

Réponse: Solution unique

Nombre de soldats= 60

Nombre de sous officiers= 39

Nombre d'officiers= 1

Preuve: Si on pose x le nombre de soldats, y le nombre de sous-officiers et z le nombre d'officiers, on a le système

$$\begin{cases} x + y + z = 100 \\ x + 10y + 50z = 500 \end{cases} \quad x, y, z \text{ sont entiers positifs!!!}$$

$x = 500 - 10y - 50z$, donc x est un multiple de 10

Si $x \leq 50$

$$\begin{cases} 10y + 10z = 1000 - 10x \\ 10y + 50z = 500 \end{cases} \Rightarrow 40z = 10x - 500 \leq 0, \text{ impossible}$$

Donc $x \geq 60$ et $x \leq 90$ (car sinon $x = 100$ et il n'y aura que des soldats sans grade).

Si $x = 60$

$$\begin{cases} y + z = 40 \\ y + 5z = 44 \end{cases} \Rightarrow z = 1, y = 39.$$

Si $x = 70$, alors

$$\begin{cases} y + z = 30 \\ 10y + 50z = 430 \end{cases}, \text{ donc } 40z = 430 - 300 = 130, \text{ donc } 4z = 13, \text{ impossi-}$$

ble.

Si $x = 80$, alors

$$\begin{cases} y + z = 20 \\ y + 5z = 42 \end{cases} \Rightarrow 4z = 22 \text{ impossible.}$$

Si $x = 90$, alors

$$\begin{cases} y + z = 10 \\ y + 5z = 41 \end{cases} \Rightarrow 4z = 31 \text{ impossible.}$$