+15x-18}{(x-2)^3}=\dfrac{(x-3)(x^2-3x+6)}{(x-2)^3}$

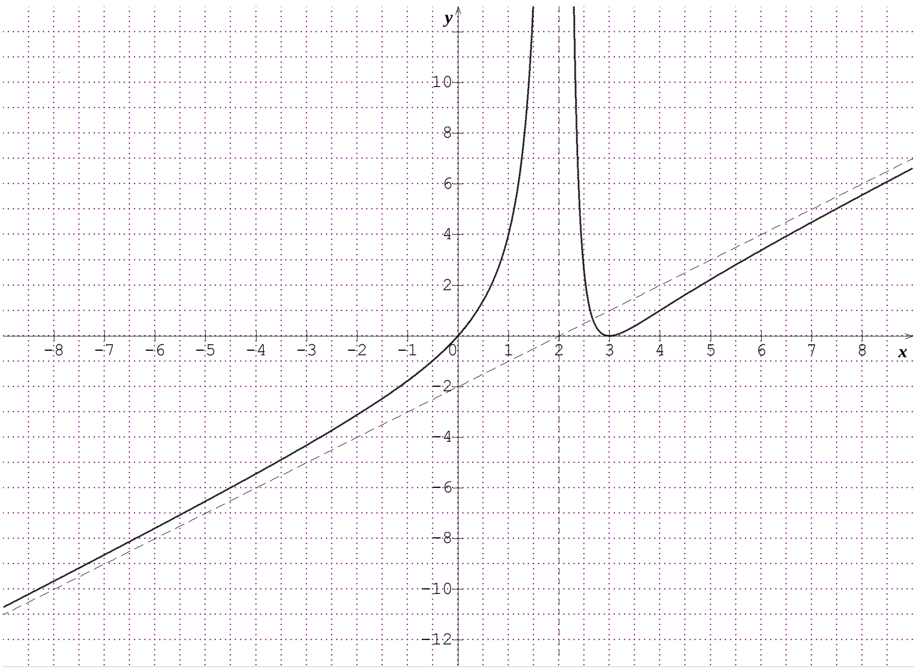
$f''(x)=\dfrac{24-6x}{(x-2)^4}$

$domf=R\setminus\{2\}$ $\qquad$ racine=0 et 3, pas de parité

$AV\equiv x=2$

$AO\equiv y=x-2$

x		0		2		3		4	
f(x)	-	0	+	/	+	0	+	+	+
f'(x)	+	+	+	/	-	0	+	+	-
f''(x)	+	+	+	/	+	+	+	0	-
f(x)		Rac		AV		MIN Rac		PI	

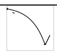
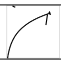
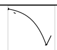


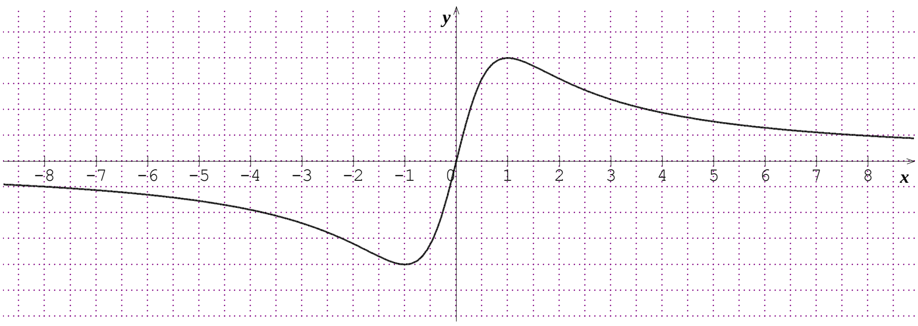
6/ $f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$ $\qquad f'(x)=\dfrac{1-x^2}{\left(x^2+1\right)^2}$ $\qquad f''(x)=\dfrac{2x^3-6x}{\left(x^2+1\right)^3}$

$domf = R$ racine=0, impaire

$AV \equiv /$

$AH \equiv y = 0$

X		$-\sqrt{3}$		-1		0		1		$\sqrt{3}$	
f(x)	-	-	-	-	-	0	+	+	+	+	+
f'(x)	-	-	-	0	+	+	+	0	-	-	-
f''(x)	-	0	+	+	+	0	-	-	-	0	+
f(x)		PI		MIN		PI		MAX		PI	



