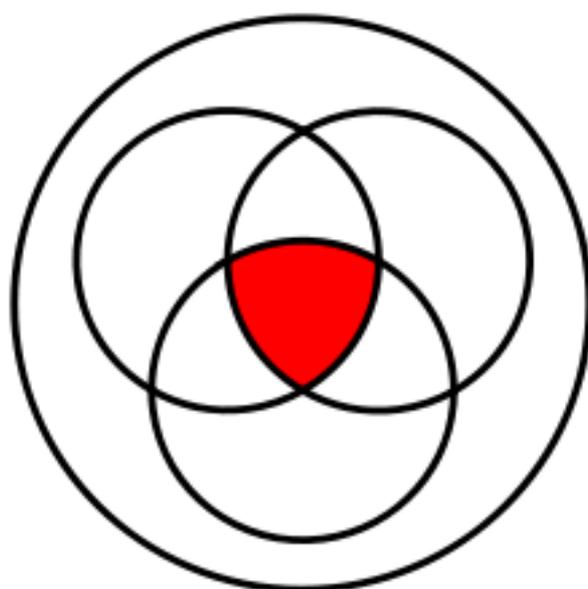


Logique et argumentation



ESCG

Année académique 2015-2016

Pr. Victor Ferry

Objectifs du cours:

- S'exercer à penser de façon logique
- S'exercer à argumenter
- S'exercer à persuader

Penser de façon logique

- Percevoir les solutions alternatives possibles à un problème
- Raisonner avec rigueur pour identifier le meilleur choix

Méthode: logique formelle (théorie et exercices)

Argumenter

- Être capable d'appuyer une opinion sur des arguments solides
- Être capable de mettre à l'épreuve les opinions des autres
- Être capable de profiter de l'échange argumentatif

Méthode: pratique de la discussion critique, leçons de logique informelle

Persuader

- Mettre en œuvre des stratégies pour l'emporter dans la discussion
- Savoir s'exprimer avec éloquence face à un public

Méthode: leçons de rhétorique, concours de plaidoiries

I. Débuter en logique et argumentation

Concepts essentiels et premiers exercices

Qu'est-ce qu'un argument?

Définition

Un **argument** est un ensemble d'**affirmations**. Certaines de ces affirmations (les **prémisses**) sont présentées en soutien des autres affirmations (**la conclusion**).

- Dans un bon argument, les prémisses offrent un support suffisant à la conclusion.
- Dans un mauvais argument, les prémisses n'offrent pas un support suffisant à la conclusion.

Exemple

Il faut pratiquer régulièrement un sport (ccl), car le sport est bon pour la santé et bon pour le moral (prémisses)

Inférence: le chemin de pensée qui lie les prémisses à la conclusion.

Exercice 1

Quelle est la conclusion principale des textes suivants ?

1) Les réserves d'uranium suffiront-elles à éviter une crise mondiale ? Les estimations officielles de l'AIEA sont rassurantes : les réserves mondiales d'uranium (5,5 millions de tonnes) pourraient alimenter les 435 réacteurs actuels pendant un siècle ! Sauf que la demande actuelle n'est satisfaite qu'à 60% par de l'uranium récemment extrait. Le reste provient de stocks civils et militaires qui s'épuiseront vers 2015. Dès lors, pourra-t-on répondre à la demande future ? Pas si simple. Surtout qu'ouvrir une mine d'uranium prend dix ans, contraintes environnementales obligent !

Propositions de corrigés:

- Il y a de bonnes raisons de croire que les ressources d'uranium vont bientôt être insuffisantes
- Les chiffres officiels surestiment probablement les ressources en uranium

2) Il est parfaitement exact que la production française d'électricité fait appel au nucléaire dans des proportions que l'on trouve rarement ailleurs. Mais notre pays a bien d'autres singularités, par exemple celle de posséder plus de fromages que de jours dans l'année, ou encore de financer fortement le cinéma d'auteur. Toute « exception française » est-elle répréhensible, et devrait-elle être supprimée au nom d'un quelconque principe d'uniformité ?

En fait, se contenter d'invoquer la forte proportion du nucléaire dans la production électrique française comme raison d'en faire moins est essentiellement commode pour ne pas examiner les choses au fond : être hors de la norme ne signifie pas que l'on ait tort ou raison de ce seul fait. Tout dépend des circonstances...

Propositions de corrigés:

- Ce n'est pas parce que la France utilise le nucléaire dans des proportions exceptionnelles qu'elle a tort de le faire.
- Si on affirme que la France devrait moins dépendre du nucléaire, en s'appuyant sur le fait qu'elle utilise en proportion plus de nucléaire que les autres pays, on emploie un mauvais argument.

Exercice 2 : argument ou non ?

Si oui, soulignez la conclusion et les prémisses.

1. Il faut bien distinguer l'incident technique de l'incident nucléaire. Nous avons déjà eu un problème similaire à Tihange cet été. Une entreprise qui produit des biens peut avoir des incidents, ça arrive.

Pas un argument

2. Plus on attend, plus nos centrales se dégradent. Il est grand temps de penser à une énergie différente.

Prémisse: Plus on attend, plus nos centrales se dégradent.

Conclusion: Il est grand temps de penser à une énergie différente.

3. Il serait bien question d'un problème technique ou technologique. C'est logique. Pour Electrabel, tout va bien, évidemment. Le fait est que le gouvernement fédéral veut prolonger des centrales qui sont vieilles, vétustes, où les incidents se multiplient tout naturellement, dirais-je, après 40 ans.

Pas un argument

Évaluer un argument:

- Identifier les prémisses et la conclusion
- S'interroger sur la valeur de vérité des prémisses
- S'interroger sur la solidité du lien entre les prémisses et la conclusion

Exercice 3 :

Évaluez les arguments de l'exercice 2.

Conclusion: Le nucléaire de fission n'a plus d'avenir.

Prémisses: Estimation des réserves d'uranium : 40 ans. Durée de démantèlement des réacteur existants : 20 à 25 ans. Reconstruction : 5 à 10 ans.... total 25 à 35 ans pour un coût de l'ordre de 5 à 10 milliards par réacteur .. non compris le stockage et le refroidissement des déchets de haute activité...

=> Si l'on admet que les prémisses sont vraies, l'argument est solide (les prémisses sont solidement liées à la conclusion)

Prémisse: Plus on attend, plus nos centrales se dégradent.

Conclusion: Il est grand temps de penser à une énergie différente.

=> Même si on admet que la prémisse est vraie, l'argument est faible. La prémisse n'est pas solidement liée à la conclusion. En effet, cette prémisse pourrait aussi bien alimenter un discours anti-nucléaire qu'un discours pro nucléaire. "Plus on attend, plus nos centrales se dégradent. Il est donc grand temps de renouveler nos centrales"

Introduction à la logique informelle

La logique informelle est la discipline qui porte sur:

- Les méthodes pour tester la rationalité des arguments
- L'art de la discussion critique

Tester la rationalité des arguments

La **rationalité** d'un argument est sa capacité de résistance à la critique

Plus un argument est rationnel, plus il a de chance de convaincre un vaste auditoire

Exemple :

1. « Le sport est bon pour la santé et pour le moral. Il faut faire du sport. »

2. « Le sport est bon pour la santé et pour le moral. Il faut sanctionner les personnes qui ne font pas de sport. »

L'argument 1. peut sans doute convaincre un auditoire plus important que la 2. En cela, 1. est plus rationnel que 2.

Outils de la logique informelle:

- Les types d'arguments
- Les questions critiques pour tester différents d'arguments
- Les répertoires d'arguments fallacieux

(Exemple: <http://www.sophisme.com/>)

3 types d'arguments courants:

- Les arguments causaux (raisonnement déductif)
- Les arguments par induction
- Les arguments par comparaison (raisonnement analogique)

Les arguments causaux

Exemple

Il arrive souvent que les couples aillent voir un psychologue avant de divorcer. Les psychologues sont donc responsables des divorces.

Les arguments causaux

Questions critiques:

- Le lien de causalité est-il solide?
- Peut-on renverser le lien de causalité?

Les arguments inductifs

J'entends parfois des gens parler de boycotter les produits d'Israël pour amener son gouvernement à changer de politique. Pourtant, de nombreux exemples historiques montrent que les boycotts sont inefficaces : Cuba, l'Iran, la Russie...

Les arguments inductifs

Questions critiques:

- Existe-t-il un contre exemple?
- La généralisation n'est-elle pas hâtive?

Les arguments par comparaison

Exemple:

Fumer du tabac, c'est comme fumer de la marijuana: ça détruit la santé, ça provoque une dépendance, cela nuit à l'entourage du fumeur. Vu que la marijuana est un produit illégal dans la plupart des pays, il devrait en être de même du tabac.

Les arguments par comparaison

Question critique: les éléments comparés sont-ils comparables?

Synthèse:

Apprendre la logique informelle

= apprendre à identifier et à questionner les arguments

Pourquoi?

Idéal philosophique et éthique = faire progresser la rationalité et la vérité

Si nous voulions garantir le triomphe du meilleur argument, comment faire?