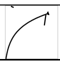
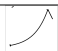
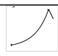
7/ $f(x)=\dfrac{x^3+x^2-2}{x^2-1}$ $\qquad$ $f'(x)=\dfrac{x^4-3x^2+2x}{\left(x^2-1\right)^2}$ $\qquad$ $f''(x)=\dfrac{2x^3-6x^2+6x-2}{\left(x^2-1\right)^3}$

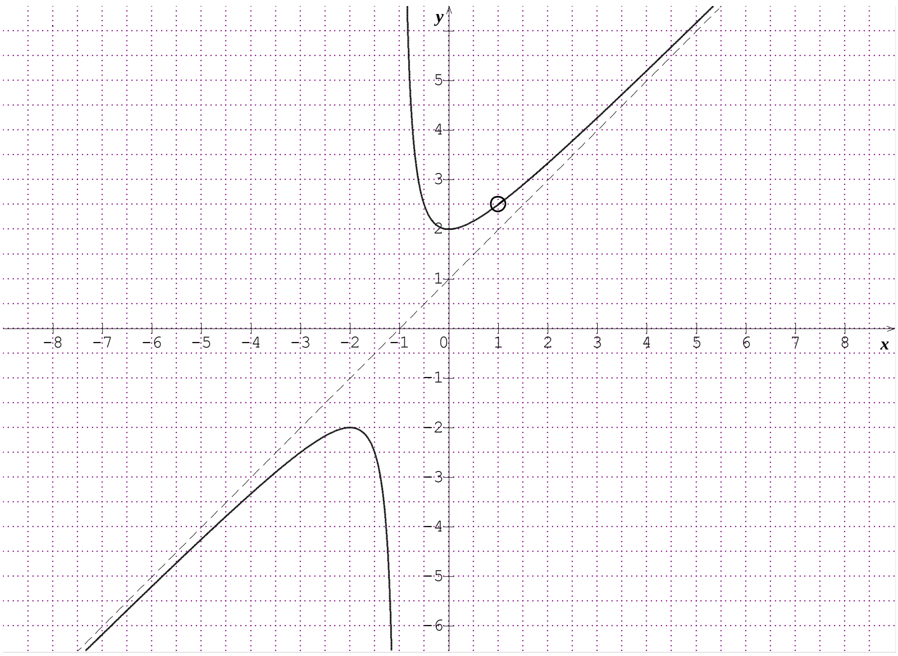
$domf=R\setminus\{-1,1\}$ racine=/, pas de parité

$AV\equiv x=-1$

$AH\equiv /$ TROU en 1

$AO\equiv y=x+1$

X		-2		-1		0		1	
f(x)	-	-	-	/	+	+	+	/	+
f'(x)	+	0	-	/	-	0	+	/	+
f''(x)	-	-	-	/	+	+	+	/	+
f(x)		MAX		AV		Min		trou	



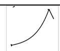
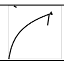
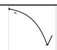
8/ $f(x)=\dfrac{4x^2-2x+3}{1-2x}$ ($f'(x)=\dfrac{-8x^2+8x+4}{(1-2x)^2}$ $f''(x)=\dfrac{24}{(1-2x)^3}$)

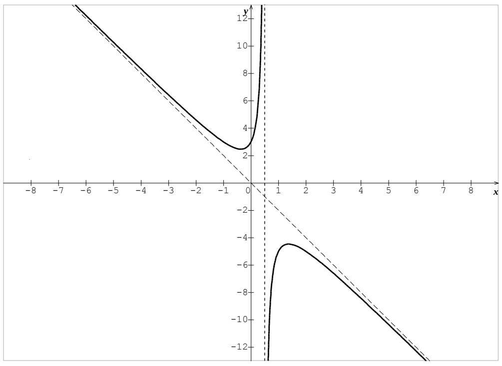
$domf=R\setminus\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$ pas de racine, pas de parité

$AV\equiv x=\dfrac{1}{2}$

$AH\equiv /$

$AO\equiv y=-2x$

x		-0,4		0,5		1,4	
f(x)	+	+	+	/	-	-	-
f'(x)	-	0	+	/	+	0	-
f''(x)	+	+	+	/	-	-	-
f(x)		Min		AV		max	



Exercice 6 : Donne l'équation de la tangente au point d'abscisse a

1/ $f(x)=3x^2+2x-4$ a=2

Tangente : $y=14x-16$

2/ $f(x)=\dfrac{x+3}{2x-4}$ a=1

Tangente : $y=\dfrac{-5}{2}x+\dfrac{1}{2}$