- ⇒ Les 10 règles de la discussion critique, par Frans van Eemeren et Rob Grootendorst
- ✓ Eviter les arguments fallacieux
- ✓ Eviter les comportements qui parasitent la mise à l'épreuve des arguments

Règle 1 : *Les participants ne doivent pas s'empêcher d'avancer leurs opinions, ni s'empêcher de formuler des critiques à l'égard de ces opinions.*

Règle 2 : *Un participant qui avance une opinion est obligé de la défendre si un autre participant lui demande de se justifier.*

Règle 3 : *La critique d'une opinion doit porter sur l'opinion telle qu'elle a véritablement été formulée par un participant.*

Règle 4 : *Un participant doit défendre son opinion en avançant des arguments qui se rapportent à cette opinion.*

Règle 5 : *Un participant ne doit pas faussement attribuer une prémisse à son interlocuteur si celui-ci ne l'a pas clairement exprimée ; un participant ne doit pas nier une prémisse qu'il avait auparavant expressément avancée.*

Règle 6 : *Un participant ne doit pas faussement présenter une prémisse comme un point de départ accepté ; un participant ne peut nier une prémisse qui avait été précédemment acceptée.*

Règle 7 : *Un participant ne doit considérer une opinion comme défendue de façon concluante que si cette défense reposait sur des formes argumentatives correctes et bien utilisées.*

Règle 8 : *Dans son argumentation, un participant ne doit utiliser que des arguments valides ou susceptibles d'être rendus valides par l'ajout de prémisses.*

Règle 9 : *L'incapacité de défendre son opinion doit conduire le participant se rétracter ; la défense concluante d'une opinion doit conduire les autres participants à lever leurs doutes sur cette opinion.*

Règle 10 : *Un participant ne doit pas utiliser des tournures de phrases qui sont insuffisamment claires ou des formules ambiguës et il doit interpréter les formulations de ses interlocuteurs de la façon la plus attentive et précise possible.*

- ✓ Exercez-vous à appliquer ces règles lorsque que vous défendez vos opinions
- ✓ Exigez que vos interlocuteurs fassent de même!

Explication des premières règles :

Règle 1 : *Les participants ne doivent pas s'empêcher d'avancer leurs opinions, ni s'empêcher de formuler des critiques à l'égard de ces opinions.*

- Éviter les tabous
- Éviter d'empêcher l'autre de parler
- Ne pas intimider (argument *ad baculum*)
- Ne pas discréditer l'autre (*ad hominem*)

Règle 2 : *Un participant qui avance une opinion est obligé de la défendre si un autre participant lui demande de se justifier.*

Cette règle vise à éviter:

- L'inversion la charge la charge de la preuve
- L'argumentation *ad verecundiam* (ex: « c'est l'évidence même »)
- L'argumentation *ad populum* (ex: « tout le monde sait ça »)

Règle 3 : *La critique d'une opinion doit porter sur l'opinion telle qu'elle a véritablement été formulée par un participant.*

- ✓ Éviter la stratégie de l'homme de paille

Règle 4 : *Un participant doit défendre son opinion en avançant des arguments qui se rapportent à cette opinion.*

- ✓ Éviter de dévier ou de faire diversion
- ✓ Ne pas utiliser de moyens de persuasion non argumentatifs (appel aux émotions, argument d'autorité...)

Règle 5 : *Un participant ne doit pas faussement attribuer une prémisse à son interlocuteur si celui-ci ne l'a pas clairement exprimée ; un participant ne doit pas nier une prémisse qu'il avait auparavant expressément avancée.*

- ✓ Il ne faut pas faire de procès d'intention à ses interlocuteurs
- ✓ Il faut s'efforcer de tenir des propos que l'on sera capable d'assumer

Introduction à la rhétorique

- La rhétorique est apparue en Grèce au cinquième siècle avant notre ère, dans le contexte de la première expérience de démocratie directe
- L'objectif de la rhétorique était de former les citoyens pour les institutions démocratiques: les cours de justice, les assemblées délibérantes

Définition

« La rhétorique est la capacité à identifier ce qui, dans chaque situation, est propre à persuader. »

(Aristote, *Rhétorique*, 350 av. JC)

Deux outils:

- La conception rhétorique de la preuve
- Les lieux de la rhétorique

La conception rhétorique de la preuve

- **Ethos**
- **Pathos**
- **Logos**

Ethos: l'image que l'orateur donne de lui-même

- ✓ Objectif: donner l'image de quelqu'un en qui il est raisonnable d'avoir confiance
- ✓ On inspire de la confiance lorsqu'on fait preuve de trois qualités: la compétence, la vertu, la bienveillance

Pathos: l'utilisation des émotions dans le discours

- Tenir compte des émotions de l'auditoire (exploiter la colère ou la peur)
- Chercher à produire une émotion dans l'auditoire (indignation, pitié...)
- **Bonne pratique:** viser la convenance en matière d'émotion

Logos: le discours lui-même

- Avoir conscience de la diversité des stratégies possibles
- Identifier les contre-arguments, pour les réfuter
- Viser la clarté, la simplicité, l'efficacité

Les lieux de la rhétorique

Les lieux = des types de stratégies rhétoriques qui seront efficaces dans la plupart des cas

Exemples: la définition, l'intention, la responsabilité, les circonstances, l'appel aux émotions, le blâme...

Exemple :

Un père avait un fils. Quand il perdit la mère de l'enfant, il épousa une autre femme. Le père, sa femme et l'enfant vécurent heureux pendant un an, jusqu'à ce que l'enfant tombe gravement malade. Le docteur expliqua au père que son fils mourrait s'il buvait de l'eau froide. Le lendemain, lorsque le fil eu soif, sa belle-mère lui donna de l'eau froide. Le fils mourût, il avait alors 12 ans. La belle-mère est accusée d'empoisonnement par son mari.

(énoncé d'un exercice de rhétorique antique: Quintilien, *Petites Décl.*, 350)

Une stratégie rhétorique portant sur la **définition** des termes?

Défense: Un poison est une substance qui, introduite dans l'organisme à dose suffisante, détruit ou altère les fonctions vitales. En aucun cas l'eau peut être considérée comme un poison.

Accusation: Un poison est une substance qui, introduite dans l'organisme à dose suffisante, détruit ou altère les fonctions vitales. Cette définition correspond précisément à l'eau dans ce cas.

Une stratégie rhétorique exploitant les **circonstances** de l'affaire?

Défense: Le docteur a informé le père et ce dernier n'a manifestement ni informé sa femme, ni son fils. Si le fils était au courant du danger, il aurait refusé l'eau... À 12 ans, on n'est plus un enfant et on sait dire non et se défendre.

Accusation: Dans une famille normale, et pour un enjeu aussi important, il est impensable que le père n'ait pas informé sa femme et son fils. La belle-mère a manifestement forcé son fils à boire de l'eau.

Une stratégie rhétorique exploitant les **intentions** des protagonistes dans cette affaire?

Défense: Nous savons que le père, la belle-mère et le fils vivaient heureux. Personne ne cherche à gâcher sa vie. Il est impensable que la belle-mère ait intentionnellement cherché à tuer son beau-fils vu qu'elle pouvait très bien concevoir qu'un tel acte l'enverrait immédiatement en prison.

Accusation: Les raisons qui peuvent pousser une femme à vouloir se séparer de son beau fils ne manquent pas. Le beau fils n'est-il pas la marque indélébile du premier mariage, de la première femme? Avec la maladie du fils, l'occasion était trop belle et la culpabilité de belle-mère ne fait aucun doute.

Rhétorique VS Logique

- En rhétorique, nous construisons et nous évaluons les arguments comme des êtres de corps et d'esprit, comme des êtres de passions et d'émotions

Nous pouvons être convaincus par des arguments du type: « Sa peine doit être exemplaire car son crime est monstrueux » ou « Il faut être sans cœur pour condamner ce pauvre père de famille »

- En logique, nous devons mettre de côté notre corps et nos émotions, nous devons nous comporter comme des machines à calculer
- Apprendre la logique = programmer son cerveau, c'est-à-dire apprendre des règles et les appliquer
- Faire un exercice de logique, c'est vérifier si nous sommes capables de raisonner avec rigueur (C'est pour cette raison qu'il y a des tests de logique à l'entrée des institutions publiques et des grandes entreprises)

Introduction à la logique formelle

- ✓ L'objectif de la logique formelle est de tester la validité des arguments
- ✓ La pratique de la logique est une gymnastique de l'esprit

Qu'est-ce que la validité?

La validité, en logique formelle, a un sens très précis : un argument est valide dès lors que si ses prémisses sont vraies, sa conclusion est également vraie.

- Argument est **valide** dès lors que si ses prémisses sont vraies, sa conclusion est également vraie.
- Un argument est **invalide** s'il est possible que sa conclusion soit fausse alors que ses prémisses sont vraies

Exemple 1

Toutes les portes de la maison sont fermées à clef, donc la porte d'entrée de la maison est fermée à clef.

Valide ou invalide?

=> valide

Exemple 2

Certaines portes de la maison sont fermées à clef, donc la porte d'entrée est fermée à clef.

Valide ou invalide?

⇒ Invalide

Il est seulement **possible** que la conclusion soit vraie. Il se peut que la prémisse soit vraie et que la conclusion soit fausse.

Exemple 3

S'il n'y a pas d'essence dans la voiture, elle ne va pas démarrer. La voiture ne démarre pas. Donc il n'y a pas d'essence dans la voiture.

Valide ou invalide?

⇒ invalide. Il est seulement **possible** que la conclusion soit vraie. (Il peut y avoir d'autres raisons pour lesquelles la voiture ne démarre pas).

Exemple 4

Tous les présidents des États-Unis viennent de la Lune. Barack Obama est président des États-Unis. Donc Barack Obama vient de la Lune.

Valide ou invalide?

⇒ Valide

- ✓ Un argument est valide dès lors que si ses prémisses sont vraies, sa conclusion est également vraie.
- ✓ Le problème de cet argument est la fausseté d'une de ses prémisses, pas la validité de sa structure

Validité ≠ Vérité

- ✓ La logique ne s'intéresse pas à ce qui est vrai ou non
- ✓ La logique s'intéresse à la cohérence des raisonnements : qu'est-ce qui suit quoi?
- ✓ Une conclusion *suit* les prémisses s'il est incohérent d'accepter les prémisses et de rejeter la conclusion

- ✓ Pratiquer la logique c'est chercher à tester si une forme argumentative est valide

Logique des catégories

Les propositions catégoriques

Une proposition catégorique représente une relation entre deux catégories.

Exemple

« Tous les chats sont des mammifères ».

- ✓ On établit une relation entre deux catégories.
- ✓ Une catégorie est une classe, une abstraction qui contient des membres.
- ✓ Chaque proposition catégorique a deux termes: le Sujet et le Prédicat.

Il y a 4 types de propositions en logique catégorique:

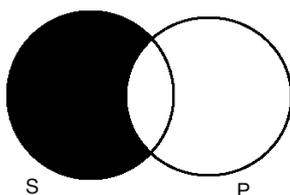
Tous les S sont des P

Aucun S n'est un P

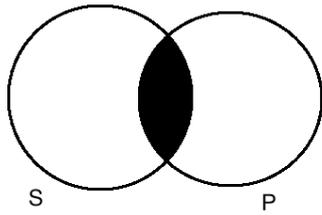
Quelques S sont des P

Quelques S ne sont pas des P

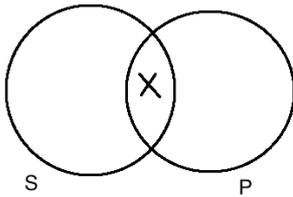
Tous les S sont des P



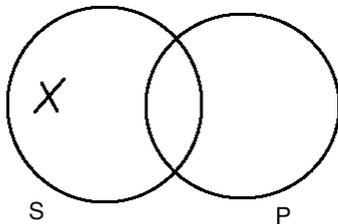
Aucun S n'est un P



Quelques S sont des P



Quelques S ne sont pas de P

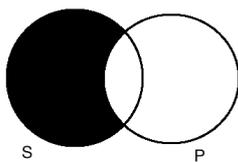


Exercice: représentez les propositions suivantes

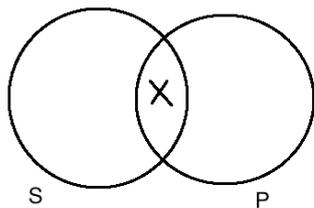
1. Tous les élèves de l'ESCG sont des citoyens responsables
2. Quelques hommes politiques ont des convictions
3. Aucun manager n'a un travail ennuyeux
4. Certaines histoires d'amour ne sont pas des tragédies.

Réponses

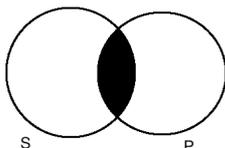
1.



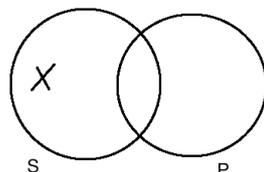
2.



3.



4.



Objectif: utiliser le *diagramme de Venn* pour tester la validité des syllogismes catégoriques

- Le diagramme de Venn est un outil qui a été développé par le mathématicien anglais John Venn (1834–1923) en 1880 (« De la représentation diagrammatique et mécanique des propositions et des raisonnements »)
- Ce diagramme est depuis utilisé en mathématiques, en statistiques, en informatique et en logique

Qu'est-ce qu'un syllogisme?

Un syllogisme est un argument composé de deux prémisses qui mènent, par déduction, à une conclusion

Tous les hommes sont mortels
Socrate est un homme

Donc?
Socrate est mortel

Un **syllogisme catégorique** est un syllogisme composé de propositions catégoriques

Tous les soldats sont des patriotes
Aucun traître n'est un patriote

Donc?

Aucun traître n'est un soldat

Identifier les termes d'un syllogisme :

- Le terme mineur est le sujet de la conclusion, noté **S**
- Le terme majeur est le prédicat de la conclusion, noté **P**
- Le terme moyen est le terme que l'on ne trouve que dans les prémisses, noté **M**

Exemple :

Tous les soldats sont des patriotes
Aucun traître n'est un patriote
Aucun traître n'est un soldat

P M
S M
S P

Soit:

Tous les P sont des M

Aucun S n'est un M

Aucun S n'est un P

Exercice ;

Traduisez le syllogisme catégorique suivant en langage formel:

Tous les vendeurs d'armes enfreignent les lois de la morale.

Or, quelques pays européens enfreignent les lois de morale.

Donc quelques pays européens sont des vendeurs d'armes.

Rappel:

- Le terme mineur est le sujet de la conclusion, noté **S**
- Le terme majeur est le prédicat de la conclusion, noté **P**
- Le terme moyen est le terme que l'on ne trouve que dans les prémisses, noté **M**

Tous les vendeurs d'armes enfreignent les lois de la morale.

Or, quelques pays européens enfreignent les lois de morale.

Donc quelques pays européens sont des vendeurs d'armes.

P M
S M
S P

Soit:

Tous les P sont des M

Quelques S sont des M
Quelques S sont des P

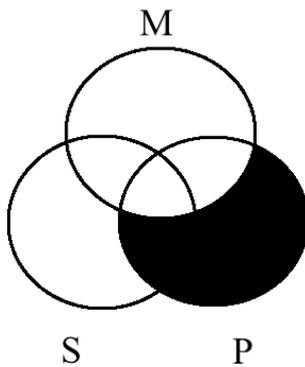
Valide ou Invalide?

Tester la validité des syllogismes catégoriques avec le diagramme de Venn

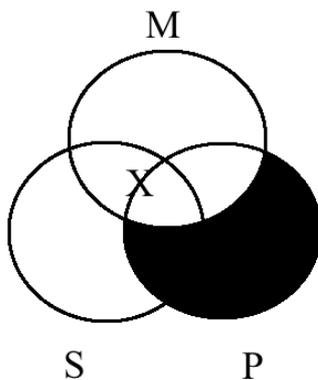
Méthode:

1. On ne diagramme que les prémisses.
2. On ne diagramme jamais la conclusion
3. On se demande : est-ce que je peux lire la conclusion ?

Tous les P sont des M
Quelques S sont des M
Quelques S sont des P



Tous les P sont des M
Quelques S sont des M
Quelques S sont des P



Peut-on lire la conclusion?

Non. L'argument est invalide.
Il est seulement *possible* que sa conclusion soit vraie.

Rappel:

Un argument est valide dès lors que si ses prémisses sont vraies, sa conclusion est *nécessairement* vraie

Exercice

Traduisez et testez la validité des arguments suivants à l'aide du diagramme de Venn:

1) Tous les usagés de l'aéroport seront remboursés. Or quelques passagers du vol A31 sont des usagés de l'aéroport. Donc quelques passagers du vol A31 seront remboursés.

2) Toutes les Londoniennes sont des femmes dynamiques. Abby est une femme dynamique. Donc Abby est londonienne.

Rappel:

Le terme mineur est le sujet de la conclusion, noté S

Le terme majeur est le prédicat de la conclusion, noté P

Le terme moyen est le terme que l'on ne trouve que dans les prémisses, noté M

Correction :

Tous les usagés de l'aéroport seront remboursés.

M P

Or quelques passagers du vol A31 sont des usagés de l'aéroport.

S M

Donc quelques passagers du vol A31 seront remboursés.

S P

Soit:

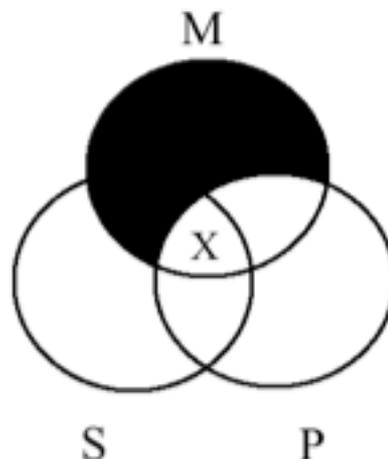
Tous les M sont des P

Quelques S sont des M

Quelques S sont des P

Peut-on lire la
conclusion?

Oui. L'argument est
donc **valide**



Toutes les londoniennes sont des femmes dynamiques.

Abby est une ^P femme dynamique. M
^S ^M
Donc Abby est londonienne.
^S ^P

Soit:

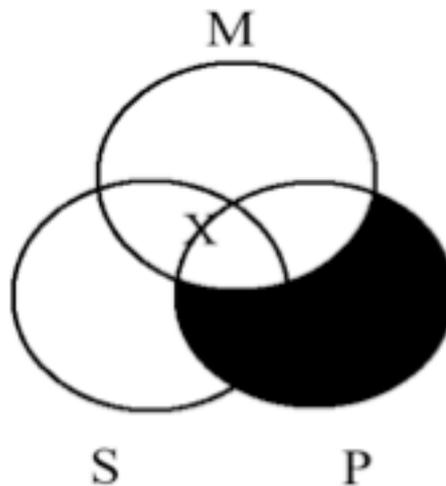
Tous les P sont des M

Quelques S sont des M

Donc quelques S sont des P

Peut-on lire la conclusion?

Non. L'argument est donc **invalide**.



Introduction à la logique des propositions

- La logique des catégories est l'ancêtre de la logique (elle remonte à Aristote)
- La logique propositionnelle fut développée beaucoup plus récemment (fin du XIX^e siècle)
- En logique propositionnelle, l'unité de base est la proposition

Une proposition est une affirmation sur l'état du monde

Exemples: « Il pleut », « Bruxelles est la capitale de la Belgique », « Le train est arrivé en retard »

Les propositions peuvent avoir deux valeurs de vérité: le vrai ou le faux

Exemple: « Il pleut » peut être vraie ou fausse

Propositions simples et complexes

- « Il fait beau » est une proposition simple
- « Il fait beau et chaud » est une proposition complexe:

$$B \circ C$$

« Il fait beau et chaud » est une conjonction de deux propositions simples

négation	\neg	non
conjonction	\circ	et
disjonction	\vee	ou
implication	\rightarrow	Si...alors
Equivalence	\leftrightarrow	Si et seulement si

« Si Gérard mange trop de bonbons alors il aura des caries. »

$$G \rightarrow C$$

Exercice: traduisez les énoncés suivants en logique propositionnelle

- 1 Il fait beau et chaud $B \circ C$
- 2 Si Pierre est un clown, alors il a un nez rouge $P \rightarrow R$
- 3 Nous irons au cinéma ou au restaurant $C \vee R$
- 4 Arthur est honnête, mais pas Francis $A \circ \neg F$
- 5 On repart à zéro si tu reviens $R \rightarrow Z$
- 6 Ni Pierre, ni Jean ne sont venus $\neg P \circ \neg J$
- 7 Pierre et Jean ne sont pas venus séparément $\neg (P \vee J)$

Les valeurs de vérité des propositions

- P, une proposition simple, a deux valeurs de vérité: V ou F
- Si je dis « Il fait beau », cela peut être vrai ou faux
- Qu'en est-il les propositions complexes?

p	q	$p \circ q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	F	V	V	F
F	F	F	F	V	V

Calculer la vérité d'une proposition: identifier l'opérateur principal

Exemple 1:

$$(A \circ B) \vee (C \circ D)$$

Solution : $(A \circ B) \vee (C \circ D)$

Exemple 2:

$$\neg[(A \circ B) \vee (C \circ D)]$$

Solution : $\neg[(A \circ B) \vee (C \circ D)]$

Calculer la vérité d'une proposition

Exemple 1:

$$(A \vee D) \rightarrow E \text{ et nous savons } A=V ; D=F ; E = V$$

Solution :

$$(A \vee D) \rightarrow E \text{ et nous savons } A=V ; D=F ; E = V$$

$$V \vee F \rightarrow V$$

$$V$$

$$V$$

La formule est vraie

Exemple 2

$$(C \vee A) \rightarrow B \text{ avec } A=V, C=F \text{ et } B=F$$

Solution :

Exemple 2

$(C \vee A) \rightarrow B$ avec $A=V$, $C=F$ et $B=F$

F V F
V

F La formule est fausse.

Vérité et validité en logique propositionnelle

Vérité: est-ce que les affirmations correspondent à la réalité?

En logique, on ne cherche **pas** à vérifier si des affirmations sont vraies.

On cherche à vérifier quelles conditions une affirmation doit remplir pour être vraie.

Exemple 1: à quelles conditions peut-on dire que Pierre est coupable?

En logique, on dira que la proposition « Pierre est coupable » peut avoir deux valeurs de vérité:

P
V
F

Exemple 2: « Pierre et Jean sont coupables »

P	∧	J
V	V	V
V	F	F
F	F	V
F	F	F

Exercice : *Traduisez les propositions en langage symbolique. Utilisez ensuite vos connaissances pour attribuer une valeur de vérité aux propositions. Enfin, déterminez si les affirmations sont vraies.*

1. Si Barack Obama est président des Etats-Unis alors le candidat républicain a perdu les dernières élections présidentielles américaines.
2. Un et quatre sont des nombres pairs.
3. Le cours de Logique et Argumentation a lieu le lundi ou le mardi.
4. Si la Grande-Bretagne est membre de l'Union Européenne, alors la monnaie nationale de la Grande-Bretagne est l'Euro.

1. Si Barack Obama est président des Etats-Unis alors le candidat républicain a perdu les dernières élections présidentielles américaines.

$O \rightarrow R$

V V V

L'affirmation est vraie

2. Un et quatre sont des nombres pairs.

$U \circ Q$

F F V

L'affirmation est fausse

3. Le cours de logique et argumentation a lieu le lundi ou le vendredi

$L \vee V$

F V V

L'affirmation est vraie

4. Si la Grande-Bretagne est membre de l'Union Européenne, alors la monnaie nationale de la Grande-Bretagne est l'Euro.

$G \rightarrow E$

V F F

L'affirmation est fausse

La validité en logique propositionnelle

- La **vérité** est le critère pour évaluer les propositions
- La **validité** est le critère pour évaluer les arguments
- On ne dira jamais qu'un argument est « vrai » ou « faux ». Il peut être valide ou invalide.

Un argument est valide si lorsque ses prémisses sont vraies sa conclusion est nécessairement vraie.

Un argument est invalide si sa conclusion est fausse alors même que ses prémisses sont vraies.

On dit d'un argument valide qu'il préserve la vérité, qu'il est vérifonctionnel.

Exemple :

(1)

Si une personne ment, alors elle transpire

Pierre ment

Donc il transpire

(2)

Si une personne ment, alors elle transpire

Pierre transpire

Donc il ment

L'argument (2) est invalide car même si ses prémisses sont vraies, sa conclusion peut être fausse.

- Pour tester la validité d'un argument en logique propositionnelle, **on cherche un contre-modèle** : un cas où l'argument aurait toutes ses prémisses vraies et une conclusion fausse
- Méthode: établir la table de vérité de l'argument. Vérifier s'il existe un cas où la conclusion serait fausse alors que les prémisses sont vraies

Si un homme a la voix qui tremble, alors il ment. Cet homme n'a pas la voix qui tremble, donc il ne ment pas.

Traduction?

$T \rightarrow M \quad / \quad \neg T \quad // \quad \neg M$

T	\rightarrow	M	$/$	$\neg T$	$//$	$\neg M$
V	V	V		F	V	F V
V	F	F		F	V	V F
F	V	V		V	F	F V X
F	V	F		V	F	V F

L'argument est invalide

Exercice 3: testez la validité des arguments suivants à l'aide d'une table de vérité

1. S'il a plu, alors le trottoir est mouillé. Or il n'a pas plu. Donc le trottoir n'est pas mouillé.
2. Si Pedro est un chat, alors c'est un mammifère. Or Pedro n'est pas un mammifère. Donc Pedro n'est pas un chat.
3. Si cette femme a des pouvoirs divinatoires, alors elle peut prédire l'avenir. Or, cette femme m'a prédit l'avenir. Donc, elle a des pouvoirs divinatoires.

Les tables de vérité indirectes

« Il fait beau et chaud »

4 possibilités:

Il est vrai qu'il fait beau et chaud

Il fait beau mais pas chaud

Il ne fait pas beau mais il fait chaud

Il ne fait ni beau ni chaud

« Il fait beau et chaud et clair »

Il est vrai qu'il fait beau et chaud et clair

Il est vrai qu'il fait beau et chaud, mais pas clair...

8 possibilités = 8 lignes pour la table de vérités

« S'il fait beau et chaud et clair, alors Thomas va se promener »

La formule pour le déterminer est le nombre de lignes pour la table est :

$$L=2^n$$

(L= nombre de ligne et n= nombre de propositions)

En l'occurrence, il faudrait une table de 16 lignes...

Combien de lignes comportera la table de vérité de l'argument suivant?

« Si Marie vient, Pierre viendra aussi. Mais si Pierre vient, alors c'est Arthur ou Julien qui ne viendront pas. Donc si Marie vient, Arthur ou Julien ne viendront pas. »

16 lignes !

Tester la validité de cet argument à l'aide d'une table de vérité classique prendrait trop de temps et comprendrait un trop grand risque d'erreur...

La méthode de la table de vérité indirecte

- Faire l'hypothèse que l'argument est invalide (c'est-à-dire, qu'il a des prémisses vraies et une conclusion fausse)
- Montrer que cette hypothèse mène à une contradiction

« Si Marie vient, Pierre viendra aussi. Mais si Pierre vient, alors c'est Arthur ou Julien qui ne viendront pas. Donc si Marie vient, Arthur ou Julien ne viendront pas. »

Traduction?

$$M \rightarrow P / P \rightarrow (\neg A \vee \neg J) // M \rightarrow (\neg A \vee \neg J)$$

Faire l'hypothèse que l'argument est invalide:

$$M \rightarrow P / P \rightarrow (\neg A \vee \neg J) // M \rightarrow (\neg A \vee \neg J)$$

$$\begin{array}{ccccccc} V & & V & & & & F \end{array}$$

$$M \rightarrow P / P \rightarrow (\neg A \vee \neg J) // M \rightarrow (\neg A \vee \neg J)$$

$$V \quad V \quad F \quad V \quad F \quad F \quad V \quad V \quad F \quad F \quad V \quad F \quad F \quad V$$

Contradiction.

Donc l'argument **ne peut pas avoir** des prémisses fausses et une conclusion vraie.

Donc d'argument est valide.

Pour plus d'exemples et d'exercices, revoyez les slides du cours.

Bon travail !